



غ h Q g

ادارة الامتحانات والاختبارات  
قسم الامتحانات العامة

## امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣ التكميلي

(وثيقة معمية/محلود)

مدة الامتحان: ٣٠ د. س

رقم المبحث: 208

اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٤٠١٠٢

رقم النموذج: (١)

المبحث: الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢)

الفرع: العلمي + الصناعي جامعات

اسم الطالب:

رقم الجلوس:

**ملحوظة مهمة:** أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعدها (5)، بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أن عدد صفحات الامتحان (8).

**السؤال الأول: (١٠٠ علامة)**

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلل بشكل عائم الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علماً أن عدد فقراته (25)، وانتبه عند تضليل إجابتك أن رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابلها (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و(b) يقابلها (ب)، و(c) يقابلها (ج)، و(d) يقابلها (د).

قيمة  $\int_{-1}^1 3^x dx$  تساوي: (1)

- a)  $\frac{2}{3 \ln 3}$
- b)  $\frac{8}{3 \ln 3}$
- c)  $\frac{2}{3}$
- d)  $\frac{8}{3}$

يساوي:  $\int \sin(5 - 3x) dx$  (2)

- a)  $-\cos\left(5x - \frac{3}{2}x^2\right) + C$
- b)  $\cos(5 - 3x) + C$
- c)  $-\frac{\cos(5-3x)}{3} + C$
- d)  $\frac{\cos(5-3x)}{3} + C$

يساوي:  $\int (\tan^2 2x - \sec^2 2x) dx$  (3)

- a)  $x + C$
- b)  $-x + C$
- c)  $x - \tan 2x + C$
- d)  $\tan 2x - x + C$

يتبع الصفحة الثانية ....

**الصفحة الثانية/نموذج (١)**

إذا كان:  $f(x) = \begin{cases} (2-3x)^2 & , x < 1 \\ 3x^2 - 2x & , x \geq 1 \end{cases}$  (٤) فإن قيمة  $\int_0^3 f(x) dx$  تساوي:

- a) 1
- b) 17
- c) 18
- d) 19

إذا كان:  $f'(x) = e^x + e^{-x}$  يمثل ميل المماس لمنحنى الاقتران  $f$  ، وكان منحنى الاقتران يمر بالنقطة  $(0, -1)$ ، فإن قاعدة الاقتران  $f$  ، هي:

- a)  $f(x) = e^x - e^{-x} - 1$
- b)  $f(x) = e^x + e^{-x} + 1$
- c)  $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$
- d)  $f(x) = e^x + e^{-x} - 1$

(٦) يتحرك جسم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:  $v(t) = 12t - 3t^2$  ، حيث  $t$  الزمن بالثاني، و  $v$  السرعة المتجهة بالметр لكل ثانية. فإن ازاحة الجسم في الفترة  $[0, 6]$  تساوي:

- a) -36
- b) 0
- c) 36
- d) -24

$\int (1-2x) \sqrt[3]{x^2-x} dx$  (٧) يساوي:

- a)  $\frac{\sqrt[3]{(x^2-x)^4}}{4} + C$
- b)  $-\frac{\sqrt[4]{(x^2-x)^3}}{4} + C$
- c)  $-\frac{\sqrt[3]{(x^2-x)^4}}{4} + C$
- d)  $\frac{\sqrt[4]{(x^2-x)^3}}{4} + C$

$\int \sin^2 x \sin 2x dx$  (٨) يساوي:

- a)  $-\frac{\sin^4 x}{2} + C$
- b)  $-\frac{\cos^3 x}{3} + C$
- c)  $\frac{\cos^4 x}{2} + C$
- d)  $\frac{\sin^4 x}{2} + C$

يتبع الصفحة الثالثة ....

