

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان $ق(س) = س^٢ + ٢س$ ، فجد $ق'(١-)$.

(٢) إذا كان $ق'(٠) = ٦$ ، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \quad ق'(١-) = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١-^٢ + ٢(١-))}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١- - ٢ + ٢س - ٢س^٢)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ١ + ٢ - ٢س + ٢س^٢}{س - ١-}$$

$$= \frac{٢(١+س) - ١ + ٢(١+س)}{س - ١-}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن $م = ٥٥ = ه$ $\frac{م}{٥} = ه$

عندما $ه = ٠$ فإن $م = ٠$.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} \times \frac{٥}{٥} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{٠}{٥} - م}$$

$$= \frac{٠ - ٦}{٠ - ٥} = \frac{٠ - ٦}{٥} = ١.٢$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)(s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} (s-1) = 0$$

$$3 = \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)(s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} (s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)(s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} (s-1) = 0$$

$$2 = \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)(s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} (s-1) = 0$$

فـ $f(s)$ غير موجودة لـ $s = 1$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^+} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2 + 8}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2 + 8} - \frac{s}{s^2 + 8}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2 + 8) - s((s+h)^2 + 8)}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + 8h - s(s^2 + 2sh + h^2 + 8)}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + 8h - s^3 - 2sh^2 - sh^2 - 8s}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon} =$$

$$\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)} \times (1 + (1-\epsilon) \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon}) =$$

$$\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)} \times (1 + \epsilon) =$$

$$\frac{1 + \epsilon}{\epsilon(1+\epsilon)} =$$

تدريب ٥

صفحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(c_0) - c_0}{c_0 - c_0} = \frac{M'(c_0) - c_0}{c_0 - c_0} = \frac{M'(c_0) - c_0}{c_0 - c_0}$$

$$(c_0 + s) = \frac{(c_0 + s)(c_0 - c_0)}{c_0 - c_0} =$$

$$c_1 = c_0 + c_0 =$$