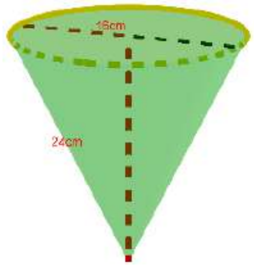


السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

☒ مرشح مخروطي قاعدته افقية ورأسه للأسفل ارتفاعه $(24cm)$ وطول قطر قاعدته $(16cm)$

ينساب منه السائل من اسفله بمعدل ثابت ، كما في الشكل المجاور ،اجب عن الفقرات (1،2،3،4،5،6)

1- اذا كان معدل النقصان في نصف قطر قاعدة المرشح المخروطي $(0.1cm/s)$ و اذا كان نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(4cm)$، فإن معدل تسرب السائل من المرشح هو

$a)$	$19.2\pi cm^3/s$	$b)$	$4.8\pi cm^3/s$	$c)$	$2.4\pi cm^3/s$	$d)$	$76.8\pi cm^3/s$

2- اذا كان نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(4cm)$ ، فإن معدل تغير عمق السائل في المرشح في تلك اللحظة هو

$a)$	$1.2cm/s$	$b)$	$0.15cm/s$	$c)$	$0.3cm/s$	$d)$	$4.8cm/s$

3- اذا كان ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(9cm)$ ، فإن معدل انخفاض السائل في المرشح في تلك اللحظة هو

$a)$	$\frac{4.8}{9}cm/s$	$b)$	$\frac{19.2}{9}cm/s$	$c)$	$\frac{2.4}{9}cm/s$	$d)$	$\frac{76.8}{9}cm/s$

4- اذا كان نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(4cm)$ ، فإن معدل تغير نصف قطر السائل في المرشح في تلك اللحظة هو

$a)$	$1.6cm/s$	$b)$	$0.4cm/s$	$c)$	$0.05cm/s$	$d)$	$0.1cm/s$

5- اذا كان ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(9cm)$ ، فإن معدل تغير نصف قطر السائل في المرشح في تلك اللحظة هو

$a)$	$\frac{4.8}{27}cm/s$	$b)$	$\frac{19.2}{27}cm/s$	$c)$	$\frac{2.4}{27}cm/s$	$d)$	$\frac{76.8}{27}cm/s$

6- اذا كان ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(9cm)$ ، فإن معدل زيادة حجم الفراغ في المرشح في تلك اللحظة هو

$a)$	$-4.8\pi cm^3/s$	$b)$	$4.8\pi cm^3/s$	$c)$	$-19.2\pi cm^3/s$	$d)$	$19.2\pi cm^3/s$

☒ خزان كروي مملوء بالماء قطره $(4m)$ ومعدل تناقص قطر الماء داخل الخزان قطر $(1cm/min)$ ،اجب عن الفقرات (7،8،9)

7- اذا كان قطر الماء في الخزان $(1m)$ ، فإن معدل نقصان حجم الماء في الخزان في تلك اللحظة هو

$a)$	$0.001\pi m^3/s$	$b)$	$0.01\pi m^3/s$	$c)$	$0.005\pi m^3/s$	$d)$	$0.05\pi m^3/s$

8- اذا كان قطر الماء في الخزان $(1m)$ ، فإن معدل تغير مساحة سطح الماء في الخزان في تلك اللحظة هو

$a)$	$0.5\pi m^2/s$	$b)$	$0.005\pi m^2/s$	$c)$	$0.001\pi m^2/s$	$d)$	$0.1\pi m^2/s$

9- اذا كان معدل تدفق الماء من الخزان $(500Lt/min)$ ، فإن معدل التغير في ارتفاع الماء في الخزان اذا كان ارتفاع الماء في الخزان في تلك اللحظة$(0.5m)$ هو

$a)$	$\frac{1}{3\pi\sqrt{\frac{3}{2}}}m/s$	$b)$	$\frac{1}{4\pi\sqrt{\frac{3}{2}}}m/s$	$c)$	$\frac{1}{6\pi\sqrt{\frac{3}{2}}}m/s$	$d)$	$\frac{1}{12\pi\sqrt{\frac{3}{2}}}m/s$

☒ سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية ، فإذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل $(2m/s)$ ،اجب عن الفقرات (10،11،12،13،14،15،16)

10- بعد السلم عن الحائط عندما تتساوى سرعتا انزلاق طرفيه هو

$a)$	$\sqrt{50}m$	$b)$	$50m$	$c)$	$-\sqrt{50}m$	$d)$	$-50m$

11- اذا كانت الزاوية بين السلم والارض $(\frac{\pi}{3})$ ، فإن معدل انزلاق طرفه العلوي في تلك اللحظة هو

$a)$	$\frac{2}{\sqrt{3}}m/s$	$b)$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}m/s$	$c)$	$2\sqrt{3}m/s$	$d)$	$-2\sqrt{3}m/s$

12- اذا كان معدل تناقص الزاوية بين السلم والارض $(\frac{1}{3}rad/s)$ ، فإن معدل ابتعاد طرفه العلوي عن الأرض اذا كان بعد طرفه السفلي عن الحائط $(6m)$ هو

$a)$	$0.02m/s$	$b)$	$-0.02m/s$	$c)$	$2m/s$	$d)$	$-2m/s$

13- معدل انزلاق طرفه العلوي عن الأرض اذا كان بعد طرفه السفلي عن الحائط $(8m)$ هو

$a)$	$-\frac{3}{8}m/s$	$b)$	$\frac{3}{8}m/s$	$c)$	$-\frac{8}{3}m/s$	$d)$	$\frac{8}{3}m/s$

14- معدل تغير الزاوية بين السلم والارض اذا كان بعد طرفه السفلي عن الحائط $(8m)$ هو

$a)$	$3rad/s$	$b)$	$-3rad/s$	$c)$	$\frac{1}{3}rad/s$	$d)$	$-\frac{1}{3}rad/s$

15– بعد الطرف العلوي عن الأرض عندما يكون معدل ابتعاد الطرف السفلي عن الحائط صعف معدل ابتعاد الطرف العلوي عن الارض هو

$a)$	$\sqrt{80}m$	$b)$	$80m$	$c)$	$\frac{\sqrt{100}}{3}m$	$d)$	$\frac{100}{3}m$

16– معدل تغير مساحة المثلث بين السلم والأرض والحائط اذا كان بعد طرفه السفلي عن الحائط $(8m)$ هو

$a)$	$-\frac{8}{3}m^2/s$	$b)$	$-\frac{26}{3}m^2/s$	$c)$	$\frac{8}{3}m^2/s$	$d)$	$\frac{26}{3}m^2/s$

☒ لارجل طوله $(180cm)$ يمشي على الأرض بسرعة $(4m/s)$ في اتجاه قاعدة مصباح يرتفع عن سطح الارض $(9m)$،اجب عن الفقرات (20،19،18،17)

17– معدل بعد طول ظل الرجل هو

$a)$	$1m/s$	$b)$	$-1m/s$	$c)$	$\frac{4}{5}m/s$	$d)$	$-\frac{4}{5}m/s$

18– معدل تحرك نهاية ظل الرجل عن قاعدة المصباح هو

$a)$	$3m/s$	$b)$	$-3m/s$	$c)$	$-5m/s$	$d)$	$5m/s$

19– معدل بعد رأس الرجل عن المصباح عندما يبعد عن قاعدة المصباح $(5.4m)$ هو

$a)$	$-0.24m/s$	$b)$	$0.24m/s$	$c)$	$2.4m/s$	$d)$	$-2.4m/s$

20– معدل تغير زاوية ارتفاع المصباح اذا كان بعد الرجل عن المصباح $(6m)$ هو

$a)$	$\frac{87.84}{28.8}rad/s$	$b)$	$-\frac{87.84}{28.8}rad/s$	$c)$	$\frac{28.8}{87.84}rad/s$	$d)$	$-\frac{28.8}{87.84}rad/s$

☒ تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران (x^3+x) من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدلثابت مقداره $(1u/s)$ عندما $(x=2)$،اجب عن الفقرات (21،22،23،24،25،26،27،28)

21– معدل تغير بعد النقطة (a) عن النقطة $(1,0)$ هو

$a)$	$\frac{143}{\sqrt{101}}u/s$	$b)$	$\frac{131}{\sqrt{101}}u/s$	$c)$	$\frac{\sqrt{101}}{131}u/s$	$d)$	$\frac{\sqrt{101}}{143}u/s$

22– الاحداثي على محور (y) للنقطة (a) هو

$a)$	12	$b)$	8	$c)$	10	$d)$	16

23– معدل تغير الزمني في ميل المماس بين النقطة (a) والنقطة $(1,0)$ هو

$a)$	$-0.02s^{-1}$	$b)$	$-0.03s^{-1}$	$c)$	$0.02s^{-1}$	$d)$	$0.03s^{-1}$

24– معدل تغير زاوية ميل المماس بين النقطة (a) والنقطة $(1,0)$ هو

$a)$	$\frac{3}{2525}rad/s$	$b)$	$\frac{2525}{3}rad/s$	$c)$	$\frac{303}{400}rad/s$	$d)$	$\frac{400}{303}rad/s$

25– موقع النقطة (a) عندما يكون معدل تغير الاحداثيات على المحورين متساوٍ هو

$a)$	$(2,1)$	$b)$	$(2,0)$	$c)$	$(0,0)$	$d)$	$(1,2)$

26– اذا اسقط العمودان $(\overline{ab},\overline{ac})$ من النقطة (a) على محوري الاحداثيات الموجب على الترتيب ، فإن معدل التغير في مساحة المستطيل$(abοc)$ هو

$a)$	$33u^2/s$	$b)$	$32u^2/s$	$c)$	$35u^2/s$	$d)$	$36u^2/s$

27– معدل التغير في مساحة المثلث الذي رؤوسه نقطة الأصل والنقطة $(3,0)$ والنقطة (a) هو

$a)$	$\frac{75}{2}u^2/s$	$b)$	$\frac{33}{2}u^2/s$	$c)$	$12u^2/s$	$d)$	$\frac{91}{2}u^2/s$

28– معدل التغير في مساحة المثلث عندما طول العمودي النازل من النقطة (a)على محور الاحداثي (y) وحدة طول وراسه الاخر النقطة $(0,10)$ هو

$a)$	$37u^2/s$	$b)$	$13u^2/s$	$c)$	$12u^2/s$	$d)$	$36u^2/s$

29– النقطة/النقاط التي تقع على الدائرة $(y^2+x^2-8y-16=0)$ والتي يكون عندها معدل إزدياداً (y)بالنسبة للزمن مساويا لمعدل نقصان (x)بالنسبة للزمن هي

$a)$	$(-4,0),(4,8)$	$b)$	$(4,0),(-4,8)$	$c)$	$(-4,0),(4,-8)$	$d)$	$(-4,0),(4,-8)$

30- $(abcd)$ شبه منحرف فيه ($\overline{ad} \parallel \overline{bc}$) ، ($\overline{ad} = \overline{ab} = \overline{cd} = 6cm$) ، فإذا كانت $(m\measuredangle abc)$ تزداد بمعدل $(\frac{1}{36} rad/s)$ ، فإن معدل التغير في مساحة شبه المنحرف عند اللحظة التي تكون فيه $(m\measuredangle abc = \frac{\pi}{6})$ هو

$a)$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2} u^2/s$	$b)$	$\frac{\sqrt{3}}{4} u^2/s$	$c)$	$\frac{2\sqrt{3}+1}{2} u^2/s$	$d)$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2} u^2/s$

31- تتمدد أضلاع مثلث متساوي الأضلاع بمعدل $(2cm/s)$ رسمت دائرة داخل المثلث تمس أضلاعه وأخذت تتمدد معه ، فإن معدل تمدد مساحة المنطقة المحصورة بين المثلث والدائرة عندما يكون طول ضلع المثلث $(12cm)$ هو

$a)$	$12\sqrt{3} - 4\pi cm^2/s$	$b)$	$6\sqrt{3} - 2\pi cm^2/s$	$c)$	$12\sqrt{3} - 2\pi cm^2/s$	$d)$	$6\sqrt{3} - 4\pi cm^2/s$

32- تحركت كرتان من النقطة (m) في لحظة واحدة ، حيث تحركت الكرة (a) لليمين في خط مستقيم بسرعة ثابتة مقدارها$(15m/s)$ في حين قذفت الكرة (b)لأعلى وفقا للعلاقة $(s(t) = 40t - 5t^2)$ فإن معدل تغير المسافة بين الكرتين (a, b) عندما تصل الكرة (b) إلى أقصى ارتفاع هو

$a)$	$9m/s$	$b)$	$-9m/s$	$c)$	$\frac{1}{9} m/s$	$d)$	$-\frac{1}{9} m/s$

33- دولاب في مدينة ألعاب نصف قطره $(60ft)$ وارتفاع مركزه عن الأرض $(64ft)$ يدور دورة كل دقيقتين ، فإن السرعة التي يتحرك بها راكب وهو على ارتفاع $(94ft)$ و سرعة الر اكب عندئذ هي

$a)$	$30\pi\sqrt{3} ft/s$	$b)$	$60\pi\sqrt{3} ft/s$	$c)$	$-30\pi\sqrt{3} ft/s$	$d)$	$-60\pi\sqrt{3} ft/s$

34- يرفع رجل دلو مملوء بالأسمنت إلى سقالة على إرتفاع $(8m)$ فوق رأسه بواسطة حبل طوله $(17m)$يمر على بكرة ملساء مثبتة في السقالة وكان الرجل يحفظ الطرف الخالص للحبل أفقيا في مستوى رأسه ويمشي أفقيا بسرعة $(4m/s)$ ،فإن السرعة التي يرتفع بها الدلو عندما يمشي الرجل $(6m)$ هي

$a)$	$-4.8m/s$	$b)$	$4.8m/s$	$c)$	$-2.4m/s$	$d)$	$2.4m/s$

35- $(\overline{ab})$وتر في دائرة قطرها $(4cm)$ يزداد طوله بمعدل $(1cm/s)$ ، فإن معدل التغير في مساحة القطاع الدائري الذي يقع فيه الوتر في اللحظة التي يكون التي يكون فيها زاوية القطاع $(\frac{\pi}{3})$ هو

$a)$	$\frac{\pi}{6} cm^2/s$	$b)$	$\frac{\pi}{3} cm^2/s$	$c)$	$\frac{2\pi}{3} cm^2/s$	$d)$	$\frac{4\pi}{3} cm^2/s$

36- دائرتان مشتركتان في المركز (o) ، نصف قطر الصغرى $(3cm)$ونصف قطر الكبرى $(18cm)$ ، بدأت الدائرة الصغرى بالتمدد بحيث يزداد نصف قطرها بمعدل $(2cm/min)$وفي نفس اللحظة بدأت الدائرة الكبرى بالتناقص بحيث يتناقص نصف القطر بمعدل $(3cm/min)$ فإن معدل التغير في المساحة المحصورة بينهما عند انعدامها هي

$a)$	$18\pi cm^2/s$	$b)$	$-18\pi cm^2/s$	$c)$	$90\pi cm^2/s$	$d)$	$-90\pi cm^2/s$

37- يزداد نصف القطر والزاوية المركزية لقطاع دائري بمعدل $(2cm/s)$ ، $(\frac{1}{2} rad/s)$ ، فإذا كان معدل زيادة مساحة القطاع في لحظة معينة هو $(12cm^2/s)$ وكانت زاويته المركزية عندئذ تساوي $(1rad)$ ، فإن مساحة القطاع عند هذه اللحظة هي

$a)$	$8cm^2/s$	$b)$	$16cm^2/s$	$c)$	$36cm^2/s$	$d)$	$72cm^2/s$

38- بدأت حشرة صغيرة الحركة من نقطة الأصل في الربع الثاني لمحاور الإحداثيات على منحنى الإقتران $(f(x) = -\sqrt{3}\, x)$ بسرعة $(3cm/min)$ ، فإن معدل تغير بعدها عن مسمار مثبت في المستوى عند النقطة $(4, 0)$ بعد دقيقتين من الحركة هو

$a)$	$\frac{48}{\sqrt{76}} cm/s$	$b)$	$-\frac{48}{\sqrt{28}} cm/s$	$c)$	$\frac{12}{\sqrt{28}} cm/s$	$d)$	$-\frac{12}{\sqrt{28}} cm/s$

39- كمية من الغاز محبوسة في أسطوانة فإذا كان حجم الغاز وضغطه يتجددان بالعلاقة $(VP = c)$ حيث (c) ثابت ، وكان معدل تغير ضغط الغاز $(3atm/s)$ فإن معدل تغير حجم الغاز في اللحظة التي يكون فيها حجمه $(60cm^3)$وضغطه يساوي $(6atm)$ هو

$a)$	$30cm^3/s$	$b)$	$-120cm^3/s$	$c)$	$-30cm^3/s$	$d)$	$120cm^3/s$

40- بالون كروي مملوء بالغاز يتسرب منه الغاز بمعدل (xcm^3/s) ، فإن معدل نقص مساحة سطحه في اللحظة التي يكون نصف قطره (rcm) هو

$a)$	$\frac{2x}{r} cm^2/s$	$b)$	$\frac{x}{r} cm^2/s$	$c)$	$\frac{x}{r^2} cm^2/s$	$d)$	$\frac{x^2}{r} cm^2/s$

41- قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها مماس لمنحنى الاقتران $(y^3 = x^2)$ مع الاتجاة الموجب مع محور (x) عند $(x = 8)$ لأقرب دقيقة هو

$a)$	18° 26`	$b)$	18° 43`	$c)$	18° 77`	$d)$	16° 69`

42- قضيب طوله $(5m)$ مثبت بمفصل على الأرض عند احد طرفيه ، فإذا رفع طرفه الاخر رأسياً للأعلى بواسطة ونش بمعدل $(1m/min)$ ،فإن معدل تناقص طول مسقط القضيب على الأرض عندما يكون ارتفاع هذا الطرف $(3m)$ هو

$a)$	$\frac{3}{4}m/min$	$b)$	$-\frac{3}{4}m/min$	$c)$	$\frac{4}{3}m/min$	$d)$	$-\frac{4}{3}m/min$

43- يتناقص الضلعان المتساويان في مثلث متساوي الساقين قاعدته ثابتة بمعدل $(3cm/min)$،فإن معدل تناقص مساحته عندما يكون مثلثاً متساوي الاضلاع هو

$a)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}x\ cm^2/s$	$b)$	$\frac{2}{\sqrt{3}}x\ cm^2/s$	$c)$	$\sqrt{3}x\ cm^2/s$	$d)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}x\ cm^2/s$

44-مثلث قائم الزاوية طول وتره $(26cm)$ ، فإن طول كل من ضلعي القائمة على الوتر بحيث يكون طول العمود المرسوم من راس القائمة على الوتر اكبر ما يمكن هما

$a)$	$(2\sqrt{13},2\sqrt{13})cm$	$b)$	$(\sqrt{13},\sqrt{13})cm$	$c)$	$(\frac{2}{\sqrt{13}},\frac{2}{\sqrt{13}})cm$	$d)$	$(13\sqrt{2},13\sqrt{2})cm$

45- سلك طوله $(56cm)$ قسم الى جزأين، ثني أحدهما على شكل مربع، الجزء الاخر على شكل دائرة ، فإن أبعاد كل من المربع والدائرة ليكون مجموع مساحتهما أقل ما يمكن هي

$a)$	$\left(r=\frac{28}{4+\pi}, y=\frac{56\pi}{4+\pi}\right)cm$	$b)$	$\left(r=\frac{28}{4+\pi}, y=\frac{56}{4+\pi}\right)cm$
$c)$	$\left(r=\frac{56\pi}{4+\pi}, y=\frac{56}{4+\pi}\right)cm$	$d)$	$\left(r=\frac{56}{4+\pi}, y=\frac{28}{4+\pi}\right)cm$

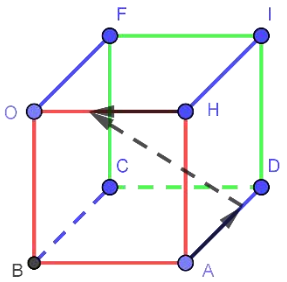
46- $(\overline{ab})$ قطر الدائرة (m) حيث (r) نصف قطرها ، $(h \in m)$ ، المماس عند (h) يقطع المماس المرسوم عند (a) في (c) و يقطع المماس المرسوم عند (b) في (d) ، فإن اصغر مساحة لشبه المنحرف $(abdc)$ هو

$a)$	$r\ cm^2$	$b)$	$r^2\ cm^2$	$c)$	$2r\ cm^2$	$d)$	$2r^2\ cm^2$

47- رسم في نصف دائرة شبه منحرف قاعدته هي قطر نصف الدائرة ، فإن قياس زاوية قاعدة شبه المنحرف بحيث تكون مساحته اكبر ما يمكن هي

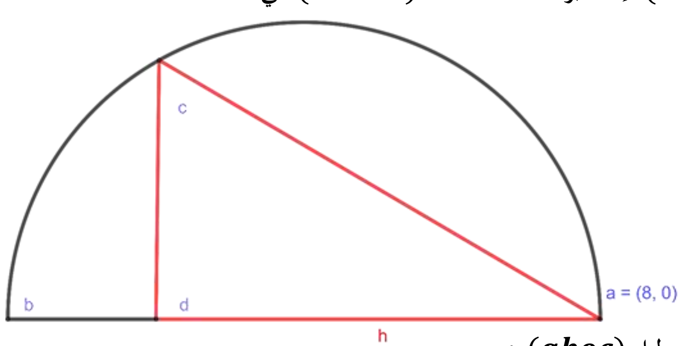
$a)$	$\frac{\pi}{4}rad$	$b)$	$\frac{\pi}{2}rad$	$c)$	$\frac{\pi}{3}rad$	$d)$	$\frac{\pi}{6}rad$

48- يمثل الشكل المقابل مكعب خشبي طول ضلعه $(20cm)$ ، انطلقت عليه نملتان في نفس الوقت الأولى من الرأس(a)وعلى الحرف $(\overline{ad})$في اتجاه (d) وبسرعة $(4cm/s)$ والثانية من الرأس (h) وعلى الحرف $(\overline{ho})$ باتجاه الراس (o) وبسرعة $(3cm/s)$ ، فإن معدل إبتعاد النملتين من بعضهما البعض بعد مرور $(4s)$ من لحظة إنطلاقهما هو



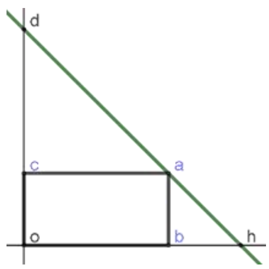
$a)$	$\frac{\sqrt{2}}{5}cm/s$	$b)$	$\frac{5}{\sqrt{2}}cm/s$	$c)$	$\frac{\sqrt{2}}{10}cm/s$	$d)$	$\frac{10}{\sqrt{2}}cm/s$

49- في الشكل المجاور $(\overline{AB})$ قطر مركزها دائرة نقطة الأصل حيث النقطة $(A(0,8))$ فإن اكبر مساحة للمثلث (ΔACD) هي



$a)$	$24\sqrt{3}\ u^2$
$b)$	$24u^2$
$c)$	$2\sqrt{6}\ u^2$
$d)$	$6\ u^2$

50- اذا كانت معادلة المستقيم $(\overline{dh})$ هي $(y = 3 - x)$ فإن اكبر مساحة للمستطيل $(aboc)$ هي



$a)$	$\frac{9}{8}$	$b)$	$\frac{9}{2}$
$c)$	$\frac{9}{4}$	$d)$	$\frac{3}{2}$

51– مثلث متساوي الساقين طول كل منهما $(10cm)$ ، بينهما الزاوية $(\measuredangle x)$، اذا تغيرت $(\measuredangle x)$ بمعدل $(3°/min)$ فإن معدل تغير مساحة المثلث عند $(\measuredangle 60°)$ هي

$a)$	$75cm^3/s$	$b)$	$\frac{5\pi}{12}cm^3/s$	$c)$	$50\sqrt{3}cm^3/s$	$d)$	$\frac{5\sqrt{3}}{12}cm^3/s$

52–تتحرك نقطة على محور (x) بحيث سرعتها عند زمن (t) تعطى بالعلاقة $(v = \frac{\ln t}{t})$ ، الزمن بالثواني ،فإن قيمة (t) التي تحقق السرعة قيمتها العظمى هي

$a)$	e^{-1}	$b)$	e	$c)$	$e^{\frac{1}{2}}$	$d)$	$e^{\frac{3}{2}}$

53– لمنحنى الاقتران $(y = (5x - a)^3 + 4)$ نقطة انعطاف عند $(x = 1)$ ، فإن قيمة (a) هي

$a)$	0.1	$b)$	0.2	$c)$	10	$d)$	5

54– لمنحنى الاقتران $(f(x) = x^2 \ln ax)$ ، (a) ثابت وكان للاقتران نقطة حرجة عند $(x = 2)$ ، فإن قيمة (a) هي

$a)$	$2\sqrt{e}$	$b)$	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$c)$	$\frac{1}{2\sqrt{e}}$	$d)$	$\sqrt{e}$

☒ اذا كان الاقتران $(f(x) = x \ln x)$ ،اجب عن الفقرات (55،56)

55– *لمنحنى الاقتران* $(f(x) = x \ln x)$ *عند* $(x = e^{-1})$ .....

$a)$	قيمة عظمى محلية	$b)$	قيمة صغرى محلية	$c)$	قيمة عظمى مطلقة	$d)$	نقطة انعطاف

56– منحنى الاقتران $(f(x) = x \ln x)$.....

$a)$	متزايد على الفترة(e, ∞)	$b)$	متزايد على الفترة $\left(0, \frac{1}{e}\right)$
$c)$	متناقص على الفترة $\left(0, \frac{1}{e}\right)$	$d)$	متناقص على الفترة$(-\infty, e)$

57– اذا كان الاقتران $(f(x) = x^3 - 3x)$ معرفاً على الفترة $([-1, 4])$، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

58– اذا كان الاقتران $(g(x) = (x - 2)e^x)$، فإن منحنى الاقتران $(g(x))$ يكون مقعراً للأسفل في الفترة

$a)$	$(-\infty, \infty)$	$b)$	$(-1, 2)$	$c)$	$(-\infty, 0)$	$d)$	$(0, \infty)$

59– قياس زاوية ميل المماس عند نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران $(h(x) = \frac{x}{1-x^2})$ هو

$a)$	$\frac{\pi}{2}$	$b)$	$\frac{\pi}{3}$	$c)$	$\frac{\pi}{4}$	$d)$	$\frac{\pi}{6}$

60– اذا كانت النقطة $(1, 3)$ نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$) حيث $(f`(x) = 4x^3 - kx^2)$ ،فإن قيمة (k) هي

$a)$	6	$b)$	16	$c)$	24	$d)$	12

61– اذا كان الاقتران (ثابت $(p(x) = x(a - \ln x), a$ وكان لمنحنى الاقتران $(p(x))$ نقطة حرجة عند $(x = e)$ ، فإن قيمة (a) هي

$a)$	1	$b)$	0	$c)$	e	$d)$	2

62– اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x) = \sqrt[3]{ax - 1} + 2b)$ نقطة حرجة $(\frac{1}{2}, 5)$، فإن قيمة (a, b) هي

$a)$	$(2, \frac{5}{2})$	$b)$	$(-2, \frac{5}{2})$	$c)$	$(0, 3)$	$d)$	$(0, -3)$

☒ اذا كان الاقتران $(z(x) = xe^{-x})$ ،اجب عن الفقرات (67،66،65،64،63)

63– عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$a)$	1	$b)$	0	$c)$	3	$d)$	2

64– لمنحنى الاقتران $(z(x))$ قيمة عظمى محلية

$a)$	$-e$	$b)$	e^{-1}	$c)$	e	$d)$	$-e^{-1}$

65– منحنى الاقتران $(z(x))$ متزايد في الفترة

$a)$	$(-\infty, 1)$	$b)$	$(-\infty, -1)$	$c)$	$(0, \infty)$	$d)$	$(1, \infty)$

66-منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة

$a)$	$(-\infty,2)$	$b)$	$(2,\infty)$	$c)$	$(0,\infty)$	$d)$	$(0,2)$

67- لمنحنى الاقتران $(z(x))$ نقطة انعطاف هي

$a)$	$(2,e^{-1})$	$b)$	$(0,e^{-2})$	$c)$	$(0,2)$	$d)$	$(2,e^{-2})$

68- لمنحنى الاقتران $[x\sin x+\cos x\ ,\ x\in[0,\pi]]$ ……

$a)$	نقطة حرجة عند $(x=0,\pi)$ وقيمة عظمى محلية مطلقة عند$(x=\pi)$ وقيمة صغرى محلية مطلقة عند $(x=0)$
$b)$	نقطة حرجة عند $(x=0,\frac{\pi}{2})$ وقيمة عظمى محلية مطلقة عند$(x=0)$ وقيمة صغرى محلية مطلقة عند $(x=\frac{\pi}{2})$
$c)$	نقطة حرجة عند $(x=\frac{\pi}{2},\pi)$ وقيمة عظمى محلية مطلقة عند$(x=\pi)$ وقيمة صغرى محلية مطلقة عند $(x=0)$
$d)$	نقطة حرجة عند $(x=0,\frac{\pi}{2})$ وقيمة عظمى محلية مطلقة عند$(x=\frac{\pi}{2})$ وقيمة صغرى محلية مطلقة عند $(x=0)$

69- اذا كان الاقتران $(p(x)=e^{x^2-ax})$ وكان لمنحنى الاقتران $(p(x))$ نقطة حرجة عند $(x=3)$ ، فإن قيمة (a) هي

$a)$	-2	$b)$	4	$c)$	6	$d)$	9

70- اذا كان الاقتران $(f(x)=x-\frac{c}{x})$ وكان لمنحنى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى محلية عند $(x=-2)$ ، فإن قيمة (c) هي

$a)$	-4	$b)$	-8	$c)$	4	$d)$	2

71- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sin x+\cos x)$ ، فإن لمنحنى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى مطلقة في الفترة $([0,\pi])$ هي

$a)$	$(0,1)$	$b)$	$(\pi,-1)$	$c)$	$(\frac{5\pi}{4},-\sqrt{2})$	$d)$	$(\frac{\pi}{4},\sqrt{2})$

72- عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f(x)=\sqrt[3]{x^2-4})$ في الفترة $([-\sqrt{3},2\sqrt{3}])$ هي

$a)$	4	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	5

73- منحنى الاقتران الذي ليس له قيم عظمى او صغرى محليه هو

$a)$	$2\ln x-x^2$	$b)$	$4-\ln x^2$	$c)$	$\sqrt[3]{x-2}$	$d)$	$b+c$

74- اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x)=ax^3+bx)$ نقطة انعطاف $(1,12)$ ،فإن $(a-b)$ هو

$a)$	-12	$b)$	10	$c)$	-9	$d)$	-24

75- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}})$، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

76- اذا كان الاقتران $(f(x)=\frac{x}{x+2})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	1

77- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sqrt[3]{(x^2-1)^2})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

78- اذا كان الاقتران $(f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

79- اذا كان الاقتران $(f(x)=2\ln x-x^2)$ ،فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

80- اذا كان الاقتران $(f(x)=x^3-3x)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

81- اذا كان الاقتران $(f(x)=x+\ln x)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

82- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sqrt{x^2-4x+3})$ ، فإن للاقتران نقاط حرجة عند $(x)=$

$a)$	$1,-2,3$	$b)$	$1,2,3$	$c)$	$1,3$	$d)$	2

83–اذا كان الاقتران $(f(x))$ معرفاً على الفترة $([0,3])$ وقابلاً للاشتقاق على الفترة $((0,3))$ وكان $(f`(x) = \frac{x-2}{x+1})$، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	1	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	4

☒ اذا كان الاقتران $(z(x) = x - 2\cos x\ , 0 < x < 2\pi)$ ،اجب عن الفقرات (84،85،86،87،88)

84– عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$a)$	1	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	4

85– منحنى الاقتران $(z(x))$ متناقص في الفترة

$a)$	$(\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6})$	$b)$	$(0,\frac{7\pi}{6})$
$c)$	$(\frac{11\pi}{6},2\pi)$	$d)$	$(0,\frac{7\pi}{6}) \cup (\frac{11\pi}{6},2\pi)$

86– القيمة العظمى المحلية لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$a)$	$\frac{7\pi}{6}+\sqrt{3}$	$b)$	$\frac{11\pi}{6}+\sqrt{3}$	$c)$	$\frac{7\pi}{6}-\sqrt{3}$	$d)$	$\frac{11\pi}{6}-\sqrt{3}$

87– عدد نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(z(x))$

$a)$	0	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	4

88– منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة

$a)$	$(0,\frac{\pi}{2})$	$b)$	$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$	$c)$	$(\frac{3\pi}{2},\pi)$	$d)$	$a+c$

89– القيمة العظمى المطلقة لمنحنى الاقتران $(f(x) = -x^2)$ هي

$a)$	$f(-3)$	$b)$	$f(0)$	$c)$	$f(1)$	$d)$	$f(2)$

90– اذا كان الاقتران $(f(x) = \sqrt[3]{x-n})$ ،وكانت النقطة $(n,0)$ نقطة حرجة لمنحنى الاقتران فإن $(f`(n))$ هي

$a)$	-3	$b)$	2	$c)$	0	$d)$	غير موجودة

91– اذا كان الاقتران $(f(x) = \frac{x}{\ln x})$ ، فإن للاقتران قيمة صغرى محلية هي

$a)$	e	$b)$	$-e$	$c)$	e^{-1}	$d)$	1

92– اذا كان الاقتران $(y = x^{2x})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

93– اذا كان الاقتران $(f(x) = e^{x} + e^{-x})$ ، فإن للاقتران ......