قيمة  $\int_1^2 \ln x^2 dx$  تساوي: (9)

- a)  $4 \ln 2 - 2$
- b)  $4 \ln 2 - 6$
- c)  $4 \ln 2 - 4$
- d)  $2 \ln 2 - 1$

: يساوي  $\int x \csc^2 x dx$  (10)

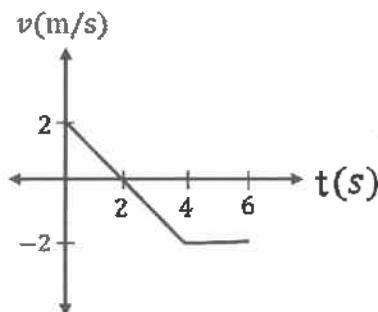
- a)  $-x \cot x + \ln|\cos x| + C$
- b)  $x \cot x - \ln|\cos x| + C$
- c)  $-x \cot x + \ln|\sin x| + C$
- d)  $x \cot x + \ln|\sin x| + C$

إذا كان:  $\int_0^1 xf'(x)dx = 1$ ,  $f(1) = 8$ ,  $f(0) = 5$  فإن قيمة  $\int_0^1 f(x)dx$  تساوي: (11)

- a) 2
- b) 3
- c) 8
- d) 7

(12) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى السرعة المتجهة - الزمن لجسم يتحرك على المحور  $x$  في الفترة الزمنية  $[0, 6]$ . إذا بدأ الجسم الحركة من  $x = 10$  ، عندما  $t = 0$  ، فإن موقع الجسم النهائي، هو:

- a) 4
- b) 6
- c) 14
- d) 18



إذا كانت:  $\frac{dy}{dx} = \tan x - xe^{-x^2}$  ، فإن الحل الخاص الذي يحقق النقطة  $(0, 0)$  ، هو: (13)

- a)  $y = -\ln|\cos x| + \frac{1}{2}e^{-x^2} + \frac{1}{2}$
- b)  $y = \ln|\cos x| + \frac{1}{2}e^{-x^2} + \frac{1}{2}$
- c)  $y = -\ln|\cos x| + \frac{1}{2}e^{-x^2} - \frac{1}{2}$
- d)  $y = \ln|\cos x| - \frac{1}{2}e^{-x^2} - \frac{1}{2}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

الصفحة الرابعة/نموذج (١)

(14) عند تحديد النقطة  $(-1, 1, 0)$  في نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد، فإنها تقع على:

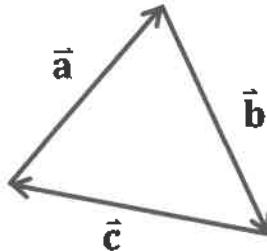
- a) المستوى  $xy$
- b) المحور  $x$
- c) المستوى  $yz$
- d) المحور  $y$

(15) إذا كانت  $AB = 7$  ، فإن  $A(-5, 2, 5), B(-1, 5, -7)$  يساوي:

- a) 7
- b) 13
- c)  $\sqrt{89}$
- d)  $\sqrt{229}$

(16) معتمداً الشكل الآتي الذي يمثل كلاً من المتجهات  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ، أيٌ من الآتية يمثل جمـعاً هندسياً صحيحاً للمتجهات؟

- a)  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$
- b)  $\vec{c} = \vec{b} + \vec{a}$
- c)  $\vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$
- d)  $\vec{c} = -\vec{b} - \vec{a}$



(17) إذا كان  $A(3, 2, -7), B(-8, 1, -9)$  ، فإن متجه الإزاحة من النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$  ، هو:

- a)  $\langle 11, 1, 2 \rangle$
- b)  $\langle -11, -1, -2 \rangle$
- c)  $\langle 5, -3, 16 \rangle$
- d)  $\langle -5, 3, -16 \rangle$

(18) إذا كانت:  $\vec{r} = \langle -1, 5, 2 \rangle + t \langle 4, 0, 5 \rangle$  معادلة متجهة لمستقيم  $l$  ، و  $P(5, 5, 7)$  نقطة غير واقعة عليه،

وكانت النقطة  $F$  هي مسقط النقطة  $P$  على المستقيم  $l$  ، فإن  $\overrightarrow{PF}$  ، هو:

