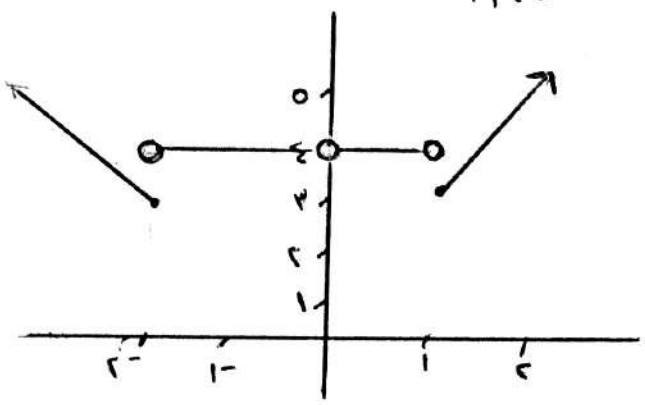
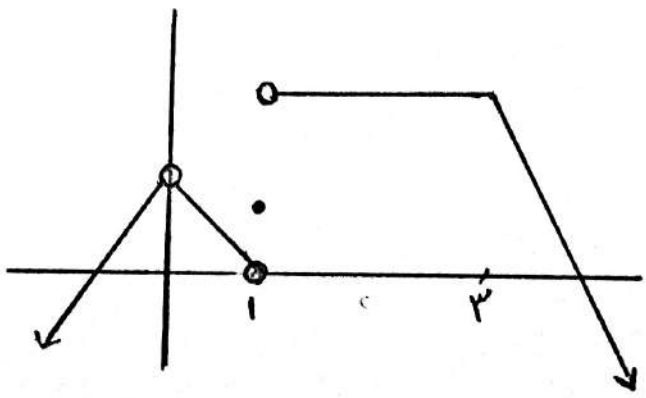
أسئلة وزارية
الوحدة الأولى: النهايات والاتصال
الثاني عشر العلمي
إعداد المعلمة: ميسون الحسين
0798959071
شبكة منهاجي التعليمية

أسئلة وزارية :

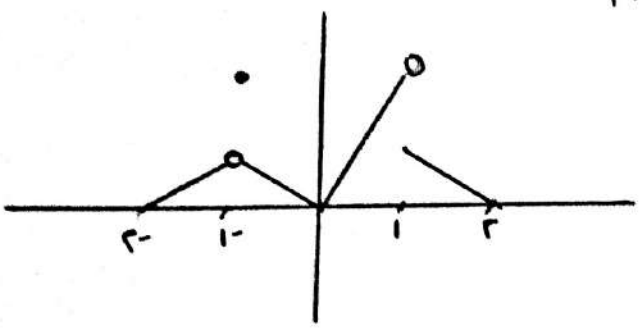
١) اذا كان الشكل التالي يمثل منحنى الاقتران ه المعرف على ع . جد مجموعة قيم p بحيث تكون نهاية ه(س) = ٣ .



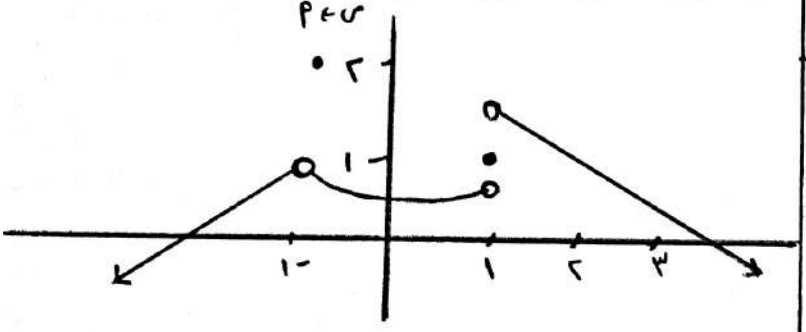
٢) الشكل التالي يمثل منحنى الاقتران ه(س) المعرف على ع . جد مجموعة قيم ل حيث نهاية ه(س) غير موجودة .