$a)$	$(x=0)$ نقطة حرجة و قيمة صغرى محلية	$b)$	$(x=0)$ نقطة حرجة و قيمة عظمى محلية مطلقة
$c)$	$(x=0)$ نقطة حرجة و قيمة عظمى محلية	$d)$	$(x=0)$ نقطة حرجة و قيمة صغرى محلية مطلقة

94– منحنى الاقتران $(f(x) = (x-2)\ln x)$ يكون مقعراً للاعلى في الفترة

$a)$	$(-\infty,\infty)$	$b)$	$(-1,2)$	$c)$	$(0,2)$	$d)$	$(0,\infty)$

95– منحنى الاقتران $(f(x) = \frac{\ln e}{x})$ يكون متناقصاً $(\forall x \in)$

$a)$	$(1,e)$	$b)$	$(0,1)$	$c)$	$(-\infty,\infty)$	$d)$	$(0,e)$

96– اذا كان الاقتران $(f(x) = \sqrt{\ln x - 1})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

97– اذا كان الاقتران $(f(x) = 8\ln x - x^2)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	2	$d)$	3

98–بالاستعانة بالجدول المقابل ،فإن منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متزايداً $(\forall x \in)$

x	0	1	3	4	5
$f`(x)$	-2	0	5	0	-3

$a)$	$(0,4)$	$b)$	$(1,4)$	$c)$	$(0,3)$	$d)$	$(3,5)$

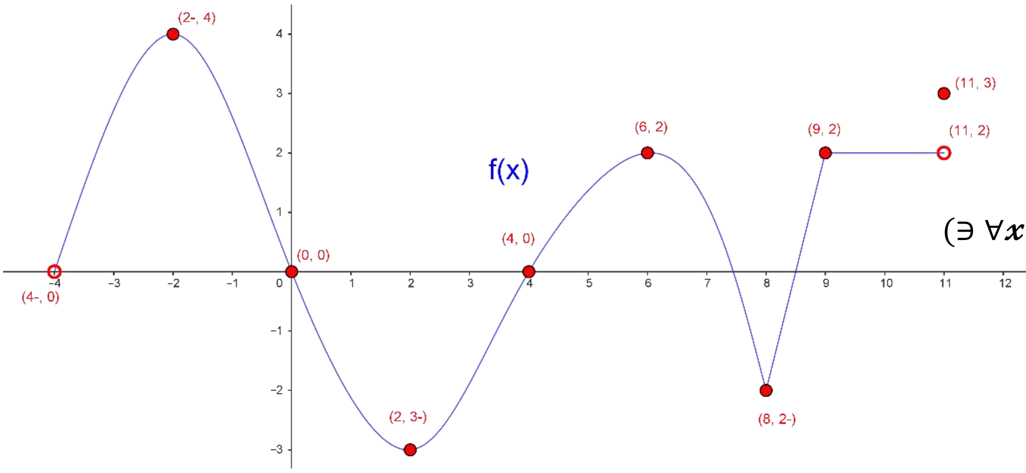
99−بالاستعانة بالجدول المقابل ،فإن منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعراً للأعلى $(\ni \forall x)$

x	-2	-1	0	1	2
$f``(x)$	3	0	-4	0	5

$a)$	$(1,2)$	$b)$	$(-2,-1)$	$c)$	$(1,\infty)$	$d)$	$a+b$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f(x))$، اجب عن الفقرات (100،101،102،103،104،105،106،107)

100− منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متزايداً $(\ni \forall x)$



$a)$	$(0,4),(8,9)$
$b)$	$(-4,0),(4,8),(9,11)$
$c)$	$(-4,-2),(2,6),(8,9)$
$d)$	$(-2,2),(6,8)$

101− منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متناقصاً $(\ni \forall x)$

$a)$	$(-2,4),(6,8)$
$b)$	$(0,4),(7.5,8)$
$c)$	$(-2,0),(6,7.5)$
$d)$	$(-2,2),(6,8)$

102− منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعرا لاعلى $(\ni \forall x)$

$a)$	$(0,4)$	$b)$	$(-4,0),(4,7.5)$
$c)$	$(0,4),(7.5,8.5)$	$d)$	$(-4,0),(4,7.5),(8.5,9)$

103− منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعراً للاسفل $(\ni \forall x)$

$a)$	$(0,4)$	$b)$	$(-4,0),(4,7.5)$
$c)$	$(-4,0),(4,8)$	$d)$	$(0,4),(7.5,8.5)$

104− لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي

$a)$	$(-4,-2,2,6,8,[9,11),11)$	$b)$	$(-2,2,6,8)$
$c)$	$(-2,2,6,8,[9,11),11)$	$d)$	$(-2,2,6,8,[9,11))$

105− لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة تكون المشتقة عندها غير معرفة

$a)$	$(x=-4,8,9,11)$	$b)$	$(x=8,9)$	$c)$	$(x=8,9,11$	$d)$	$(x=-4,8)$

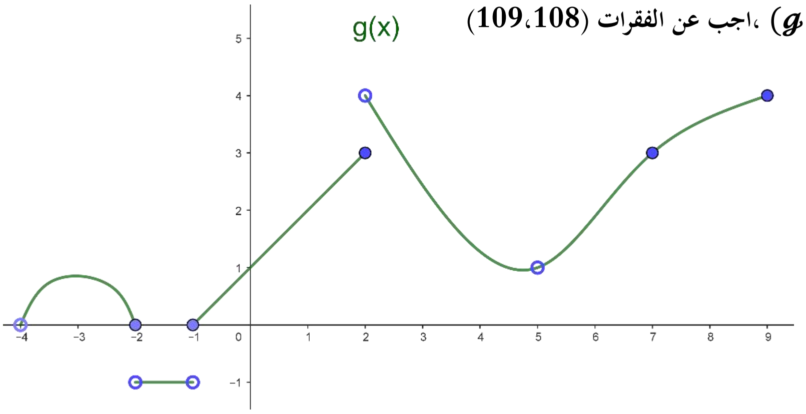
106− لمنحنى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى مطلقة هي

$a)$	(-3)	$b)$	(2)	$c)$	(3)	$d)$	(4)

107− لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	$(0,0),(4,0)$	$b)$	$(-4,0),(4,0)$	$c)$	$(-2,3),(6,2)$	$d)$	$(-2,2),(2,-3)$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(g(x))$، اجب عن الفقرات (108،109)



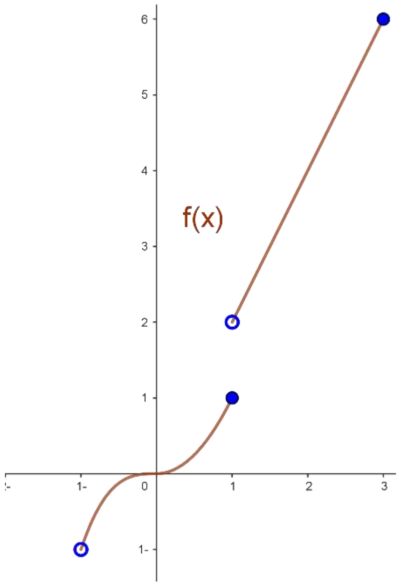
108− لمنحنى الاقتران $(g(x))$ نقاط حرجة هي

$a)$	$(-4,-3,-2,-1,2,5,9)$
$b)$	$(-4,-3,2,5,9)$
$c)$	$(-3,2,5,9)$
$d)$	$(-3,-2,-1,2,5,9)$

109- لمنحنى الاقتران $(g(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	(-3)	$b)$	$(7,9)$	$c)$	(7)	$d)$	$(-2,5,7,9)$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f(x))$، اجب عن الفقرات (111،110)



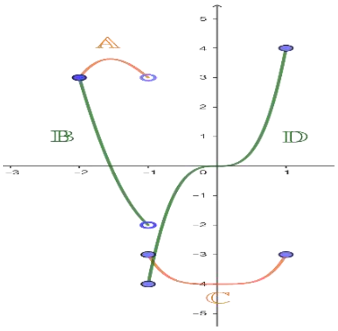
110- لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي

$a)$	$(-1,1,3)$
$b)$	$(1,3)$
$c)$	(1)
$d)$	$(0,1,3)$

111- لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	$(-1,1,3)$
$b)$	$(0,3)$
$c)$	(0)
$d)$	$(-1,0,1)$

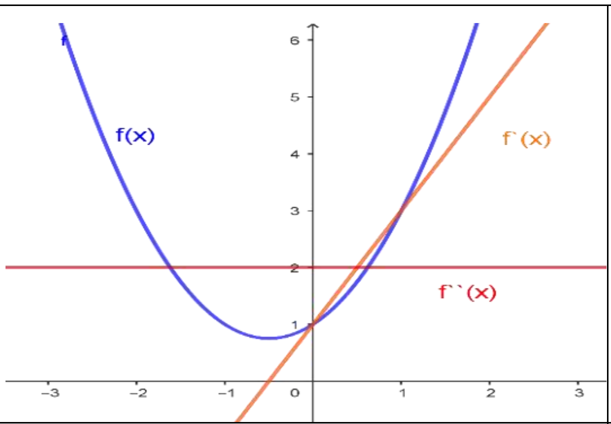
112- الشكل المجاور يمثل اقتران متشعب مكون اقترانين هما $(f(x)\ ,g(x))$ ، أي الخيارات التي تمثل العبارة $(f(x),f`(x),g(x),g`(x))$ هي



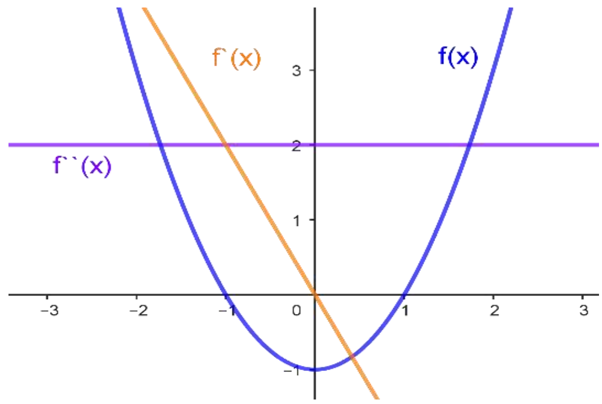
$a)$	$(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D})$
$b)$	$(\mathcal{A},\mathcal{C},\mathcal{B},\mathcal{D})$
$c)$	$(\mathcal{B},\mathcal{A},\mathcal{D},\mathcal{C})$
$d)$	$(\mathcal{A},\mathcal{D},\mathcal{B},\mathcal{C})$

113- الرسم البياني الصحيح الذي يبين منحنى الاقتران $(f(x))$ ومشتقتيه الأولى والثانية هو

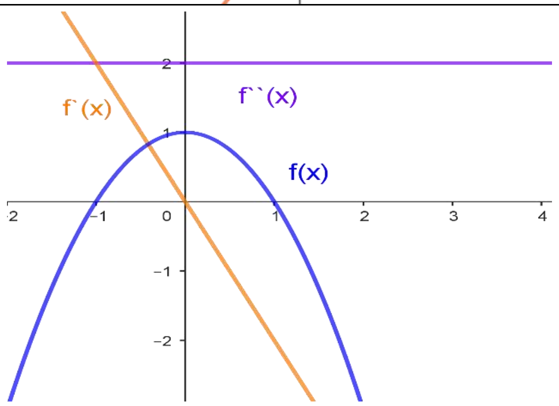
$a)$



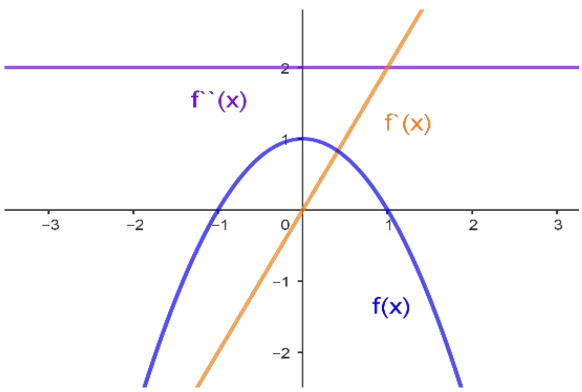
$b)$



$c)$

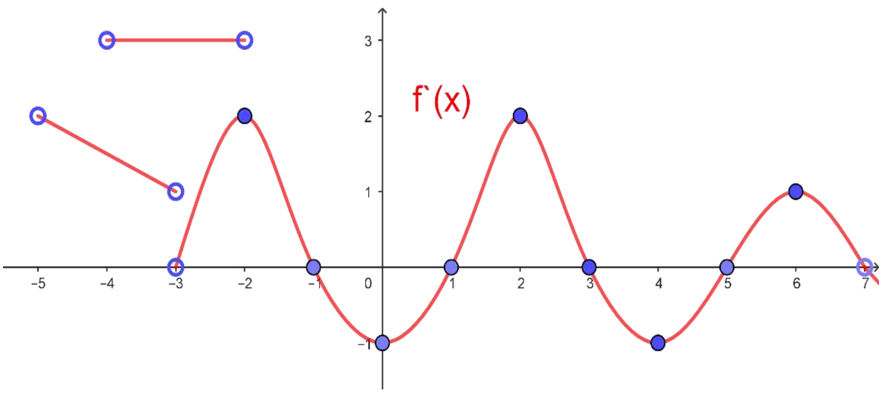


$b)$



☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f`(x))$، اجب عن الفقرات (114،115)

114– لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي



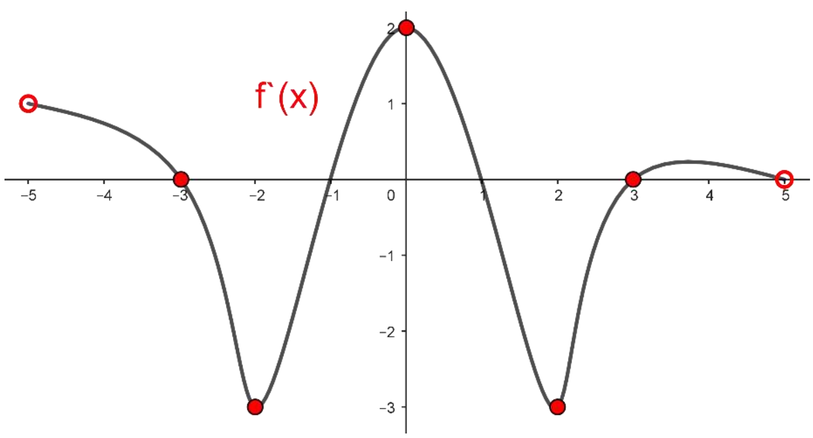
$a)$	$(-3,-2,-1,1,3,5,7)$
$b)$	$(-5,-4,-3,-2,-1,1,3,5,7)$
$c)$	$(-5,-3,-1,1,3,5,7)$
$d)$	$(-3,-2,-1,1,3,5)$

115– لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	$(-2,-1,2,4,6)$
$b)$	$(-2,0,2,4,6)$
$c)$	$(0,2,4,6)$
$d)$	$(-3,-2,0,2,4,6)$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f`(x))$، اجب عن الفقرات (116،117)

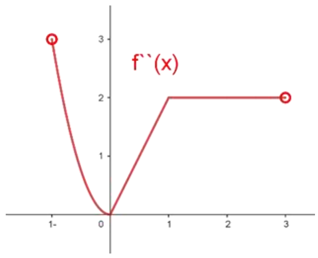
116– لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي



$a)$	$(-5,-3,-1,1,2,3,5)$
$b)$	$(-5,-3,-1,1,3,5)$
$c)$	$(-3,-2,0,1,2,3,5)$
$d)$	$(-5,-3,3,5)$

117– لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

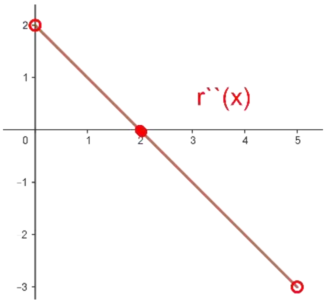
$a)$	(0)
$b)$	$(-2.0,2,3)$
$c)$	$(0,3)$
$d)$	$(-2,0,2)$



118– بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f``(x))$، فإن

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

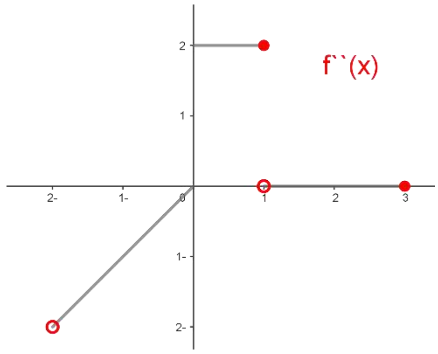
$a)$	(0)	$c)$	$(0,1)$
$b)$	(1)	$d)$	$(\emptyset)$



119– بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f``(x))$، فإن

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	(0)	$c)$	(1)
$b)$	(2)	$d)$	$(\emptyset)$



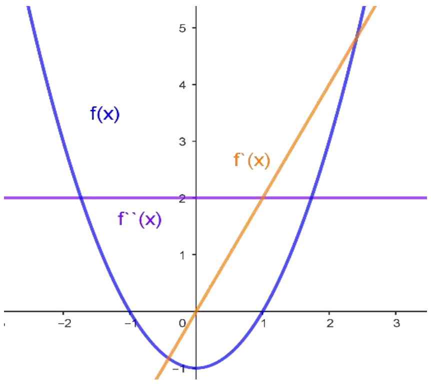
120– بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f``(x))$، فإن

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

$a)$	(0)	$c)$	(1)
$b)$	$(0,1)$	$d)$	$(\emptyset)$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f(x))$ ومشتقتيه الأولى والثانية ،اجب عن الفقرات (125،124،123،122،121)

121–لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي



$a)$	(0)	$c)$	(2)
$b)$	$(-1,1)$	$d)$	$(\emptyset)$

122–منحنى الاقتران $(f(x))$ متزايد على الفترة

$a)$	$(-\infty,0)$	$c)$	$(-\infty,-1),(1,\infty)$
$b)$	$(0,\infty)$	$d)$	$(-1,1)$

123– منحنى الاقتران $(f(x))$ متناقص على الفترة

$a)$	$(-\infty,0)$	$c)$	$(-\infty,-1),(1,\infty)$
$b)$	$(0,\infty)$	$d)$	$(-1,1)$

124– منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعر للاعلى في الفترة

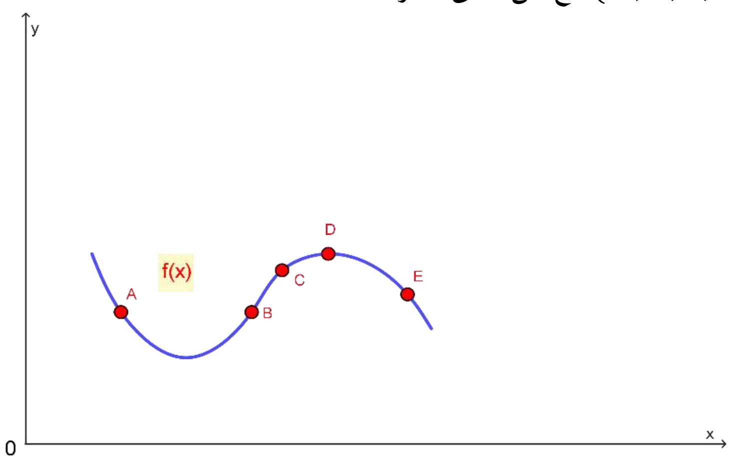
$a)$	$(-1,1)$	$b)$	$(-\infty,\infty)$	$c)$	$(-\infty,-1),(1,\infty)$	$d)$	$(\emptyset)$

125– منحنى الاقتران $(f`(x))$ مقعر للاسفل على الفترة

$a)$	$(-\infty,0)$	$b)$	$(0,\infty)$	$c)$	$(-\infty,\infty)$	$d)$	$(\emptyset)$

☒ بالاستعانة بالشكل المقابل الذي يمثل منحنى الاقتران $(f(x))$ والنقاط$(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D},\mathcal{E})$ تقع على منحنى الاقتران

،اجب عن الفقرات (130،129،128،127،126)



126– النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x),f``(x))$ موجبة هي

$a)$	$(\mathcal{B},\mathcal{C})$	$c)$	$(\mathcal{B})$
$b)$	$(\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D})$	$d)$	$(\mathcal{E})$

127– النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x),f``(x))$ سالبة هي

$a)$	$(\mathcal{A},\mathcal{E})$	$c)$	$(\mathcal{D})$
$b)$	$(\mathcal{D},\mathcal{E})$	$d)$	$(\mathcal{E})$

128– النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x),f``(x))$ صفراً هي

$a)$	$(\mathcal{B},\mathcal{D})$	$b)$	$(\mathcal{C})$	$c)$	$(\mathcal{A},\mathcal{E})$	$d)$	$(\emptyset)$

129– النقطة او النقاط التي تكون إشارة $(f`(x)$موجبة و $f``(x)$سالبة) هي

$a)$	$(\mathcal{A},\mathcal{E})$	$b)$	$(\mathcal{B},\mathcal{C})$	$c)$	$(\mathcal{C})$	$d)$	$(\mathcal{D})$

130– النقطة او النقاط التي يكون $(f`(x)$متناقصاً و $f``(x)$ مقعر للاعلى) هي

$a)$	$(\mathcal{A})$	$b)$	$(\mathcal{E})$	$c)$	$(\mathcal{A},\mathcal{E})$	$d)$	$(\mathcal{A},\mathcal{D})$

السؤال الثاني:

1- اناء على هيئة أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها من الداخل $(9cm)$ وطول نصف قطر الداخلي لقاعدته $(6cm)$ ، وضع داخله ساق معدنية طولها $(16cm)$ فإذا كان معدل انزلاق الساق مبتعدة عن حافة الأسطوانة $(2cm/s)$ ، اوجد معدل انزلاق الساق عن قاعدة الأسطوانة عندما تصل الى نهاية قاعدتها ؟

2- ملعب على شكل مستطيل ينتهي ضلعان متقابلان فيه بمنتصفي دائرة خارج المستطيل طول قطرها مساوياً لطول هذا الضلع ، اذا كان محيط الملعب $(400m)$

1- ما شكل الملعب الخارجي لتكون مساحته اكبر ما يمكن ؟

2- ما طول نصف قطره ؟

3- (Δabc) فيه $(\overline{a})$ ،$(\overline{b})$ ثابتان ، اوجد

1 قياس الزاوية المحصورة بينهما لتكون مساحته اكبر ما يمكن ؟

2- قياس الزاوية المحصورة بينهما اذا كان متساويان في الطول ليكون محيطه اكبر ما يمكن ؟

4- في احد المولات التجارية الكبرى أراد محمد واخيه احمد الصعود الى الطابق الثاني المول ،استخدم محمد مصعداً كهربائياً يرتفع للاعلى وينزل للاسفل بمعدل $(2m/s)$، متوقف في مركز انطلاقه ويبعد افقياً عن درج كهربائي $(3m)$ ، وفي نفس اللحظة استخدم احمد درجاً كهربائياً ويتحرك للاعلى بمعدل $(\sqrt{2}m/s)$ ويميل عن المستوى الافقي بزاوية مقدارها $(45°)$ ، اوجد

1- معدل تغير المسافة بين محمد واحمد بعد ثانيتين من الحركة ؟

2- اذا صعد احمد الى نهاية الدرج ونزل محمد بالمصعد الى الأسفل من نقطة انطلاقه ، متى تكون المسافة بينهما اقل ما يمكن ؟

5-بالون كروي حجمه $(100\pi cm^3)$ مملوء بالغاز ، حدث فيه تسرب للغاز وينقص حجمه بمعدل $(8\pi cm^3/s)$ مع احتفاظه بشكله الكروي ، اوجد

1- معدل تغير نصف قطره عند نصف قطر $(2cm)$ ؟

2- معدل تغير مساحة سطحه بعد ثمانية ثوان من التسرب ؟

6- يتدفق الماء بمعدل $(6m^3/min)$ من خزان على شكل وعاء نصف كروي قطره $(13m)$ ، اذا علمت ان حجم الماء في وعاء نصف قطره (r) يعطى بالعلاقة $\left(V = \frac{\pi}{3}y^2(3r - y)\right)$ حيث ان (y) تمثل عمق الماء في الخزان النصف كروي ، اوجد

1- معدل تغير مستوى الماء عندما يكون ارتفاعه $(8m)$ في الخزان ؟

2- معدل تغير سطح الماء عندما يكون ارتفاعه (ym) في الخزان ؟

3- معدل تغير نصف القطر الخزان عندما يكون ارتفاع الماء $(8m)$ فيه؟

7- القوة الكهربائية المولدة من احد المصادر للطاقة تعطى بالعلاقة $\left(P = 5.12R - \frac{2}{3}R^3\right)$ حيث ان $(P(watts))$ هي القوة الكهربائية، $(R(Ohms))$ هي المقاومة بالدائرة الكهربائية.

1- من اجل أي مقاومة تكون القوة الكهربائية عظمى ؟

2- ماهي القوة الكهربائية العظمى ؟

8- لتكن لدينا كرة نصف قطرها $(8cm)$، رسم بداخلها مخروط دائري القائم ، ماهو طول نصف القطر والارتفاع للمخروط الدائري القائم بحيث يكون حجمه اقل ما يمكن؟

9- اذا كانت التكلفة الكلية لانتاج جهاز راديو يومياً هي $(0.25x^2 + 35x + 25\,JD)$ والسعر يمكن ان يباع به الجهاز الواحد هو $(50 - 0.5x\,JD)$، فكم ينبغي ان يكون الإنتاج اليومي لنحصل على اكبر ربح؟

10- وعاء اسطواني قاعدته دائرية الشكل وحجمه $(1000cm^3)$ ، فما ابعاده بحيث تكون كمية المعدن المستهلكة بالتصنيع اقل ما يمكن في الحالتين التاليتين

1- الوعاء مفتوح من قاعدته العليا.

2- الوعاء مغلق.

11- قطعة معدنية على شكل قطاع دائري مساحته$(16cm^2)$، اوجد نصف قطر دائرة القطاع الدائري التي تجعل محيطه اقل ما يمكن وما قياس الزاوية عندئذٍ؟

12- من مجموعة من الأزواج المرتبة $((x, y))$ للاعداد الصحيحة الغير سالبة والتي مجموع مسقطيها (5) ، اوجد الزوج المرتب الذي يجعل حاصل ضرب مربع المسقط الأول ومكعب المسقط الثاني اكبر ما يمكن؟

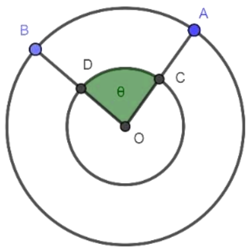
13- رجل في قارب عند النقطة (c) تبعد $(5km)$ عن النقطة (a) على شاطئ مستقيم ويرغب فب الوصول الى النقطة (b) على نفس الشاطئ تبعد$(6km)$ عن النقطة (a) ، فإذا علمت ان الرجل يستطيع ان يجدف بسرعة منتظمة $(2km/h)$ وان يمشي على الشاطئ بسرعة منتظمة $(4km/h)$ ، فإن المسافة التي القارب الى النقطة(b) في اقل وقت ممكن؟

14- في الشكل المقابل دائرتان متحدتا المركز طول نصفي قطريهما على التوالي$(10, 20cm)$ ،

اذا تغيرت (θ) بمعدل $(\frac{\pi}{10} rad/min)$ اوجد :

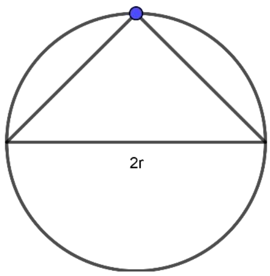
1– معدل تغير المساحة بين الدائرتين.

2– معدل تغير المساحة بين القطاعين (AOB) و(COD).



15- في الشكل المقابل تتحرك نقطة (B) على دائرة نصف قطرها $(10cm)$،

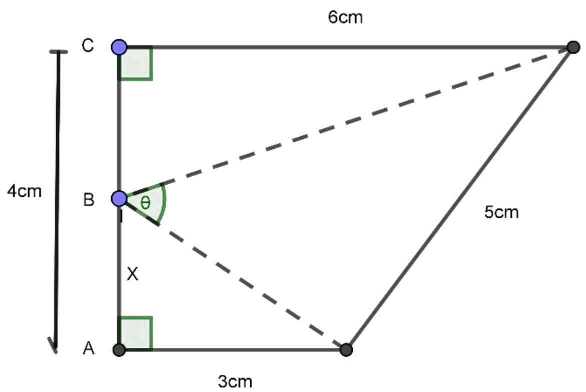
اوجد بعد النقطة عن طرفي قطر الدائرة بحيث يكون مجموع بعديها اكبر ما يمكن؟



16- بين ان المثلث المتساوي الاضلاع والذي ارتفاعه$(3r)$ هو اقل المثلثات المتساوية الساقين مساحة والتي يمكن رسمها بداخل دائرة نصف قطرها(r) ؟

17- النقطة $(\mathcal{B})$تتحرك من النقطة $(\mathcal{A})$الى النقطة $(\mathcal{C})$بمعدل $(2cm/s)$

كما هو موضح بالشكل المقابل فما معدل تغير الزاوية عندما $(x = 4cm)$ ؟

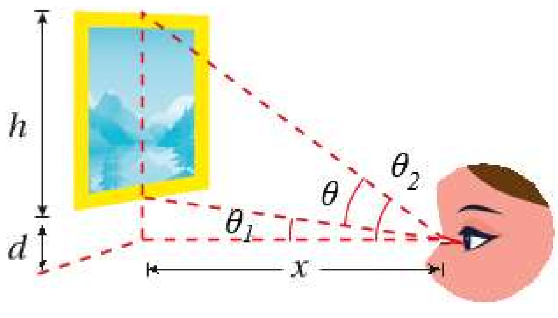


18- نظرت سارة الى لوحة معلقة في منزلها ارتفاعها $(h\ m)$

وارتفاع الحافة السفلية فوق المستوى الافقي لنظرها $(d\ m)$

كما هو موضح بالشكل المقابل ، فما المسافة التي تبعد فيها

سارة عن اللوحة لتكون زاوية نظرها اكبر ما يمكن ؟



19- يلتقي طريقان مستقيمان عند النقطة (c) بزاوية قياسها $(\frac{\pi}{6})$

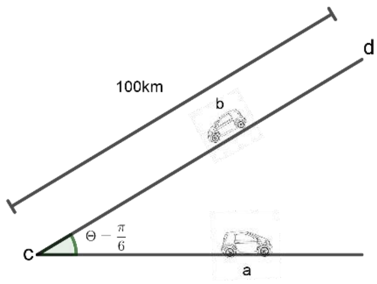
اذا انطلقت السيارة (a) من احد الطريقين بسرعة $(80km/h)$

مبتعدة عن النقطة (c) وفي الوقت نفسه تحركت السيارة (b) بسرعة

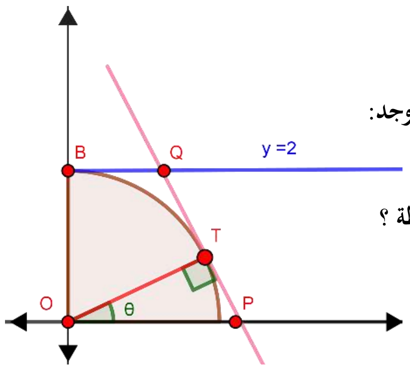
$(50km/h)$ على الطريق الاخر من نقطة (d) تبعد عن النقطة (c)

$(100km)$ وفي اتجاهها كما هو موضح بالشكل المقابل ،

فما اقصر مسافة بينهما عندما تلتقيان؟

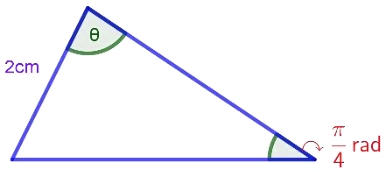


20- تقع النقطة $(\mathcal{T})$ على الدائرة التي معادلتها$(x^2+y^2=4)$ ،
عند الزاوية (θ)من المحور (x) الموجب، حيث $(0\le\theta<\frac{\pi}{2})$ والتي تتحرك
في لحظة ما بسرعة $(0.1u/s)$ عند $(x=1)$باتجاه عكس عقارب الساعة، كما في الشكل المجاور .اوجد:



1– معدل تغير زاوية ميل المستقيم $(\overline{\mathcal{PT}})$ في تلك اللحظة ؟
2– معدل تغير مساحة شبه المنحرف $(\mathcal{OBQP})$ بدلالة (θ) وما قيمته في تلك اللحظة ؟
3– قياس الزاوية (θ) لتكون مساحة شبه المنحرف $(\mathcal{OBQP})$ اقل ما يمكن؟

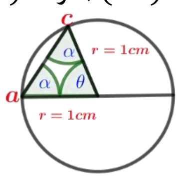
21- في الشكل المجاور مثلث احدى زواياه $(\theta=\frac{\pi}{4})$ تقابل ضلع طوله $(2cm)$.اوجد:



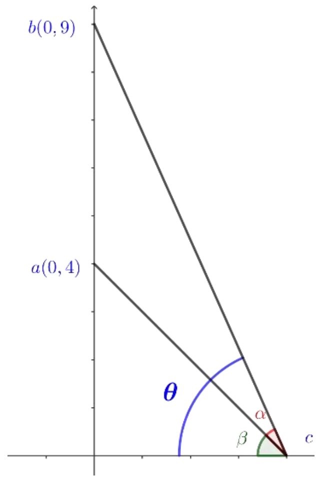
1– مساحة المثلث بدلالة الزاوية (θ) ؟
2– اوجد اكبر مساحة ممكنة للمثلث ؟

22- يلعب طفل على الشاطئ بالرمل مكونا هرماً مخروطياً قائماً منتظماً بمعدل $(2\pi cm^3/s)$، ارتفاعه مساو لطول قاعدته، اوجد:
1– معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية في اللحظة التي يكون ارتفاعه $(10cm)$ ؟
2– معدل التغير في طول حرفه وما معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية في تلك اللحظة ؟
3– ابعاده عندما يكون معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية مساوٍ معدل التغير في حجمه؟
4– معدل التغير في زاوية راسه عندما يكون طول حرفه $(10cm)$ ؟

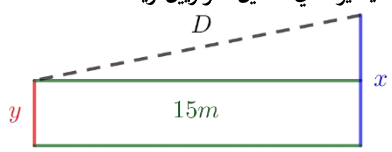
23- دائرة مركزها (m)، طول نصف قطرها $(1cm)$، سارت نملة من النقطة (a) الى النقطة (c) عبر المستقيم $(\overline{ac})$ بسرعة $(0.15cm/s)$ ،
ثم سارت من النقطة (c) الى النقطة (b) عبر القوس $(\widehat{cb})$ بنفس السرعة ،
اوجد قياس الزاوية $(m\measuredangle cam)$ التي يكون فيها الزمن المستغرق لمسار النملة اكبر ما يمكن؟



24- $(a(0,4))$، $(b(0,9))$ نقطتان ثابتتان، (c) نقطة تتحرك على محور $(+x)$ ، اوجد الاحداثي السيني للنقطة (c) الذي يجعل قياس الزاوية $(m\measuredangle acb)$ اكبر ما يمكن



25- يقف لاعبان على ارض مستوية المسافة بينهما $(15m)$ ، انطلق الاعب الأول بسرعة $(7m/s)$، وبعد ثانيتين انطلق الاعب الثاني بسرعة $(5m/s)$ ،
اوجد معدل تغير المسفة بينهما بعد مضي $(3s)$ على انطلاق الاعب الثاني اذا علمت انهما يسيران في خطين متوازيين ويعامدان خط انطلاقهما؟



السؤال الثالث:

1− اوجد :

A) النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص

B) نقاط الانعطاف وفترات التحدب

ان وجدت للاقترانات الاتية

1) $f(x) = \frac{1}{4}\cos 4x - \cos 2x \, , [0, \frac{\pi}{2}]$

2) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

3) $h(x) = \frac{1}{x^2-4} , x \neq \pm 2$

4) $y = \frac{x+1}{x+3}$

5) $f(x) = 4x^3 - x^4$

6) $g(x) = 4 - (x+2)^4$

7) $h(x) = x^4 + 3x^2 - 3$

8) $y = \frac{x+1}{x^2}$

9) $y = 2\cos x - \cos^2 x \, , [-\pi, \pi]$

10) $f(x) = 2\cos x - \sqrt{2}x \, , [-\pi, \frac{3\pi}{2}]$

11) $f(x) = \sin x \cos x, [0, \pi]$

12) $f(x) = \sin|x|, [-2\pi. 2\pi]$

13) $y = \frac{x^2}{1-x} + 2$

2) اوجد النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص والقيم القصوى ان وجدت ميناً نوعها لما يلي:

1) $f(x) = \csc^2 x - 2\cot x \, , [0, \pi]$

2) $f(x) = \sec^2 x - 2\tan x, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

3) $f(x) = \tan x - 4x, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

4) $f(x) = (x+2)^{\frac{2}{7}}$

5) $f(x) = 3x^2 e^{-x}$

6) $f(x) = 4e^{-x^2}$

7) $f(x) = x - e^x$

8) $f(x) = x - \log x$

9) $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$

10) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}(\frac{1}{x} - 2)$

11) $f(x) = x^2 e^x$

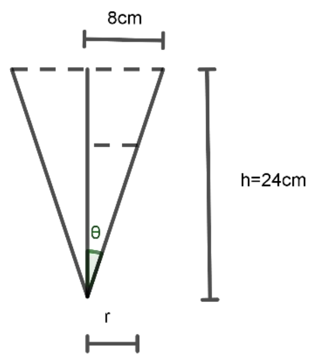
الاجابات

1-

معدل النقصان في نصف قطر قاعدة المرشح المخروطي $(\frac{dr}{dt} = 0.1cm/s)$ ، معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = c,$ ثابت$)$ ،

ارتفاع المخروط ارتفاعه $(h = 24cm)$ وطول قطر قاعدته $(R = 16cm\ , r = 8cm)$

اذا كان نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(4cm)$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\tan\theta = \frac{8}{24} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow h_1 = 3r \Rightarrow v = \frac{1}{3}\pi r^2 \times 3r = \pi (r)^3$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 3\pi (r)^2 . \frac{dr}{dt} = 3\pi \times 16 \times 0.1 = 4.8\pi cm^3/s$$

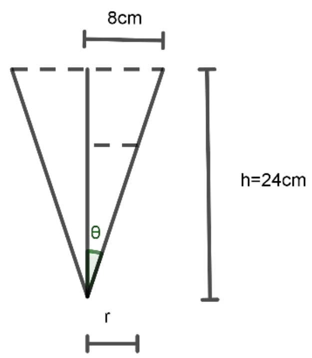
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

2-

نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(4cm)$ ،

معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = 4.8\pi cm^3/s)$

معدل تغير عمق السائل في المرشح في تلك اللحظة $(\frac{dh}{dt})$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\tan\theta = \frac{8}{24} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow r = \frac{h_1}{3}\ , h_1 = 3r = 3 \times 4 = 12cm$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow v = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h_1}{3}\right)^2 \times h_1 = \frac{\pi (h_1)^3}{27} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{3\pi (h_1)^2}{27} . \frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow 4.8\pi = \frac{3\pi (12)^2}{27} . \frac{dh}{dt} \Rightarrow 4.8\pi = 16\pi \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{4.8}{16} = 0.3cm/s$$

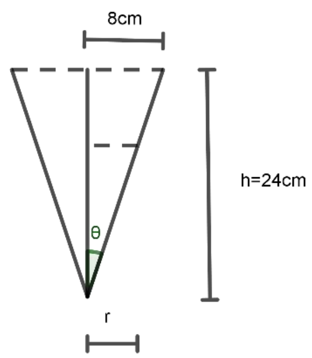
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

3-

ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(h_1 = 9cm)$

معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = 4.8\pi cm^3/s)$

معدل انخفاض السائل في المرشح في تلك اللحظة $(\frac{dh}{dt})$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\tan\theta = \frac{8}{24} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow r = \frac{h_1}{3}$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow v = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h_1}{3}\right)^2 \times h_1 = \frac{\pi (h_1)^3}{27} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{3\pi (h_1)^2}{27} . \frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow 4.8\pi = \frac{3\pi (9)^2}{27} . \frac{dh}{dt} \Rightarrow 4.8\pi = 9\pi \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{4.8}{9} cm/s$$

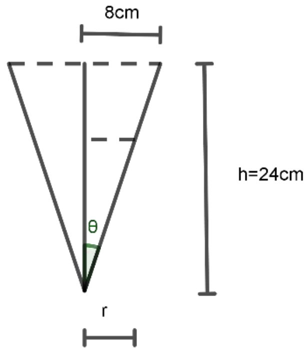
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-4

نصف قطر السائل داخل الخزان في لحظة ما $(r = 4cm)$

معدل تغير نصف قطر السائل في المرشح في تلك اللحظة $(\frac{dr}{dt})$

معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = 4.8\pi cm^3/s)$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$\tan\theta = \frac{8}{24} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow\ h_1 = 3r$$
$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow v = \frac{1}{3}\pi(r)^2 \times 3r = \pi(r)^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 3\pi(r)^2.\frac{dr}{dt}$$
$$\Rightarrow 4.8\pi = 3\pi(4)^2.\frac{dr}{dt} \Rightarrow 4.8\pi = 3 \times 16\pi\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{4.8}{3 \times 16}$$
$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{0.3}{3} = 0.1cm/s$$

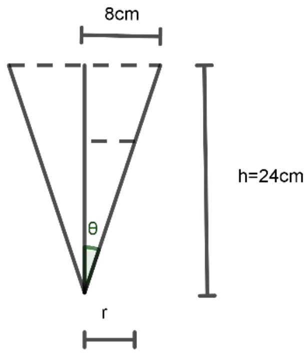
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-5

ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(9cm)$

معدل تغير نصف قطر السائل في المرشح في تلك اللحظة $(\frac{dr}{dt})$

معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = 4.8\pi cm^3/s)$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$\tan\theta = \frac{8}{24} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{h_1} \Rightarrow\ h_1 = 3r, r = \frac{h_1}{3} = \frac{9}{3} = 3cm$$
$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow v = \frac{1}{3}\pi(r)^2 \times 3r = \pi(r)^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 3\pi(r)^2.\frac{dr}{dt}$$
$$\Rightarrow 4.8\pi = 3\pi(3)^2.\frac{dr}{dt} \Rightarrow 4.8\pi = 27\pi\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{4.8}{27}cm/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-6

ارتفاع السائل داخل الخزان في لحظة ما $(9cm)$

معدل زيادة حجم الفراغ في المرشح في تلك اللحظة $(\frac{dv_1}{dt})$

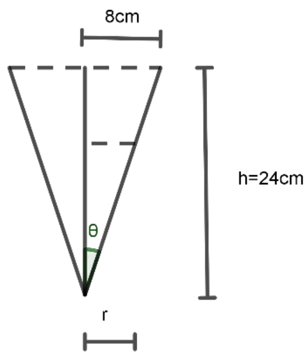
معدل انسياب السائل من اسفل المرشح المخروطي $(\frac{dv}{dt} = 4.8\pi cm^3/s)$

حجم الفراغ في المرشح (v_1) ، حجم السائل في المخروط (v) ،حجم المخروط الكلي (v_2)

$$\therefore v_1 = v_2 - v$$

$\because$ معدل انسياب السائل من الخزان (نقصان السائل من الخزان) ثابت ويساوي معدل زيادة حجم الفراغ ولكن بعكس الإشارة

او



$$\Rightarrow v_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(8)^2 \times 24 = 512\pi cm^3$$
$$\therefore v_1 = v_2 - v \Rightarrow v_1 = 512\pi - v \Rightarrow \frac{dv_1}{dt} = 0 - 4.8\pi = -4.8\pi cm^3/s$$