- a)  $\langle 4 + 4t, 10, 9 + 5t \rangle$
- b)  $\langle 6 + 4t, 0, 5 + 5t \rangle$
- c)  $\langle -6 + 4t, 0, -5 + 5t \rangle$
- d)  $\langle 5 + 4t, 5, 7 + 5t \rangle$

الصفحة الخامسة/نموذج (١)

إذا كان:  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  ، وكان  $A(2, 1, 4)$  ،  $B(-3, 0, 4)$  ،  $\vec{c} = \langle 1, -2, 6 \rangle$  (19) يساوي:

- a) -3
- b) 3
- c) -7
- d) 7

إذا كان:  $\vec{u}, \vec{v}$  متجهين غير صفريين، وكان  $0 = \vec{u} \cdot \vec{v}$  ، فإن الشكل الأقرب للتعبير عن المتجهين  $\vec{v}$ ,  $\vec{u}$  هندسياً من الأشكال الآتية، هو: (20)

- a)
- b)
- c)
- d)

إذا كان  $P(X = 2) = \frac{3}{4}$  ، فإن (21) يساوي:

- a)  $\frac{9}{64}$
- b)  $\frac{9}{16}$
- c)  $\frac{3}{64}$
- d)  $\frac{3}{16}$

(22) احتمال ظهور ثلاجة بها عيب في إحدى شركات تصنيع الثلاجات يساوي 4%، إذا اختيرت عينة عشوائية من 10 ثلاجات، فإن احتمال أن تكون ثلاجتان فيهما عيب، هو تقريباً:

- a) 0.028
- b) 0.520
- c) 0.280
- d) 0.052

### الصفحة السادسة/نموذج (١)

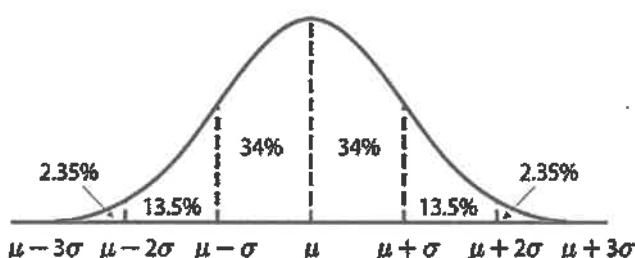
(23) إذا كان:  $X \sim Geo\left(\frac{5}{8}\right)$  ، فإن توقع المتغير العشوائي  $X$  ، هو:

- a) 0.652
- b) 2.666
- c) 1.600
- d) 0.600

(24) إذا كان هطل الأمطار السنوي في إحدى المدن يتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي  $1000 \text{ mm}$  ، وانحرافه المعياري  $200 \text{ mm}$  ، فإن احتمال أن يكون هطل الأمطار السنوي بين  $800 \text{ mm}$  و  $1200 \text{ mm}$  ، هو:

- a) 81.5%
- b) 68%
- c) 47.5%
- d) 95%

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية



(25) إذا كان  $0 > \mu > \mu^2$  ، فإن قيمة  $P(X > 2\mu)$  تساوي:

- a) 0.0228
- b) 0.3085
- c) 0.9772
- d) 0.6915

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

$z$	0	0.25	0.5	1.5	2
$P(Z < z)$	0.5	0.5987	0.6915	0.9332	0.9772

السؤال الثاني: (٣٠ علامة)

(a) جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$1) \int (\sec x \tan x)^4 dx$$

(١٠ علامات)

$$2) \int \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + x^2} dx$$

(١٠ علامات)

(b) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحني الاقرانيين:  $f(x) = x^2 + 2$  ،  $g(x) = 12 - \frac{9}{x^2}$

حيث  $x \geq 1$

(١٠ علامات)

السؤال الثالث: (٢٤ علامة)

(a) أثبت أن حجم المُجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحني الاقرانيين:  $f(x) = \frac{4}{x}$  ،  $g(x) = (x - 3)^2$

حول المحور  $x$  يساوي  $\frac{27}{5}\pi$  وحدة مكعبة.