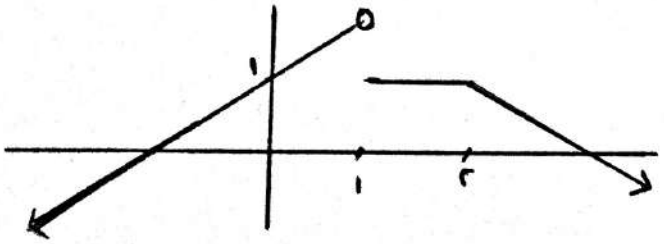
٣) الشكل التالي يمثل منحنى الاقتران ه(س) المعرف على $[-٢ ، ٢]$ جد مجموعة جميع قيم p حيث نهاية ه(س) = صفر .



٤) الشكل التالي يمثل منحنى الاقتران ه(س) المعرف على ع جد مجموعة قيم p بحيث تكون نهاية ه(س) = ١ .

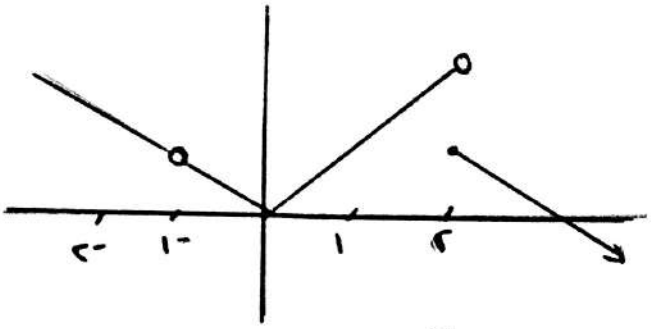


٥) الشكل التالي يمثل منحنى ه(س) المعرف على ع . جد مجموعة قيم p التي تجعل نهاية ه(س) = ١ .



تابع أسئلة وزارية

٦)

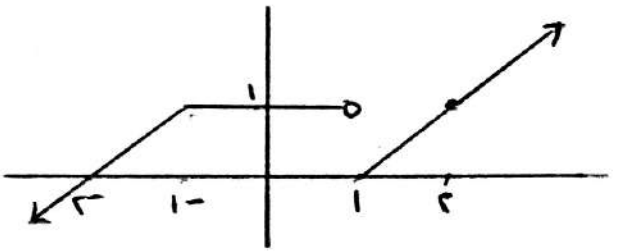


جد مجموعة قيم ل حيث

نهاية (س) غير موجودة .
س ← ل

٧) الشكل التالي يمثل منحنى الدالة ق المعرف على ع

جد مجموعة قيم س التي تحقق نهاية ق(س) = ١
س ← س١



حل الاسئلة الوزارية

١) قيمة $p = 1$

٢) قيمة $l = 1$

٣) مجـ $= \{٢، ٠\}$

٤) مجـ $= \{-١، ٢\}$.

٥) مجـ $= (١، ٢] \cup \{٠\}$.

٦) قيمة $l = \{c\}$.

٧) مجـ $= [-١، ١) \cup \{c\}$

أسئلة وزارية :

١) اذا كان ه اقتران كثير حدود وكانت

$\lim_{س \to ٣} \frac{\text{ه}(س) + ٥}{س - ٣} = ٤$ وكانت

$\lim_{س \to ٣} (\text{ه}(س) - ٢س + ٣ب) = ٧$

فجد قيمة الثابت ب

٢) اذا كان $\text{ه}(س)$ اقتران كثير حدود وكانت

$\lim_{س \to ٢} \frac{\text{ه}(س)}{س} = ٣$ ، جد $\lim_{س \to ٢} \frac{\text{ه}'(س)}{س}$

٣) جد $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{\sqrt{س + ١}} - ١ \right)$

٤) اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^٤ - ب س - ٥}{س + ١} = -٧$