$\therefore$ معدل زيادة حجم الفراغ يساوي معدل انسياب السائل من الخزان (نقص حجم السائل في الخزان)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

7–

خزان كروي مملوء بالماء قطره $(R = 4m\,, r = 2m)$

معدل تناقص قطر الماء داخل الخزان قطر $(\frac{dR}{dt} 1cm/min, \frac{dr}{dt} = 0.5cm/min)$

قطر الماء في الخزان $(R = 1m\,, r = 0.5m)$

معدل نقصان حجم الماء في الخزان في تلك اللحظة $(\frac{dv}{dt})$

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{3\times 4}{3}\pi r^2 . \frac{dr}{dt} = 4\pi \times (0.5)^2 \times \frac{dr}{dt} = 4\pi \times \frac{1}{4} \times \left(\frac{0.5}{100}\right) = 0.005\pi m^3/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

8–

قطر الماء في الخزان $(R = 1m\,, r = 0.5m)$

معدل تناقص قطر الماء داخل الخزان قطر $(\frac{dR}{dt} 1cm/min, \frac{dr}{dt} = 0.5cm/min = 0.005m/min)$

معدل مساحة سطح الماء في الخزان في تلك اللحظة$(\frac{dA}{dt})$

$$A = \pi(r)^2 \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt} = 2\pi \times 0.5 \times 0.005 = 0.005\pi m^2/s$$

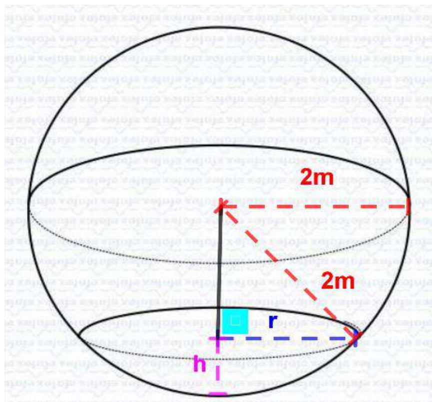
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

9–

معدل تدفق الماء من الخزان $(\frac{dv}{dt} = \frac{500Lt}{min} = 0.5m^3/min)$

ارتفاع الماء في الخزان في تلك اللحظة$(h = 0.5m)$

معدل التغير في ارتفاع الماء في الخزان في تلك اللحظة $(\frac{dh}{dt})$



$$\because {r_1}^2 = r^2 + (r_1 - h)^2 \Rightarrow {r_1}^2 = r^2 + {r_1}^2 + h^2 - 2r_1 h$$
$$\Rightarrow 0 = r^2 + h^2 - 2r_1 h \Rightarrow 2r_1 h - h^2 = r^2$$
$$\Rightarrow r = \pm\sqrt{2r_1 h - h^2} = \sqrt{2r_1 h - h^2}$$
$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{2r_1 h - h^2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{4h - h^2}\right)^3$$
$$r_1 = 2m, v = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{4h - h^2}\right)^3$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3\left(\sqrt{4h - h^2}\right)^2 \times \frac{4-2h}{2\sqrt{4h-h^2}} \times \frac{dh}{dt})$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3\left(\sqrt{4h - h^2}\right)^2 \times \frac{2(2-h)}{2\sqrt{4h-h^2}} \times \frac{dh}{dt})$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3\sqrt{4h - h^2} \times (2-h) \times \frac{dh}{dt})$$
$$\frac{dv}{dt} = (4\pi\sqrt{4\times 0.5 - 0.25} \times (2 - 0.5) \times \frac{dh}{dt})$$
$$\frac{dv}{dt} = \left(4\pi\sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{3}{2} \times \frac{dh}{dt}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(6\pi\sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{dh}{dt}\right) \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{1}{2} \div 6\pi\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6\pi\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{12\pi\sqrt{\frac{3}{2}}}\ m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

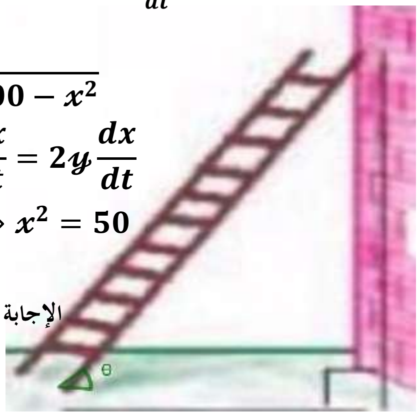
10-

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

بعد السلم عن الحائط عندما تتساوى سرعتا انزلاق طرفيه (x)

معدل انزلاق طرفه العلوي $(\frac{dy}{dt})$



$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 100 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0, \because \frac{dx}{dt} = -\frac{dy}{dt} \Rightarrow 2x\frac{dx}{dt} - 2y\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow 2x\frac{dx}{dt} = 2y\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow x = y \Rightarrow x = \sqrt{100 - x^2} \Rightarrow x^2 = 100 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 50$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{50} = \sqrt{50}\, m$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

11-

الزاوية بين السلم والارض $(\theta = \frac{\pi}{3})$

معدل انزلاق طرفه العلوي في تلك اللحظة $(\frac{dy}{dt})$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0\,, \tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \tan\frac{\pi}{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = \sqrt{3}x$$

$$\therefore 2x\frac{dx}{dt} + 2\sqrt{3}x\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 4x + 2\sqrt{3}x\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}x\frac{dy}{dt} = -4x \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-4x}{2\sqrt{3}x} = -\frac{2}{\sqrt{3}}m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

12-

معدل تناقص الزاوية بين السلم والارض $(\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{3}rad/s)$

معدل ابتعاد طرفه العلوي عن الأرض$(\frac{dy}{dt})$

بعد طرفه السفلي عن الحائط $(x = 6m)$

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

$$\sin\theta = \frac{y}{10} \Rightarrow \cos\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10} \times \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 10\cos\theta\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 10 \times \frac{x}{10} \times \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 10 \times \frac{6}{10} \times -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -2m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-13

معدل انزلاق طرفه العلوي عن الأرض $(\frac{dy}{dt})$

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

بعد طرفه السفلي عن الحائط $(x = 8m)$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 100 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$$
$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (2 \times 8 \times 2) + \left(2 \times \sqrt{100 - 64} \times \frac{dy}{dt}\right) = 0 \Rightarrow 32 + \left(2 \times 6 \times \frac{dy}{dt}\right) = 0$$
$$\Rightarrow -32 = 12\frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{32}{12} = -\frac{8}{3}m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-14

معدل تغير الزاوية بين السلم والأرض$(\frac{d\theta}{dt})$

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

بعد طرفه السفلي عن الحائط $(x = 8m)$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 100 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$$
$$\cos\theta = \frac{x}{10} \Rightarrow \sin\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10} \times \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{1}{10}\sqrt{100 - x^2} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10} \times \frac{dx}{dt}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{10}\sqrt{100 - 64} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10} \times 2 \Rightarrow 6\frac{d\theta}{dt} = 2 \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}rad/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-15

بعد الطرف العلوي عن الأرض (y)

معدل ابتعاد الطرف السفلي عن الحائط صعف معدل ابتعاد الطرف العلوي عن الارض$(\frac{dx}{dt} = 2\frac{dy}{dt})$، $\frac{dx}{2dt} = \frac{dy}{dt}$

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 100 - y^2 \Rightarrow x = \sqrt{100 - y^2}$$
$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{100 - y^2}\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dx}{2dt} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{100 - y^2} \times 2 + 2y\frac{2}{2} = 0$$
$$\Rightarrow 4\sqrt{100 - y^2} + 2y = 0 \Rightarrow 4\sqrt{100 - y^2} = -2y \Rightarrow 16(100 - y^2) = 4y^2$$
$$\Rightarrow 1600 - 16y^2 = 4y^2 \Rightarrow 1600 = 4y^2 + 16y^2 \Rightarrow 1600 = 20y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{1600}{20} = 80$$
$$\Rightarrow y = \pm\sqrt{80} = \sqrt{80}\,m$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

16-

معدل تغير مساحة المثلث بين السلم والأرض والحائط$(\frac{dA}{dt})$

بعد طرفه السفلي عن الحائط $(x = 8m)$

معدل ابتعاد (انزلاق) الطرف السفلي عن الحائط $(\frac{dx}{dt} = 2m/s)$

سلم طوله $(10m)$ يستند على حائط شاقولي وطرفه السفلي يستند على ارض افقية

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 100 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$$

$$A = \frac{1}{2}xy \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}(y\frac{dx}{dt} + x\frac{dy}{dt})$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 2x\frac{dx}{dt} + 2\sqrt{100 - x^2}\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow (2 \times 8 \times 2) + 2\sqrt{100 - 64}\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 32 + 12\frac{dy}{dt} \Rightarrow 12\frac{dy}{dt} = -32$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{32}{12} = -\frac{8}{3}m/s$$

$$\therefore \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}(y\frac{dx}{dt} + x\frac{dy}{dt}) \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}(\sqrt{100 - x^2}\frac{dx}{dt} + x\frac{dy}{dt})$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{100 - 64} \times 2 + 8 \times -\frac{8}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(6 \times 2 + \left(8 \times -\frac{8}{3}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(12 - \frac{64}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{12}{3} - \frac{64}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left(-\frac{52}{3}\right) = -\frac{26}{3}m^2/s$$

أي ان مساحة المثلث تقل مع انزلاق السلم عن الحائط

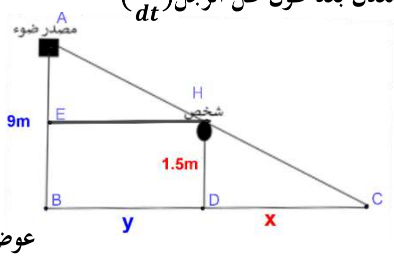
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

17-

رجل طوله $(180cm)$

يمشي على الأرض بسرعة $(\frac{dy}{dt} = 4m/s)$ في اتجاه قاعدة مصباح يرتفع عن سطح الارض$(9m)$

معدل بعد طول ظل الرجل$(\frac{dx}{dt})$



$$\Delta ABC \sim \Delta HDC \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{HD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} \Rightarrow \frac{9}{1.8} = \frac{y + x}{x} \Rightarrow 5 = \frac{y + x}{x}$$

$$\Rightarrow 5x = y + x \Rightarrow 4x = y \Rightarrow 4\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}}{4}$$

$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-4}{4} = -1m/s, \frac{dy}{dt}$ (x)عوضت سالبة لان الرجل يسير نحو قاعدة المصباح نحو المحور السالب

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

18-

معدل تحرك نهاية ظل الرجل عن قاعدة المصباح $(\frac{dz}{dt}), (z = x + y)$

رجل طوله $(180cm)$

يمشي على الأرض بسرعة $(\frac{dy}{dt} = 4m/s)$ في اتجاه قاعدة مصباح يرتفع عن سطح الارض$(9m)$

$$z = x + y \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = -1 - 4 = -5m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

19−

بعد رأس الرجل عن المصباح$(\hbar)$

معدل بعد رأس الرجل عن المصباح $(\frac{d\hbar}{dt})$

يبعد عن قاعدة المصباح $(y = 5.4m)$

رجل طوله $(180cm)$

يمشي على الأرض بسرعة $(\frac{dy}{dt} = 4m/s)$ في اتجاه قاعدة مصباح يرتفع عن سطح الارض$(9m)$

$$(9-1.8)^2 + y^2 = \hbar^2 \Rightarrow 7.2^2 + y^2 = \hbar^2 \Rightarrow 51.84 + y^2 = \hbar^2 \Rightarrow 0 + 2y\frac{dy}{dt} = 2\hbar\frac{d\hbar}{dt}$$

$$\Rightarrow 2y\frac{dy}{dt} = 2\hbar\frac{d\hbar}{dt}$$

$$51.84 + 5.4^2 = \hbar^2 \Rightarrow 51.84 + 29.16 = \hbar^2 = 81 \Rightarrow \hbar = 9m$$

$$\Rightarrow 2 \times 5.4 \times -4 = 2 \times 9 \times \frac{d\hbar}{dt} \Rightarrow -43.2 = 18 \times \frac{d\hbar}{dt} \Rightarrow \frac{d\hbar}{dt} = \frac{-43.2}{18} = -2.4m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

20−

معدل تغير زاوية ارتفاع المصباح $(\frac{d\theta}{dt})$

بعد الرجل عن المصباح $(y = 6m)$

رجل طوله $(180cm)$

يمشي على الأرض بسرعة $(\frac{dy}{dt} = 4m/s)$ في اتجاه قاعدة مصباح يرتفع عن سطح الارض$(9m)$

$$\tan\theta = \frac{9-1.8}{y} = \frac{7.2}{y} \Rightarrow \sec^2\theta\,\frac{d\theta}{dt} = 7.2(-\frac{1}{y^2} \times \frac{dy}{dt}) \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = 7.2(-\frac{1}{y^2} \times \frac{dy}{dt})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{y^2}{\hbar^2}} \times \frac{d\theta}{dt} = 7.2(-\frac{1}{y^2} \times \frac{dy}{dt})$$

$$\because (9-1.8)^2 + y^2 = \hbar^2 \Rightarrow 7.2^2 + y^2 = \hbar^2 \Rightarrow 51.84 + y^2 = \hbar^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{y^2}{\hbar^2}} \times \frac{d\theta}{dt} = 7.2(-\frac{1}{y^2} \times \frac{dy}{dt}) \Rightarrow \frac{1}{\frac{y^2}{51.84 + y^2}} \times \frac{d\theta}{dt} = 7.2(-\frac{1}{y^2} \times \frac{dy}{dt})$$

$$\Rightarrow \frac{51.84 + y^2}{y^2} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{-7.2}{y^2} \times \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{51.84 + 36}{36} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{-7.2}{36} \times -4$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} \times \frac{87.84}{36} = \frac{28.8}{36} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{28.8}{36} \div \frac{87.84}{36} = \frac{28.8}{36} \times \frac{36}{87.84} = \frac{28.8}{87.84} rad/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

21-

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران (x^3+x) من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt}=1u/s)$ عندما $(x=2)$

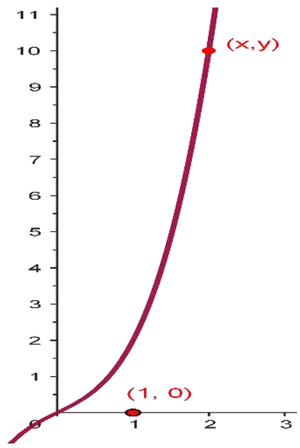
معدل تغير بعد النقطة (a) عن النقطة $(1,0)$ $(\frac{dD}{dt})$

النقطة (a) احداثياتها (x,y)

$$(\because x=2 \Rightarrow y=2^3+2=10)$$

$$D=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \Rightarrow D=\sqrt{(x_2-1)^2+(y_2-0)^2}=\sqrt{(x_2-1)^2+(y_2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2(x_2-1)\frac{dx}{dt}+2y_2\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{(x_2-1)^2+(y_2)^2}} \Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2(2-1)\frac{dx}{dt}+2\times10\times\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{(2-1)^2+(10)^2}}$$



$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2\frac{dx}{dt}+20\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{(1)^2+(10)^2}} \Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2+20\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{101}}$$

$$y=x^3+x \Rightarrow \frac{dy}{dt}=3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2+20(3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt})}{2\sqrt{101}} \Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2+20(12+1)}{2\sqrt{101}}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{2+20(13)}{2\sqrt{101}} \Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{262}{2\sqrt{101}}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}=\frac{131}{\sqrt{101}}u/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

22-

الاحداثي على محور (y) للنقطة (a) هو

$$(\because x=2 \Rightarrow y=2^3+2=10)$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

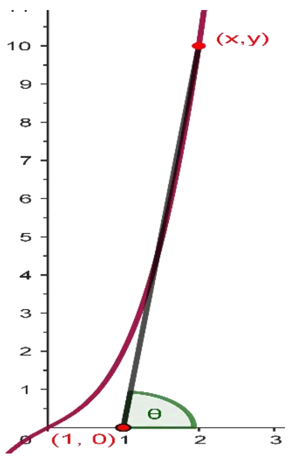
23-

معدل تغير الزمني في ميل المماس $(\frac{dm}{dt})$ بين النقطة (a) والنقطة $(1,0)$

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران (x^3+x) من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt}=1u/s)$ عندما $(x=2)$

ميل المماس (المستقيم) بين النقطة (a) التي احداثياتها (x,y) والتي تقع على منحنى الاقتران (x^3+x) والنقطة $(1,0)$

$$m=\frac{y-0}{x-1}=\frac{y}{x-1} \Rightarrow \frac{dm}{dt}=\frac{\frac{dy}{dt}(x-1)-y\frac{dx}{dt}}{y^2}$$



النقطة (a) التي احداثياتها (x,y) والتي تقع على منحنى الاقتران (x^3+x) ميل المماس عندها مساوٍ لميل المنحنى

$$y=x^3+x \Rightarrow m=\frac{dy}{dt}=3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt}=\frac{\left(3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt}\right)(x-1)-(x^3+x)\frac{dx}{dt}}{(x^3+x)^2}$$

$$=\frac{((3\times4\times1)+1)(2-1)-((8+2)\times1)}{(8+2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt}=\frac{(13)(1)-(10)}{(10)^2} \Rightarrow \frac{dm}{dt}=\frac{(13)-(10)}{100}=\frac{3}{100}\ s^{-1}$$

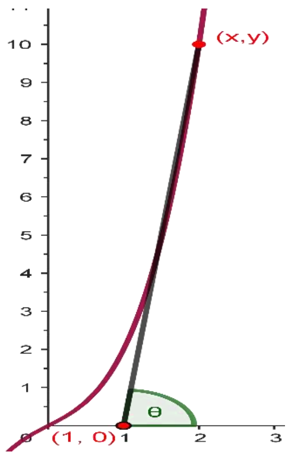
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

24-

معدل تغير زاوية ميل المماس بين النقطة (a) والنقطة $(1,0)$ هو

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران (x^3+x) من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt}=1u/s)$ عندما $(x=2)$

$$\tan\theta = m \Rightarrow \tan\theta = \frac{y}{x-1} \Rightarrow \sec^2\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}(x-1) - y\frac{dx}{dt}}{y^2}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}(x-1) - y\frac{dx}{dt}}{y^2}$$

$$\because \cos\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{x^2}{D^2}$$

$$\because y = x^3 + x \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}$$

$$(\because x = 2 \Rightarrow y = 2^3 + 2 = 10)$$

$$\because D = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \Rightarrow D^2 = (2-1)^2 + (10-0)^2$$

$$= (1)^2 + (10)^2 = 101$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{x^2}{D^2}} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{(3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt})(x-1) - (x^3+x)\frac{dx}{dt}}{(x^3+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{D^2}{x^2} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{(3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt})(x-1) - (x^3+x)\frac{dx}{dt}}{(x^3+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{101}{4} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{(13)(1) - (10)}{(10)^2} \Rightarrow \frac{101}{4} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{3}{100} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{3}{100} \div \frac{101}{4} = \frac{3}{100} \times \frac{4}{101}$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{3}{25} \times \frac{1}{101} = \frac{3}{2525} rad/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

25-

موقع النقطة (a) عندما يكون معدل تغير الاحداثيات على المحورين متساوٍ$(\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt})$

$$y = x^3 + x \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt} \Rightarrow 3x^2\frac{dx}{dt} = 0$$

$$3x^2\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow x = 0 , y = 0 \Rightarrow (0,0)$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

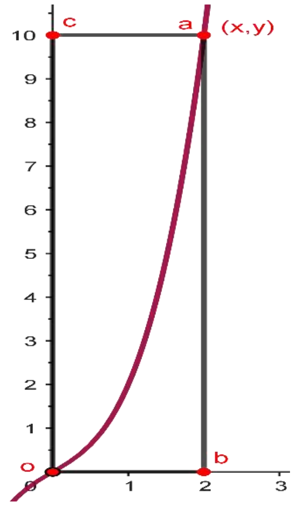
26–

اذا اسقط العمودان $(\overline{ab}, \overline{ac})$ من النقطة (a) على محوري الاحداثيات الموجب على الترتيب ، فإن معدل التغير في مساحة المستطيل$(aboc)$

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران $(x^3 + x)$ من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt} = 1u/s)$

عندما $(x = 2)$

المستطيل احد رؤوسه نقطة الأصل لذلك طوله (x) وعرضه(y)



$$\mathcal{A} = xy \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = y\frac{dx}{dt} + x\frac{dy}{dt}$$
$$y = x^3 + x \Longrightarrow \frac{dy}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = (x^3 + x)\frac{dx}{dt} + x(3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt})$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = (8 + 2) + 2(12 + 1) = 10 + 2(13) = 10 + 26 = 36u^2/s$$

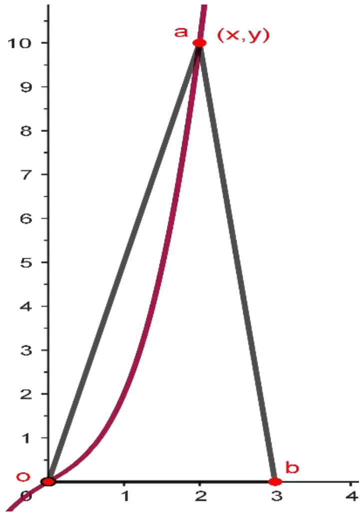
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

27–

معدل التغير في مساحة المثلث الذي رؤوسه نقطة الأصل والنقطة $(3,0)$ والنقطة (a) هو

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران $(x^3 + x)$ من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt} = 1u/s)$

عندما $(x = 2)$



المثلث قاعدته طولها المسافة بين نقطة الأصل والنقطة $(3,0)$ وهي ثابتة مهما تغير ارتفاع المثلث

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Longrightarrow D = \sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - 0)^2}$$
$$= \sqrt{(3)^2 + (0)^2} = \sqrt{9} = 3$$

المثلث ارتفاعه يساوي الإحداثي على محور (y) للنقطة (a)

$$y = x^3 + x \Longrightarrow \frac{dy}{dt} = 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}$$
$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 3 \times y \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{3}{2} \times \frac{dy}{dt} \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{3}{2} \times (3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt})$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{3}{2} \times ((3 \times 4 \times 1) + 1) = \frac{3}{2} \times 13 = \frac{33}{2}u^2/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي $(b$

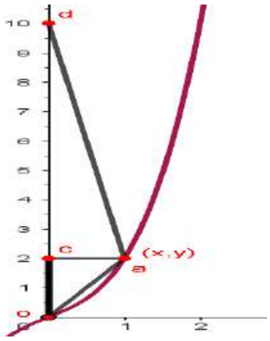
28-

معدل التغير في مساحة المثلث عندما طول العمودي النازل من النقطة (a)على محور الاحداثي (y) وحدتي طول وراسه الاخر النقطة $(0,10)$ هو

تتحرك نقطة مادية (a) على منحنى الاقتران (x^3+x) من نقطة الأصل (o) بحيث يتزايد احداثيها على محور (x) بمعدل ثابت مقداره $(\frac{dx}{dt}=1u/s)$ عندما $(x=2)$

المثلث قاعدته هو الإحداثي على محور (y) لرأسه الاخر

المثلث ارتفاعه يساوي وحدتي طول



$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times 1\times y=\frac{1}{2}y\Rightarrow\frac{d\mathcal{A}}{dt}=\frac{1}{2}\times\frac{dy}{dt}$$

$$y=x^3+x\Rightarrow\frac{dy}{dt}=3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt}$$

$$y=x^3+x\Rightarrow 10=x^3+x\Rightarrow x^3+x-10=0\Rightarrow(x-2)(x^2+2x+5)=0$$

$$\Rightarrow(x-2)=0\Rightarrow x=2\ ,(x^2+2x+5)=0\ \text{لا تحلل}$$

$$\Rightarrow\frac{d\mathcal{A}}{dt}=3x^2\frac{dx}{dt}+\frac{dx}{dt}=12+1=13u^2/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

29-

النقطة/النقاط التي تقع على الدائرة $(y^2+x^2-8y-16=0)$ والتي يكون عندها معدل إزدياداً (y)بالنسبة للزمن مساويا لمعدل نقصان (x)بالنسبة للزمن $(\frac{dy}{dt}=\frac{dx}{dt})$

$$y^2+x^2-8y-16=0\Rightarrow 2y\frac{dy}{dt}+2x\frac{dx}{dt}-8\frac{dy}{dt}=0\Rightarrow 2y\frac{dy}{dt}+\ 2x\frac{dy}{dt}-8\frac{dy}{dt}=0,\frac{dy}{dt}\ \text{بالقسمة على}$$

$$2y+2x-8=0\Rightarrow 2y=8-2x\Rightarrow y=4-x,\ \text{نعوض قيمة }(y)\text{في معادلة الدائرة}$$

$$(4-x)^2+x^2-8(4-x)-16=0\Rightarrow x^2-8x+16+x^2-32+8x-16=0$$

$$\Rightarrow 2x^2-32=0\Rightarrow 2x^2=32\Rightarrow x^2=16\Rightarrow x=\pm 4$$

$$\because x=4\Rightarrow y=4-4=0\ ,\because x=-4\Rightarrow y=4+4=8\ \Rightarrow(4,0),(-4,8)$$

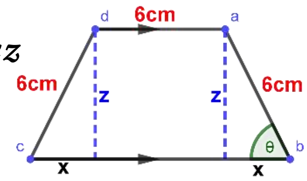
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

30-

$(abcd)$ شبه منحرف فيه $(\overline{ad}\parallel\overline{bc})$ ، $(\overline{ad}=\overline{ab}=\overline{cd}=6cm)$

$(m\measuredangle abc)$تزداد بمعدل $(\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{36}rad/s)$

معدل التغير في مساحة شبه المنحرف$(\frac{d\mathcal{A}}{dt})$ عند اللحظة التي تكون فيه $(m\measuredangle abc=\frac{\pi}{6})$



$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times(6+6+x+x)\times z=\frac{1}{2}\times(12+2x)\times z=(6+x)\times z=6z+xz$$

$$\sin\theta=\frac{z}{6}\Rightarrow z=6\sin\theta\ ,\cos\theta=\frac{x}{6}\Rightarrow x=6\cos\theta$$

$$\mathcal{A}=6(6\sin\theta)+(6\sin\theta\times 6\cos\theta)=36\sin\theta+36\sin\theta\cos\theta$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}=(36\cos\theta\frac{d\theta}{dt})+((36\cos\theta\times\frac{d\theta}{dt}\times\cos\theta)+(-\sin\theta\times\frac{d\theta}{dt}\times 36\sin\theta))$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}=(36\cos\theta\frac{d\theta}{dt})+((36\cos^2\theta\times\frac{d\theta}{dt})+(-36\sin^2\theta\times\frac{d\theta}{dt}))$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}=(36\cos\theta\frac{d\theta}{dt})+(36\frac{d\theta}{dt}(\cos^2\theta-\sin^2\theta))=(36\cos\theta\frac{d\theta}{dt})+(36\frac{d\theta}{dt}(\cos 2\theta))$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}=(36\cos\frac{\pi}{6}\times\frac{d\theta}{dt})+(36\frac{d\theta}{dt}(\cos 2\times\frac{\pi}{6}))=\left(36\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{36}\right)+(36\times\frac{1}{36}\times\frac{1}{2})$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}u^2/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

31-

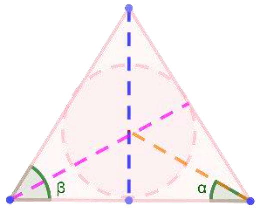
تتمدد أضلاع مثلث متساوي الأضلاع بمعدل $\left(\frac{ds}{dt} = 2cm/s\right)$ رسمت دائرة داخل المثلث تمس أضلاعه وأخذت تتمدد معه معدل تمدد مساحة المنطقة المحصورة بين المثلث والدائرة $\left(\frac{d\mathcal{A}}{dt}\right)$ عندما يكون طول ضلع المثلث $(12cm)$

مثلث متساوي الاضلاع(قياس كل زاوية فيه $m\sphericalangle = \frac{\pi}{3}$) والعمود النازل من أي من رؤوسه ينصف الضلع المقابل للراس وينصف زاوية الراس

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\mathcal{T}} - \mathcal{A}_c = \left(\frac{1}{2} \times s \times h\right) - (r^2\pi)$$

$$m\sphericalangle\beta = \frac{\pi}{3}, \sin\beta = \frac{h}{s} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{3} = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{s} \Rightarrow 2h = \sqrt{3}s \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}s$$

$$m\sphericalangle\alpha = \frac{\pi}{6}, \tan\alpha = \frac{r}{\frac{1}{2}s} \Rightarrow \tan\frac{\pi}{6} = \frac{r}{\frac{1}{2}s} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{\frac{1}{2}s} \Rightarrow \sqrt{3}r = \frac{1}{2}s \Rightarrow r = \frac{1}{2\sqrt{3}}s$$



$$\mathcal{A} = \left(\frac{1}{2} \times s \times \frac{\sqrt{3}}{2}s\right) - \left(\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}s\right)^2 \pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2 - \frac{\pi}{12}s^2$$

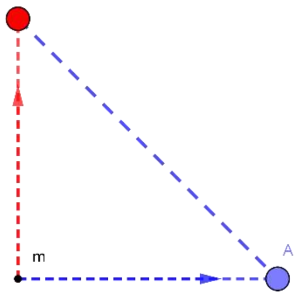
$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2s\frac{ds}{dt}\right) - \left(\frac{\pi}{12} \times 2s\frac{ds}{dt}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times s\frac{ds}{dt}\right) - \left(\frac{\pi}{6} \times s\frac{ds}{dt}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 2\right) - \left(\frac{\pi}{6} \times 12 \times 2\right)$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = 12\sqrt{3} - 4\pi cm^2/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

32-



تحركت كرتان من النقطة (m) في لحظة واحدة

تحركت الكرة (a) لليمين في خط مستقيم بسرعة ثابتة مقدارها $\left(\frac{dx}{dt} = 15m/s\right)$

قذفت الكرة (b) لأعلى وفقا للعلاقة $\left(s(t) = 40t - 5t^2\right)$

معدل تغير المسافة بين الكرتين (a, b) $\left(\frac{dD}{dt}\right)$

عندما تصل الكرة (b) إلى أقصى ارتفاع $(v(t) = 0)$

$$\frac{dy}{dt} = v(t) = \frac{ds}{dt} = 40 - 10t \Rightarrow 40 - 10t = 0 \Rightarrow 40 = 10t \Rightarrow t = \frac{40}{10} = 4s$$

$$\mathcal{D}^2 = x^2 + y^2$$

$$\because \frac{dD}{dt}|t = 4 \Rightarrow x = 15t, y = s(t) = 40t - 5t^2$$

$\frac{dy}{dt} = 0$ عندما تصل الكرة (b) الى اقصى ارتفاع

$$\mathcal{D}^2 = x^2 + y^2 = (15t)^2 + (40t - 5t^2)^2$$

$$\Rightarrow 2\mathcal{D}\frac{dD}{dt} = 2(15t) \times 15 + (2(40t - 5t^2) \times (40 - 10t)))$$

$$\mathcal{D}^2 = (15t)^2 + (40t - 5t^2)^2 \Rightarrow (15 \times 4)^2 + (40 \times 4 - 5 \times 16)^2 = (60)^2 + (160 - 80)^2$$

$$\mathcal{D}^2 = (60)^2 + (80)^2 = 3600 + 6400 = 10000 \Rightarrow \mathcal{D} = \sqrt{10000} = 100m$$

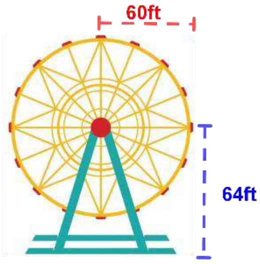
$$\Rightarrow 2 \times 100 \times \frac{dD}{dt} = 2(15 \times 4) \times 15 + (2(40 \times 4 - 5 \times 16) \times (40 - 10 \times 4)))$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{dD}{dt} = 2(60) \times 15 + (2(160 - 80) \times (40 - 40)))$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{dD}{dt} = 120 \times 15 + (160 \times 0) \Rightarrow 200 \times \frac{dD}{dt} = 1800 \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{1800}{200} = 9m/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

33-



دولاب في مدينة ألعاب نصف قطره $(60ft)$

وارتفاع مركزه عن الأرض $(64ft)$

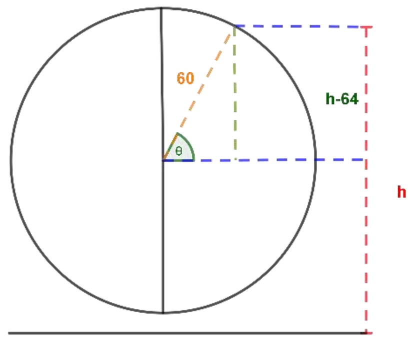
يدور دورة كل دقيقتين $(\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{2} = \pi\, rad/min)$

السرعة التي يتحرك بها راكب وهو على ارتفاع $(94ft)$

يدور دورة كل دقيقتين $(\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{2} = \pi\, rad/min)$

$$\sin\theta = \frac{h-64}{60} \Rightarrow 60\sin\theta = h - 64 \Rightarrow 60\cos\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = 60\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$



$$\because \text{h} = 94 \Rightarrow \therefore \sin\theta = \frac{94-64}{60} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

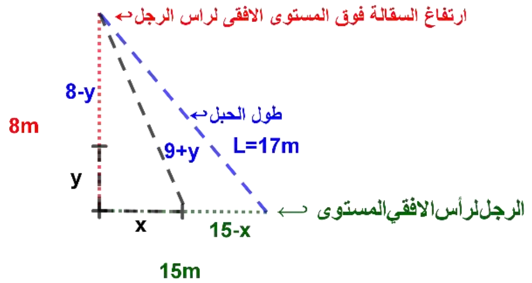
$$\because \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \therefore \frac{dh}{dt} = 60\cos\theta\frac{d\theta}{dt} = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \pi = 30\pi\sqrt{3}$$

$$\because \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \therefore \frac{dh}{dt} = 60\cos\theta\frac{d\theta}{dt} = 60 \times -\frac{\sqrt{3}}{2} \times \pi = -30\pi\sqrt{3}ft/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

34-

يرفع رجل دلو مملوء بالأسمنت إلى سقالة على إرتفاع $(h = 8m)$ فوق رأسه بواسطة حبل طوله $(L = 17m)$



يمر على بكرة ملساء مثبتة في السقالة وكان الرجل يحفظ الطرف الخالص للحبل أفقيا في مستوى رأسه

ويمشي أفقيا بسرعة $(\frac{dx}{dt} = 4m/s)$

طول الحبل ثابت $(\frac{dL}{dt} = 0)$

بعد الرجل عندما يكون ارتفاع الدلو على المستوى الافقي للسقالة (d)

السرعة التي يرتفع بها الدلو $(\frac{dy}{dt})$ عندما يمشي الرجل $(x = 6m)$ هي

$$L^2 = d^2 + h^2 \Rightarrow 17^2 = d^2 + 8^2 \Rightarrow 289 = d^2 + 64$$

$\Rightarrow d^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow d = 15m,$ بعدالرجل عندما يكون ارتفاع للسقالة على المستوى الافقي الدلو

$$\Rightarrow (9+y)^2 = x^2 + 8^2 = 2(9+y)\frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \because x = 6, \therefore (9+y)^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow (9+y)^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow 9 + y = 10 \Rightarrow y = 1m$$

$$\therefore 2(9+1)\frac{dy}{dt} = (2 \times 6 \times 4) \Rightarrow 2(10)\frac{dy}{dt} = 48 \Rightarrow 20\frac{dy}{dt} = 48 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{48}{20} = 2.4m/s$$

الإجابة =الصحيحة للسؤال هي (d)

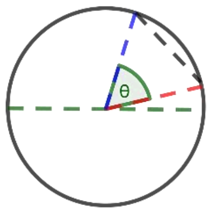
35-

وتر في دائرة $(\overline{ab})$ قطرها $(4cm)$ يزداد طوله بمعدل $(\frac{dR}{dt}1cm/s)$

معدل التغير في مساحة القطاع الدائري الذي يقع فيه الوتر $(\frac{d\mathcal{A}}{dt})$ عندما في اللحظة التي يكون فيها زاوية القطاع $(\theta = \frac{\pi}{3})$

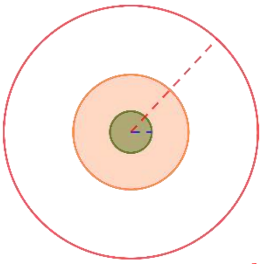
$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{1}{2} \times 2r\frac{dr}{dt} \times \theta, R = 2r \Rightarrow \frac{dR}{dt} = 2\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2}cm/s$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}cm^2/s$$



الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-36



دائرتان مشتركتان في المركز (o) ، نصف قطر الصغرى ($r_{1\circ} = 3cm$) ونصف قطر الكبرى ($r_{2\circ} = 18cm$)

بدأت الدائرة الصغرى بالتمدد بحيث يزداد نصف قطرها بمعدل ($2cm/min$)

وفي نفس اللحظة بدأت الدائرة الكبرى بالتناقص بحيث يتناقص نصف القطر بمعدل ($3cm/min$)

معدل التغير في المساحة المحصورة بينهما ($\frac{dA}{dt}$) عند انعدامها ($A = 0$)هي

مقدار الزيادة في نصف قط+ر الدائرة الصغرى هو(x) $\Leftarrow$ معدل ازدياد نصف قطر الدائرة الصغرى هو($\frac{dx}{dt} = 2cm/min$)

مقدار النقصان في نصف قطر الدائرة الكبرى هو(y) $\Leftarrow$ معدل نقصان نصف قطر الدائرة الكبرى هو($\frac{dy}{dt} = 3cm/min$)

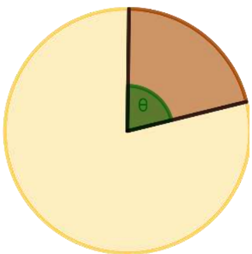
نصف قطر الدائرة الصغرى بعد الزيادة هو($r_1 = 3 + x$) ، نصف قطر الدائرة الكبرى بعد النقصان هو($r_2 = 18 - y$)