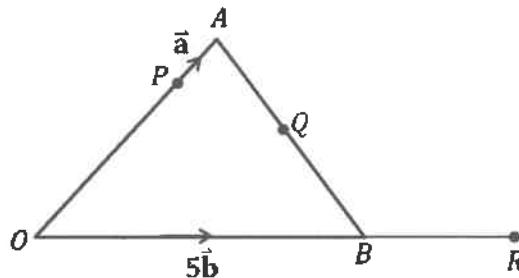
(١٢ علامة)

(b) حل المعادلة التفاضلية الآتية:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - x^2 e^{-y} + e^{-y} - 1$$

(١٢ علامة)

السؤال الرابع: (22 علامة)

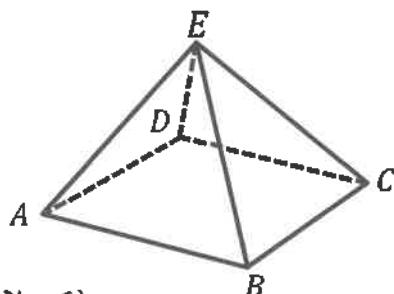


(a) معتمداً الشكل المجاور الذي يظهر فيه المثلث  $OAB$  ،  
إذا كانت النقطة  $P$  تقع على  $\overline{OA}$  ،  $AP:PO = 1:4$  ، حيث:  $AQ:QB = 2:3$  ،  
والنقطة  $Q$  تقع على  $\overline{AB}$  حيث:  $OB:BR = 5:3$  حيث:  $P, Q, R$  ،  
وكان  $\overrightarrow{PA} = \vec{a}$  ،  $\overrightarrow{OB} = 5\vec{b}$  ، فأثبت أن النقاط  
تقع على استقامة واحدة.

(12) علامة

(b) إذا كان:  $l_2: \vec{r}_2 = \langle 0, -8, -1 \rangle + u \langle 12, -15, a+1 \rangle$  ،  $l_1: \vec{r}_1 = \langle -5, 2, 4 \rangle + t \langle 3, -5, -1 \rangle$   
فما قيمة الثابت  $a$  التي تجعل المستقيمين  $l_1$  و  $l_2$  متقاطعين؟

(10) علامات



(6) علامات

السؤال الخامس: (24 علامة)

(a) معتمداً الشكل المجاور الذي يظهر فيه الهرم  $ABCDE$  ،  
إذا علمت أن إحداثيات رؤوس قاعدة هذا الهرم هي:  $A, B, C, D$  :  
وأن:  $\overrightarrow{EA} = \langle -7, 2, 8 \rangle$  ،  $\overrightarrow{EC} = \langle 1, -10, -4 \rangle$  ،  
فجد  $m\angle AEC$  مقرئاً إجابتك إلى أقرب عشر درجة.

(b) يتضمن اختبار شهري لمادة اللغة العربية 10 أسئلة جميعها من نوع الاختيار من متعدد، وكل منها 4 بدائل، واحد منها الإجابة الصحيحة. إذا أجاب أحد الطلبة عن هذه الأسئلة العشرة بصورة عشوائية، فما احتمال أن تكون إجابة واحدة على الأكثر منها صحيحة؟ (أقرب الناتج إلى أقرب جزء من ألف).

(8) علامات

(c) مراقب ضبط الجودة في أحد المصانع يأخذ عينات عشوائية بصورة متكررة لتحديد كتل قطع البسكويت المنتجة في هذا المصنع، وقد وجد أن هذه الكتل تتبع توزيعاً طبيعياً:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . إذا كانت 6.68% من عينات الكتل تُظهر أن الكتلة تزيد على 55 g ، وكانت 2.74% من العينات تُظهر أن الكتلة تقل عن 50 g ، فجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكتل قطع البسكويت.

(10) علامات

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل بعضاً من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

$z$	0	1.28	1.50	1.64	1.92	2
$P(Z < z)$	0.5	0.8997	0.9332	0.9495	0.9726	0.9772