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب

٥) جد $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٤ - ٣س}{س - \sqrt{س + ١} - ١}$

٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^٢ + ٢س - ٣}$

٧) جد $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(س + ٢)^٣} - \frac{١}{٨} \right)$

٨) $\text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، س < ٣ \\ ٢س - ٤ & ، س > ٣ \end{cases}$

اذا كانت $\lim_{س \to ٣} \text{ه}(س)$ موجودة فما قيمة الثابت ج؟

٩) جد $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س + ٣} - \sqrt{٤س + ١}}{س - ٢}$

١٠) $\text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ٤س - ٥}{|س - ٥|} & ، س > ٥ \\ ٩ جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

اذا كانت $\lim_{س \to ٥} \text{ه}(س)$ موجودة فما قيمة الثابت ٩؟

١١) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$

١٢) $\lim_{س \to ٢^-} \frac{|٣س + ١| - ٥}{س^٣ + ٨}$

١٣) $\text{ه}(س) = \begin{cases} ٢س^٢ + \frac{١}{س} + [\![\frac{س}{٣}]\!] & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{س^٢ - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٣} \text{ه}(س)$.

تابع أسئلة وزارية

١٤) جد $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٢ - ١٢} - س}{س^٢ - ٥س - ١٢}$

١٥) جد $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{\sqrt{س^٢ - ٩} + س}$

١٦) جد $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س^٤ + ٢٧}{س^٢ - ٩} - \frac{س + ٣}{س - ٣} \right)$

١٧) جد $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{٩ - ٣س}$

١٨) جد $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٩ - س} - ٢}{\sqrt[٣]{س} + ٣ - ٧}$

حل أسئلة وزارية :

١) النهاية موجودة وتعويض المقام = صفر

∴ تعويض البسط = صفر

∴ ق(٣) + ٥ = صفر ⟵ ق(٣) = −٥

لكن نهاس← ٣ ق(س) = ق(٣) (كثير حدود)

نهاس← ٣ (ق(س) − ٦س + ٣ب) = ٧

−٥ − ٦ + ٣ب = ٧ ⟸ ٣ب = ١٨ ⟸ ب = ٦

٢) نهاس← ٠ (١/س) × (١/(√(س+١)) − ١) =

نهاس← ٠ (١/س) × (١ − √(س+١))/√(س+١) × (١ + √(س+١))/(١ + √(س+١))

نهاس← ٠ (١ − (س+١))/(س(√(س+١))(١ + √(س+١)))

نهاس← ٠ −س/(س(√(س+١))(١ + √(س+١)))

= −١/(١ × ٢) = −١/٢

٣) نهاس← ٢ ق(س) = نهاس← ٢ ٣س = ٦

نهاس← ٣ ق²(س)/س = نهاس← ٣ ق(س)/س × ق(س)

= ٦ × ٣

= ١٨ .

٤) النهاية موجودة وتعويض (−١) في المقام = صفر

∴ تعويض (−١) في البسط يعطي صفر

∴ ٩ + ب − ٥ = صفر ⟸ ب = ٥ − ٩ .

∴ نهاس← −١ (٩س² − بس − ٥)/(س + ١) = −٧

نهاس← −١ (٩س² − (٥−٩)س − ٥)/(س + ١) = −٧

نهاس← −١ (٩س² − ٥س + ٩س − ٥)/(س + ١) = −٧

نهاس← −١ (٩س² + ٩س − ٥س − ٥)/(س + ١) = −٧

نهاس← −١ ٩س(س+١) − ٥(س+١)/(س + ١) = −٧

نهاس← −١ (س+١)(٩س − ٥)/(س + ١) = −٧

∴ نهاس← −١ ٩س − ٥ = −٧ ⟸ −٩ − ٥ = −٧

⟸ ٩ = ٢ ⟸ ب = ٥ − ٢ = ٣ .