نكتب نصفي القطر للدائرتين بدلالة الزمن($r = \frac{dr}{dt} \times t$)

$$\therefore x = 2t\,, y = 3t$$
$$A = A_2 - A_1 = {r_2}^2\pi - {r_1}^2\pi = \pi({r_2}^2 - {r_1}^2) \Rightarrow \pi((18 - y)^2 - (3 + x)^2)$$
$$\frac{dA}{dt} = \pi(2(18 - y)\frac{dy}{dt} - 2(3 + x)\frac{dx}{dt}) \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 2\pi(18 - y)\frac{dy}{dt} - (3 + x)\frac{dx}{dt})$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = 2\pi(18 - 3t)\frac{dy}{dt} - (3 + 2t)\frac{dx}{dt}) \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 2\pi(-3(18 - 3t) - 2(3 + 2t))$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = -6\pi(18 - 3t) - 4\pi(3 + 2t)$$
$$\because A = 0 = \therefore {r_2}^2\pi - {r_1}^2\pi = 0 \Rightarrow {r_2}^2\pi = {r_1}^2\pi \Rightarrow {r_2}^2 = {r_1}^2 \Rightarrow r_2 = r_1$$
$$\Rightarrow 18 - y = 3 + x \Rightarrow 15 = x + y \Rightarrow 15 = 2t + 3t \Rightarrow 15 = 5t \Rightarrow t = 3$$
$$\therefore \frac{dA}{dt} = -6\pi(18 - 3 \times 3) - 4\pi(3 + 2 \times 3) = -6\pi(18 - 9) - 4\pi(3 + 6)$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = -6\pi(9) - 4\pi(9) = -54\pi - 36\pi = -90\pi cm^2/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-37



يزداد نصف القطر والزاوية المركزية لقطاع دائري بمعدل ($\frac{dr}{dt} = 2cm/s$) ، ($\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}rad/s$)

معدل زيادة مساحة القطاع في لحظة معينة هو ($\frac{dA}{dt} = 12cm^2/s$)

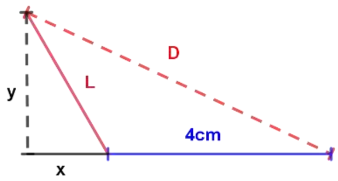
زاويته المركزية عندئذ تساوي ($1rad$)

مساحة القطاع عند هذه اللحظة هي

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \left(\frac{1}{2} \times 2r\frac{dr}{dt} \times \theta\right) + \left(\frac{1}{2}r^2 \times \frac{d\theta}{dt}\right) = \left(r\frac{dr}{dt} \times \theta\right) + \left(\frac{1}{2}r^2 \times \frac{d\theta}{dt}\right)$$
$$\Rightarrow 12 = (r \times 2 \times 1) + \left(\frac{1}{2}r^2 \times \frac{1}{2}\right) \Rightarrow 12 = 2r + \frac{1}{4}r^2 \Rightarrow 48 = 8r + r^2 \Rightarrow r^2 + 8r - 48 = 0$$
$$\Rightarrow (r - 4)(r + 12) = 0 \Rightarrow r = 4 \; or \; r = -12_{\text{مرفوض}} \Rightarrow \therefore r = 4 \Rightarrow$$
$$\therefore A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 4^2 \times 1 = \frac{1}{2} \times 16 = 8cm^2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

38− بدأت حشرة صغيرة الحركة من نقطة الأصل في الربع الثاني لمحاور الإحداثيات على منحنى الإقتران $(f(x) = -\sqrt{3}\,x)$ بسرعة $(\frac{dL}{dt} = 3cm/min)$
معدل تغير بعدها عن مسمار مثبت في المستوى عند النقطة $(4,0)$ بعد دقيقتين من الحركة هو



$$L^2 = x^2 + y^2, L = \frac{dL}{dt} \times t = 3 \times 2 = 6cm \ , y = f(x) = -\sqrt{3}\,x$$
$$L^2 = x^2 + (-\sqrt{3}\,x)^2 = x^2 + 3\,x^2 = 4x^2 \Rightarrow L^2 = 4x^2$$
$$\Rightarrow 36 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \,, \therefore x = -3 \text{، الربع الثاني}$$
$$\therefore D = \sqrt{(x+4)^2 + (y)^2} = \sqrt{x^2 + 8x + 16 + \left(-\sqrt{3}\,x\right)^2} = \sqrt{x^2 + 8x + 16 + 3x^2}$$
$$D = \sqrt{4x^2 + 8x + 16} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{8x\frac{dx}{dt} + 8\frac{dx}{dt}}{2\sqrt{4x^2 + 8x + 16}}$$
$$L^2 = 4x^2 \Rightarrow 2L\frac{dL}{dt} = 4\left(2x\frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow 2 \times 6 \times 3 = 4\left(2 \times -3 \times \frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow 36 = -24\frac{dx}{dt}$$
$$\frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{36}{-24} = -\frac{3}{2}$$
$$\therefore \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{(8 \times -3 \times -\frac{3}{2}) + (8 \times -\frac{3}{2})}{2\sqrt{4(-3)^2 + 8(-3) + 16}} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{(36) + (-12)}{2\sqrt{36 - 24 + 16}} = \frac{24}{2\sqrt{28}} = \frac{12}{\sqrt{28}} cm/min$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

39−

كمية من الغاز محبوسة في أسطوانة فإذا كان حجم الغاز وضغطه يتجددان بالعلاقة $(\mathcal{VP} = c)$ حيث (c) ثابت
معدل تغير ضغط الغاز $(\frac{d\mathcal{P}}{dt} = 3atm/s)$
معدل تغير حجم الغاز $(\frac{d\mathcal{V}}{dt})$ في اللحظة التي يكون فيها حجمه $(60cm^3)$وضغطه يساوي $(6atm)$ هو

$$\mathcal{VP} = c \Rightarrow \left(\mathcal{P}\frac{d\mathcal{V}}{dt}\right) + \left(\mathcal{V}\frac{d\mathcal{P}}{dt}\right) = 0 \Rightarrow \left(6 \times \frac{d\mathcal{V}}{dt}\right) + (60 \times 3) = 0 \Rightarrow 6\frac{d\mathcal{V}}{dt} + 180 = 0$$
$$\Rightarrow 6\frac{d\mathcal{V}}{dt} = -180 \Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{dt} = \frac{-180}{6} = -30cm^3/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

40−

بالون كروي مملوء بالغاز يتسرب منه الغاز بمعدل $(x cm^3/s)$
معدل نقص مساحة سطحه في اللحظة التي يكون نصف قطره $(r cm)$

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow x = 4\pi r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{x}{4\pi r^2}$$
$$\mathcal{A} = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 4\pi \times 2r\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 8\pi r\frac{x}{4\pi r^2} = \frac{2x}{r}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

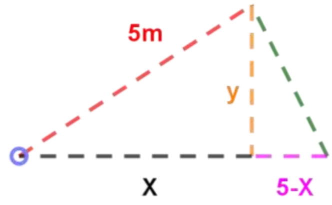
41−

قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها مماس لمنحنى الاقتران $(y^3 = x^2)$ مع الاتجاه الموجب مع محور (x) عند $(x = 8)$ لأقرب دقيقة هو

$$m = \tan\theta$$
$$\because x = 8 \Rightarrow y^3 = x^2 \Rightarrow y^3 = 8^2 \Rightarrow y^3 = 64 \Rightarrow y = \sqrt[3]{64} = 4$$
$$y^3 = x^2 \Rightarrow 3y^2\frac{dy}{dx} = 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y^2} = m \Rightarrow \frac{2x}{3y^2} = \tan\theta$$
$$\Rightarrow \frac{2 \times 8}{3(4)^2} = \tan\theta = \frac{16}{3 \times 16} = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{1}{3} = 18°26`$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

42– قضيب طوله $(L=5m)$ مثبت بمفصل على الأرض عند احد طرفيه ، فإذا رفع طرفه الاخر رأسياً للأعلى بواسطة ونش بمعدل $(\frac{dy}{dt}1m/min)$ معدل تناقص طول مسقط القضيب على الأرض $(\frac{dx}{dt})$ عندما يكون ارتفاع هذا الطرف $(y=3m)$ هو



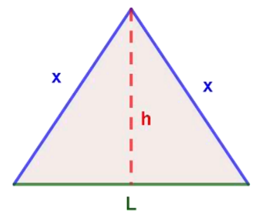
$$L^2=(x)^2+y^2\Rightarrow 25=x^2+y^2\Rightarrow x^2=25-y^2$$
$$\Rightarrow 2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}=0$$
$$\Rightarrow y=3m\Rightarrow x^2=25-3^2\Rightarrow x^2=25-9\Rightarrow x=4m$$
$$\Rightarrow 2\times4\times\frac{dx}{dt}+2\times3\times1=0\Rightarrow 8\frac{dx}{dt}+6=0\Rightarrow 8\frac{dx}{dt}=-6$$
$$\Rightarrow\frac{dx}{dt}=\frac{-6}{8}=-\frac{3}{4}m/min$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

43–

يتناقص الضلعان المتساويان في مثلث متساوي الساقين (x,x) قاعدته ثابتة (L) بمعدل $(3cm/min)$

معدل تناقص مساحته عندما يكون مثلثاً متساوي الاضلاع $(L=x)$ هو

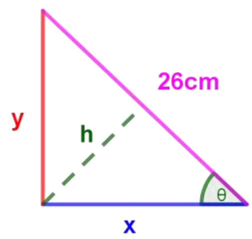


$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}Lh$$
$$h^2=x^2-\left(\frac{1}{2}L\right)^2\Rightarrow h=\sqrt{x^2-\frac{1}{4}L^2}$$
$$\therefore\mathcal{A}=\frac{1}{2}L\times\sqrt{x^2-\frac{1}{4}L^2},L\text{ثابت}\Rightarrow\frac{d\mathcal{A}}{dt}=\left(\frac{1}{2}L\times\frac{2x\frac{dx}{dt}}{2\sqrt{x^2-\frac{1}{4}L^2}}\right)$$
$$\because L=x\Rightarrow\frac{d\mathcal{A}}{dt}=\left(\frac{1}{2}x\times\frac{2x\times3}{2\sqrt{x^2-\frac{1}{4}x^2}}\right)=\frac{3x^2}{2\sqrt{\frac{3}{4}x^2}}=\frac{3x^2}{2\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{x^2}{4}}}=\frac{3x^2}{2\sqrt{3}\times\frac{x}{2}}=\frac{3x}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

44–

مثلث قائم الزاوية طول وتره $(26cm)$ ، فإن طول كل من ضلعي القائمة على الوتر بحيث يكون طول العمود المرسوم من راس القائمة على الوتر اكبر ما يمكن هما العمود المرسوم من راس القائمة على الوتر ينصف الوتر



$$\cos\theta=\frac{x}{26}\Rightarrow x=26\cos\theta$$
$$\sin\theta=\frac{y}{26}\Rightarrow y=26\sin\theta$$
$$\sin\theta=\frac{h}{x}\Rightarrow\frac{h}{x}=\frac{y}{26}\Rightarrow 26h=xy\Rightarrow 26h=26\cos\theta\times26\sin\theta$$
$$\Rightarrow 26h=26\cos\theta\times26\sin\theta\Rightarrow h=26\cos\theta\sin\theta$$
$$\Rightarrow\frac{dh}{d\theta}=26((-\sin\theta\sin\theta)+(\cos\theta\cos\theta))=26(-\sin^2\theta+\cos^2\theta)=26(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$$
$$\Rightarrow\frac{dh}{d\theta}=26\cos2\theta\Rightarrow\frac{dh}{d\theta}=0\Rightarrow 26\cos2\theta=0\Rightarrow\cos2\theta=0\Rightarrow 2\theta=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{4}$$
$$\Rightarrow\frac{d^2h}{d\theta^2}=-2\times26\sin2\theta=-52\sin2\theta\Rightarrow-52\ \sin\frac{\pi}{2}=-52$$

$\because\left(\frac{d^2h}{d\theta^2}<0\right)$ ∴يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة

$$\therefore x=26\cos\frac{\pi}{4}=26\times\frac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{13}\,,y=26\sin\frac{\pi}{4}=26\times\frac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{13}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

−45

سلك طوله $(56cm)$ قسم الى جزأين، ثني أحدهما على شكل مربع، الجزء الاخر على شكل دائرة

أبعاد كل من المربع والدائرة ليكون مجموع مساحتهما أقل ما يمكن هي

$$\Rightarrow \mathcal{C}_c = 2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}, \mathcal{C}_s = 56 - x = 4y \Rightarrow y = 14 - \frac{1}{4}x$$

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_c + \mathcal{A}_s = \pi r^2 + y^2 = \pi\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 + \left(14 - \frac{1}{4}x\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4\pi^2} + \left(14 - \frac{1}{4}x\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi} + \left(14 - \frac{1}{4}x\right)^2$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dx} = \frac{2}{4\pi}x + \left(2\left(14 - \frac{1}{4}x\right) \times -\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\pi}x - 7 + \frac{1}{8}x = \frac{8x + 2\pi x}{16\pi} - 7 = x\left(\frac{8 + 2\pi}{16\pi}\right) - 7$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dx} = 0 \Rightarrow x\left(\frac{8 + 2\pi}{16\pi}\right) - 7 = 0 \Rightarrow x\left(\frac{8 + 2\pi}{16\pi}\right) = 7 \Rightarrow x = 7\left(\frac{16\pi}{8 + 2\pi}\right) \Rightarrow x = \frac{112\pi}{8 + 2\pi} =$$

$$x = \frac{56\pi}{4 + \pi}, r = \frac{x}{2\pi} \Rightarrow r = \frac{\frac{56\pi}{4 + \pi}}{2\pi} = \frac{56\pi}{8\pi + 2\pi^2} = \frac{56\pi}{2\pi(4 + \pi)} = \frac{28}{4 + \pi}, y = 14 - \frac{1}{4}x$$

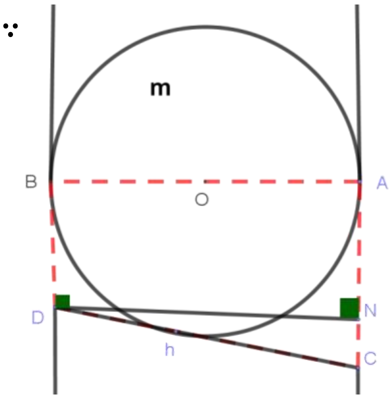
$$y = 14 - \frac{1}{4}\left(\frac{56\pi}{4 + \pi}\right) = 14 - \left(\frac{14\pi}{4 + \pi}\right) = \frac{56}{4 + \pi}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2} = \frac{8 + 2\pi}{16\pi} > 0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2} > 0\right) \therefore$ يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

−46 $(\overline{ab})$ قطر الدائرة (m) ، $(h \in m)$ حيث (r) نصف قطرها ، المماس عند (h) يقطع المماس المرسوم عند (a) في (c) و يقطع المماس المرسوم عند (b) في (d) ، فإن اصغر مساحة لشبه المنحرف $(abdc)$ هي



$\because$ المماسان المرسومان من نقطة خارجها متساويان في الطول

$$\Rightarrow \overline{BD} = x, \overline{CA} = y$$

$$\overline{BD} = \overline{Dh} = x, \overline{hC} = \overline{CA} = y$$

$$\mathcal{A} = \left(\frac{x + y}{2}\right) \times 2r$$

$$(\overline{DN})^2 + (\mathcal{C}\mathcal{N})^2 = (\mathcal{D}\mathcal{C})^2 \Rightarrow (2r)^2 + (y - x)^2 = (y + x)^2$$

$$\Rightarrow 4r^2 + y^2 + x^2 - 2xy = y^2 + x^2 + 2xy$$

$$\Rightarrow 4r^2 = y^2 + x^2 + 2xy - y^2 - x^2 + 2xy = 4xy$$

$$\Rightarrow r^2 = xy \Rightarrow y = \frac{r^2}{x}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = \left(\frac{x + \frac{r^2}{x}}{2}\right) \times 2r \Rightarrow r\left(x + \frac{r^2}{x}\right) = r\left(\frac{x^2 + r^2}{x}\right) \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = r\left(\frac{(2x \times x) - (x^2 + r^2)}{x^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = r\left(\frac{2x^2 - x^2 - r^2)}{x^2}\right) = r\left(1 - \frac{r^2}{x^2}\right) = r - \frac{r^3}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = 0 \Rightarrow r - \frac{r^3}{x^2} = 0 \Rightarrow r = \frac{r^3}{x^2} \Rightarrow rx^2 = r^3 \Rightarrow x^2 = r^2 \Rightarrow x = r$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2} = -\left(\frac{0 - 2r^2x}{x^4}\right) = -\left(\frac{-2r^2x}{x^4}\right) = \frac{2r^2}{x^3} \Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2}|x = r = \frac{2r^2}{r^3} = \frac{2}{r} > 0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2} > 0\right) \therefore$ يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة

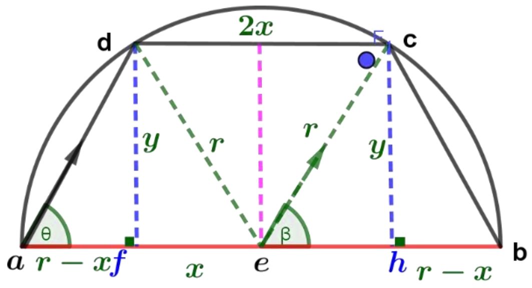
$\therefore$ اصغر مساحة لشبه المنحرف $(abdc)$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = r\left(r + \frac{r^2}{r}\right) = r(r + r) = 2r^2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-47

رسم في نصف دائرة شبه منحرف قاعدته هي قطر نصف الدائرة ، فإن قياس زاوية قاعدة شبه المنحرف بحيث تكون مساحته اكبر ما يمكن هي



$$\overline{ad} \parallel \overline{ec} \Longrightarrow \sphericalangle dae \cong \sphericalangle ceb$$

$$\overline{ab} = 2r, \overline{af} = \overline{hb} = r - x, \overline{fd} = \overline{hc} = y, \overline{dc} = \overline{fh} = 2x$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2}(\overline{ab} + \overline{dc}) \times \overline{fd} = \frac{1}{2}(2r + 2x) \times y$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2}(2r + 2x) \times y \Rightarrow (r)^2 = (x)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow y^2 = r^2 - x^2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2}(2r + 2x) \times \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dx} = (1 \times \sqrt{r^2 - x^2})) + \frac{\frac{1}{2}(2r + 2x) \times (0 - 2x)}{2\sqrt{r^2 - x^2}} = \sqrt{r^2 - x^2} + \frac{(r + x) \times -x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dx} = \sqrt{r^2 - x^2} + \frac{-rx - x^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{r^2 - x^2 - rx - x^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{r^2 - 2x^2 - rx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 - 2x^2 - rx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0 \Rightarrow r^2 - 2x^2 - rx = 0 \Rightarrow (-2x + r)(x + r) = 0$$

$$\Rightarrow -2x = -r \Rightarrow 2x = r \,, x + r = 0 \Rightarrow x = -r \text{ مرفوض} \,, \sqrt{r^2 - x^2} = 0 \Rightarrow r^2 - x^2 = 0$$

$$\Rightarrow r^2 = x^2 \Rightarrow x = r \text{ مرفوض} \,, \overline{hb} \neq 0$$

$$\because 2x > r \Rightarrow \frac{dA}{dx} < 0, \because 2x < r \Rightarrow \frac{dA}{dx} > 0 \therefore 2x = r \text{ مساحة شبه المنحرف اكبر ما يمكن}$$

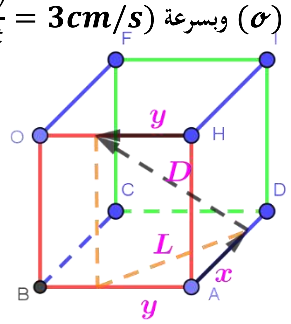
$$\Rightarrow \because \cos\theta = \cos\beta = \frac{x}{r} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-48

يمثل الشكل المقابل مكعب خشبي طول ضلعه $(20cm)$ ، انطلقت عليه نملتان

في نفس الوقت الأولى من الرأس(a)وعلى الحرف $(\overline{ad})$في اتجاه (d) وبسرعة $(\frac{dx}{dt} = 4cm/s)$ والثانية من الرأس (h) وعلى الحرف $(\overline{ho})$ باتجاه الراس (o) وبسرعة $(\frac{dy}{dt} = 3cm/s)$ ، فإن معدل إبتعاد النملتين من بعضهما البعض $(\frac{dD}{dt})$بعد مرور $(4s)$ من لحظة إنطلاقهما هو



$$L^2 + 20^2 = D^2 = L^2 + 400$$

$$L^2 = x^2 + y^2$$

$$x = \frac{dx}{dt} \times t = 4t \,, y = \frac{dy}{dt} \times t = 3t$$

$$D^2 = x^2 + y^2 + 400 \Rightarrow D = \sqrt{x^2 + y^2 + 400}$$

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + 400} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{x^2 + y^2 + 400}}$$

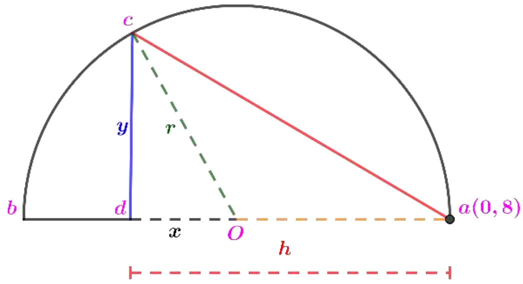
$$\frac{dD}{dt} = \frac{(2 \times 4t \times 4) + (2 \times 3t \times 3)}{2\sqrt{(4t)^2 + (3t)^2 + 400}} = \frac{(32t) + (18t)}{2\sqrt{16t^2 + 9t^2 + 400}} = \frac{50t}{2\sqrt{25t^2 + 400}} = \frac{25t}{\sqrt{25t^2 + 400}}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dt}|t = 4 = \frac{25 \times 4}{\sqrt{25 \times 16 + 400}} = \frac{100}{\sqrt{400 + 400}} = \frac{100}{\sqrt{800}} = \frac{100}{20\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} cm/s$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-49

في الشكل المجاور $(\overline{\mathcal{AB}})$ قطر مركزها دائرة نقطة الأصل حيث النقطة $(\mathcal{A}(0,8))$ فإن اكبر مساحة للمثلث $(\Delta\mathcal{ACD})$ هي

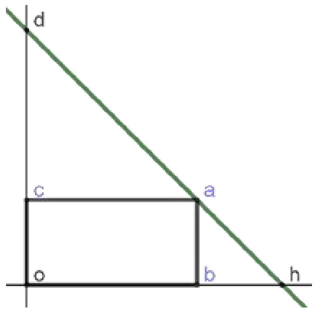


$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times \overline{cd} \times h = \frac{1}{2} \times y \times h$$
$$r = 8 \Longrightarrow h = 8 + x$$
$$r^2 = x^2 + y^2 \Longrightarrow y^2 = r^2 - x^2 \Longrightarrow y^2 = 8^2 - x^2$$
$$\Longrightarrow y^2 = 64 - x^2 \Longrightarrow y = \sqrt{64 - x^2}$$
$$\therefore \mathcal{A} = \frac{1}{2} \times \sqrt{64 - x^2} \times (8 + x)$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = \frac{1}{2}(\left(\frac{-2x \times (8 + x)}{2\sqrt{64 - x^2}}\right) + \left(\sqrt{64 - x^2} \times 1\right))$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{-16x - 2x^2}{2\sqrt{64 - x^2}}\right) + \left(\sqrt{64 - x^2}\right)\right) = \frac{1}{2}(\left(\frac{-16x - 2x^2}{2\sqrt{64 - x^2}}\right) + \left(\frac{2(64 - x^2)}{2\sqrt{64 - x^2}}\right))$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{-16x - 2x^2 + 128 - 2x^2}{2\sqrt{64 - x^2}}\right) = \left(\frac{-16x - 4x^2 + 128}{4\sqrt{64 - x^2}}\right) = \frac{-4x - x^2 + 32}{\sqrt{64 - x^2}}$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = 0 \Longrightarrow \frac{-4x - x^2 + 32}{\sqrt{64 - x^2}} = 0 \Longrightarrow -4x - x^2 + 32 = 0 \Longrightarrow (-x + 4)(x + 8) = 0$$
$$\Longrightarrow -x + 4 = 0 \Longrightarrow x = 4\ , x + 8 = 0 \Longrightarrow x = -8_{\text{مرفوض}}, \sqrt{64 - x^2} = 0 \Longrightarrow 64 - x^2 = 0$$
$$\Longrightarrow 64 = x^2 \Longrightarrow x = 8_{\text{مرفوض}}, h = 8 + x = 16 = 2r \Longrightarrow 2r \neq h$$
$$\therefore \mathcal{A} = \frac{1}{2} \times \sqrt{64 - 16} \times (8 + 4) = \frac{1}{2}\sqrt{48} \times 12 = 6\sqrt{48} = 6\sqrt{16 \times 3} = 24\sqrt{3}u^2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-50

اذا كانت معادلة المستقيم $(\overline{dh})$ هي $(y = 3 - x)$ فإن اكبر مساحة للمستطيل $(aboc)$ هي



$$\mathcal{A} = x \times y$$
$$y = 3 - x \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = -1 \Longrightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 3}{x_2 - 0} = \frac{y - 3}{x} = -1$$
$$-x = y - 3 \Longrightarrow y = -x + 3$$
$$\mathcal{A} = x \times (-x + 3) = -x^2 + 3x \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = -2x + 3$$
$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx} = 0 \Longrightarrow -2x + 3 = 0 \Longrightarrow 2x = 3 \Longrightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$\Longrightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2} = -2$$

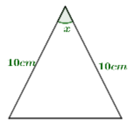
$\because \left(\frac{d^2h}{d\theta^2} < 0\right)$ ∴يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة

$$\mathcal{A} = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{3}{2} = \frac{-9}{4} + \frac{9}{2} = \frac{-9 + 18}{4} = \frac{9}{4}u^2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

51-

مثلث متساوي الساقين طول كل منهما $(10cm)$،بينهما الزاوية $(\measuredangle x)$،اذا تغيرت $(\measuredangle x)$ بمعدل $(3^\circ/min)$،فإن معدل تغير مساحة المثلث عند $(\measuredangle 60^\circ)$ هي



$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin x = 50 \sin x \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 50 \cos x \frac{dx}{dt} \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 50 \cos \frac{\pi}{3} \times 3$$

$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = 50 \times \frac{1}{2} \times 3 = 75\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

52-

تتحرك نقطة على محور (x) بحيث سرعتها عند زمن (t) تعطى بالعلاقة $\left(v = \frac{\ln t}{t}\right)$ ، الزمن بالثواني ،فإن قيمة (t) التي تحقق السرعة قيمتها العظمى هي

$$v = \frac{\ln t}{t} \Longrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\frac{1}{t} \times t - \ln t \times 1}{t^2} = \frac{1 - \ln t}{t^2} \Longrightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Longrightarrow \frac{1 - \ln t}{t^2} = 0$$

$$\Longrightarrow 1 - \ln t = 0 \Longrightarrow 1 = \ln t \Longrightarrow t = e^1 = e\,, t^2 = 0 \Longrightarrow t = 0_{\text{مرفوض}}$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2v}{dt^2} = \frac{-\frac{1}{t} \times t^2 - 2t(1 - \ln t)}{t^4} = \frac{-t - 2t + 2t \ln t)}{t^4} = \frac{-3t + 2t \ln t}{t^4}$$

$$\frac{d^2v}{dt^2}\bigg| t = e = \frac{-3e + 2e \ln e}{e^4} = \frac{-3e + 2e}{e^4} = \frac{-e}{e^4} < 0$$

$\because \left(\frac{d^2v}{dt^2} < 0\right) \therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

53-

لمنحنى الاقتران $(y = (5x - a)^3 + 4)$ نقطة انعطاف عند $(x = 1)$ ، فإن قيمة (a) هي

$$y = (5x - a)^3 + 4$$
$$y` = 15(5x - a)^2$$
$$y`` = 150(5x - a) = 750x - 150a$$
$$\therefore y``|x = 1 = 0 \Longrightarrow 750 - 150a = 0 \Longrightarrow 750 = 150a \Longrightarrow a = 5$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

54-

لمنحنى الاقتران $(f(x) = x^2 \ln ax)$ ، (a) ثابت وكان للاقتران نقطة حرجة عند $(x = 2)$ ، فإن قيمة (a) هي

$$f(x) = x^2 \ln ax$$
$$f`(x) = 2x \ln ax + x^2 \times \frac{a}{ax} = 2x \ln ax + x$$

$$f`(x)|x = 2 = 0 \Longrightarrow 4 \ln 2a + 2 = 0 \Longrightarrow 4 \ln 2a = -2 \Longrightarrow \ln 2a = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \Longrightarrow e^{\frac{-1}{2}} = 2a$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = 2a \Longrightarrow 2ae^{\frac{1}{2}} = 1 \Longrightarrow 4a^2e = 1 \Longrightarrow a^2 = \frac{1}{4e} \Longrightarrow a = \frac{1}{2\sqrt{e}} = \frac{e^{\frac{-1}{2}}}{2}, \ln 2a > 0$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

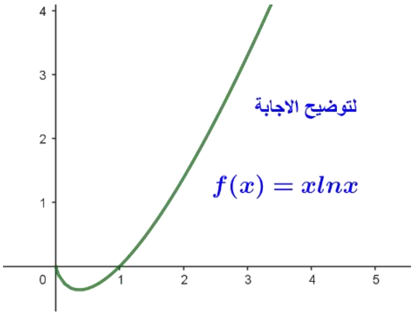
55-

لمنحنى الاقتران $(f(x) = x \ln x)$ عند $(x = e^{-1})$ .....

$$f(x) = x\, ln\, x$$
$$f`(x) = (1 \times ln\, x) + \left(x \times \frac{1}{x}\right) = ln\, x + 1 \Longrightarrow ln\, x + 1 = 0 \Longrightarrow ln\, x = -1 \Longrightarrow e^{-1} = x$$
$$f``(x) = \frac{1}{x} \Longrightarrow f``(e^{-1}) = \frac{1}{e^{-1}} = e > 0$$

$\because (f``(x) > 0) \therefore$يوجد قيمة صغرى محلية

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)



56-

منحنى الاقتران $(f(x) = x\ln x)$.....

$\because$ $(f``(x) > 0)$ $\therefore$يوجد قيمة صغرى محلية عند$(e^{-1} = x)$ فإن منحنى الاقتران

متناقص على الفترة $(0, e^{-1})$ لأن $(\ln x > 0)$

ومتزايد على الفترة(e^{-1}, ∞)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

57-

اذا كان الاقتران $(f(x) = x^3 - 3x)$ معرفاً على الفترة $([-1, 4])$، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x) = x^3 - 3x$$
$$f`(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$\because$ $(f`(x) = 0)$ عند$(x = \pm 1, \in [-1, 4])$ فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران(2)

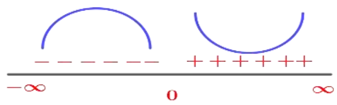
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

58-

اذا كان الاقتران $(g(x) = (x-2)e^x)$، فإن منحنى الاقتران $(g(x))$ يكون مقعراً للأسفل في الفترة

$$g(x) = (x-2)e^x$$
$$g`(x) = e^x + (x-2)e^x = e^x + xe^x - 2e^x = xe^x - e^x$$
$$g``(x) = e^x + xe^x - e^x = xe^x \Rightarrow g``(x) = 0 \Rightarrow xe^x \Rightarrow x = 0\,, e^x \neq 0 \Rightarrow \therefore x = 0$$

$\because g``(x) > 0 | x > 0\,, g``(x) < 0 | x < 0 \Rightarrow$ منحنى الاقتران $(g(x))$ يكون مقعراً للاسفل في الفترة $(-\infty, 0)$



	$(x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(g``(x))$	$(g``(-1) < 0)$	$(g``(1) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

59- قياس زاوية ميل المماس عند نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران $\left(h(x) = \frac{x}{1-x^2}\right)$ هو

$$h(x) = \frac{x}{1-x^2}$$
$$h`(x) = \frac{\left(1 \times (1-x^2)\right) - (x(-2x))}{(1-x^2)^2} = \frac{1 - x^2 + 2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$$
$$h``(x) = \frac{(2x(1-x^2)^2) - (-4x(1-x^2)(1+x^2))}{(1-x^2)^4}$$
$$h``(x) = \frac{\left(2x(1+x^4-2x^2)\right) - (-4x(1-x^4))}{(1-x^2)^4}$$

$$h``(x)=\frac{2x+2x^5-4x^3+4x-4x^5}{(1-x^2)^4}=\frac{6x-2x^5-4x^3}{(1-x^2)^4}\Rightarrow h``(x)=0$$

$$\Rightarrow\frac{6x-2x^5-4x^3}{(1-x^2)^4}=0\Rightarrow 2x(3-x^4-2x^2)=0\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=0,$$

$3-x^4-2x^2=0\Rightarrow(-x^2+1)(x^2+3)=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1\,,x^2=-3$ مرفوض,

$(1-x^2)^4=0\Rightarrow 1-x^2=0\Rightarrow 1=x^2\Rightarrow x=\pm1\Rightarrow\therefore x=0\Rightarrow$ غير موجودة عند المقام $(h``(x))$

$x\in\mathcal{R}-\{-1,1\}$

	$(x<0),x\neq-1$	$(x>0),x\neq1$
قيم الاختبار	(-2)	(2)
إشارة $(h``(x))$	$(h``(-2)<0)$	$(h``(2)>0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

$$\Rightarrow\therefore x=0\Rightarrow y=0\because m|(0,0)=h`(x)=\tan\theta=\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}=\frac{1+0}{(1-0)^2}=1$$

$$\therefore\tan\theta=1\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{4}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

60-

اذا كانت النقطة $(1,3)$ نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$) حيث($f`(x)=4x^3-kx^2$)، فإن قيمة (k) هي

$f`(x)=4x^3-kx^2$

$f``(x)=12x^2-2kx\Rightarrow f``(1)=0\Rightarrow 12-2k\Rightarrow 0\Rightarrow 12=2k\Rightarrow k=6$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

61-

اذا كان الاقتران ($p(x)=x(a-\ln x),a$ثابت) وكان لمنحنى الاقتران $(p(x))$ نقطة حرجة عند $(x=e)$ ، فإن قيمة (a) هي

$p(x)=x(a-\ln x)=ax-x\ln x$

$$p`(x)=a-(\ln x+(x\times\frac{1}{x}))=a-(\ln x+1)=a-\ln x-1,\Rightarrow p`(e)=0$$

$\Rightarrow a-\ln e-1=0\Rightarrow a-1-1=0\Rightarrow a-2=0\Rightarrow a=2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

62-

اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x)=\sqrt[3]{ax-1}+2b)$ نقطة حرجة $(\frac{1}{2},5)$، فإن قيمة (a,b) هي

$$f(x)=\sqrt[3]{ax-1}+2b=(ax-1)^{\frac{1}{3}}+2b\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=5\Rightarrow\left(\frac{a}{2}-1\right)^{\frac{1}{3}}+2b=5$$

$$f`(x)=\frac{1}{3}(ax-1)^{\frac{-2}{3}}\times a\Rightarrow f`\left(\frac{1}{2}\right)=0\Rightarrow\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-1\right)^{\frac{-2}{3}}\times a=0$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-1\right)^{\frac{-2}{3}}=0\Rightarrow a=0\Rightarrow(0-1)^{\frac{1}{3}}+2b=5\Rightarrow-1+2b=5$$

$2b=6\Rightarrow b=3\Rightarrow(a,b)=(0,3)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-63

عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$$z(x) = xe^{-x}$$
$$z`(x) = e^{-x} - xe^{-x}$$
$$z`(x) \Rightarrow 0 \Rightarrow e^{-x} - xe^{-x} = 0 \Rightarrow e^{-x}(1-x) = 0 \Rightarrow 1-x = 0, e^{-x} \neq 0 \Rightarrow x = 1$$

$\therefore$يوجد نقاط حرجة عند$(x=1)$ فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران(1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-64

لمنحنى الاقتران $(z(x))$ قيمة عظمى محلية

$\therefore$يوجد نقاط حرجة عند$(x=1)$

	$(x<1), x \neq 0$	$(x>1), x \neq 0$
قيم الاختبار	$(\frac{1}{2})$	(2)
إشارة $(z`(x))$	$(z`\left(\frac{1}{2}\right) > 0)$	$(z`(2) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد $\nearrow$	متناقص $\searrow$

$$z(x) = xe^{-x} \Rightarrow z(1) = e^{-1}$$

$\therefore$يوجد لمنحنى الاقتران قيمة عظمى محلية عند$(x=1)$ هي (e^{-1})

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-65

منحنى الاقتران $(z(x))$ متزايد في الفترة $(-\infty, 1)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-66 منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة

$$z`(x) = e^{-x} - xe^{-x}$$
$$z``(x) = -e^{-x} - (e^{-x} - xe^{-x}) = -2e^{-x} + xe^{-x} = e^{-x}(-2+x) \Rightarrow z``(x) = 0$$
$$\Rightarrow e^{-x}(-2+x) = 0 \Rightarrow -2+x = 0, e^{-x} \neq 0 \Rightarrow x = 2$$

	$(x<2), x \neq 0$	$(x>2), x \neq 0$
قيم الاختبار	(1)	(3)
إشارة $(z``(x))$	$(z``(1) < 0)$	$(z``(3) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة$(2, \infty)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-67

لمنحنى الاقتران $(z(x))$ نقطة انعطاف هي$(2, z(2))$

$$z(x) = xe^{-x} \Rightarrow z(2) = 2e^{-2}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

68-

لمنحى الاقتران $(x\sin x+\cos x\,, x\in[0,\pi])$ ......

$$f(x)=x\sin x+\cos x$$

$$f`(x)=\sin x+x\cos x-\sin x=x\cos x\Rightarrow y`=0\Rightarrow x\cos x=0\Rightarrow x=0\in[0,\pi]$$

$$\cos x=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}\in[0,\pi],\frac{3\pi}{2}\notin[0,\pi]$$

$\therefore$يوجد نقاط حرجة لمنحى الاقتران عند$(x=0,\frac{\pi}{2})$

$$f(x)=x\sin x+\cos x$$
$$\Rightarrow f(0)=0+\cos 0=0+1=1$$
$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}\times 1+0=\frac{\pi}{2}$$
$$\Rightarrow f(\pi)=\pi\sin\pi+\cos\pi=\pi\times 0-1=-1$$

	$\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$	$(\frac{\pi}{2}<x<\pi)$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{4})$	$(\frac{3\pi}{4})$
إشارة $(f`(x))$	$\left(f`\left(\frac{1}{2}\right)>0\right)$	$(f`(2)<0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

69-

اذا كان الاقتران $(p(x)=e^{x^2-ax})$ وكان لمنحى الاقتران $(p(x))$ نقطة حرجة عند $(x=3)$ ، فإن قيمة (a) هي

$$p(x)=e^{x^2-ax}$$
$$p`(x)=(2x-a)e^{x^2-ax}\Rightarrow p`(3)=0\Rightarrow(6-a)e^{9-3a}=0\Rightarrow 6-a=0\Rightarrow a=6$$
$$e^{9-3a}\neq 0\Rightarrow\therefore a=6$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

