

إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات هندسية

١ () جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س²+٦س-٥ عند النقطة (١ ، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ٢ = ٦ + س \leftarrow ٨ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٦ - س٨ = ص \leftarrow (١ - س)٨ = ٢ - ص$$



٢ () جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² ، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ص = س^3 \leftarrow ٦ + س$$

$$٢ = س^3 \leftarrow ٠ = ٦ - س$$

$$\text{وه } (س) = ٣ = س^2 \leftarrow ١٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢ = (٢ - س)$$



٣ () جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س² - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها $\frac{\pi^3}{٤}$ راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وه } (س) = ١ = س \leftarrow ١ - ٣ = ٢ - س$$

النقطة : (١، ١)

٤ (جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3 \times 2 - 2 - 2}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4 - \text{ص}) \times 1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$1,2 = 1,2 \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})} = \frac{1}{6}$$

$$2 = 2 - (4 - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = 3$$

$$1 - = 3 \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow 1 = \text{س}$$

٥ (جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 0 \\ 2 - = 2 \end{array}$$

$$\text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3 \leftarrow \text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{5 + 3\text{س}}{6} = \text{ص}$$

$$\leftarrow \text{ق(س)} \times \text{ص} = 1 -$$

$$\leftarrow 2\text{س} - 4\text{س} + 3 = 1 - \leftarrow 1 = \text{س}$$

$$\text{ق(1)} = 2 - 4 + 3 = 1$$

$$\text{ص} - 0 = 1 - (1 - \text{س}) \leftarrow \text{ص} = 1 - 2\text{س}$$



٦ (جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{2}{س}$ عند النقطة (١، ٢))

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل, \quad 2 - = 2 \quad 2 = 1 \quad 1 = 1 \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$و(١) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-}{2} = ل$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ (جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^2 + ب س + ج$ عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = س^2 + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$ص = و(٠)$$

$$\leftarrow و(٠) = 2 + ٠$$

$$١ = ٠ + ٢ + ب$$

$$٢ = ٠ + ٠ + ج$$

$$\leftarrow ب = ١$$

$$\leftarrow ج = ٢$$



٨ (إذا كان المستقيم $2s - v + j = 0$ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (s_1, v_1) فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$\begin{aligned} 2s + v &= 2 \\ v &= 2 - 2s \\ \frac{2}{s} &= \frac{2 - 2s}{s} \end{aligned}$$

بما أن الاقتران ص يمس ق(س) عند النقطة (s_1, v_1)

$$\begin{array}{l|l} v = 2 - 2s & v = 2 - 2s \\ 2 = \frac{2 - 2s}{s} & 2 = \frac{2 - 2s}{s} \end{array}$$

$$2 = \frac{2 - 2s}{s} \Rightarrow 2s = 2 - 2s \Rightarrow 4s = 2 \Rightarrow s = \frac{1}{2}$$

$$2 = \frac{2 - 2(\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = \frac{2 - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$



٩ (جد معادلتني المماسين لمنحنى العلاقة $s = 4 - v^2$ عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ s = 4 - v^2 & v = 0 & s = 0 \\ s = 4 - v^2 & v = 2 & s = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} s = 4 - v^2 &= 0 \\ 4 - v^2 &= 0 \end{aligned}$$

في التعويض في المعادلة:

$$\begin{aligned} 0 &= 4 - v^2 \\ 0 &= 4 - 2^2 \\ 0 &= 4 - 4 \end{aligned}$$

$$1 = \frac{2v - v^2}{4 - v^2} = \frac{2v - v^2}{4 - v^2}$$

$$1 = \frac{2v - v^2}{4 - v^2} \Rightarrow 4 - v^2 = 2v - v^2 \Rightarrow 4 = 2v \Rightarrow v = 2$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 2 \times 2} = \frac{1}{0} \text{ (غير ممكن)}$$

$$1 = \frac{2v - v^2}{4 - v^2} = \frac{2v - v^2}{4 - v^2}$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 0 \times 2} = \frac{1}{4}$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: $ص^2 + 2س + 2 = ٠$ عند

منهاجي
متعة التعليم الهادف

النقطة $(٣, ١)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2 = ٠$$

$$\leftarrow ٢ص + ٢ + ٢س = ٠$$

$$\leftarrow ٢ص = -٢ - ٢س$$

$$\leftarrow (٣, ١) = \frac{-٢ - ٢(١)}{٢} = -١ = ١ - ٣$$

$$\leftarrow ١ = ٣ - ١ = ٢$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = ٣ظتا س + قا س$ عند

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$س = \frac{\pi}{٤}$$

الحل

$$س = \frac{\pi}{٤}, \quad ٢ = ٢, \quad ١ = \frac{١}{٢}$$

$$٥ = ٢ + ٣ = \left(\frac{\pi}{٤}\right) \leftarrow ٣ظتا س + قا س$$

$$\leftarrow ٥ = ٢ + ٣ = \left(\frac{\pi}{٤}\right) \leftarrow ٣ظتا س + قا س$$

$$\leftarrow ٥ = ٢ + ٣ = \left(\frac{\pi}{٤}\right) \leftarrow ٣ظتا س + قا س$$

معادلة المماس:

$$٥ - ص = ٢ - (س - \frac{\pi}{٤})$$

معادلة العمودي على المماس:

$$٥ - ص = \frac{١}{٢} (س - \frac{\pi}{٤})$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = \sqrt{s} عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران



$$\text{هـ(س)} = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{4} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$



$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{4}$$



$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2س - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\sqrt{s} = س^2 - \frac{3}{2}س + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } 1 = 1$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2س - \frac{3}{2} \leftarrow 4س - 3 = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \text{بالتجريب } 1 = 1$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{2}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$



$$\text{معادلة المماس : } ص - 1 = \frac{1}{4}(س - 1)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة \sqrt{s} ، $s < 4$ عند النقطة $(2, 4)$ ومحور السينات والمستقيم $s = 4$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}} = (s) \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات : $ص = 0$

المستقيم : $س = 4$

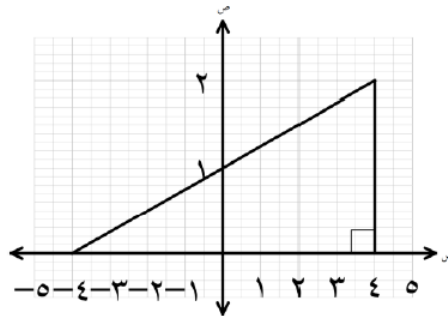
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 0 \leftarrow 2 - 0 = 2 - 0$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow 2 - 0 = 2 - 0$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (2 - 0) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٤) حُلِّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (٢, ١)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$



منهاجي
متعة التعليم الهادف



منهاجي
متعة التعليم الهادف



منهاجي
متعة التعليم الهادف



منهاجي
متعة التعليم الهادف