70-

اذا كان الاقتران $(f(x)=x-\frac{c}{x})$ وكان لمنحى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى محلية عند $(x=-2)$ ، فإن قيمة (c) هي

$$f(x)=x-\frac{c}{x}$$
$$f`(x)=1-\frac{0-c}{x^2}=1+\frac{c}{x^2}\Rightarrow f`(-2)=0\Rightarrow 1+\frac{c}{4}=0\Rightarrow -1=\frac{c}{4}\Rightarrow c=-4$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

71-

اذا كان الاقتران $(f(x)=\sin x+\cos x\ )$ ، فإن لمنحى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى مطلقة في الفترة $([0,\pi])$ هي

$$f(x)=\sin x+\cos x$$
$$f`(x)=\cos x-\sin x\Rightarrow f`(x)=0\Rightarrow\cos x-\sin x=0\Rightarrow\cos x=\sin x\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$$

$\therefore$يوجد نقاط حرجة لمنحى الاقتران عند$(x=\frac{\pi}{4})$

$$f``(x)=-\sin x-\cos x\Rightarrow f``\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{-2}{\sqrt{2}}\Rightarrow f``\left(\frac{\pi}{4}\right)<0$$

$\therefore$يوجد قيمة عظمى محلية

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$f``(x) = -\sin x - \cos x \Rightarrow f``(0) = -\sin 0 - \cos 0 = -0 - 1 = -1 \Rightarrow f``(0) < 0$

∴يوجد قيمة عظمى محلية

$f(0) = \sin 0 + \cos 0 = 0 + 1 = 1$

$f``(x) = -\sin x - \cos x \Rightarrow f``(\pi) = -\sin \pi - \cos \pi = -0 - (-1) = 1 \Rightarrow f``(\pi) > 0$

∴يوجد قيمة صغرى محلية

$f(\pi) = \sin \pi + \cos \pi = 0 - 1 = -1$

∴يوجد قيمة عظمى محلية مطلقة عند $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

72- عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4})$ في الفترة $([-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}])$ هي

$f(x) = (x^2 - 4)^{\frac{1}{3}}$

$f`(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 4)^{\frac{-2}{3}} \times 2x \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(x^2 - 4)^{\frac{-2}{3}} \times 2x = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow or\ \frac{1}{3}(x^2 - 4)^{\frac{-2}{3}} = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2, -2 \notin [-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$

$, f`(x)$غير موجودة

∴يوجد نقاط حرجة لمنحنى الاقتران عند$(x = 0, 2)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

73- منحنى الاقتران الذي ليس له قيم عظمى او صغرى محليه هو

$f(x) = 2\ln x - x^2 \Rightarrow f`(x) = \frac{2}{x} - 2x \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{2}{x} - 2x = 0 \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow 2x^2 = 2$

$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1, x = -1 \notin \ln x > 0$

	$(0 < x < 1), x \neq 0$	$(x > 1)$
قيم الاختبار	$(\frac{1}{2})$	(2)
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(\frac{1}{2}\right) > 0)$	$(f`(2) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴يوجد قيمة عظمى محلية عند $(x = 1, , \ln x > 0)$

$f(x) = 4 - \ln x^2 \Rightarrow f`(x) = \frac{-2x}{x^2} = \frac{-2}{x} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{-2}{x} = 0 \Rightarrow 0 \neq -2$

∴لايوجد قيمة عظمى محلية لأنه لا يوجد قيم (x) عندها المشتقة تساوي صفراً

$f(x) = \sqrt[3]{x - 2} = (x - 2)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f`(x) = \frac{1}{3}(x - 2)^{\frac{-2}{3}} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(x - 2)^{\frac{-2}{3}} = 0 \Rightarrow 1 \neq 0$

$= (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

	$(x < 2)$	$(x > 2)$
قيم الاختبار	(0)	(3)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(0) < 0)$	$(f`(3) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

∴لا يوجد قيمة عظمى محلية عند $(x = 2)$ وانما قيمة صغرى محلية

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-74

اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x) = ax^3 + bx)$ نقطة انعطاف $(1, 12)$، فإن $(a - b)$ هو

$$f(x) = ax^3 + bx$$
$$f`(x) = ax^3 + bx = 3ax^2 + b$$
$$f``(x) = 6ax \Rightarrow f``(1) = 0 \Rightarrow 6a = 0 \Rightarrow a = 0$$
$$f(1) = 12\,, a = 0 \Rightarrow 0 + b = 12 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow (a - b) = 0 - 12 = -12$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-75

اذا كان الاقتران $(f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})$، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$f`(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(\sqrt{x}\right)^2} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} = \frac{x+1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{x+1}{2x\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0$$
$$\Rightarrow x = -1\,, 2\sqrt{x^3} = 0 \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0\,, f`(0)$$ غير موجودة

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-76

اذا كان الاقتران $(f(x) = \frac{x}{x+2})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$
$$f`(x) = \frac{(x+2) - (x(1))}{(x+2)^2} = \frac{x + 2 - x}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow 2 \neq 0\,,$$

$\therefore$لا يوجد قيم (x) عندها المشتقة تساوي صفراً

$$(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2\,, f`(-2)$$ غير موجودة

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-77 اذا كان الاقتران $(f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2} = (x^2-1)^{\frac{2}{3}}$$
$$f`(x) = \frac{2}{3}(x^2-1)^{\frac{-1}{3}} \times 2x = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2-1}} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2-1}} = 0 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$3\sqrt[3]{x^2-1} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x \pm 1, f`(\pm 1)$$ غير موجودة

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (3)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-78 اذا كان الاقتران $(f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$$
$$f`(x) = \frac{\left(x \times \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) - (\sqrt{x-1} \times 1)}{x^2} = \frac{\frac{x}{2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-1}}{x^2} = \frac{\frac{x - 2(x-1)}{2\sqrt{x-1}}}{x^2} = \frac{\frac{x - 2x + 1}{2\sqrt{x-1}}}{x^2}$$
$$f`(x) = \frac{-x+1}{2x^2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x+1}{2x^2\sqrt{x-1}} \Rightarrow -x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$2x^2\sqrt{x-1}=0 \Rightarrow 2x^2=0 \Rightarrow x=0, \Rightarrow \sqrt{x-1}=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1, f`(0,1)$غير موجودة

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

79-

اذا كان الاقتران $(f(x)=2\ln x-x^2)$ ،فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x)=2\ln x-x^2$$
$$f`(x)=2\times\frac{1}{x}-2x=\frac{2}{x}-2x \Rightarrow f`(x)=0 \Rightarrow \frac{2}{x}-2x=0 \Rightarrow \frac{2}{x}=2x \Rightarrow 2x^2=2 \Rightarrow x^2=1$$
$$\Rightarrow x=\pm1, -1 \notin \ln x>0$$

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

80-

اذا كان الاقتران $(f(x)=x^3-3x)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x)=x^3-3x$$
$$f`(x)=3x^2-3 \Rightarrow f`(x)=0 \Rightarrow 3x^2-3=0 \Rightarrow 3x^2=3 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm1$$

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

81-

اذا كان الاقتران $(f(x)=x+\ln x)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x)=x+\ln x$$
$$f`(x)=1+\frac{1}{x} \Rightarrow f`(x)=0 \Rightarrow 1+\frac{1}{x}=0 \Rightarrow 1=-\frac{1}{x} \Rightarrow x=-1,, -1 \notin \ln x>0$$

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (0)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

82-

اذا كان الاقتران $(f(x)=\sqrt{x^2-4x+3})$ ، فإن للاقتران نقاط حرجة عند $(x) =$

$$f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$$
$$f`(x)=\frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}} \Rightarrow f`(x)=0 \Rightarrow \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}}=0 \Rightarrow 2x-4=0 \Rightarrow 2x=4$$
$$\Rightarrow x=2\,, 2\sqrt{x^2-4x+3}=0 \Rightarrow \sqrt{x^2-4x+3}=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0$$
$$\Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow (x-1)(x-3)=0 \Rightarrow x=1,3, f`(1,3)$$غير موجودة

$\therefore$للاقتران نقاط حرجة عند $((x)=1,2,3)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

83-

اذا كان الاقتران $((f(x))$ معرفاً على الفترة $([0,3])$ وقابلاً للاشتقاق على الفترة $((0,3))$ وكان $(f`(x)=\frac{x-2}{x+1})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f`(x)=\frac{x-2}{x+1} \Rightarrow f`(x)=0 \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2, \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \notin (0,3)$$

$f`(-1)$غير موجودة

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-84

عدد النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$$z(x) = x - 2\cos x, 0 < x < 2\pi$$

$$z`(x) = 1 + 2\sin x \Rightarrow z`(x) = 0 \Rightarrow 1 + 2\sin x = 0 \Rightarrow 1 = -2\sin x \Rightarrow \sin x = \frac{-1}{2}$$

$\Rightarrow \sin x = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \therefore x = \frac{\pi}{6}, \sin x = \frac{-1}{2}$ في الربع الثالث و الرابع

$$\therefore x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-85

منحنى الاقتران $(z(x))$ متناقص في الفترة

	$\left(0 < x < \frac{7\pi}{6}\right)$	$\left(\frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}\right)$	$\left(\frac{11\pi}{6} < x < 2\pi\right)$
قيم الاختبار	(π)	$(\frac{3\pi}{2})$	(2π)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(\pi) > 0)$	$\left(f`\left(\frac{3\pi}{2}\right) < 0\right)$	$(f`(2\pi) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد ↗	متناقص ↘	متزايد ↗

منحنى الاقتران $(z(x))$ متناقص في الفترة $(\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6})$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-86

القيمة العظمى المحلية لمنحنى الاقتران $(z(x))$ هي

$$z``(x) = 2\cos x \Rightarrow z``(0) = 2 > 0$$

$\therefore$يوجد قيمة صغرى محلية

$$\Rightarrow z``(2\pi) = 2 > 0$$

$\therefore$يوجد قيمة صغرى محلية

$$\Rightarrow z``\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sqrt{3} < 0 \Rightarrow z\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{7\pi}{6} - (-\sqrt{3}) = \frac{7\pi}{6} + \sqrt{3}$$

$\therefore$يوجد قيمة عظمى محلية

$$\Rightarrow z``\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \sqrt{3} > 0$$

$\therefore$يوجد قيمة صغرى محلية

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-87 عدد نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(z(x))$

$$z``(x) = 2\cos x \Rightarrow z``(x) = 0 \Rightarrow 2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$\therefore$يوجد نقاط انعطاف عند $(x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ وعددها (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

88- منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة

	$\left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$
قيم الاختبار	(π)	(0)
إشارة $(z``(x))$	$(z``(\pi) > 0)$	$(z``(0) < 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

$\therefore$ منحنى الاقتران $(z(x))$ مقعر للاسفل في الفترة$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

89-

القيمة العظمى المطلقة لمنحنى الاقتران $(f(x) = -x^2)$ هي

$$f(x) = -x^2$$
$$f`(x) = -2x \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$f``(x) = -2 = f``(0) = -2 < 0$$

$\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة عند $(x = 0)$ هي $(f(0))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

90-

اذا كان الاقتران $(f(x) = \sqrt[3]{x-n})$، وكانت النقطة $(n, 0)$ نقطة حرجة لمنحنى الاقتران فإن $(f`(n))$ هي

$\because$النقطة $(n, 0)$ نقطة حرجة لمنحنى الاقتران $\because$ $(f`(n) = 0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

91-

اذا كان الاقتران $(f(x) = \frac{x}{\ln x})$ ، فإن للاقتران قيمة صغرى محلية هي

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$f`(x) = \frac{(1 \times \ln x) - (x \times \frac{1}{x})}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0$$
$$\Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e \,, \ln x > 0$$

$$f``(x) = \frac{\left(\frac{1}{x} \times (\ln x)^2\right) - \left(2\ln x \times \frac{1}{x} \times (\ln x - 1)\right)}{(\ln x)^4} = \frac{\frac{(\ln x)^2}{x} - \left(\frac{2(\ln x)^2}{x} - \frac{2\ln x}{x}\right)}{(\ln x)^4}$$

$$f``(x) = \frac{\frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2(\ln x)^2}{x} + \frac{2\ln x}{x}}{(\ln x)^4} = \frac{-\frac{(\ln x)^2}{x} + \frac{2\ln x}{x}}{(\ln x)^4} \Rightarrow f``(e) = \frac{-\frac{(\ln e)^2}{e} + \frac{2\ln e}{e}}{(\ln e)^4}$$

$$\Rightarrow f``(e) = \frac{-\frac{1}{e} + \frac{2}{e}}{1} = \frac{1}{e} > 0$$

$\therefore$ للاقتران قيمة صغرى محلية عند $(x = e)$ هي

$$\Rightarrow f(e) = \frac{e}{\ln e} = e$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

92-

اذا كان الاقتران $(y = x^{2x})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$y = x^{2x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{2x} \Rightarrow \ln y = 2x\ln x \Rightarrow \frac{y`}{y} = (2\ln x + 2x \times \frac{1}{x})$$

$$\Rightarrow y` = x^{2x}(2\ln x + 2) \Rightarrow y` = 0 \Rightarrow x^{2x} \neq 0, 2\ln x + 2 = 0 \Rightarrow 2\ln x = -2$$
$$\Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$\therefore$عدد النقاط الحرجة للاقتران (1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

93-

اذا كان الاقتران $(f(x) = e^{x} + e^{-x})$ ، فإن للاقتران ......

$$f(x) = e^{x} + e^{-x}$$
$$f`(x) = e^{x} - e^{-x} \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow e^{x} - e^{-x} = 0 \Rightarrow e^{x} = e^{-x} \Rightarrow x = 0$$

$\therefore$للاقتران نقطة حرجة عند $(x = 0)$

	$(x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1) < 0)$	$(f`(1) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

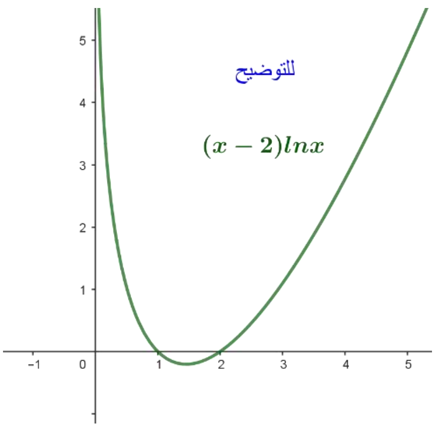
$\therefore$للاقتران قيمة صغرى محلية مطلقة لانها وحيدة عند $(x = 0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

94-

منحنى الاقتران $(f(x) = (x-2)\ln x)$ يكون مقعراً الى للاعلى في الفترة

$$f(x) = (x-2)\ln x$$
$$f`(x) = (1 \times \ln x) + \left((x-2) \times \frac{1}{x}\right) = \ln x + \frac{x-2}{x}$$
$$f``(x) = \frac{1}{x} + \frac{x-(x-2)}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{x+2}{x^2}$$
$$\Rightarrow f``(x) = 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x^2} = 0 \Rightarrow x + 2 = 0$$
$\Rightarrow x = -2, x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 , 0 \notin \frac{x+2}{x^2}$ لا يوجد نقاط انعطاف $, \ln x > 0$



	$(x < -2)$	$(-2 < x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-3)	(-1)	(1)
إشارة $(f``(x))$	$(f``(-3) < 0)$	$(f``(-1) > 0)$	$(f``(1) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى	للاعلى

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

95- منحنى الاقتران $(f(x) = \frac{\ln e}{x})$ يكون متناقصاً $(\ni \forall x)$

$$f(x) = \frac{\ln e}{x} = \frac{1}{x}$$
$$f`(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow \frac{-1}{x^2} = 0 \Rightarrow -1 \neq 0, x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

	$(x<0)$	$(x>0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1)<0)$	$(f`(1)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص ↘	متناقص ↘

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

96- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sqrt{\ln x-1})$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x)=\sqrt{ln\,x-1}$$
$$f`(x)=\frac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{ln\,x-1}}=\frac{1}{2x\sqrt{ln\,x-1}}\Rightarrow f`(x)=0\Rightarrow\frac{1}{2x\sqrt{ln\,x-1}}=0\Rightarrow 1\neq 0$$
$$2x\sqrt{ln\,x-1}=0\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=0,\Rightarrow\sqrt{ln\,x-1}\neq 0\Rightarrow 0\notin\sqrt{ln\,x-1}$$

∴ لا يوجد للاقتران نقطة حرجة عند $(x=0)$ لأن $(0\notin\sqrt{ln\,x-1})$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

97- اذا كان الاقتران $(f(x)=8\ln x-x^2)$ ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران هي

$$f(x)=8\,ln\,x-x^2$$
$$f`(x)=\frac{8}{x}-2x\Rightarrow f`(x)=0\Rightarrow\frac{8}{x}-2x=0\Rightarrow\frac{8}{x}=2x\Rightarrow 2x^2=8\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm 2$$
$$\Rightarrow x=2, x=-2\notin 8\,ln\,x-x^2\,, 8\,ln\,x-x^2>0$$

∴ يوجد للاقتران نقطة حرجة عند $(x=2)$ فقط لأن $(-2\notin 8\,ln\,x-x^2)$

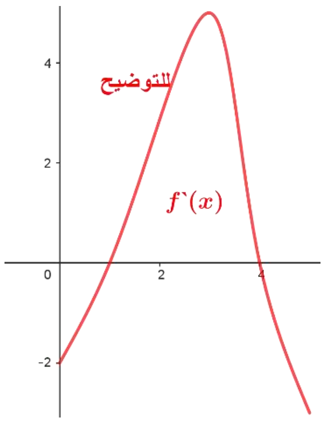
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

98-

بالاستعانة بالجدول المقابل ،فإن منحنى الاقتران $(f(x))$

يكون متزايداً $(\forall x\in)$

x	0	1	3	4	5
$f`(x)$	-2	0	5	0	-3



من الجدول نلاحظ ان النقاط الحرجة هي اصفار$(f`(x))$ وهي $(1,4)$ وان $(f`(x)>0)$ في الفترة$(1,4)$

و $(f`(x)<0)$ في الفترة $(0,1)$ و$(4,5)$

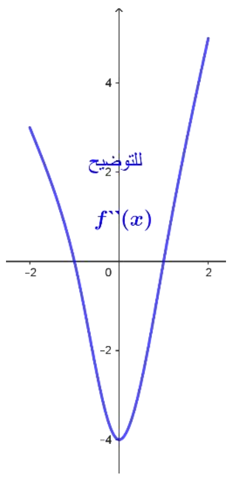
∴ الاقتران متزايد $(\forall x\in(1,4))$ لأن $(f`(x)>0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

99- بالاستعانة بالجدول المقابل ،فإن منحنى الاقتران $(f(x))$

يكون مقعراً للأعلى $(\forall x\in)$

x	-2	-1	0	1	2
$f``(x)$	3	0	-4	0	5

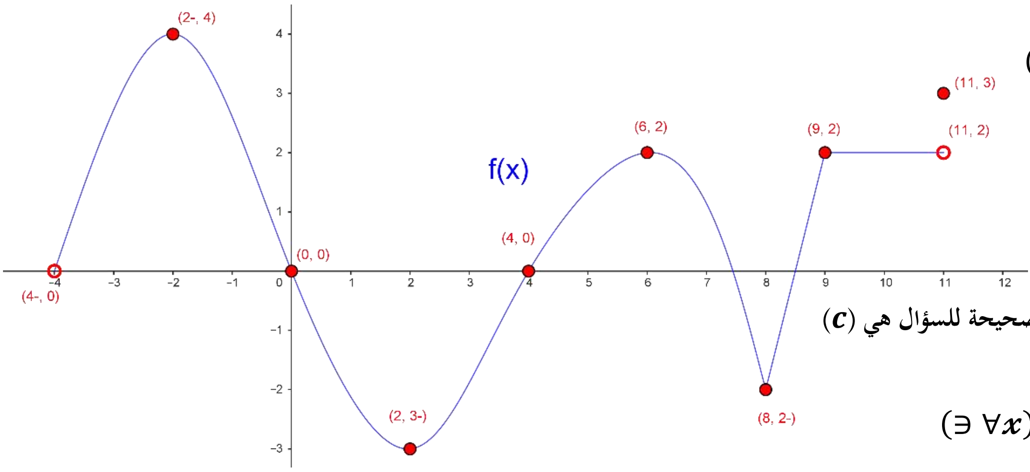


من الجدول نلاحظ ان نقاط الانعطاف هي اصفار$(f``(x))$ وهي $(-1,1)$ وان $(f``(x)>0)$ في الفترة$(-2,-1)$

و$(1,2)$ و $((f``(x)<0))$ في الفترة $(-1,1)$

∴ الاقتران مقعراً للأعلى $(\forall x\in((-2,-1),(1,2))$ لأن $(f``(x)>0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)



−100

منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متزايداً $(\ni \forall x)$

منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متزايداً اذا كان

منحناه متجها نحو الأعلى

$((-4,-2),(2,6),(8,9) \ni \forall x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

−101 منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متناقصاً $(\ni \forall x)$

منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون متناقصاً اذا كان

منحناه متجها نحو الاسفل$((-2,2),(6,8) \ni \forall x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

-102

منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعرا لاعلى $(\ni \forall x)$

يكون منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعرا لاعلى عندما يكون شكل منحناه مقعراً للاعلى $((0,4) \ni \forall x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

−103

منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعراً للاسفل $(\ni \forall x)$

يكون منحنى الاقتران $(f(x))$ يكون مقعرا للاسفل عندما يكون شكل منحناه مقعراً للاسفل $((-4,0),(4,8 \ni \forall x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

−104 لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة عددها

النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f(x))$ من تزايد الى تناقص او العكس او قطع مستقيمة موازية لمحور (x)او منطبقة عليه حيث تكون المشتقة موجودة وتساوي صفراً تنتمي لمجال الاقتران ويكون لها مماس افقي او تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس المدببة او الزوايا او لها مماس راسي او غير متصلة وتنتمي لمجال الاقتران

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -2,2,6,8,[9,11))$ وعددها (5)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

−105

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة تكون المشتقة عندها غير موجودة

تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس الدببة او الزوايا او لها مماس راسي او غير متصلة وتنتمي لمجال الاقتران

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = 8,9)$ وعددها (2)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

−106

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ قيمة عظمى مطلقة هي

عند النقطة $(x = -2)$ وقيمتها $(f(-2) = 4)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

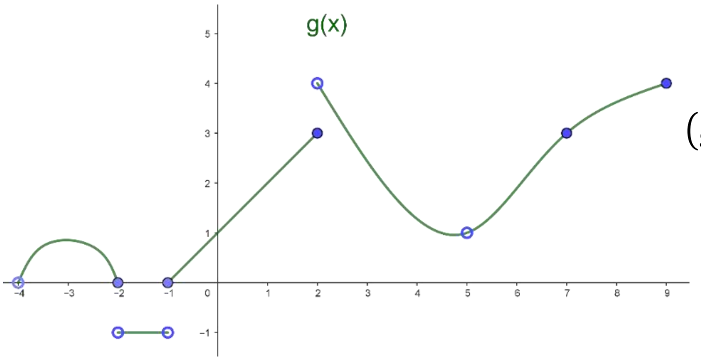
−107

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f(x))$ من مقعر للأعلى الى مقعر للأسفل او العكس وهي عند النقاط $((0,0),(4,0))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-108



لمنحنى الاقتران $(g(x))$ نقاط حرجة هي

النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(g(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(g(x))$ من تزايد الى تناقص او العكس او قطع مستقيمة موازية لمحور (x)او منطبقة عليه حيث تكون المشتقة موجودة وتساوي صفراً تنتمي لمجال الاقتران ويكون لها مماس افقي او تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس المدببة او الزوايا او لها مماس راسي او غير متصلة وتنتمي لمجال الاقتران

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -3, -2, -1, 2, (-2, -1), 5)$ وعددها (6)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

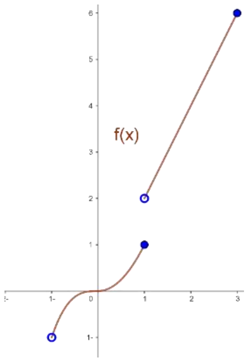
-109

لمنحنى الاقتران $(g(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f(x))$ من مقعر للأعلى الى مقعر للأسفل او العكس وهي عند النقطة $((7, 3))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-110



لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي

النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f(x))$ من تزايد الى تناقص او العكس او قطع مستقيمة موازية لمحور (x)او منطبقة عليه حيث تكون المشتقة موجودة وتساوي صفراً تنتمي لمجال الاقتران ويكون لها مماس افقي او تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس المدببة او الزوايا او لها مماس راسي او غير متصلة وتنتمي لمجال الاقتران

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = 1)$ وعددها (1)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

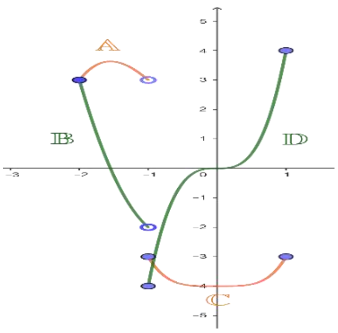
-111

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f(x))$ من مقعر للأعلى الى مقعر للأسفل او العكس وهي عند النقطة $((0, 0))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

-112

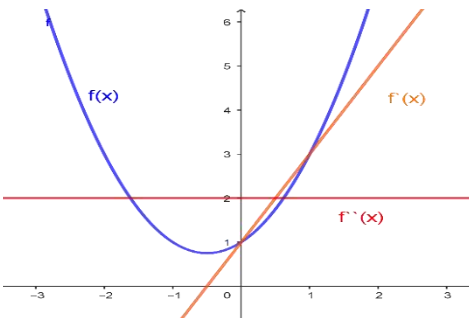


الشكل المجاور يمثل اقتران متشعب مكون اقترانين هما $(f(x), g(x))$ ، أي الخيارات التي تمثل العبارة $(f(x), f`(x), g(x), g`(x))$ هي

الإجابة هي (A, B, C, D)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-113



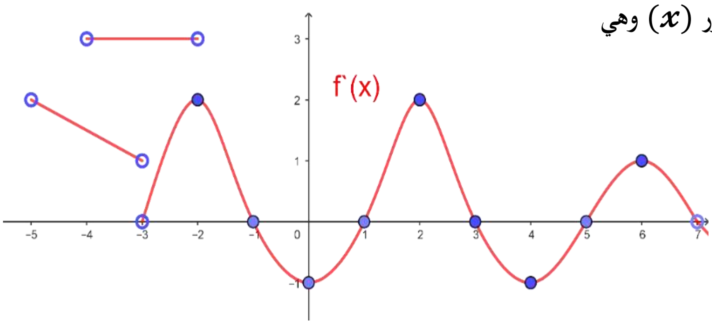
الرسم البياني الصحيح الذي يبين منحنى الاقتران $(f(x))$ ومشتقتيه الأولى والثانية هو

منحنى الاقتران من الدرجة الثانية معامل (x^2) موجب ويجب ان تكون منحنى المشتقة الأولى خطي معامل (x) موجب ويجب ان يكون منحنى اقتران المشتقة الثانية ثابت اشارته موجبة وهذا الرسم الذي تكون معاملات الاقترانات الأعلى قوة لكل من الاقتران ومشتقتيه الأولى والثانية نفس الاشارة

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

114-

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي



النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f`(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f`(x))$ مع محور (x) وهي

$(x = -3, -1, 1, 2, 5)$ حيث تكون المشتقة موجودة

وتساوي صفراً تنتمي لمجال الاقتران تنتمي لمجال الاقتران

او تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس المدببة او الزوايا او لها مماس راسي

او غير متصلة وهي$(x = -5, -4, -3, -2, 7)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 5, 7)$

وعددها (9)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

115-

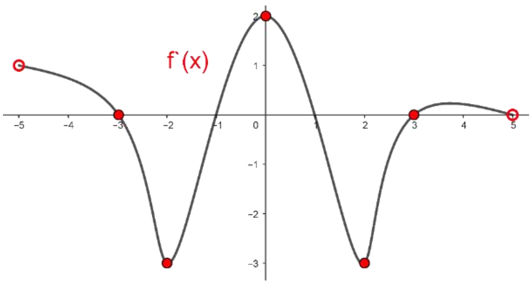
لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f`(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f`(x))$ من تزايد الى تناقص او العكس وهي $(x = -2, 0, 2, 4, 6)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

116-

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط حرجة هي



النقاط الحرجة لمنحنى الاقتران $(f`(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f`(x))$ مع محور (x) وهي

$(x = -3, -1, 1, 3)$ حيث تكون المشتقة موجودة

وتساوي صفراً تنتمي لمجال الاقتران تنتمي لمجال الاقتران

او تكون المشتقة غير موجودة عند الرؤوس المدببة او الزوايا او لها مماس راسي

او غير متصلة وهي$(x = -5, 5)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -5, -3, -1, 1, 3, 5)$

وعددها (6)

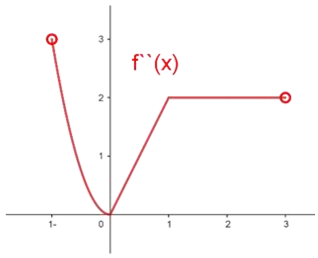
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

117-

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f`(x))$ عندما يتغير منحنى الاقتران $(f`(x))$ من تزايد الى تناقص او العكس وهي $(x = -2, 0, 2)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)



118-

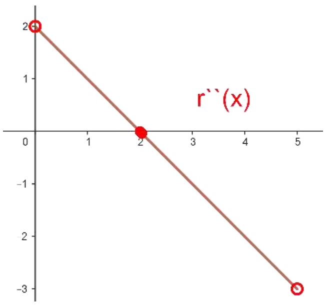
لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f``(x))$ مع محور (x) بحيث

تقصل النقطة بين منحنى $(f``(x))$ فوق و تحت محور (x)

$\therefore$ لايوجد نقاط انعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)



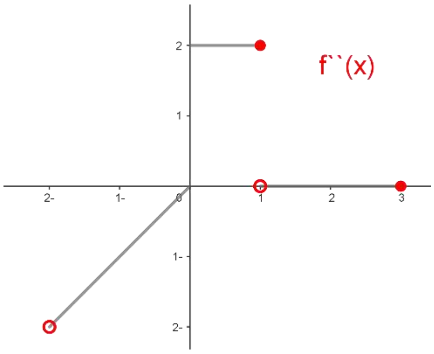
-119

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f''(x))$ مع محور (x) بحيث

تقصل النقطة بين منحنى $(f''(x))$ فوق و تحت محور (x) وهي $(2,0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)



-120

لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f''(x))$ مع محور (x) بحيث

تقصل النقطة بين منحنى $(f''(x))$ فوق و تحت محور (x) وهي $(0,0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-121

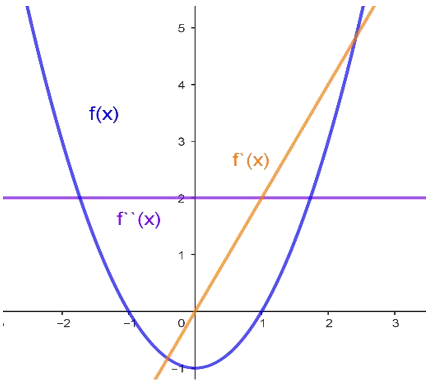
لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط انعطاف هي

نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقاط التقاطع لمنحنى $(f''(x))$ مع محور (x) بحيث

تقصل النقطة بين منحنى $(f''(x))$ فوق و تحت محور (x)

$\therefore$ لايوجد نقاط انعطاف لمنحنى الاقتران $(f(x))$ منحناه مقعراً للأعلى على مجاله

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)



-122

منحنى الاقتران $(f(x))$ متزايد على الفترة

منحنى الاقتران $(f(x))$ متزايد على الفترة $(0,\infty)$ عندما منحنى $(f'(x))$ يكون قوق محور (x)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

-123

منحنى الاقتران $(f(x))$ متناقص على الفترة

منحنى الاقتران $(f(x))$ متزايد على الفترة $(-\infty,0)$ عندما منحنى $(f'(x))$ يكون تحت محور (x)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

-124

منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعر للأعلى في الفترة

منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعر للأعلى على الفترة $(-\infty,\infty)$ عندما منحنى $(f''(x))$ يكون قوق محور (x)

$\therefore$ منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعراً للأعلى على مجاله

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

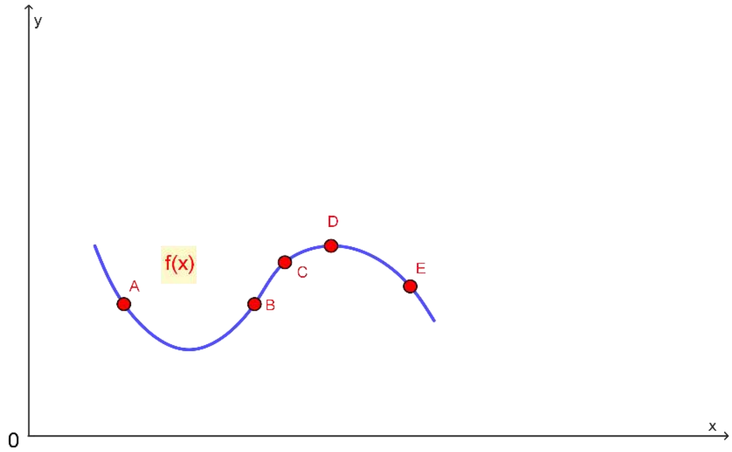
-125

منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعر للأسفل على الفترة

منحنى الاقتران $(f(x))$ مقعر للأسفل عندما منحنى $(f''(x))$ يكون تحت محور (x)

$\therefore$لا يوجد فترات تقعر للأسفل لمنحنى الاقتران $(f(x))$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)



126-

النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ موجبة هي

تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ موجبة عندما منحنى الاقتران يكون متزايداً

في الفترة التي تضم النقاط (B, C)ومقعراً للاعلى في الفترة التي تضم النقاط (A, B)

$\therefore$ تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ موجبة عند النقطة (B)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

127-

النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ سالبة هي

تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ سالبة عندما منحنى الاقتران يكون

متناقصاً في الفترة التي تضم النقاط (A, E)

ومقعراً للاسفل في الفترة التي تضم النقاط (C, D, E)

$\therefore$تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ سالبة عند النقطة (E)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

128-

النقطة او النقاط التي تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ صفراً هي

تكون إشارة كل من $(f`(x), f``(x))$ صفراً عند نقاط الحرجة والانعطاف معاً

النقاط الحرجة هي نقطة بين النقطة (A) و(B) و النقطة (D) ونقطة الانعطاف هي عند النقطة (B)

$\therefore$ لا يوجد نقاط مشتركة بين النقاط الحرجة ونقطة الانعطاف وتكون الاجاية $(\emptyset)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

129-

النقطة او النقاط التي تكون إشارة $(f`(x)$موجبة و $f``(x))$سالبة هي

تكون إشارة $(f`(x))$ موجبة عندما يكون منحنى الاقتران متزايداً في الفترة التي تضم النقاط (B, C)

وتكون إشارة $(f``(x))$ سالبة عندما منحنى الاقتران مقعراً للاسفل في الفترة التي تضم النقاط (C, D, E)

$\therefore$ تكون إشارة $(f`(x)$موجبة و $f``(x))$سالبة عند النقطة (C)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

130-

النقطة او النقاط التي تكون إشارة $(f`(x)$سالبة $f``(x))$موجبة هي

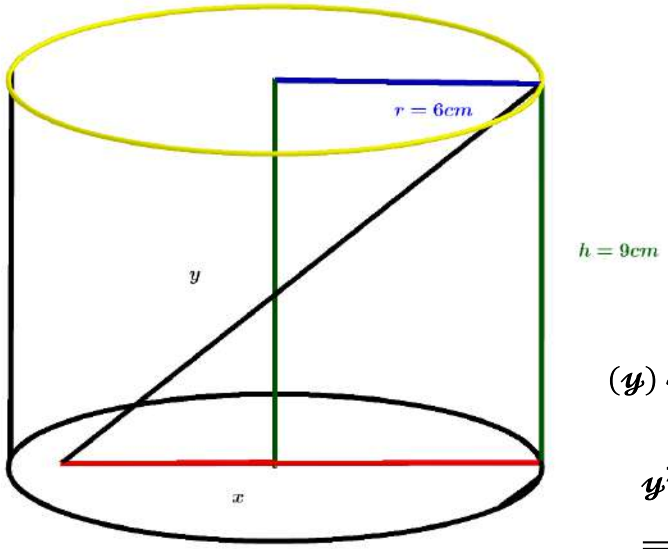
تكون إشارة $(f`(x))$ سالبة عندما يكون منحنى الاقتران متناقصاً في الفترة التي تضم النقاط (A, E)

وتكون إشارة $(f``(x))$ موجبة عندما منحنى الاقتران مقعراً للاعلى في الفترة التي تضم النقاط (A, B)

$\therefore$ تكون إشارة $(f`(x)$سالبة $f``(x))$موجبة عند النقطة (A)

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

السؤال الثاني:



1–اناء على هيئة أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها من الداخل $(h = 9cm)$

وطول نصف قطر الداخلي لقاعدته $(r = 6cm)$

وضع داخله ساق معدنية طولها $(L = 16cm)$

معدل انزلاق الساق مبتعدة عن حافة الأسطوانة $(\frac{dy}{dt} = 2cm/s)$

معدل انزلاق الساق عن قاعدة الأسطوانة $\left(\frac{dx}{dt}\right)$

عندما تصل الى نهاية قاعدتها$(x = 2r)$ ؟

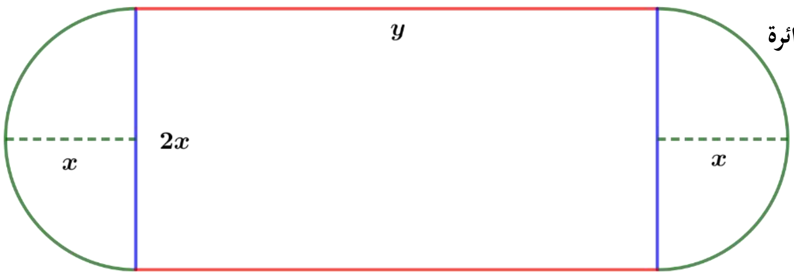
$\because$ طول الساق أطول من طول قاعدة الاناء ومن ارتفاعه فإن جزء من الساق طوله (y) ينزلق مبتعداًعن حافة الأسطوانة

$$y^2 = 9^2 + x^2 \Rightarrow y^2 = 81 + x^2$$

$$\Rightarrow 2y\frac{dy}{dt} = 0 + 2x\frac{dx}{dt}$$

$$\because x = 2r = 12cm \Rightarrow y^2 = 81 + 144 = 225 \Rightarrow y = \sqrt{225} = 15cm$$

$$\Rightarrow 2 \times 15 \times 2 = 2 \times 12 \times \frac{dx}{dt} \Rightarrow 60 = 24\frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}cm/s$$



2– ملعب على شكل مستطيل ينتهي ضلعان متقابلان فيه بمنتصفي دائرة خارج المستطيل طول قطرها مساوياً لطول هذا الضلع ، اذا كان محيط الملعب $(400m)$

1– ما شكل الملعب الخارجي لتكون مساحته اكبر ما يمكن ؟

2– ما طول نصف قطره ؟

$$C = 2y + 2\left(\frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times r\right) \Rightarrow C = 2y + 2\pi x \Rightarrow 400 = 2y + 2\pi x \Rightarrow 2y = 400 - 2\pi x$$

$$y = \frac{400 - 2\pi x}{2} = 200 - \pi x$$

$$A = 2xy + \pi x^2 \Rightarrow 2x(200 - \pi x) + \pi x^2 \Rightarrow 400x - 2\pi x^2 + \pi x^2$$

$$A = 400x - \pi x^2 \Rightarrow \frac{dA}{dx} = 400 - 2\pi x \Rightarrow \frac{dA}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow 400 - 2\pi x = 0 \Rightarrow 400 = 2\pi x \Rightarrow x = \frac{400}{2\pi} = \frac{200}{\pi}m$$

$$\Rightarrow \frac{d^2A}{dx^2} = -2\pi < 0$$

$\because (\frac{d^2A}{dx^2} < 0)$ $\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان المساحة اكبر ما يمكن عند $(x = \frac{200}{\pi}m)$

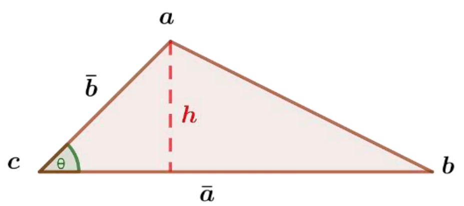
$$\because y = 200 - \pi x \Rightarrow y = 0$$

$\therefore$ شكل الملعب الخارجي لتكون مساحته اكبر ما يمكن هو دائرة

3- $(\Delta \bar{a}\bar{b}c)$ فيه $(\bar{a})$، $(\bar{b})$ ثابتان ، اوجد

1- قياس الزاوية المحصورة بينهما لتكون مساحته اكبر ما يمكن ؟

2- قياس الزاوية المحصورة بينهما اذا كان متساويان في الطول ليكون محيطه اكبر ما يمكن ؟



1-

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\bar{a}\bar{b}\sin\theta \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dx}=\frac{1}{2}\bar{a}\bar{b}\cos\theta \Longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=0 \Longrightarrow \frac{1}{2}\bar{a}\bar{b}\cos\theta=0 \Longrightarrow \cos\theta=0$$

$$\Longrightarrow \theta=\frac{\pi}{2}$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{d\theta^2}=-\frac{1}{2}\bar{a}\bar{b}\sin\frac{\pi}{2}=-\frac{1}{2}\bar{a}\bar{b}<0$$

$\because$ $(\frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2}<0)$ $\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان المساحة اكبر ما يمكن عند $(\theta=\frac{\pi}{2})$

2-

$$\mathcal{C}=\bar{a}+\bar{b}+\overline{ab}$$

$$\overline{ab}^2=\bar{a}^2+\bar{b}^2-2\bar{a}\bar{b}\cos\theta \Longrightarrow \overline{ab}=\sqrt{\bar{a}^2+\bar{b}^2-2\bar{a}\bar{b}\cos\theta}$$

$$\mathcal{C}=2\bar{a}+\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}$$

$$\Longrightarrow \frac{d\mathcal{C}}{dx}=0+\frac{4\bar{a}\sin\theta}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}} \Longrightarrow \frac{d\mathcal{C}}{dx}=0 \Longrightarrow \frac{4\bar{a}\sin\theta}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}}=0$$

$$4\bar{a}\sin\theta=0 \Longrightarrow \sin\theta=0 \Longrightarrow \theta=0,\pi \text{ مرفوض}, 2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}=0$$

$$\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}=0 \Longrightarrow 2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta=0 \Longrightarrow 2\bar{a}^2=2\bar{a}^2\cos\theta$$

$$\cos\theta=\frac{2\bar{a}^2}{2\bar{a}^2}=1 \Longrightarrow \theta=\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{d^2\mathcal{C}}{dx^2}=\frac{\left(4\bar{a}\cos\theta\times 2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}\right)-\left(4\bar{a}\sin\theta\times\frac{4\bar{a}\sin\theta}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}}\right.}{\left(2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}\right)^2}$$

$$\frac{d^2\mathcal{C}}{dx^2}=\frac{\dfrac{(4\bar{a}\cos\theta\times 4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta)-16\bar{a}^2\sin^2\theta}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}}}{4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta)}$$

$$\frac{d^2\mathcal{C}}{dx^2}=\frac{(4\bar{a}\cos\theta\times 4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta)-16\bar{a}^2\sin^2\theta}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta}\times 4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\theta)}$$

$$\frac{d^2\mathcal{C}}{dx^2}=\frac{(4\bar{a}\cos\frac{\pi}{2}\times 4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\frac{\pi}{2})-16\bar{a}^2\sin^2\frac{\pi}{2}}{2\sqrt{2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\frac{\pi}{2}\times 4(2\bar{a}^2-2\bar{a}^2\cos\frac{\pi}{2})}}=\frac{0-16\bar{a}^2}{2\sqrt{2\bar{a}^2}\times 8\bar{a}^2}=\frac{-1}{\sqrt{2\bar{a}^2}}$$

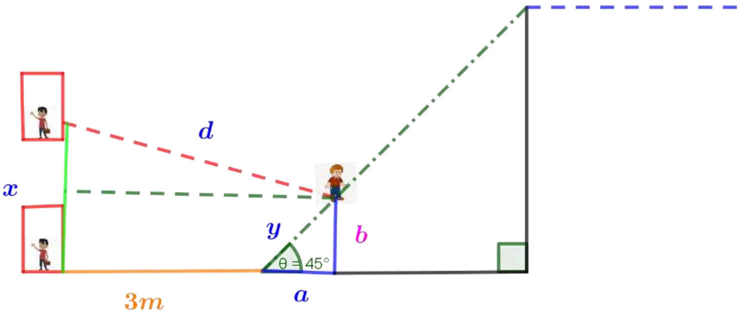
$$\Longrightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{d\theta^2}=\frac{-1}{\sqrt{2\bar{a}^2}}<0$$

$\because$ $(\frac{d^2\mathcal{A}}{dx^2}<0)$ $\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان المحيط اكبر ما يمكن عند $(\theta=\frac{\pi}{2})$

4- في احد المولات التجارية الكبرى أراد محمد واخيه احمد الصعود الى الطابق الثاني المول ،استخدم محمد مصعداً كهربائياً يرتفع للاعلى وينزل للاسفل بمعدل ($2m/s$)، متوقف في مركز انطلاقه ويبعد افقياً عن درج كهربائي ($3m$) ، وفي نفس اللحظة استخدم احمد درجاً كهربائياً ويتحرك للاعلى بمعدل ($\sqrt{2}m/s$) ويميل عن المستوى الافقي بزاوية مقدارها ($45°$) ، اوجد

1– معدل تغير المسافة بين محمد واحمد بعد ثانيتين من الحركة ؟

2– اذا صعد احمد الى نهاية الدرج ونزل محمد بالمصعد الى الأسفل من نقطة انطلاقه ، متى تكون المسافة بينهما اقل ما يمكن ؟



1–

$$D^2 = (3+a)^2 + (x-b)^2$$
$$D = \sqrt{(3+a)^2 + (x-b)^2}$$
$$\because \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{b}{y} \Rightarrow b = \frac{y}{\sqrt{2}}$$
$$\because \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{y} \Rightarrow a = \frac{y}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore D = \sqrt{(3+\frac{y}{\sqrt{2}})^2 + (x-\frac{y}{\sqrt{2}})^2} \Rightarrow \frac{dD}{dt} = \frac{(2\left(3+\frac{y}{\sqrt{2}}\right)\frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{2}}) + (2\left(x-\frac{y}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{dx}{dt} - \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{2}}\right))}{2\sqrt{(3+\frac{y}{\sqrt{2}})^2 + (x-\frac{y}{\sqrt{2}})^2}}$$

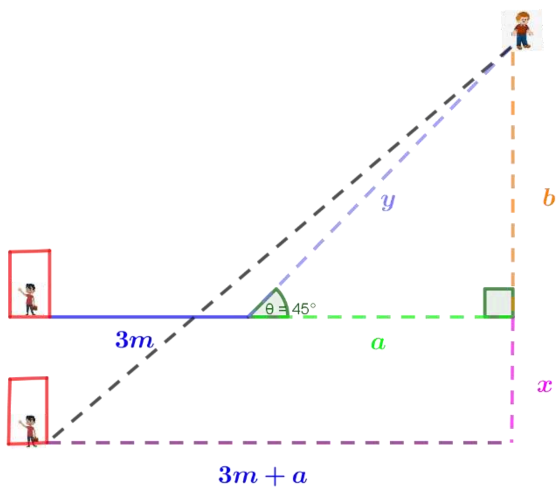
$$\because \frac{dy}{dt} = \sqrt{2}\,m/s, \frac{dx}{dt} = 2m/s, \because t = 2s \Rightarrow x = 2\times 2 = 4m, y = 2\sqrt{2}m$$

$$\therefore \frac{dD}{dt} = \frac{(2\left(3+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}) + (2\left(4-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\left(2-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right))}{2\sqrt{(3+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}})^2 + (4-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}})^2}} = \frac{(2\times(3+2)\times 1) + (2\times(4-2)(2-1))}{2\sqrt{(3+2)^2+(4-2)^2}}$$

$$\therefore \frac{dD}{dt} = \frac{(2\times 5\times 1)+(2\times 2\times 1)}{2\sqrt{(5)^2+(2)^2}} = \frac{10+4}{2\sqrt{25+4}} = \frac{14}{2\sqrt{29}} = \frac{7}{\sqrt{29}}m/s$$

2–

$$D^2 = (3+a)^2 + (x+b)^2$$
$$D = \sqrt{(3+a)^2 + (x+b)^2}$$
$$\because \tan\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{b}{a} \Rightarrow a = b$$



$$\therefore D = \sqrt{(3+a)^2 + (x+a)^2}$$
$$\Rightarrow \frac{dD}{dx} = \frac{(0+2(x+a))}{2\sqrt{(3+a)^2+(x+a)^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dD}{dx} = \frac{2x+2a}{2\sqrt{(3+a)^2+(x+a)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dD}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{2x+2a}{2\sqrt{(3+a)^2+(x+a)^2}} = 0 \Rightarrow 2x+2a = 0 \Rightarrow 2x = -2a$$

$$\Rightarrow x=-a, 2\sqrt{(3+a)^2+(x+a)^2}=0 \Rightarrow \sqrt{(3+a)^2+(x+a)^2}=0$$
$$\Rightarrow (3+a)^2+(x+a)^2=0 \Rightarrow -(3+a)^2=(x+a)^2 \Rightarrow x+a=\sqrt{-(3+a)^2}$$ تهمل

	$(x<-a)$	$(x>-a)$
قيم الاختبار	$(-a-1)$	$(-a+1)$
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-a-1)<0)$	$(f`(-a+1)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص ↘	متزايد ↗

∴للاقتران قيمة صغرى محلية مطلقة لانها وحيدة عند $(x=-a)$ لتكون المسافة بينهما اقل ما يمكن $(x=-a)$

5-بالون كروي حجمه $(100\pi cm^3)$ مملوء بالغاز ، حدث فيه تسرب للغاز وينقص حجمه بمعدل $(8\pi cm^3/s)$ مع احتفاظه بشكله الكروي ، اوجد

1- معدل تغير نصف قطره عند نصف قطر $(2cm)$ ؟

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dV}{dt}=\frac{4}{3}\pi\times 3r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow -8\pi=4\pi r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt}=\frac{-8\pi}{4\pi r^2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}cm/s$$

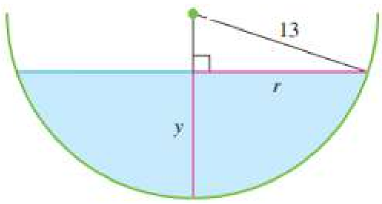
2- معدل تغير مساحة سطحه بعد ثمانية ثوان من التسرب ؟

$$A=4\pi r^2 \Rightarrow \frac{dA}{dt}=8\pi r\frac{dr}{dt}$$
$$\frac{dV}{dt}\times t=V_2=-8\pi\times 8=-64\pi cm^3 \Rightarrow V=100-V_2=36\pi cm^3$$
$$V=\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow 36\pi=\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r^3=\frac{108}{4}=27 \Rightarrow r=3cm$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt}=8\pi\times 3\times -\frac{1}{2}=-12\pi cm^2/s$$

6-يتدفق الماء بمعدل $(6m^3/min)$ من خزان على شكل وعاء نصف كروي قطره $(13m)$ ، اذا علمت ان حجم الماء في وعاء نصف قطره (r) يعطى بالعلاقة $(V=\frac{\pi}{3}y^2(3r-y))$ حيث ان (y) تمثل عمق الماء في الخزان النصف كروي ، اوجد

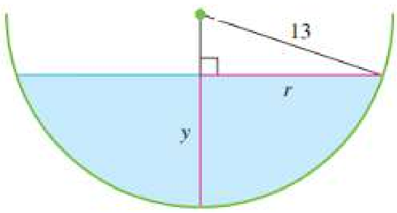
1- معدل تغير مستوى الماء عندما يكون ارتفاعه $(8m)$ في الخزان ؟

$$V=\frac{\pi}{3}y^2(3r-y)=\pi ry^2-\frac{\pi}{3}y^3 \Rightarrow \frac{dV}{dt}=\left(2\pi ry\frac{dy}{dt}-\pi y^2\frac{dy}{dt}\right)$$
$$\Rightarrow -6=\left(2\pi ry\frac{dy}{dt}-\pi y\frac{dy}{dt}\right)$$
$$\Rightarrow -6=\left(2\pi\times 13\times 8\frac{dy}{dt}-\pi\times 8^2\frac{dy}{dt}\right)$$
$$\Rightarrow -6=\left(2\pi\times 13\times 8\frac{dy}{dt}-\pi\times 64\frac{dy}{dt}\right)$$
$$\Rightarrow -6=208\pi\frac{dy}{dt}-64\pi\frac{dy}{dt}=144\pi\frac{dy}{dt}$$
$$\Rightarrow \frac{dy}{dt}=\frac{-6}{144\pi}=\frac{-1}{24\pi}m/min$$



2- معدل تغير سطح الماء عندما يكون ارتفاعه (ym) في الخزان ؟

$$\Rightarrow A=r^2\pi=26\pi y-\pi y^2$$
$$r^2+(13-y)^2=169 \Rightarrow r^2=169-(13-y)^2$$
$$\Rightarrow r^2=169-(169-26y+y^2)=169-169+26y-y^2$$
$$\Rightarrow r^2=26y-y^2$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt}=26\pi\frac{dy}{dt}-2y\frac{dy}{dt}=(26\pi\times\frac{-1}{24\pi})-(2\times\frac{-1}{24\pi}\times y)$$
$$\frac{dA}{dt}=-\frac{26}{24}+\frac{2y}{24\pi}m^2/min$$



3– معدل تغير نصف القطر الخزان عندما يكون ارتفاع الماء $(8m)$ فيه؟

$$r^2+(13-y)^2=169 \Rightarrow r^2=169-(13-y)^2=26\pi y-\pi y^2 \Rightarrow r=\sqrt{26\pi y-\pi y^2}$$

$$\frac{dr}{dt}=\frac{26\pi\frac{dy}{dt}-2\pi y\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{26\pi y-\pi y^2}}=\frac{26\pi\times\frac{-1}{24\pi}-2\pi\times 8\times\frac{-1}{24\pi}}{2\sqrt{26\pi\times 8-\pi\times 8^2}}=\frac{\frac{-26}{24}+\frac{2}{3}}{2\sqrt{208\pi-64\pi}}=\frac{\frac{-26}{24}+\frac{16}{24}}{2\sqrt{144\pi}}=\frac{\frac{-10}{24}}{24\sqrt{\pi}}$$

$$\frac{dr}{dt}=\frac{-10}{24\times 24\sqrt{\pi}}=\frac{-5}{576\sqrt{\pi}}m/min$$

7- القوة الكهربائية المولدة من احد المصادر للطاقة تعطى بالعلاقة $(\mathcal{P}=5.12\mathcal{R}-\frac{2}{3}\mathcal{R}^3)$ حيث ان $(\mathcal{P}(watts))$ هي القوة الكهربائية،$(\mathcal{R}(Ohms))$ هي المقاومة بالدائرة الكهربائية.

1– من اجل أي مقاومة تكون القوة الكهربائية عظمى ؟

$$\mathcal{P}=5.12\mathcal{R}-\frac{2}{3}\mathcal{R}^3 \Rightarrow \frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{R}}=5.12-2\mathcal{R}^2 \Rightarrow \frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{R}} \Rightarrow 5.12-2\mathcal{R}^2=0 \Rightarrow 5.12=2\mathcal{R}^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{R}^2=\frac{5.12}{2} \Rightarrow \mathcal{R}^2=\frac{5.12}{2}=2.56 \Rightarrow \mathcal{R}=1.5\ Ohms$$

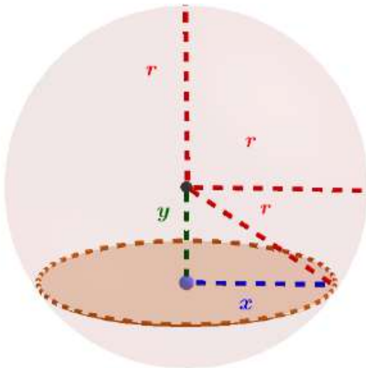
2– ماهي القوة الكهربائية العظمى ؟

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{P}}{d\mathcal{R}^2} \Rightarrow -4\mathcal{R}=-4\times 1.5=-6<0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{P}}{d\mathcal{R}^2}<0\right)$ ∴يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان القوة الكهربائية اكبر ما يمكن عند $(\mathcal{R}=1.5\ Ohms)$

$$\Rightarrow \mathcal{P}=5.12\mathcal{R}-\frac{2}{3}\mathcal{R}^3=(5.12\times 1.5)-(\frac{2}{3}\times(1.5)^3)=7.68-2.25=5.43watts$$

8- لتكن لدينا كرة نصف قطرها $(8cm)$، رسم بداخلها مخروط دائري القائم ، ماهو طول نصف القطر والارتفاع للمخروط الدائري القائم بحيث يكون حجمه اكبر ما يمكن؟



$$\mathcal{V}=\frac{1}{3}\pi rh=\frac{1}{3}\pi x(r+y)=\frac{1}{3}\pi x(8+y)$$

$$r^2=x^2+y^2 \Rightarrow 64=x^2+y^2 \Rightarrow x^2=64-y^2 \Rightarrow x=\sqrt{64-y^2}$$

$$\therefore \mathcal{V}=\frac{1}{3}\pi\sqrt{64-y^2}\times(8+y)$$

$$\therefore \frac{d\mathcal{V}}{dy}=\left(\left(\frac{1}{3}\pi\frac{0-2y}{2\sqrt{64-y^2}}\right)\times(8+y)\right)+\left(\frac{1}{3}\pi\sqrt{64-y^2}\times(0+1)\right)$$

$$\frac{d\mathcal{V}}{dy}=\frac{-8\pi y-\pi y^2}{3\sqrt{64-y^2}}+\frac{1}{3}\pi\sqrt{64-y^2}=\frac{-8\pi y-\pi y^2+(\pi(64-y^2))}{3\sqrt{64-y^2}}$$

$$\frac{d\mathcal{V}}{dy}=\frac{-8\pi y-\pi y^2+\pi 64-\pi y^2}{3\sqrt{64-y^2}}=\frac{-8\pi y-2\pi y^2+\pi 64}{3\sqrt{64-y^2}} \Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{dy}=0$$

$$\Rightarrow \frac{-8\pi y-2\pi y^2+\pi 64}{3\sqrt{64-y^2}}=0 \Rightarrow -8\pi y-2\pi y^2+\pi 64=0 \Rightarrow (-2\pi y+\pi 8)(y+8)=0$$

$\Rightarrow -2\pi y+\pi 8=0 \Rightarrow -2\pi y=-\pi 8 \Rightarrow y=4cm, \Rightarrow (y+8)=0 \Rightarrow y=-8$ مرفوض

$\Rightarrow 3\sqrt{64-y^2}=0 \Rightarrow 64-y^2=0 \Rightarrow 64=y^2 \Rightarrow y=\sqrt{64}=\pm 8=8\text{cm}=r$ مرفوض

$$\Rightarrow \therefore y=4cm$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{V}}{dy^2}=\frac{\left((-8\pi-4\pi y)\left(3\sqrt{64-y^2}\right)\right)-\left((-8\pi y-2\pi y^2+\pi 64)\left(\frac{-2y}{6\sqrt{64-y^2}}\right)\right)}{\left(3\sqrt{64-y^2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{V}}{dy^2}=\frac{\left((-8\pi-16\pi)(3\sqrt{64-16})\right)-\left((-32\pi-32\pi+\pi 64)\left(\frac{-8}{6\sqrt{64-16}}\right)\right)}{\left(3\sqrt{64-16}\right)^2}$$

$$\frac{d^2\mathcal{V}}{dy^2}=\frac{\left((-24\pi)(3\sqrt{48})\right)-\left((0)\left(\frac{-8}{6\sqrt{48}}\right)\right)}{\left(3\sqrt{48}\right)^2}=\frac{-72\pi\sqrt{48}+\frac{8}{6\sqrt{48}}}{\left(3\sqrt{48}\right)^2}=\frac{\frac{-20736\pi+8}{6\sqrt{48}}}{\left(3\sqrt{48}\right)^2}$$

$$\frac{d^2\mathcal{V}}{dy^2}=\frac{-20736\pi+8}{432\times 6\sqrt{48}}=\frac{-20736\pi+8}{432\times 6\sqrt{48}}<0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{P}}{d\mathcal{R}^2}<0\right)$ $\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان حجم الخروط اكبر ما يمكن عند $(y=4cm)$

$$\Rightarrow \therefore y=4cm \Rightarrow h=8+4=12cm, x=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}cm$$

9- اذا كانت التكلفة الكلية لانتاج (x)جهاز راديو يومياً هي $(0.25x^2+35x+25\,JD)$ والسعر يمكن ان يباع به الجهاز الواحد هو $(50-0.5x\,JD)$، فكم ينبغي ان يكون الإنتاج اليومي لنحصل على اكبر ربح؟

$$\mathcal{R}(x)=x(50-0.5x)=50x-0.5x^2$$

$$\mathcal{C}(x)=0.25x^2+35x+25\,JD$$

$$\mathcal{P}(x)=\mathcal{R}(x)-\mathcal{C}(x)\Rightarrow \mathcal{P}(x)=(50x-0.5x^2)-(0.25x^2+35x+25)$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}(x)=50x-0.5x^2-0.25x^2-35x-25=15x-25-0.75x^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}`(x)=15-0-0.75x=15-0.75x\Rightarrow \mathcal{P}`(x)=0\Rightarrow 15=0.75x\Rightarrow x=20$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}``(x)=0-0.75=-0.75<0$$

$\because (\mathcal{P}``<0)$ $\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان الربح اكبر ما يمكن عند $(x=20)$

10- وعاء اسطواني قاعدته دائرية الشكل وحجمه $(1000cm^3)$ ، فما ابعاده بحيث تكون كمية المعدن المستهلكة بالتصنيع اقل ما يمكن في الحالتين التاليتين

1- الوعاء مفتوح من قاعدته العليا.

كمية المعدن المستهلكة بالتصنيع تعني المساحة السطحية للمعدن اللازمة للتصنيع

الوعاء مفتوح من قاعدته العليا أي قاعدة واحدة وهي السفلية تستخدم في حساب المساحة السطحية المطلوبة

$$\mathcal{A}=\pi r^2+2\pi r h$$

$$\mathcal{V}=\pi r^2 h=1000cm^3\Rightarrow 1000=\pi r^2 h\Rightarrow h=\frac{1000}{\pi r^2}$$

$$\mathcal{A}=\pi r^2+2\pi r\times\frac{1000}{\pi r^2}=\pi r^2+\frac{2000}{r}\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=2\pi r+\left(\frac{-2000}{r^2}\right)\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=0$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=2\pi r-\frac{2000}{r^2}=0\Rightarrow 2\pi r=\frac{2000}{r^2}\Rightarrow 2\pi r^3=2000\Rightarrow r^3=\frac{1000}{\pi}\Rightarrow r=\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}cm$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2}=2\pi+\frac{4000r}{r^4}=2\pi+\frac{4000\times\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}}{\left(\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^4}=2\pi+\frac{\frac{40000}{\sqrt[3]{\pi}}}{\frac{10000}{\pi\sqrt[3]{\pi}}}=2\pi+\left(\frac{40000}{\sqrt[3]{\pi}}\times\frac{\pi\sqrt[3]{\pi}}{10000}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2}=2\pi+4\pi=6\pi>0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2}>0\right)$ $\therefore$يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة أي ان كمية المعدن المستهلكة في التصنيع اقل ما يمكن عند $\left(r=\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}cm\right)$

$$\Rightarrow h=\frac{1000}{\pi\left(\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^2}=\frac{1000}{\frac{\pi 100}{\sqrt[3]{\pi^2}}}=\frac{1000\sqrt[3]{\pi^2}}{\pi 100}=\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}cm$$

2- الوعاء مغلق.

الوعاء مغلق أي القاعدة السفلية والقاعدة العلوية تستخدم في حساب المساحة السطحية المطلوبة

$$\mathcal{A}=2\pi r^2+2\pi r h$$

$$\mathcal{V}=\pi r^2 h=1000cm^3\Rightarrow 1000=\pi r^2 h\Rightarrow h=\frac{1000}{\pi r^2}$$

$$\mathcal{A}=2\pi r^2+2\pi r\times\frac{1000}{\pi r^2}=2\pi r^2+\frac{2000}{r}\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=4\pi r+\left(\frac{-2000}{r^2}\right)\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=0$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr} = 4\pi r - \frac{2000}{r^2} = 0 \Rightarrow 4\pi r = \frac{2000}{r^2} \Rightarrow 4\pi r^3 = 2000 \Rightarrow r^3 = \frac{500}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\,cm$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2} = 4\pi + \frac{4000r}{r^4} = 4\pi + \frac{4000 \times \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}}{(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}})^4} = 4\pi + \frac{4000}{(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}})^3} = 4\pi + \frac{4000}{\frac{500}{\pi}} = 4\pi + \frac{4000}{\frac{500}{\pi}}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2} = 4\pi + \frac{4000\pi}{500} = 4\pi + 8\pi = 12\pi > 0$$

$\because$ $(\frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2} > 0)$ $\therefore$يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة أي ان كمية المعدن المستهلكة في التصنيع اقل ما يمكن عند $(r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\,cm)$

$$\Rightarrow h = \frac{1000}{\pi\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right)^2}\,cm$$

11- قطعة معدنية على شكل قطاع دائري مساحته$(16cm^2)$، اوجد نصف قطر دائرة القطاع الدائري التي تجعل محيطه اقل ما يمكن وما قياس الزاوية عندئذٍ؟

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{16}{\frac{1}{2}r^2} = \frac{32}{r^2}$$

$$s = r\theta \Rightarrow C = 2r + r\theta = 2r + \left(r \times \frac{32}{r^2}\right) = 2r + \frac{32}{r} \Rightarrow \frac{dC}{dr} = 2 - \frac{32}{r^2} \Rightarrow \frac{dC}{dr} = 0$$

$$2 - \frac{32}{r^2} = 0 \Rightarrow 2 = \frac{32}{r^2} \Rightarrow 2r^2 = 32 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4cm$$

$$\Rightarrow \frac{d^2C}{dr^2} = 0 + \frac{64r}{r^4} = \frac{64}{r^3} = \frac{64}{64} = 1 > 0$$

$\because$ $(\frac{d^2C}{dr^2} > 0)$ $\therefore$يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة أي ان محيط الق٤قطاع الدائري اقل ما يمكن عند $(r = 4cm)$

$$\therefore \theta = \frac{32}{r^2} = \frac{32}{16} = 2rad$$

12- من مجموعة من الأزواج المرتبة $((x, y))$ للاعداد الصحيحة الغير سالبة والتي مجموع مسقطيها (5) ، اوجد الزوج المرتب الذي يجعل حاصل ضرب مربع المسقط الأول ومكعب المسقط الثاني اكبر ما يمكن؟

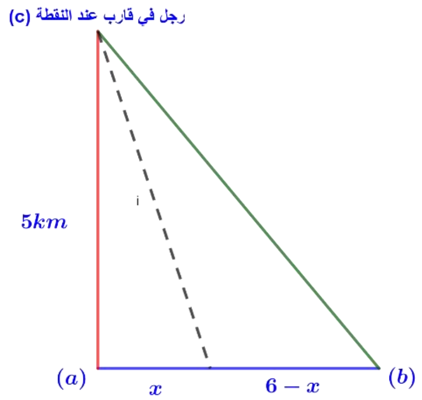
$$x + y = 5 \Rightarrow x = 5 - y$$
$$m = x^2y^3 = (5 - y)^2y^3 = 25y^3 + y^5 - 10y^4 \Rightarrow m` = 75y^2 + 5y^4 - 40y^3 \Rightarrow m` = 0$$
$$\Rightarrow 75y^2 + 5y^4 - 40y^3 = 0 \Rightarrow 15y^2 + y^4 - 8y^3 = 0$$
$$\Rightarrow (y^2 - 5y)(y^2 - 3y) = 0 \Rightarrow y^2 - 5y = 0 \Rightarrow y^2 = 5y \Rightarrow y = 5\,, x = 5 - 5 = 0$$ مرفوض

$x = 5 - 5 = 0$ مرفوض $\Rightarrow m = x^2y^3 = 0 \times y^3 = 0$

$$\Rightarrow y^2 - 3y = 0 \Rightarrow y^2 = 3y \Rightarrow y = 3\,, x = 5 - 3 = 2$$
$$\Rightarrow m`` = 150y + 20y^3 - 120y^2 = 450 + 540 - 1080 = -90$$
$$\Rightarrow m`` = -90 < 0$$

$\because$ $(m`` < 0)$ $\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان حاصل ضرب مربع المسقط الأول ومكعب المسقط الثاني اكبر ما يمكن عند $(x = 2, y = 3)$

13- رجل في قارب عند النقطة (c) تبعد $(5km)$ عن النقطة (a) على شاطئ مستقيم ويرغب في الوصول الى النقطة (b) على نفس الشاطئ تبعد$(6km)$ عن النقطة (a) ، فإذا علمت ان الرجل يستطيع ان يجدف بسرعة منتظمة $(2km/h)$ وان يمشي على الشاطئ بسرعة منتظمة $(4km/h)$ ، اين يرسو لتكون المسافة التي يقطعها القارب الى النقطة(b) في اقل وقت ممكن؟



$$\mathcal{D}^2=5^2+x^2 \Rightarrow \mathcal{D}=\sqrt{25+x^2} \Rightarrow t=t_1+t_2$$

$$t_1=\frac{\mathcal{D}}{\frac{d\mathcal{D}}{dt}}=\frac{\sqrt{5^2+x^2}}{2},t_2=\frac{6-x}{4}$$

$$\Rightarrow t=t_1+t_2 \Rightarrow t=\frac{\sqrt{25+x^2}}{2}+\frac{6-x}{4}$$

$$t`=\frac{2x}{4\sqrt{25+x^2}}-\frac{1}{4} \Rightarrow t`=0 \Rightarrow \frac{2x}{4\sqrt{25+x^2}}-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{4\sqrt{25+x^2}}=\frac{1}{4} \Rightarrow 8x=4\sqrt{25+x^2} \Rightarrow x=\frac{4\sqrt{25+x^2}}{8}$$

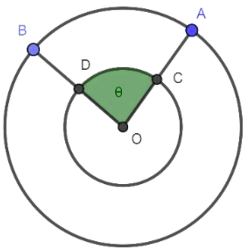
$$x^2=\frac{25+x^2}{4} \Rightarrow 25+x^2=4x^2 \Rightarrow 3x^2=25 \Rightarrow x^2=\frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow x=\frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$t``=\frac{8\sqrt{25+x^2}-8x\sqrt{25+x^2}}{\left(4\sqrt{25+x^2}\right)^2}=\frac{8\sqrt{25+\frac{25}{3}}-8\frac{5}{\sqrt{3}}\sqrt{25+\frac{25}{3}}}{\left(4\sqrt{25+\frac{25}{3}}\right)^2}=\frac{8\sqrt{\frac{100}{3}}-\frac{40}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{100}{3}}}{\left(4\sqrt{\frac{100}{3}}\right)^2}$$

$$t``=\frac{\frac{80}{\sqrt{3}}-\frac{400}{3}}{\frac{1600}{3}}=\frac{\frac{240-400\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}}{\frac{1600}{3}}=\frac{240-400\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\times\frac{3}{1600}=\frac{720-1200\sqrt{3}}{4800\sqrt{3}}<0$$

$\because$ $(t``<0)$ $\therefore$يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان لتكون المسافة التي يقطعها القارب الى النقطة(b) في اقل وقت ممكن عند $(x=\frac{5}{\sqrt{3}})$



14- في الشكل المقابل دائرتان متحدة المركز طول نصفي قطريهما على التوالي$(10,20cm)$ ،

اذا تغيرت (θ) بمعدل $(\frac{\pi}{10}rad/min)$ اوجد :

1− معدل تغير المساحة بين الدائرتين.

$$\mathcal{A}=\mathcal{A}_1-\mathcal{A}_2=\pi {r_1}^2-\pi {r_2}^2 \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt}=0-0=0$$

نلاحظ ان نصفي قطري الدائرتين ثابت والمساحة بين الدائرتين لا تتغير بتغير الزاوية (θ)

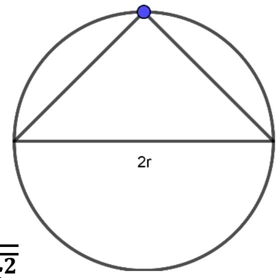
2− معدل تغير المساحة بين القطاعين (AOB) و(COD).

$$\mathcal{A}=\mathcal{A}_1-\mathcal{A}_2=\frac{1}{2}{r_1}^2\theta-\frac{1}{2}{r_2}^2\theta=200\theta-50\theta=150\theta$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt}=150\frac{d\theta}{dt}=150\times\frac{\pi}{10}=15\pi cm^2/min$$

15- في الشكل المقابل تتحرك نقطة (B) على دائرة نصف قطرها $(10cm)$، اوجد بعد النقطة عن طرفي قطر الدائرة بحيث يكون مجموع بعديها اكبر ما يمكن؟

الزاوية المحيطية التي تشكلها النقطة (B) تساوي نصف الزاوية المشتركة معها في نفس القوس



$$\therefore m\measuredangle B=\frac{\pi}{2}\Rightarrow x^2+y^2=(2r)^2 \Rightarrow y^2=4r^2-x^2\Rightarrow y=\sqrt{4r^2-x^2}$$
$$x^2=r^2+r^2=2r^2=y^2$$
$$\mathcal{D}=x+y\Rightarrow \mathcal{D}=x+\sqrt{4r^2-x^2}\Rightarrow \frac{d\mathcal{D}}{dx}=1+\frac{-2x}{2\sqrt{4r^2-x^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{D}}{dx}=1-\frac{x}{\sqrt{4r^2-x^2}}\Rightarrow \frac{d\mathcal{D}}{dx}=0\Rightarrow 1-\frac{x}{\sqrt{4r^2-x^2}}=0\Rightarrow 1=\frac{x}{\sqrt{4r^2-x^2}}$$
$$\Rightarrow \sqrt{4r^2-x^2}=x\Rightarrow 4r^2-x^2=4r^2-x^2\Rightarrow 2x^2=4r^2\Rightarrow x^2=2r^2\Rightarrow x=\sqrt{2}r$$
$$\Rightarrow x=10\sqrt{2}cm$$
$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{D}}{dx^2}=0-\frac{\sqrt{4r^2-x^2}-x\frac{-2x}{2\sqrt{4r^2-x^2}}}{\left(\sqrt{4r^2-x^2}\right)^2}=-\frac{\sqrt{4r^2-x^2}+\frac{x^2}{\sqrt{4r^2-x^2}}}{4r^2-x^2}$$
$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{D}}{dx^2}=-\frac{\frac{4r^2-x^2+x^2}{\sqrt{4r^2-x^2}}}{4r^2-x^2}=-\frac{\frac{4r^2}{\sqrt{4r^2-x^2}}}{4r^2-x^2}=-\frac{4r^2}{(4r^2-x^2)\sqrt{4r^2-x^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{D}}{dx^2}=-\frac{400}{(400-200)\sqrt{400-200}}=-\frac{400}{(200)\sqrt{200}}=-\frac{200}{\sqrt{200}}=-\sqrt{200}<0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{D}}{dx^2}<0\right)\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي بعد النقطة عن طرفي قطر الدائرة بحيث يكون مجموع بعديها اكبر ما يمكن عند $(x=10\sqrt{2}cm)$

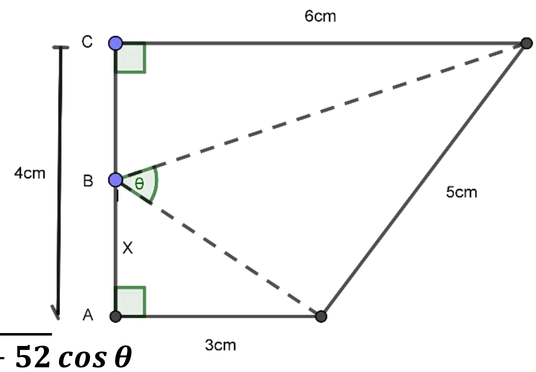
$$\Rightarrow y=\sqrt{4r^2-x^2}\Rightarrow y=\sqrt{400-200}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}cm\Rightarrow \mathcal{D}=x+y=10\sqrt{2}+10\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \mathcal{D}=20\sqrt{2}cm$$

16- بين ان المثلث المتساوي الاضلاع والذي ارتفاعه $(3r)$ هو اقل المثلثات المتساوية الساقين مساحة والتي يمكن رسمها عل دائرة نصف قطرها (r) ؟

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times 2r\times 3r=3r^2\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr}=6r\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2}=6$$
$$\Rightarrow \frac{d^2\mathcal{A}}{dr^2}=6>0$$

$\because \left(\frac{d^2\mathcal{C}}{dr^2}>0\right)\therefore$ يوجد قيمة صغرى مطلقة لأنها قيمة صغرى محلية وحيدة أي ان المثلث المتساوي الاضلاع والذي ارتفاعه $(3r)$ هو اقل المثلثات المتساوية الساقين مساحة والتي يمكن رسمها عل دائرة نصف قطرها (r)

17- النقطة $(\mathcal{B})$ تتحرك من النقطة $(\mathcal{A})$ الى النقطة $(\mathcal{C})$ بمعدل $(2cm/s)$ كما هو موضح بالشكل المقابل فما معدل تغير الزاوية عندما $(x=4cm)$ ؟



$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\theta$$
$$x^2+3^2=b^2\Rightarrow x^2+9=b^2$$
$$b=\sqrt{x^2+9}$$
$$(4-x)^2+6^2=c^2\Rightarrow x^2-8x+16+36=c^2$$
$$\Rightarrow x^2-8x+52=c^2$$
$$\Rightarrow c=\sqrt{x^2-8x+52}$$
$$\Rightarrow 25=x^2+9+x^2-8x+52-2\sqrt{x^2+9}\times\sqrt{x^2-8x+52}\cos\theta$$
$$\Rightarrow 25=2x^2+61-8x-2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\cos\theta$$
$$\Rightarrow 25+2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\cos\theta=2x^2+61-8x$$

$$\Rightarrow 0+\frac{(2x\frac{dx}{dt})(x^2-8x+52)+(x^2+9)(2x\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt})}{2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}}\cos\theta$$
$$-\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\sin\theta\frac{d\theta}{dt}) \;=4x\frac{dx}{dt}+0-8\frac{dx}{dt}$$

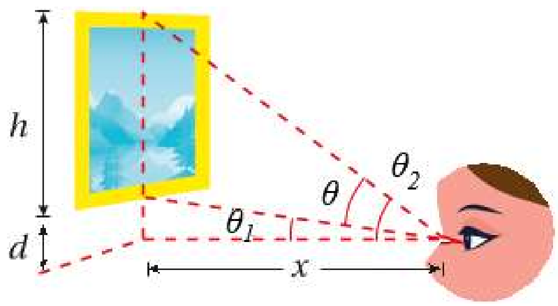
$$\Rightarrow \frac{(2x\frac{dx}{dt})(x^2-8x+52)+(x^2+9)(2x\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt})}{2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}}\cos\theta-\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\sin\theta\frac{d\theta}{dt})$$
$$=4x\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{(2x\frac{dx}{dt})(x^2-8x+52)+(x^2+9)(2x\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt})}{2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}}\cos\theta-\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\sin\theta\frac{d\theta}{dt})$$
$$=4x\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow 25=2x^2+61-8x-2\sqrt{(x^2+9)(x^2-8x+52)}\cos\theta$$
$$\Rightarrow 25=32+61-32-2\sqrt{(16+9)(16-32+52)}\cos\theta$$
$$\Rightarrow 25=61-2\sqrt{(25)(36)}\cos\theta$$
$$\Rightarrow 25=61-2\times 30\cos\theta \Rightarrow 25=61-60\cos\theta \Rightarrow -36=-60\cos\theta$$
$$\Rightarrow \cos\theta=\frac{-36}{-60}=\frac{6}{10}\Rightarrow \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{36}{100}}=\sqrt{\frac{64}{100}}=\frac{8}{10}$$
$$\Rightarrow \frac{(2\times4\times2)(16-32+52)+(16+9)(2\times4\times2-8\times2)}{2\sqrt{(16+9)(16-32+52)}}\times\frac{6}{10}$$
$$-\sqrt{(16+9)(16-32+52)}\times\frac{8}{10}\times\frac{d\theta}{dt}) \;=4\times4\times2-8\times2$$
$$\Rightarrow \frac{(16)(36)+(25)(0)}{2\sqrt{(25)(36)}}\times\frac{6}{10}-\sqrt{(25)(36)}\times\frac{8}{10}\times\frac{d\theta}{dt}) \;=32-16$$
$$\Rightarrow \frac{576}{60}\times\frac{6}{10}-30\times\frac{8}{10}\times\frac{d\theta}{dt}\;=16\Rightarrow\frac{576}{100}-24\times\frac{d\theta}{dt}\;=16$$
$$\Rightarrow -24\times\frac{d\theta}{dt}\;=16-\frac{576}{100}\Rightarrow -24\frac{d\theta}{dt}=\frac{1600-576}{100}\Rightarrow -24\frac{d\theta}{dt}=\frac{1024}{100}$$
$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\frac{1024}{100\times-24}=-\frac{1024}{2400}=-\frac{256}{600}=-\frac{128}{300}=-\frac{64}{150}\;rad/s$$

18- نظرت سارة الى لوحة معلقة في منزلها ارتفاعها $(h\ m)$ وارتفاع الحافة السفلية فوق المستوى الافقي لنظرها $(d\ m)$ كما هو موضح بالشكل المقابل ، فما المسافة التي تبعد فيها سارة عن اللوحة لتكون زاوية نظرها اكبر ما يمكن ؟

$$\because \theta=\theta_2-\theta_1\Rightarrow \tan\theta=\tan\theta_2-\theta_1$$
$$\tan\theta=\frac{\tan\theta_2-\tan\theta_1}{1+\tan\theta_2\tan\theta_1}$$
$$\tan\theta=\frac{\frac{h+d}{x}-\frac{d}{x}}{1+\frac{h+d}{x}\times\frac{d}{x}}$$



$$\tan\theta=\frac{\frac{h}{x}}{1+\frac{d(h+d)}{x^2}}=\frac{\frac{h}{x}}{\frac{x^2+dh+d^2}{x^2}}=\frac{h(x^2)}{x(x^2+dh+d^2)}=\frac{hx}{(x^2+dh+d^2)}$$

$$\sec^2\theta\,\frac{d\theta}{dx}=\frac{h(x^2+dh+d^2)-(hx(2x))}{(x^2+dh+d^2)^2}$$

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{h(x^2+dh+d^2)-(hx(2x))}{(x^2+dh+d^2)^2}\times\cos^2\theta=\frac{hx^2+dh^2+hd^2-2hx^2}{(x^2+dh+d^2)^2}\times\cos^2\theta$$

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{dh^2+hd^2-hx^2}{(x^2+dh+d^2)^2}\times\cos^2\theta\Rightarrow\frac{d\theta}{dx}=0\,,\cos^2\theta\neq0\Rightarrow\theta<\frac{\pi}{2}$$

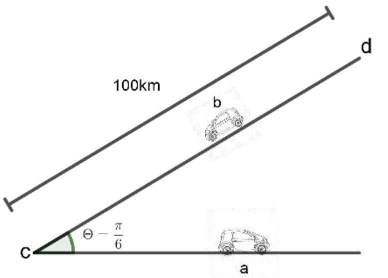
$$\therefore dh^2+hd^2-hx^2=0\Rightarrow dh^2+hd^2=hx^2\Rightarrow x^2=\frac{dh^2+hd^2}{h}=\frac{h(dh+d^2)}{h}=dh+d^2$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{dh+d^2}$$

	$\left(x<\sqrt{dh+d^2}\right)$	$\left(x>\sqrt{dh+d^2}\right)$
قيم الاختبار	$(\sqrt{dh})$	$(\sqrt{2dh+d^2})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`(\sqrt{dh})>0)$	$\left(f`\left(\sqrt{2dh+d^2}\right)<0\right)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴للاقتران قيمة عظمى محلية مطلقة لانها وحيدة عند $(x=\sqrt{dh+d^2})$ لتكون المسافة التي تبعد فيها سارة عن اللوحة لتكون زاوية نظرها اكبر ما يمكن عند $(x=\sqrt{dh+d^2})$

19- يلتقي طريقان مستقيمان عند النقطة (c) بزاوية قياسها $(\frac{\pi}{6})$
اذا انطلقت السيارة (a) من احد الطريقين بسرعة $(80km/h)$
مبتعدة عن النقطة (c) وفي الوقت نفسه تحركت السيارة (b) بسرعة
$(50km/h)$ على الطريق الاخر من نقطة (d) تبعد عن النقطة (c)
$(100km)$ وفي اتجاهها كما هو موضح بالشكل المقابل ،
فما اقصر مسافة بينهما عندما تلتقيان؟



∵(x) تمثل المسافة التي قطعتها السيارة (a) وهي السرعة مضروبة في الزمن وتساوي $(80t)$

∵ (z) تمثل المسافة التي قطعتها السيارة (b) حتى تصل الى اقرب مسافة بينها وبين السيارة (a)عندما تلتقيان وهي السرعة مضروبة في الزمن وتساوي $(50t)$

∵ (y) تمثل المسافة التي بين السيارة (b) في اقرب مسافة بينها وبين السيارة (a)عندما تلتقيان والنقطة (c)وهي $(100-z=100-50t)$

$$s^2=x^2+y^2-2xy\cos\theta\Rightarrow s^2=x^2+y^2-2xy\cos\frac{\pi}{6}\Rightarrow s^2=x^2+y^2-2xy\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow s^2=x^2+y^2-xy\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow s^2=(80t)^2+(100-50t)^2-80t(100-50t)\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow s^2=6400t^2+10000+2500t^2-10000t-8000\sqrt{3}t-4000\sqrt{3}t$$

$$\Rightarrow s^2=8900t^2+10000-10000t-4000\sqrt{3}t$$

$$\Rightarrow s^2=8900t^2+10000-10000t-6928t$$

$$\Rightarrow s^2=8900t^2+10000-3072t$$

$$s`=17800t-3072\Rightarrow s`=0\Rightarrow17800t=3072\Rightarrow t=\frac{3072}{17800}=0.17h$$

∴للاقتران نقطة حرجة عند $(t=1.43)$

	$(0<x<0.17)$	$(x>0.17)$
قيم الاختبار	(0.1)	(1)
إشارة $(s`(x))$	$(s`(0.1)<0)$	$(s`(1)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص ↘	متزايد ↗

∴للاقتران قيمة صغرى محلية مطلقة لانها وحيدة عند $(t=1.43)$

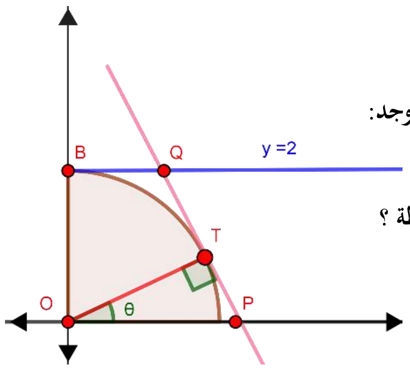
∴اقصر مسافة بينهما عندما تلتقيان هي

$$\Rightarrow s^2=2572+10000-522\Rightarrow s^2=12050\Rightarrow s\approx 110km$$

-20 تقع النقطة (T) على الدائرة التي معادلتها $(x^2+y^2=4)$ ،

عند الزاوية (θ)من المحور (x) الموجب، حيث $(0\le\theta<\frac{\pi}{2})$ والتي تتحرك

في لحظة ما بسرعة $(0.1u/s)$ عند $(x=1)$باتجاه عكس عقارب الساعة، كما في الشكل المجاور. اوجد:



1− معدل تغير زاوية ميل المستقيم $(\overline{PT})$ في تلك اللحظة ؟

2− معدل تغير مساحة شبه المنحرف $(OBQP)$ بدلالة (θ) وما قيمته في تلك اللحظة ؟

3− قياس الزاوية (θ) لتكون مساحة شبه المنحرف $(OBQP)$ اقل ما يمكن؟

1−

معادلة الدائرة تمثل دائرة مركزها نقطة الأصل نصف قطرها (2)

$$\because T(x,y)\Rightarrow \cos\theta=\frac{x}{2}\,,\sin\theta=\frac{y}{2}\,,\therefore T(\cos\theta\,,\sin\theta)$$

$$m\overline{TP}\times m\perp\overline{TP}=-1\Rightarrow m\overline{TP}\times m\overline{OT}=-1\Rightarrow m\overline{OT}=\tan\theta=\frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow m\overline{OT}=\tan\theta\Rightarrow m\overline{TP}\times\tan\theta=-1\Rightarrow m\overline{TP}=\frac{-1}{\tan\theta}$$

$$m\overline{TP}\times m\perp\overline{TP}=-1\Rightarrow\frac{y}{x}\times\frac{-1}{\tan\theta}=-1$$

$$\Rightarrow\frac{-y}{x\tan\theta}=-1\Rightarrow\frac{(-\frac{dy}{dt}\times x\tan\theta)-(-y(\tan\theta\frac{dx}{dt})+(x\sec^2\theta\frac{d\theta}{dt}))}{(x\tan\theta)^2}=0$$

$$\Rightarrow\frac{(-\frac{dy}{dt}\times x\tan\theta)-(-y(\tan\theta\frac{dx}{dt})+(x\sec^2\theta\frac{d\theta}{dt}))}{(x\tan\theta)^2}=0$$

$$\because x=1\Rightarrow x^2+y^2=4\Rightarrow 1+y^2=4\Rightarrow y^2=3\Rightarrow y=\sqrt{3}\,,0\le\theta<\frac{\pi}{2}$$

$$\because\cos\theta=\frac{x}{2}=\frac{1}{2},\sin\theta=\frac{y}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\because T(x,y)\Rightarrow\therefore\frac{dT}{dt}(x)=\frac{dT}{dt}\times x=0.1\times 1=0.1u\,,\Rightarrow\therefore\frac{dT}{dt}(y)=\frac{dT}{dt}\times y=0.1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{10}u$$

$$\Rightarrow\frac{(-\frac{\sqrt{3}}{10}\times\sqrt{3})-(-\sqrt{3}(\frac{1}{10})+(\frac{1}{4}\times\frac{d\theta}{dt}))}{(\sqrt{3})^2}=0\Rightarrow\frac{-\frac{3}{10}-(-\frac{\sqrt{3}}{10}+(\frac{1}{4}\times\frac{d\theta}{dt}))}{3}=0$$

$$\Rightarrow\frac{-\frac{3}{10}+\frac{\sqrt{3}}{10}-(\frac{1}{4}\times\frac{d\theta}{dt})}{3}=0\Rightarrow\frac{\sqrt{3}-3}{10}-(\frac{1}{4}\times\frac{d\theta}{dt})=0\Rightarrow\frac{\sqrt{3}-3}{10}=(\frac{1}{4}\times\frac{d\theta}{dt})$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{\sqrt{3}-3}{10}\right)=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{10}-\frac{12}{10}=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{5}-\frac{6}{5}=\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\frac{2\sqrt{3}-6}{5} rad/s$$

2–

$$\Rightarrow y-y_2=m(x-x_2)\Rightarrow y-2\sin\theta=\frac{-1}{\tan\theta}(x-2\cos\theta)\Rightarrow y-2\sin\theta=\frac{-1}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}(x-2\cos\theta)$$

$$\Rightarrow y-2\sin\theta=\frac{-\cos\theta}{\sin\theta}(x-2\cos\theta)\Rightarrow y-2\sin\theta=\frac{-x\cos\theta+2\cos^2\theta}{\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \sin\theta\,(y-2\sin\theta)=-x\cos\theta+2\cos^2\theta\Rightarrow y\sin\theta-2\sin^2\theta=-x\cos\theta+2\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow y\sin\theta=-x\cos\theta+2\cos^2\theta+2\sin^2\theta\Rightarrow y\sin\theta+x\cos\theta=2$$

$$\Rightarrow y\sin\theta+x\cos\theta=2$$

$\Leftarrow$ لإيجاد طول القاعدة ($\overline{BQ}$) والتي يمثل طولها الاحداثي على محور (x) للنقطة (Q) نعوض في معادلة المستقيم ($\overline{QP}=\overline{TP}$) قيمة $(y=2)$

$$\Rightarrow y\sin\theta+x\cos\theta=2\Rightarrow 2\sin\theta+x\cos\theta=2\Rightarrow x\cos\theta=2-2\sin\theta$$

$$\Rightarrow x=\frac{2-2\sin\theta}{\cos\theta}$$

$\Leftarrow$ لإيجاد طول القاعدة ($\overline{OP}$) والتي يمثل طولها الاحداثي على محور (x) للنقطة (P) نعوض في معادلة المستقيم ($\overline{QP}=\overline{TP}$) قيمة $(y=0)$

$\Leftarrow$ طول الارتفاع ($\overline{OB}=2$)

$$\Rightarrow y\sin\theta+x\cos\theta=2\Rightarrow 0+x\cos\theta=2\Rightarrow x=\frac{2}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow\therefore \mathcal{A}=\frac{1}{2}(\overline{BQ}+\overline{OP})\times\overline{OB}=\frac{1}{2}\left(\frac{2-2\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{2}{\cos\theta}\right)\times 2=\frac{2-2\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{2}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow\therefore \mathcal{A}=\frac{2-2\sin\theta+2}{\cos\theta}\Rightarrow\therefore \mathcal{A}=\frac{4-2\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=\frac{(-2\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\cos\theta)-((4-2\sin\theta)\times-\sin\theta\frac{d\theta}{dt})}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=\frac{-2\cos^2\theta\frac{d\theta}{dt}+4\sin\theta\frac{d\theta}{dt}-2\sin^2\theta\frac{d\theta}{dt})}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=\frac{-2\frac{d\theta}{dt}(\cos^2\theta-2\sin\theta+\sin^2\theta)}{\cos^2\theta}\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=\frac{-2\frac{d\theta}{dt}(1-2\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta}=\frac{-2\times\frac{2\sqrt{3}-6}{5}(1-\sqrt{3})}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\frac{-4\sqrt{3}+12}{5}(1-\sqrt{3})}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{-4\sqrt{3}+12}{5}+(\frac{12-12\sqrt{3}}{10})}{\frac{1}{4}}$$

$$=\frac{\frac{-8\sqrt{3}+24}{10}+(\frac{12-12\sqrt{3}}{10})}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{-8\sqrt{3}+24+12-12\sqrt{3}}{10}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{-20\sqrt{3}+36}{10}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1.16}{10}}{\frac{1}{4}}$$

$$=4\left(\frac{1.16}{10}\right)=0.464u^2/s$$

3−

$$\Rightarrow \therefore \mathcal{A} = \frac{4-2\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{(-2\cos\theta\cos\theta) - ((4-2\sin\theta)\times -\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{-2\cos^2\theta + 4\sin\theta - 2\sin^2\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{-2(\cos^2\theta - 2\sin\theta + \sin^2\theta)}{\cos^2\theta} \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{-2(1-2\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{-2(1-2\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = \frac{-2+4\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2+4\sin\theta = 0 \Rightarrow 2 = 4\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

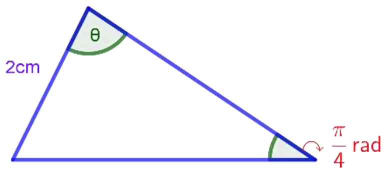
	$(0 \le x < \frac{\pi}{6})$	$(\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	(0)	$(\frac{\pi}{4})$
إشارة $(\mathcal{A}`(x))$	$(\mathcal{A}`(0) < 0)$	$\left(\mathcal{A}`\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0\right)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

∴للاقتران قيمة صغرى محلية مطلقة لانها وحيدة عند $(\theta = \frac{\pi}{6})$ لتكون مساحة شبه المنحرف $(\mathcal{OBQP})$ اقل ما يمكن

21- في الشكل المجاور مثلث احدى زواياه $(\theta = \frac{\pi}{4})$ تقابل ضلع طوله $(2cm)$.اوجد:

1− مساحة المثلث بدلالة الزاوية (θ) ؟

2− اوجد اكبر مساحة ممكنة للمثلث ؟



$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}ax\sin\theta$$

$$a = 2cm\,, m\sphericalangle\alpha = \pi - \left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \pi - \theta - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi-\pi}{4} - \theta = \frac{3\pi}{4} - \theta$$

$$\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\sin\alpha}{x} = \frac{\sin(\frac{3\pi}{4}-\theta)}{x} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} = 2\sin(\frac{3\pi}{4}-\theta) \Rightarrow x = 2\sqrt{2}\sin(\frac{3\pi}{4}-\theta)$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{2}\,(\sin(\frac{3\pi}{4})\cos\theta - \cos\frac{3\pi}{4}\sin\theta)$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{2}\,(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta - \frac{-1}{\sqrt{2}}\sin\theta) \Rightarrow x = 2\sqrt{2}\,(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta)$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\theta + \sin\theta) \Rightarrow x = 2\,(\cos\theta + \sin\theta)$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = \frac{1}{2}ax\sin\theta \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (2\,(\cos\theta + \sin\theta)) \times \sin\theta \Rightarrow \mathcal{A} = (2\,(\cos\theta + \sin\theta)) \times \sin\theta$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = (2\cos\theta + 2\sin\theta)\sin\theta \Rightarrow \mathcal{A} = 2\sin\theta\cos\theta + 2\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta + 1 - \cos^2\theta \Rightarrow \mathcal{A} = 2\sin\theta\cos\theta + (\sin^2\theta - \cos^2\theta) + 1$$

$$\mathcal{A} = 2\sin\theta\cos\theta + (-(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 1 \Rightarrow \mathcal{A} = \sin 2\theta - \cos 2\theta + 1$$

2−

$$\Rightarrow \mathcal{A} = \sin 2\theta - \cos 2\theta + 1$$
$$\frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = 2\cos 2\theta + 2\sin 2\theta \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{d\theta} = 0 \Rightarrow 2\cos 2\theta + 2\sin 2\theta = 0$$
$$2\cos 2\theta = -2\sin 2\theta \Rightarrow \cos 2\theta = -\sin 2\theta \Rightarrow -\tan 2\theta = 1 \Rightarrow \tan 2\theta = -1$$
$$\therefore 2\theta = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{8}$$

تكون مساحة المثلث موجبة في الفترة $(0,\frac{3\pi}{4})$

	$(0 < \theta < \frac{3\pi}{8})$	$(\frac{3\pi}{8} < \theta < \frac{3\pi}{4})$
قيم الاختبار	(0)	$(\frac{3\pi}{4})$
إشارة $(\mathcal{A}`(x))$	$(\mathcal{A}`(0) > 0)$	$(\mathcal{A}`\left(\frac{3\pi}{4}\right) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴للاقتران نقطة حرجة عند $(\theta = \frac{3\pi}{8})$ لتكون مساحة المثلث اكبرما يمكن

$$\Rightarrow \mathcal{A} = \sin 2\theta - \cos 2\theta + 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 1 = \sqrt{2} + 1$$

22- يلعب طفل على الشاطئ بالرمل مكونا هرماً مخروطياً قائماً منتظماً بمعدل $(2\pi cm^3/s)$ ارتفاعه، مساو لطول قاعدته، اوجد:

1− معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية في اللحظة التي يكون ارتفاعه $(10cm)$ ؟

2− معدل التغير في طول حرفه وما معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية في تلك اللحظة ؟

3− ابعاده عندما يكون معدل التغير في مساحه سطحه الجانبية مساوٍ معدل التغير في حجمه؟

4− معدل التغير في زاوية راسه عندما يكون طول حرفه $(10cm)$ ؟

1−

$$\left(\frac{dV}{dt} = 2\pi cm^3/s\right), (h = 10cm)$$
$$\because h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5cm$$
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2(2r) \Rightarrow V = \frac{2}{3}\pi r^3$$
$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{2}{3}\pi \times 3 \times r^2 \frac{dr}{dt} \Rightarrow 2\pi = 2\pi(5)^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow 1 = 25\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{25}cm/s$$
$$\mathcal{A} = \pi r \mathcal{L} = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \pi r\sqrt{r^2 + (2r)^2} = \pi r\sqrt{r^2 + 4r^2} = \pi r\sqrt{5r^2}$$
$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\pi\frac{dr}{dt}\sqrt{5r^2}\right) + \left(\pi r \times \frac{10r\frac{dr}{dt}}{2\sqrt{5r^2}}\right) = \left(\pi \times \frac{1}{25} \times \sqrt{125}\right) + \left(5\pi \times \frac{2}{2\sqrt{125}}\right)$$
$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\sqrt{5}\pi}{5}\right) + \left(\frac{5\pi}{\sqrt{125}}\right) = \left(\frac{5\pi + 5\pi}{\sqrt{125}}\right) = \frac{10\pi}{\sqrt{125}}cm^2/s$$

حل آخر

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{12}\pi h^3$$
$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{3}{12}\pi h^2\frac{dh}{dt} = \frac{1}{4}\pi h^2\frac{dh}{dt} \Rightarrow 2\pi = \frac{1}{4}\pi 10^2\frac{dh}{dt} \Rightarrow 2\pi = 25\pi\frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow 2 = 2\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{2}{25}cm/s$$

$$\mathcal{A} = \pi r \mathcal{L} = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \pi\frac{h}{2}\sqrt{(\frac{h}{2})^2 + h^2} = \pi\frac{h}{2}\sqrt{\frac{h^2}{4} + h^2}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\pi}{2}\times\frac{dh}{dt}\sqrt{\frac{h^2}{4} + h^2}\right) + \left(\frac{\pi}{2}h\times\frac{\frac{2h}{4}\frac{dh}{dt} + 2h\frac{dh}{dt}}{2\sqrt{\frac{h^2}{4} + h^2}}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\pi}{2}\times\frac{2}{25}\sqrt{\frac{100}{4} + 100}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\times 10\times\frac{\frac{20}{4}\times\frac{2}{25} + \frac{40}{25}}{2\sqrt{\frac{100}{4} + 100}}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\frac{\pi}{25}\sqrt{125}\right) + \left(5\pi\frac{\frac{40}{100} + \frac{160}{100}}{2\sqrt{125}}\right) = \left(\frac{\pi}{25}\sqrt{125}\right) + \left(\frac{10\pi}{2\sqrt{125}}\right) = \frac{250\pi + 250\pi}{50\sqrt{125}} = \frac{500\pi}{50\sqrt{125}}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{10\pi}{\sqrt{125}}cm^2/s$$

2−

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{2}{25}cm/s, \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{25}cm/s, \because h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5cm$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{25 + 100} = \sqrt{125}\,cm$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{2r\frac{dr}{dt} + 2h\frac{dh}{dt}}{2\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{\left(2\times 5\times\frac{1}{25}\right) + \left(2\times 10\times\frac{2}{25}\right)}{2\sqrt{25 + 100}} = \frac{\frac{10}{25} + \frac{40}{25}}{2\sqrt{125}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{\frac{50}{25}}{2\sqrt{125}} = \frac{2}{2\sqrt{125}} = \frac{1}{\sqrt{125}}cm/s$$

$$\mathcal{A} = \pi r\mathcal{L} \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \pi\left(\frac{dr}{dt}\mathcal{L} + r\frac{d\mathcal{L}}{dt}\right) = \pi\left(\frac{1}{25}\times\sqrt{125} + 5\times\frac{1}{\sqrt{125}}\right) = \pi(\frac{\sqrt{125}}{25} + \frac{5}{\sqrt{125}})$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{125 + 125}{25\sqrt{125}} = \frac{250}{25\sqrt{125}} = \frac{10}{\sqrt{125}}cm^2/s$$

3−

$$\because h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2}$$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow \mathcal{V} = \frac{1}{3}\pi r^2(2r) \Rightarrow \mathcal{V} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{dt} = \frac{2}{3}\pi\times 3\times r^2\frac{dr}{dt} = 2\pi r^2\frac{dr}{dt}$$

$$\mathcal{A} = \pi r\mathcal{L} = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} = \pi r\sqrt{r^2 + (2r)^2} = \pi r\sqrt{r^2 + 4r^2} = \pi r\sqrt{5r^2}$$

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \left(\pi\frac{dr}{dt}\sqrt{5r^2}\right) + \left(\pi r\times\frac{10r\frac{dr}{dt}}{2\sqrt{5r^2}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{dt} = \frac{d\mathcal{A}}{dt} \Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt} = \left(\pi\frac{dr}{dt}\sqrt{5r^2}\right) + \left(\pi r\times\frac{10r\frac{dr}{dt}}{2\sqrt{5r^2}}\right)$$

$$\Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt}=\left(\pi\sqrt{5r^2}\frac{dr}{dt}\right)+\left(\frac{10\pi r^2\frac{dr}{dt}}{2\sqrt{5r^2}}\right)$$
$$\Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt}=\left(\pi\sqrt{5r^2}\frac{dr}{dt}\right)+\left(\frac{5\pi r^2\frac{dr}{dt}}{\sqrt{5r^2}}\right)$$
$$\Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt}=\frac{\pi 5r^2\frac{dr}{dt}+5\pi r^2\frac{dr}{dt}}{\sqrt{5r^2}}\Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt}=\frac{10\pi r^2\frac{dr}{dt}}{\sqrt{5r^2}}$$
$$\Rightarrow 2\pi r^2\frac{dr}{dt}\times\sqrt{5r^2}=10\pi r^2\frac{dr}{dt}\Rightarrow\sqrt{5r^2}=5\Rightarrow 5r^2=25\Rightarrow r^2=5\Rightarrow r=\sqrt{5}cm$$
$$\because h=2r\Rightarrow h=2\sqrt{5}cm$$
$$\Rightarrow \mathcal{L}=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{5+4\times 5}=\sqrt{25}=5cm$$

4-

$$\Rightarrow \mathcal{L}=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{r^2+(2r)^2}=\sqrt{r^2+4r^2}=\sqrt{5r^2}$$
$$\Rightarrow \mathcal{L}=\sqrt{5r^2}\Rightarrow 10=\sqrt{5r^2}\Rightarrow 100=5r^2\Rightarrow r^2=20\Rightarrow r=\sqrt{20}\,cm$$

$$\sin\theta=\frac{r}{\mathcal{L}}$$
$$\left(\frac{d\mathcal{V}}{dt}=2\pi cm^3/s\right),h=2r\Rightarrow r=\frac{h}{2}$$
$$\mathcal{V}=\frac{1}{3}\pi r^2h\Rightarrow\mathcal{V}=\frac{1}{3}\pi r^2(2r)\Rightarrow\mathcal{V}=\frac{2}{3}\pi r^3$$
$$\Rightarrow\frac{d\mathcal{V}}{dt}=\frac{2}{3}\pi\times 3\times r^2\frac{dr}{dt}\Rightarrow 2\pi=2\pi r^2\frac{dr}{dt}\Rightarrow 1=r^2\frac{dr}{dt}\Rightarrow\frac{dr}{dt}=\frac{1}{r^2}cm/s$$
$$\Rightarrow r^2=\frac{1}{\frac{dr}{dt}}$$

$$\Rightarrow\sin\theta=\frac{r}{\sqrt{5r^2}}\ \Rightarrow\cos\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{dr}{dt}\sqrt{5r^2}-r\frac{10r\frac{dr}{dt}}{2\sqrt{5r^2}}}{(\sqrt{5r^2})^2}$$
$$\Rightarrow\cos\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{1}{r^2}\sqrt{5r^2}-r\frac{10r\frac{1}{r^2}}{2\sqrt{5r^2}}}{5r^2}\Rightarrow\cos\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{1}{r^2}\sqrt{5r^2}-\frac{10r^2\frac{1}{r^2}}{2\sqrt{5r^2}}}{5r^2}$$
$$\Rightarrow\cos\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{1}{r^2}\sqrt{5r^2}-\frac{5}{\sqrt{5r^2}}}{5r^2}$$

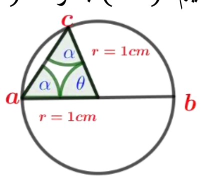
$$\Rightarrow\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{1}{20}\times 10-\frac{5}{10}}{100}\times\frac{1}{\cos\theta}$$
$$\Rightarrow\frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{1}{20}\times 10-\frac{5}{10}}{100}\times\frac{1}{\cos\theta}=0rad/s$$

لا يوجد تغير في الزاوية مهما اختلف طول الحرف لان ارتفاعه مساو لطول قاعدته ومعدل التغير في حجمه ثابت

23- دائرة مركزها (m)، طول نصف قطرها $(1cm)$، سارت نملة من النقطة (a) الى النقطة (c) عبر المستقيم $(\overline{ac})$ بسرعة $(0.15cm/s)$ ،

ثم سارت من النقطة (c) الى النقطة (b) عبر القوس $(\widehat{cb})$ بنفس السرعة ،

اوجد قياس الزاوية $(m\measuredangle cam)$ التي يكون فيها الزمن المستغرق لمسار النملة اكبر ما يمكن؟



$$\because \triangle\, mca, \overline{mc} = \overline{ma} = 1cm \Rightarrow m\sphericalangle a = m\sphericalangle c \Rightarrow m\sphericalangle\theta = \pi - (2\alpha)$$

$$t = t_{\overline{ac}} + t_{\widehat{cb}} \Rightarrow t_{\overline{ac}} = \frac{d(\overline{ac})}{v(\overline{ac})} = \frac{\overline{ac}}{0.15}s \Rightarrow \overline{ac}^2 = \overline{mc}^2 + \overline{ma}^2 - 2\overline{mc} \times \overline{ma} \times \cos\theta$$

$$\Rightarrow \overline{ac}^2 = 1 + 1 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos(\pi - 2\alpha) = 2 - 2(-\cos 2\alpha) = 2 + 2\cos 2\alpha$$

$$\Rightarrow \overline{ac} = \sqrt{2 + 2\cos 2\alpha} = \sqrt{2(1 + \cos 2\alpha)} = \sqrt{2(2\cos^2\alpha)} = \sqrt{4\cos^2\alpha} = 2\cos\alpha$$

$$\therefore t_{\overline{ac}} = \frac{\overline{ac}}{0.15}s = \frac{2\cos\alpha}{0.15}s$$

$$t_{\widehat{cb}} = \frac{L\widehat{cb}}{v(\widehat{cb})} = \frac{r\alpha}{0.15} = \frac{\alpha}{0.15}s \Rightarrow \therefore\ t = t_{\overline{ac}} + t_{\widehat{cb}} = \frac{2\cos\alpha}{0.15} + \frac{\alpha}{0.15}$$

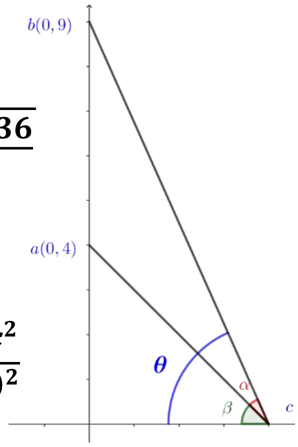
$$\Rightarrow \therefore \frac{dt}{d\alpha} = \frac{-2\sin\alpha}{0.15} + \frac{1}{0.15} \Rightarrow \frac{dt}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \frac{-2\sin\alpha}{0.15} + \frac{1}{0.15} = 0 \Rightarrow \frac{2\sin\alpha}{0.15} = \frac{1}{0.15}$$

$$2\sin\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2t}{d\alpha^2} = \frac{-2\cos\alpha}{0.15} = \frac{-2\cos\frac{\pi}{6}}{0.15} = \frac{-2\frac{\sqrt{3}}{2}}{0.15} = \frac{-\sqrt{3}}{0.15} < 0$$

$\because \left(\frac{d^2c}{dr^2} < 0\right)$ ∴يوجد قيمة عظمى مطلقة لأنها قيمة عظمى محلية وحيدة أي ان قياس الزاوية $(m\sphericalangle cam)$ التي يكون فيها الزمن المستغرق لمسار النملة اكبر ما يمكن هو $\left(\alpha = \frac{\pi}{6}\right)$

24- $(a(0,4))$، $(b(0,9))$ نقطتان ثابتتان، (c) نقطة تتحرك على محور $(+x)$ ، اوجد الاحداثي السيني للنقطة (c) الذي يجعل قياس الزاوية $(m\sphericalangle acb)$ اكبر ما يمكن



$$\because m\sphericalangle acb = m\sphericalangle\alpha\,, m\sphericalangle ocb = m\sphericalangle\beta, m\sphericalangle aco = m\sphericalangle\theta, \alpha = \theta - \beta$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \tan\theta - \beta = \frac{\tan\theta - \tan\beta}{1 + \tan\theta\tan\beta} = \frac{\frac{9}{x} - \frac{4}{x}}{1 + \left(\frac{9}{x} \times \frac{4}{x}\right)} = \frac{\frac{5}{x}}{1 + \frac{36}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 36}{x^2}}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{5}{x} \times \frac{x^2}{x^2 + 36} = \frac{5x}{x^2 + 36}$$

$$\Rightarrow \sec^2\alpha\,\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\left(5(x^2 + 36)\right) - (5x(2x))}{(x^2 + 36)^2} = \frac{5x^2 + 180 - 10x^2}{(x^2 + 36)^2} = \frac{180 - 5x^2}{(x^2 + 36)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{dx} = \frac{180 - 5x^2}{(x^2 + 36)^2\sec^2\alpha} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{180 - 5x^2}{(x^2 + 36)^2\sec^2\alpha} = 0 \Rightarrow 180 - 5x^2 = 0$$

$\Rightarrow 180 = 5x^2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow x = 6, +x$ نقطة تتحرك على محور (c)

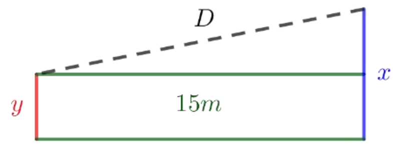
$, (x^2 + 36)^2\sec^2\alpha = 0 \Rightarrow (x^2 + 36)^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 36 = 0$ لاتحل $, \sec^2\alpha = 0 \Rightarrow \sec\alpha = 0$ لاتحل

$$\Rightarrow \therefore x = 6$$

	$(x < 6)$	$x > 6)$
قيم الاختبار	(1)	(7)
إشارة $(\frac{d\alpha}{dx}(x))$	$(\frac{d\alpha}{dx}(1) > 0)$	$(\frac{d\alpha}{dx}(7) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴للاقتران نقطة حرجة عند $(x = 6)$ ليكون قياس الزاوية $(m\sphericalangle acb)$ اكبر ما يمكن

25- يقف لاعبان على ارض مستوية المسافة بينهما $(15m)$ ، انطلق الاعب الأول بسرعة $(7m/s)$، وبعد ثانيتين انطلق الاعب الثاني بسرعة $(5m/s)$ ، اوجد معدل تغير المسافة بينهما بعد مضي $(3s)$ على انطلاق الاعب الثاني اذا علمت انهما يسيران في خطين متوازيين ويعامدان خط انطلاقهما؟



$$\mathcal{D}^2 = 15^2 + (x - y)^2 \Rightarrow \mathcal{D} = \sqrt{225 + (x - y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathcal{D}}{dt} = \frac{2(x - y)(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt})}{2\sqrt{225 + (x - y)^2}}$$

$$\because \frac{dx}{dt} = \frac{7m}{s} \Rightarrow x = 7 \times 5 = 35m \,, t = 2s + 3s = 5s$$

$$\because \frac{dy}{dt} = \frac{5m}{s} \Rightarrow y = 5 \times 3 = 15m \,, t = 3s$$

$$\therefore \frac{d\mathcal{D}}{dt} = \frac{2(x - y)(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt})}{2\sqrt{225 + (x - y)^2}} = \frac{2(35 - 15)(7 - 5)}{2\sqrt{225 + (35 - 15)^2}} = \frac{2(20)(2)}{2\sqrt{225 + (20)^2}} = \frac{40}{\sqrt{225 + 400}} = \frac{40}{\sqrt{625}} = \frac{40}{25}$$

$$\therefore \frac{d\mathcal{D}}{dt} = \frac{8}{5} m/s$$

السؤال الثالث:

1– اوجد :

A) النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص

B) نقاط الانعطاف وفترات التقعر

ان وجدت للاقترانات الاتية

$$1)\ f(x) = \frac{1}{4}\cos 4x - \cos 2x \,, [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$f`(x) = (\frac{1}{4} \times 4 \times -\sin 4x) - (2\sin 2x) \Rightarrow f`(x) = -\sin 4x - 2\sin 2x \Rightarrow f`(x) = 0$$

$$\Rightarrow -\sin 4x - 2\sin 2x = 0 \Rightarrow -2\sin 2x \cos 2x - 2\sin 2x = 0 \,, \sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\Rightarrow -2\sin 2x \cos 2x - 2\sin 2x = 0 \Rightarrow 2\sin 2x(-\cos 2x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$\Rightarrow -\cos 2x - 1 = 0 \Rightarrow -\cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \notin (0, \frac{\pi}{2})$$

$$\therefore x = (\frac{\pi}{4})$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = \frac{\pi}{4})$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(0 < x < \frac{\pi}{4})$	$(\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{6})$	$(\frac{\pi}{3})$
إشارة $(f`(x))$	$\left(f`\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0\right)$	$\left(f`\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0\right)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$ ومتناقص في الفترة $(0,\frac{\pi}{4})$

$$\Rightarrow f``(x) = -4\cos 4x - 4\cos 2x = -4(2\cos^2 2x - 1) - 4\cos 2x\,,\ \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\Rightarrow f``(x) = -8\cos^2 2x + 4 - 4\cos 2x$$

$$\Rightarrow f``(x) = 0 \Rightarrow -8\cos^2 2x + 4 - 4\cos 2x = 0 \Rightarrow (-2\cos 2x - 2)(4\cos 2x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow -2\cos 2x - 2 = 0 \Rightarrow -2\cos 2x = 2 \Rightarrow \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \notin (0,\frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow 4\cos 2x - 2 = 0 \Rightarrow 4\cos 2x = 2 \Rightarrow 2\cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6} \notin (0,\frac{\pi}{2}) \Rightarrow \therefore x = \frac{\pi}{6}$$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(0 < x < \frac{\pi}{6})$	$(\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{12})$	$(\frac{\pi}{3})$
إشارة $(f``(x))$	$(f``\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0)$	$(f``\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

∴ نقطة الانعطاف هي $(x = \frac{\pi}{6})$

∴ الاقتران مقعر للأعلى في الفترة هي $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$ ومقعر للأسفل في الفترة $(0,\frac{\pi}{6})$

2) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$$g`(x) = \frac{0 - 2x}{2\sqrt{9 - x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}} \Rightarrow g`(x) = 0 \Rightarrow -x = 0 \Rightarrow x = 0, \sqrt{9 - x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 9 - x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3, \therefore g`(x)_{\text{غير موجودة}}(x = \pm 3)$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = -3, 0, 3)$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(-3 < x < 0)$	$(0 < x < 3)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(g`(x))$	$(g`(-1) > 0)$	$(g`(1) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-3,0)$ ومتناقص في الفترة $(0,3)$

مجال الاقتران أعلاه الفترة $(-3,3)$ لان قيمة الاقتران الجذري تكون موجبة فقط في تلك الفترة

$$g''(x)=\frac{-\sqrt{9-x^2}-\left(-x\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}\right)}{\left(\sqrt{9-x^2}\right)^2}=\frac{-\sqrt{9-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}=\frac{\dfrac{-9+x^2-x^2}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}=\frac{\dfrac{-9}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}$$

$$\Rightarrow g''(x)=0\Rightarrow\frac{-9}{\sqrt{9-x^2}}=0\Rightarrow -9\neq 0,\sqrt{9-x^2}=0\Rightarrow 9-x^2\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm3$$

$, \therefore g''(x)$غير موجودة$(x=\pm3)$

$\Rightarrow 9-x^2\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm3, \therefore g''(x)$غير موجودة$(x=\pm3)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(-3<x<3)$
قيم الاختبار	(0)
إشارة $(g''(x))$	$(g''(0)<0)$
تقعر الاقتران	للاسفل

$\therefore$ لا يوجد نقاط انعطاف لان مجال الاقتران أعلاه الفترة $(x=\pm3\notin(-3,3))$

$\therefore$ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(-3,3)$

3) $h(x)=\frac{1}{x^2-4}, x\neq\pm2$

$$h'(x)=\frac{-2x}{(x^2-4)^2}\Rightarrow h'(x)=0\Rightarrow -2x=0\Rightarrow x=0,(x^2-4)^2=0$$

$$\Rightarrow x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2, x\neq\pm2\Rightarrow x=0$$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x=0)$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(x<-2)$	$(-2<x<0)$	$(0<x<2)$	$(x<2)$
قيم الاختبار	(-3)	(-1)	(1)	(3)
إشارة $(h'(x))$	$(h'(-3)>0)$	$(h'(-1)>0)$	$(h'(1)<0)$	$(h'(3)<0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متزايد	متناقص	متناقص

$\therefore$ الاقتران متناقص في الفترة هي $(0,\infty)-\{2\}$ ومتزايد في الفترة $(-\infty,0)-\{-2\}$

$$h''(x)=\frac{-\sqrt{9-x^2}-\left(-x\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}\right)}{\left(\sqrt{9-x^2}\right)^2}=\frac{-\sqrt{9-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}=\frac{\dfrac{-9+x^2-x^2}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}=\frac{\dfrac{-9}{\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2}$$

$$\Rightarrow h''(x)=0\Rightarrow\frac{-9}{\sqrt{9-x^2}}=0\Rightarrow -9\neq 0,\sqrt{9-x^2}=0\Rightarrow 9-x^2\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm3$$

$, \therefore h''(x)$غير موجودة$(x=\pm3)$

$\Rightarrow 9-x^2\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm3, \therefore g''(x)$غير موجودة$(x=\pm3)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(-3 < x < 3)$
قيم الاختبار	(0)
إشارة $(h``(x))$	$(h``(0) < 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل

$\therefore$ لا يوجد نقاط انعطاف لان مجال الاقتران أعلاه الفترة $(x = \pm 3 \notin (-3, 3))$

$\therefore$ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(-3, 3)$

4) $y = \frac{x+1}{x+3}$

$$y` = \frac{(x+3) - (x+1)}{(x+3)^2} = \frac{x+3-x-1}{(x+3)^2} = \frac{2}{(x+3)^2} \Rightarrow y`(x) = 0 \Rightarrow 2 \neq 0, (x+3)^2 = 0$$

$\Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3, \therefore y`$غير موجودة$(x = -3)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -3)$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(x < -3)$	$(x > -3)$
قيم الاختبار	(-4)	(0)
إشارة $y`$	$(y`(-4) > 0)$	$(y`(0) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متزايد

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة $(-\infty, \infty)$

$$y`` = \frac{-2(2(x+3))}{(x+3)^4} = \frac{-4x - 12}{(x+3)^4} \Rightarrow y``(x) = 0$$

$\Rightarrow -4x - 12 = 0 \Rightarrow -4x = 12 \Rightarrow x = -3, (x+3)^4 = 0 \Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$, \therefore y``(x)$غير موجودة$(x = -3)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(x > -3)$	$(x < -3)$
قيم الاختبار	(-4)	(0)
إشارة $(y``)$	$(y``(0) > 0)$	$(y``(0) < 0)$
تقعر الاقتران	للاعلى	للاسفل

$\therefore$ يوجد نقاط انعطاف $(x = -3)$

∴ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(-3,\infty)$ ومقعر للأعلى $(-\infty,-3)$

5) $f(x) = 4x^3 - x^4$

$$f`(x) = 12x^2 - 4x^3 \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^2(3 - x) = 0 \Rightarrow 4x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$\Rightarrow 3 - x = 0 \Rightarrow x = 3, \therefore x = 0, 3$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = 0, 3)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < 0)$	$(0 < x < 3)$	$(x > 3)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)	(4)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1) > 0)$	$(f`(1) < 0)$	$(f`(4) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متزايد	متناقص

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\infty, 3)$ ومتناقص في الفترة $(3, \infty)$

$$\Rightarrow f``(x) = 24x - 12x^2 \Rightarrow f``(x) = 0 \Rightarrow 24x - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x(2 - x) = 0 \Rightarrow 12x = 0$$
$$\Rightarrow x = 0, 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2, \therefore x = 0, 2$$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(x < 0)$	$(0 < x < 2)$	$(x > 2)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)	(3)
إشارة $(f``(x))$	$(f``(-1) < 0)$	$(f``(1) > 0)$	$(f``(3) < 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى	للاسفل

∴ نقطة الانعطاف هي $(x = 0, 2)$

∴ الاقتران مقعر للأعلى في الفترة هي $(0, 2)$ ومقعر للأسفل في الفترة $(-\infty, 0)$ و الفترة $(2, \infty)$

6) $g(x) = 4 - (x + 2)^4$

$$g`(x) = 0 - (4(x + 2)^3 \times 1) = -4(x + 2)^3 \Rightarrow g`(x) = 0 \Rightarrow -4(x + 2)^3 = 0 \Rightarrow (x + 2)^3 = 0$$
$$\Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = -2)$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(x < -2)$	$(x > -2)$
قيم الاختبار	(-3)	(0)
إشارة $(g`(x))$	$(g`(-3) > 0)$	$(g`(0) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\infty, -2)$ ومتناقص في الفترة $(-2, \infty)$

$$g``(x) = -12(x+2)^2 \Rightarrow g``(x) = 0 \Rightarrow -12(x+2)^2 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x+2 = 0$$
$$\Rightarrow x = -2$$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(x < -2)$	$(x > -2)$
قيم الاختبار	(-3)	(0)
إشارة $(g``(x))$	$(g``(-3) < 0)$	$(g``(0) < 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاسفل

∴ لا يوجد نقاط انعطاف

∴ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(-\infty, \infty)$

7) $h\,(x) = x^4 + 3x^2 - 3$

$$h`(x) = 4x^3 + 6x \Rightarrow h`(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \Rightarrow 2x(2x^2+3) = 0 \Rightarrow x = 0$$
$\Rightarrow 2x^2 + 3$ لا تحلل

∴ النقاط الحرجة هي $(x = 0)$

اختبار إشارة المشتقة الاولى

	$(x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(h`(x))$	$(h`(-1) < 0)$	$(h`(1) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

∴ الاقتران متناقص في الفترة هي $(-\infty, 0)$ ومتزايد في الفترة $(0, \infty)$

$\therefore$ منحنى المشتقة الثانية موجب دائماً, لا تحلل $h``(x) = 12x^2 + 6 \Rightarrow h``(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 + 6 = 0$

$\therefore$ **لا يوجد نقاط انعطاف لان** منحنى المشتقة الثانية موجب دائماً

$\therefore$ **الاقتران مقعر للاعلى** في الفترة هي $(-\infty, \infty)$

8) $y = \frac{x+1}{x^2}$

$$y` = \frac{(1 \times x^2) - ((x+1)2x)}{(x^2)^2} = \frac{x^2 - 2x^2 - 2x}{(x)^4} = \frac{-x^2 - 2x}{x^4} \Rightarrow y`(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x^2 - 2x}{x^4} = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(-x-2) = 0 \Rightarrow x = 0\,, -x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2, x^4 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$\therefore y`$غير موجودة$(x = 0) \Rightarrow \therefore x = 0, -2$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -2, 0)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < -2)$	$(-2 < x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-3)	(-1)	(1)
إشارة $y`$	$(y`(-3) < 0)$	$(y`(-1) > 0)$	$(y`(1) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد	متناقص

$\therefore$ **الاقتران متناقص في الفترة** هي $(-\infty, -2)$ و $(0, \infty)$ ومتزايد في الفترة $(-2, 0)$

$$y`` = \frac{\left((-2x-2)x^4\right) - \left((-x^2 - 2x)4x^3\right)}{(x^4)^2} = \frac{-2x^5 - 2x^4 - (-4x^5 - 8x^4)}{x^8}$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^5 - 2x^4 + 4x^5 + 8x^4)}{x^8} = \frac{2x^5 + 6x^4}{x^8} \Rightarrow y``(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^5 + 6x^4}{x^8} = 0 \Rightarrow 2x^5 + 6x^4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^4(x+3) = 0 \Rightarrow 2x^4 = 0 \Rightarrow x = 0, x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3, x^8 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$\therefore y``(x)$غير موجودة$(x = 0)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(x < -3)$	$(-3 < x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-4)	(-1)	(1)
إشارة $(y``)$	$(y``(-4) < 0)$	$(y``(-1) > 0)$	$(y``(1) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى	للاعلى

$\therefore$ يوجد نقاط انعطاف $(x = -3)$

$\therefore$ **الاقتران مقعر للأسفل في الفترة** هي $(-\infty, -3)$ ومقعر للأعلى $(-3, \infty)$

9) $y = 2\cos x - \cos^2 x\,, [-\pi, \pi]$

$y` = -2\sin x - (-2\sin x\cos x) = -2\sin x + 2\sin x\cos x \Rightarrow y`(x) = 0$

$\Rightarrow -2\sin x + 2\sin x\cos x = 0 \Rightarrow 2\sin x(-1 + \cos x) = 0 \Rightarrow 2\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 0$

$\Rightarrow x = -\pi, 0\,, \pi\,, -1 + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow \therefore\ x = -\pi, 0\,, \pi \in (-\pi, \pi)$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = -\pi, 0\,, \pi)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(-\pi < x < 0)$	$(0 < x < \pi)$
قيم الاختبار	$(-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2})$
إشارة $y`$	$(y`\left(-\frac{\pi}{2}\right) > 0)$	$(y`\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

∴ الاقتران متناقص في الفترة هي $(0, \pi)$ ومتزايد في الفترة $(-\pi, 0)$

$y`` = -2\cos x + 2((\cos x\cos x) + (-\sin x\sin x)) = -2\cos x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x$

$y`` = -2\cos x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x = -2\cos x + 2\cos^2 x - 2(1 - \cos^2 x)$

$\Rightarrow -2\cos x + 2\cos^2 x - 2 + 2\cos^2 x = -2\cos x + 4\cos^2 x - 2 \Rightarrow y`` = 0$

$\Rightarrow -2\cos x + 4\cos^2 x - 2 = 0 \Rightarrow (4\cos x + 2)(\cos x - 1) = 0$

$\Rightarrow (4\cos x + 2)(\cos x - 1) = 0 \Rightarrow 4\cos x + 2 = 0 \Rightarrow 4\cos x = -2 \Rightarrow \cos x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}, \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \therefore\ x = 0, \frac{5\pi}{6} \in (-\pi, \pi)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(-\pi < x < 0)$	$(0 < x < \frac{5\pi}{6})$	$(\frac{5\pi}{6} < x < \pi)$
قيم الاختبار	$(-\frac{\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{3})$	$(\frac{11\pi}{12})$
إشارة $(y``)$	$\left(y``\left(-\frac{\pi}{3}\right) < 0\right)$	$\left(y``\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0\right)$	$\left(y``\left(\frac{11\pi}{12}\right) > 0\right)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاسفل	للاعلى

∴ يوجد نقاط انعطاف $(x = \frac{5\pi}{6})$

∴ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(-\pi, \frac{5\pi}{6})$ ومقعر للأعلى $(\frac{5\pi}{6}, \pi)$

10) $f(x) = 2\cos x - \sqrt{2}x \, , [-\pi, \frac{3\pi}{2}]$

$$f'(x) = -2\sin x - \sqrt{2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow -2\sin x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow -2\sin x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \therefore x = -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \in (-\pi, \frac{3\pi}{2})$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(-\pi < x < -\frac{3\pi}{4})$	$(-\frac{3\pi}{4} < x < -\frac{\pi}{4})$	$(-\frac{\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4})$
قيم الاختبار	$(-\frac{5\pi}{6})$	$(-\frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{4})$
إشارة $(f'(x))$	$(f'\left(-\frac{5\pi}{6}\right) < 0)$	$(f'\left(-\frac{\pi}{2}\right) > 0)$	$(f'\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد	متناقص

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$ ومتناقص في الفترة $(-\pi, -\frac{3\pi}{4})$ و $(-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$

$$\Rightarrow f''(x) = -2\cos x \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow -2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore x = \pm\frac{\pi}{2} \in (-\pi, \frac{3\pi}{2})$$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(-\pi < x < -\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(-\frac{3\pi}{4})$	(0)	(π)
إشارة $(f''(x))$	$(f''\left(-\frac{3\pi}{4}\right) < 0)$	$(f''(0) < 0)$	$(f''(\pi) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاسفل	للاعلى

∴ نقطة الانعطاف هي $(x = \frac{\pi}{2})$

∴ الاقتران مقعر للأعلى في الفترة هي $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ومقعر للأسفل في الفترة $(-\pi, \frac{\pi}{2})$

11) $f(x) = \sin x \cos x, [0, \pi]$

$f`(x) = (\cos x \cos x) + (-\sin x \sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0$

$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \therefore x = \frac{\pi}{4} \in (0, \pi)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = \frac{\pi}{4})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(0 < x < \frac{\pi}{4})$	$(\frac{\pi}{4} < x < \pi)$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{6})$	$(\frac{\pi}{2})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(\frac{\pi}{6}\right) > 0)$	$(f`\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(0, \frac{\pi}{4})$ ومتناقص في الفترة $(\frac{\pi}{4}, \pi)$

$\Rightarrow f``(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f``(x) = 0 \Rightarrow -2 \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = 0, \pi$

$\Rightarrow x = 0, \frac{\pi}{2} \Rightarrow \therefore x = \frac{\pi}{2} \in (0, \pi)$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(0 < x < \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2} < x < \pi)$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{4})$	$(\frac{3\pi}{4})$
إشارة $(f``(x))$	$(f``\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0)$	$(f``\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 0)$
تقعر الاقتران	للاسفل	للاعلى

$\therefore$ نقطة الانعطاف هي $(x = \frac{\pi}{2})$

$\therefore$ الاقتران مقعر للأعلى في الفترة هي $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ ومقعر للأسفل في الفترة $(0, \frac{\pi}{2})$

12) $f(x) = \sin|x|, [-2\pi . 2\pi] \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sin -x, -2\pi < x < 0 \\ \sin x \quad, 0 < x < 2\pi \end{cases}$

$f`(x) = \begin{cases} -\cos x, -2\pi < x < 0 \\ \cos x \quad, 0 < x < 2\pi \end{cases} \quad \Rightarrow f`(x) = 0 \Rightarrow -\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -2\pi < x < 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, 0 < x < 2\pi \Rightarrow \therefore x = -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \in (-2\pi, 2\pi)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(-\frac{\pi}{2} < x < 0)$	$(-\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2})$	$(-2\pi < x < -\frac{3\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(-\frac{\pi}{4})$	$(-\pi)$	$(-\frac{11\pi}{6})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`(0) < 0)$	$(f`(-\pi) > 0)$	$(f`\left(-\frac{11\pi}{6}\right) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد	متناقص
	$(\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi)$	$(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2})$	$(0 < x < \frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(\frac{11\pi}{6})$	(π)	$(\frac{\pi}{4})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(\frac{11\pi}{6}\right) > 0)$	$(f`(\pi) < 0)$	$(f`\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متناقص	متزايد

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ و $(0, \frac{\pi}{2})$ و $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ ومتناقص في الفترة $(-2\pi, -\frac{3\pi}{2})$ و $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ و $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

$$f``(x) = \begin{cases} \sin x & , -2\pi < x < 0 \\ -\sin x, & 0 < x < 2\pi \end{cases} \Rightarrow f``(x) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, -\pi, -2\pi, -2\pi < x < 0$$

$$\Rightarrow -\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi, 0 < x < 2\pi \Rightarrow \therefore x = 0, -\pi, \pi \in (-2\pi, 2\pi)$$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(\pi < x < 2\pi)$	$(0 < x < \pi)$	$(-\pi < x < 0)$	$(-2\pi < x < -\pi)$
قيم الاختبار	$(\frac{3\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{\pi}{2})$	$(-\frac{3\pi}{2})$
إشارة $(f``(x))$	$(f``\left(\frac{3\pi}{2}\right) > 0)$	$(f``\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0)$	$(f``\left(-\frac{\pi}{2}\right) < 0)$	$(f``\left(-\frac{3\pi}{2}\right) > 0)$
تقعر الاقتران	للاعلى	للاسفل	للاسفل	للاعلى

∴ نقطة الانعطاف هي $(x = -\pi, \pi)$

∴ الاقتران مقعر للأعلى في الفترة هي $(-2\pi, -\pi)$ و $(\pi, 2\pi)$ ومقعر للأسفل في الفترة $(-\pi, \pi)$

13) $y = \frac{x^2}{1-x} + 2$

$$y` = \frac{(2x(1-x)) - (x^2(-1))}{(1-x)^2} = \frac{2x - 2x^2 + x^2}{(1-x)^2} = \frac{2x - x^2}{(1-x)^2} \Rightarrow y`(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x - x^2}{(1-x)^2} = 0 \Rightarrow 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x(2-x) = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

$(1-x)^2 = 0 \Rightarrow 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$, ∴ $y`$غير موجودة$(x = 1) \Rightarrow \therefore x = 0, 2, 1$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = 0, 1, 2)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x<0)$	$(0<x<1)$	$(1<x<2)$	$(x>2)$
قيم الاختبار	(-1)	$(\frac{1}{2})$	$(\frac{3}{2})$	(3)
إشارة y'	$(y'(-1)<0)$	$(y'\left(\frac{1}{2}\right)>0)$	$(y'\left(\frac{3}{2}\right)>0)$	$(y'(3)<0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص $\searrow$	متزايد $\nearrow$	متزايد $\nearrow$	متناقص $\searrow$

∴ الاقتران متناقص في الفترة هي $(-\infty,0)$ و $(2,\infty)$ ومتزايد في الفترة $(0,2)$

$$y''=\frac{((2-2x)\,(1-x)^2\,)-((2x-x^2)(2(1-x)(-1))}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{((2-2x)\,(1+x^2-2x))-((2x-x^2)(2(1-x)(-1))}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{(2+2x^2-4x-2x-2x^3+4x^2)-((2x-x^2)(-2(1-x))}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{(2+2x^2-4x-2x-2x^3+4x^2)-((2x-x^2)(-2+2x))}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{(2+2x^2-4x-2x-2x^3+4x^2)-(-4x+4x^2+2x^2-2x^3)}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{(2+6x^2-6x-2x^3)-(-4x+6x^2-2x^3)}{(1-x)^4}=\frac{2+6x^2-6x-2x^3+4x-6x^2+2x^3}{(1-x)^4}$$

$$y''=\frac{2-2x}{(1-x)^4}\Rightarrow y''=0\Rightarrow\frac{2-2x}{(1-x)^4}=0\Rightarrow 2-2x=0\Rightarrow 2=2x\Rightarrow x=1,(1-x)^4=0$$

$\Rightarrow 1-x=0\Rightarrow x=1,\therefore y''(x)$غير موجودة$(x=1)$

$\therefore x=1$

اختبار إشارة المشتقة الثانية

	$(x<1)$	$(x>1)$
قيم الاختبار	(0)	(2)
إشارة (y'')	$(y''(0)>0)$	$(y''(2)<0)$
تقعر الاقتران	للاعلى $\cup$	للاسفل $\cap$

∴ يوجد نقاط انعطاف $(x=1)$

∴ الاقتران مقعر للأسفل في الفترة هي $(1,\infty)$ ومقعر للأعلى $(-\infty,1)$

2) اوجد النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص والقيم القصوى ان وجدت مبيناً نوعها لما يلي:

1) $f(x)=\csc^2 x-2\cot x\,,[0,\pi]$

$f`(x)=-2\csc x\csc x\cot x+2\csc^2 x=-2\csc^2 x\cot x+2\csc^2 x=2\csc^2 x\,(-\cot x+1)$

$\Rightarrow\ f`(x)=0\Rightarrow 2\csc^2 x\,(-\cot x+1)=0\Rightarrow 2\csc^2 x=0\Rightarrow \csc^2 x=0\Rightarrow \csc x=0$

$\Rightarrow \frac{1}{\sin x}=0\Rightarrow 1\neq 0,\therefore \csc x=0$ لا حل لها$,-\cot x+1=0\Rightarrow \cot x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{4},\therefore x=\frac{\pi}{4}\in(0,\pi)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x=\frac{\pi}{4})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(0<x<\frac{\pi}{4})$	$(\frac{\pi}{4}<x<\pi)$
قيم الاختبار	$(\frac{\pi}{6})$	$(\frac{\pi}{2})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(\frac{\pi}{6}\right)<0)$	$(f`\left(\frac{\pi}{2}\right)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص ↘	متزايد ↗

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(\frac{3\pi}{4},\pi)$ ومتناقص في الفترة $(0,\frac{3\pi}{4})$

$\Rightarrow f(x)=csc^2\,x-2\,cot\,x$

$\Rightarrow f(0)=csc^2\,x-2\,cot\,x=csc^2\,0-2\,cot\,0=\frac{1}{0}-2\frac{1}{0}=\frac{-1}{0}=$ غيرمعرف

$\Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=csc^2\,x-2\,cot\,x=csc^2\frac{3\pi}{4}-2\,cot\frac{3\pi}{4}=\left(\sqrt{2}\right)^2-2(1)=2-2=0$

$\Rightarrow f(\pi)=csc^2\,x-2\,cot\,x=csc^2\,\pi-2\,cot\,\pi=\frac{1}{0}-2\frac{1}{0}=\frac{-1}{0}=$ غيرمعرف

$\therefore$ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x=\frac{\pi}{4})$ وقيمتها $(\frac{\pi}{4},0)$

2) $f(x)=\sec^2 x-2\tan x,\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

$f`(x)=2\sec x\sec x\tan x-2\sec^2 x=2\sec^2 x\tan x-2\sec^2 x=2\sec^2 x\,(\tan x-1)$

$\Rightarrow\ f`(x)=0\Rightarrow 2\sec^2 x\,(\tan x-1)=0\Rightarrow 2\sec^2 x=0\Rightarrow \sec^2 x=0\Rightarrow \sec x=0$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos x}=0\Rightarrow 1\neq 0,\therefore \sec x=0$ لا حل لها$,\tan x-1=0\Rightarrow \tan x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{4},\therefore x=\frac{\pi}{4}\in(0,\pi)$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x=\frac{\pi}{4})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4})$	$(\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	(0)	$(\frac{\pi}{3})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`(0)<0)$	$(f`\left(\frac{\pi}{3}\right)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص ↘	متزايد ↗

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$ ومتناقص في الفترة $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4})$

$\Longrightarrow f(x) = sec^2\, x - 2\, tan\, x$

$\Longrightarrow f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \sec^2 x - 2\tan x = \sec^2 -\frac{\pi}{2} - 2\tan -\frac{\pi}{2} = \frac{1}{0} + 2\frac{1}{0} = \frac{3}{0} =$ غيرمعرف

$\Longrightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sec^2 x - 2\tan x = \sec^2\frac{\pi}{4} - 2\tan\frac{\pi}{4} = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2(1) = 2 - 2 = 0$

$\Longrightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sec^2 x - 2\tan x = \sec^2\frac{\pi}{2} - 2\tan\frac{\pi}{2} = \frac{1}{0} - 2\frac{1}{0} = \frac{-1}{0} =$ غيرمعرف

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x = \frac{\pi}{4})$ وقيمتها $(\frac{\pi}{4}, 0)$

3) $f(x) = \tan x - 4x, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$f`(x) = \sec^2 x - 4 \Longrightarrow f`(x) = 0 \Longrightarrow \sec^2 x - 4 = 0 \Longrightarrow \sec^2 x = 4 \Longrightarrow \sec x = \pm 2$

$\Longrightarrow \frac{1}{cos\, x} = \pm 2 \Longrightarrow cos\, x = \pm\frac{1}{2} \Longrightarrow x = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \therefore x = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3})$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{3})$	$(-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3})$	$(\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2})$
قيم الاختبار	$(-\frac{15\pi}{36})$	(0)	$(\frac{15\pi}{36})$
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(-\frac{15\pi}{36}\right) > 0)$	$(f`(0) > 0)$	$(f`\left(\frac{15\pi}{36}\right) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد	متزايد	متزايد

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$\Longrightarrow f(x) = \tan x - 4x$

$\Longrightarrow f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \tan x - 4x = \tan -\frac{\pi}{2} - 4\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{0} + 2\pi =$ غيرمعرف

$\Longrightarrow f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \tan x - 4x = \tan -\frac{\pi}{3} - 4\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}$

$\Longrightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan x - 4x = \tan\frac{\pi}{3} - 4(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$

$\Longrightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tan x - 4x = \tan\frac{\pi}{2} - 4\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{0} - 2\pi =$ غيرمعرف

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى عند $(x = \frac{\pi}{3})$ وقيمتها $(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3} - \frac{4\pi}{3})$

∴ الاقتران قيمة محلية عظمى عند $(x = -\frac{\pi}{3})$ وقيمتها $(-\frac{\pi}{3}, -\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3})$

4) $f(x) = (x+2)^{\frac{2}{7}}$

$f`(x) = \frac{2}{7}(x+2)^{\frac{-5}{7}} = \frac{2}{7\sqrt[7]{(x+2)^5}} \Longrightarrow f`(x) = 0 \Longrightarrow \frac{2}{7\sqrt[7]{(x+2)^5}} = 0, 2 \neq 0, 7\sqrt[7]{(x+2)^5} = 0$

$\Longrightarrow \sqrt[7]{(x+2)^5} = 0 \Longrightarrow (x+2)^5 = 0 \Longrightarrow x + 2 = 0 \Longrightarrow x = -2, f`(x)$ غيرموجودة $(x = -2)$

$\therefore x = -2$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = -2)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < -2)$	$(x > -2)$
قيم الاختبار	(-3)	(0)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-3) < 0)$	$(f`(0) > 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص $\searrow$	متزايد $\nearrow$

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-2, \infty)$ ومتناقص في الفترة $(-\infty, -2)$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^{\frac{2}{7}}$$
$$\Rightarrow f(-2) = (x+2)^{\frac{2}{7}} = (-2+2)^{\frac{2}{7}} = 0$$

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x = -2)$ وقيمتها $(-2, 0)$

5) $f(x) = 3x^2e^{-x}$

$$f`(x) = (6xe^{-x}) + (-3x^2e^{-x}) = 6xe^{-x} - 3x^2e^{-x} = 3x(2e^{-x} - xe^{-x})$$
$$\Rightarrow\ f`(x) = 0 \Rightarrow 3x(2e^{-x} - xe^{-x}) = 0, 3x = 0 \Rightarrow x = 0, 2e^{-x} - xe^{-x} = 0 \Rightarrow e^{-x}(2-x) = 0$$
$$\Rightarrow 2 - x = 0 \Rightarrow x = 2, e^{-x} \neq 0$$
$$\therefore x = 0, 2$$

∴ النقاط الحرجة هي $(x = 0, 2)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < 0)$	$(0 < x < 2)$	$(x > 2)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)	(3)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-3) < 0)$	$(f`(0) > 0)$	$(f`(3) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص $\searrow$	متزايد $\nearrow$	متناقص $\searrow$

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(0, 2)$ ومتناقص في الفترة $(-\infty, 0)$ و$(2, \infty)$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2e^{-x}$$
$$\Rightarrow f(0) = 3x^2e^{-x} = 3(0)e^{-0} = 0$$
$$\Rightarrow f(2) = 3x^2e^{-x} = 3(4)e^{-4} = 12e^{-4}$$

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى عند $(x = 0)$ وقيمتها $(0, 0)$

∴ الاقتران قيمة محلية عظمى عند $(x = 2)$ وقيمتها $(2, 12e^{-4})$

6) $f(x) = 4e^{-x^2}$

$f`(x) = -8xe^{-x^2}$

$\Longrightarrow\ f`(x) = 0 \Longrightarrow -8xe^{-x^2} = 0, x = 0, e^{-x^2} \neq 0$

$\therefore\ x = 0$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = 0)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1) > 0)$	$(f`(1) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد ↗	متناقص ↘

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\infty, 0)$ ومتناقص في الفترة $(0, \infty)$

$\Longrightarrow f(x) = 4e^{-x^2}$

$\Longrightarrow f(0) = 4e^{-x^2} = 4e^{-0^2} = 4e^0 = 4$

$\therefore$ الاقتران قيمة محلية عظمى مطلقة عند $(x = 0)$ وقيمتها $(0, 4)$

7) $f(x) = x - e^x$

$f`(x) = 1 - e^x$

$\Longrightarrow\ f`(x) = 0 \Longrightarrow 1 - e^x = 0, 1 = e^x \Longrightarrow x = 0$

$\therefore\ x = 0$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x = 0)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x < 0)$	$(x > 0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1) > 0)$	$(f`(1) < 0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد ↗	متناقص ↘

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\infty, 0)$ ومتناقص في الفترة $(0, \infty)$

$\Longrightarrow f(x) = x - e^x$

$\Longrightarrow f(0) = x - e^x = 0 - e^0 = -1$

$\therefore$ الاقتران قيمة محلية عظمى مطلقة عند $(x = 0)$ وقيمتها $(0, -1)$

8) $f(x)=x-\log x$

$$f`(x)=1-\frac{1}{x\ln 10}$$

$$\Rightarrow\ f`(x)=0\Rightarrow 1-\frac{1}{x\ln 10}=0,1=\frac{1}{x\ln 10}\Rightarrow x\ln 10=1\Rightarrow x=\frac{1}{\ln 10}=\frac{1}{2.3}=0.43$$

$\therefore\ x=0.43,\log x>0$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x=0.43)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(0<x<0.43)$	$(x>0.43)$
قيم الاختبار	(0.1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(0.1)<0)$	$(f`(1)<0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

$\therefore$ الاقتران متزايد في الفترة هي $(0.43,\infty)$ ومتناقص في الفترة $(0,0.43)$

$\Rightarrow f(x)=x-\log x$

$\Rightarrow f(0.43)=x-\log x=0.43-\log 0.43=0.43-(-0.37)=0.8$

$\therefore$ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x=0.43)$ وقيمتها $(0.43,0.8)$

9) $f(x)=\ln(e^{2x}-2e^{x}+3)$

$$f`(x)=\frac{2e^{2x}-2e^{x}}{e^{2x}-2e^{x}+3}$$

$$\Rightarrow\ f`(x)=0\Rightarrow\frac{2e^{2x}-2e^{x}}{e^{2x}-2e^{x}+3}=0,2e^{2x}-2e^{x}=0\Rightarrow 2e^{x}(e^{x}-1)=0,e^{x}\neq 0,e^{x}-1=0$$

$\Rightarrow e^{x}-1\Rightarrow x=0,e^{2x}-2e^{x}+3=0$ لا تحلل $\Rightarrow\therefore\ x=0$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي $(x=0)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x<0)$	$(x>0)$
قيم الاختبار	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1)<0)$	$(f`(1)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص	متزايد

$\therefore$ الاقتران متناقص في الفترة هي $(-\infty,0)$ ومتزايد في الفترة $(0,\infty)$

$\Rightarrow f(x)=\ln(e^{2x}-2e^{x}+3)$

$\Rightarrow f(0)=\ln(e^{2x}-2e^{x}+3)=\ln(e^{0}-2e^{0}+3)=\ln(1-2+3)=\ln(2)=0.69$

$\therefore$ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x=0)$ وقيمتها $(0,0.69)$

10) $f(x)=e^{\frac{1}{x}}(\frac{1}{x}-2)$

$f`(x)=\left(\frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{1}{x}-2\right)\right)+\left(e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{-1}{x^2}\right)\right)=\frac{-1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}+\frac{2}{x^2}e^{\frac{1}{x}}+\frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}=\frac{-1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}+\frac{2}{x^2}e^{\frac{1}{x}}-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

$\Rightarrow f`(x)=\frac{-1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\Rightarrow f`(x)=0\Rightarrow\frac{-1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}=0,\frac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}=\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\Rightarrow\frac{1}{x}=1\Rightarrow x=1$

$\therefore x=1,e^{\frac{1}{x}}>0$

∴ النقاط الحرجة هي $(x=1)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(0<x<1)$	$(x>1)$
قيم الاختبار	$(\frac{1}{2})$	(2)
إشارة $(f`(x))$	$(f`\left(\frac{1}{2}\right)<0)$	$(f`(2)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متناقص $\searrow$	متزايد $\nearrow$

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(1,\infty)$ ومتناقص في الفترة $(0,1)$

$\Rightarrow f(x)=e^{\frac{1}{x}}(\frac{1}{x}-2)$

$\Rightarrow f(0)=e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{1}{x}-2\right)=e^{\frac{1}{1}}\left(\frac{1}{1}-2\right)=e(1-2)=-e$

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى مطلقة عند $(x=1)$ وقيمتها $(1,-e)$

11) $f(x)=x^2e^x$

$f`(x)=2xe^x+x^2e^x=e^x(2x+x^2)$

$\Rightarrow f`(x)=0\Rightarrow e^x(2x+x^2)=0,e^x\neq0\Rightarrow 2x+x^2=0\Rightarrow x(2+x)=0\Rightarrow x=0,2+x=0$

$\Rightarrow x=-2,\therefore x=0,-2$

∴ النقاط الحرجة هي $(x=0,-2)$

اختبار إشارة المشتقة الأولى

	$(x<-2)$	$(-2<x<0)$	$(x>0)$
قيم الاختبار	(-3)	(-1)	(1)
إشارة $(f`(x))$	$(f`(-1)>0)$	$(f`(1)<0)$	$(f`(1)>0)$
تزايد وتناقص الاقتران	متزايد $\nearrow$	متناقص $\searrow$	متزايد $\nearrow$

∴ الاقتران متزايد في الفترة هي $(-\infty,-2)$ و $(0,\infty)$ ومتناقص في الفترة $(-2,0)$

$\Rightarrow f(x)=x^2e^x$

$\Rightarrow f(0)=x^2e^x=0^2e^0=0$

$\Rightarrow f(-2)=x^2e^x=4e^{-2}$

∴ الاقتران قيمة محلية عظمى عند $(x=-2)$ وقيمتها $(-2,4e^{-2})$

∴ الاقتران قيمة محلية صغرى عند $(x=0)$ وقيمتها $(0,0)$