٥) نفرض ان √(س+١) = ص ⟸ س + ١ = ص² ⟸ س = ص² − ١

عندما س ← ٣ فإن ص ← ٢

نهاس← ٣ (س − ٣)/(√(س+١) − ٢) = نهاص← ٢ (ص² − ١ − ٣)/(ص − ٢)

= نهاص← ٢ (ص² − ٤)/(ص − ٢)

= نهاص← ٢ (ص − ٢)(ص + ٢)/(ص − ٢) = ٤ .

تابع حل أسئلة وتدريب:

٦) $\lim_{س \to -٣} \frac{٣ + س}{٣ س} \times \frac{١}{(س+٣)(س-١)}$

$= \lim \frac{١}{-٩ \times -٣} = \frac{١}{٣٦}$

٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \times \frac{-٨}{(٢+س)^{٣} \times ٨}$

$= \lim \left(\frac{-(٢+س)(٤+٢(٢+س)+(٢+س)^{٢})}{(٢+س)^{٣} \times ٨} \right)$

$= \frac{-(٤+٤+٤)}{٨ \times ٨} = \frac{-١٢}{٦٤} = \frac{-٣}{١٦}$

٨) $\lim_{س \to -٣} |س-١| = س - ٣$ عندما $س \to -٣^{+}$

$\lim_{س \to -٣^{-}} م(س) = \lim_{س \to -٣^{+}} م(س)$

$\lim_{س \to -٣^{-}} (ب س^{٢} - ٤) = \lim_{س \to -٣^{+}} \frac{س - ٣}{س - ٣}$

$٩ ب - ٤ = -١$

$٩ ب = -١ + ٤$

$٩ ب = ٣$

$ب = \frac{٣}{٩}$

$ب = \frac{١}{٣}$.

٩) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{٢ س + ٣} - \sqrt{٤ س + ١}}{س - ٣} \times \frac{\sqrt{٢ س + ٣} + \sqrt{٤ س + ١}}{\sqrt{٢ س + ٣} + \sqrt{٤ س + ١}}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٣ س + ٣ - (٤ س + ١)}{(س - ٣)(\sqrt{٢ س + ٣} + \sqrt{٤ س + ١})}$

$= \lim \frac{-س + ٢}{(س - ٣)(\sqrt{٢ س + ٣} + \sqrt{٤ س + ١})}$

$= \lim \frac{-١}{\sqrt{٢ س + ٣} + \sqrt{٤ س + ١}} = \frac{-١}{٦}$.

١٠) $\lim_{س \to ٥^{+}} م(س) = \lim_{س \to ٥^{+}} \frac{(س - ٥)(س + ١)}{(س - ٥)}$

$= \lim_{س \to ٥^{+}} (س + ١) = ٦$

$\lim_{س \to ٥^{-}} م(س) = \lim_{س \to ٥^{+}} م(س)$

$= ٩ \text{ جتا } \pi + ٥ = -٩ + ٥$

$-٩ + ٥ = ٦ \Leftarrow ٩ = -١$.

١١) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٤} - ٣} \times \frac{\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤}{\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤}$

$\lim_{س \to ٧} \frac{\frac{١}{٤}(س - ٨)}{\frac{١}{٤}(س - ٨)(\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}$

$\lim_{س \to ٧} \frac{١}{\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤} = \frac{١}{١٢ \times \frac{١}{٤}} = \frac{١}{٦}$

تابع حل أسئلة وزارية:

١٢) $\lim_{س \to -٢} \frac{|١ + ٣س| - ٥}{س^٣ + ٨}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{-(١ + ٣س) - ٥}{(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{-٦ - ٣س}{(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{٣(٢ + س)}{(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٤)} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$.

١٣) $\lim_{س \to -٣} ه(س) =$

$\lim_{س \to -٣} (٣س^٣ + \frac{١}{س} + [\![\frac{س}{٣}]\!])$

$= ١٨ + \frac{١}{٣} + ٠ = ١٨\frac{١}{٣}$

$\lim_{س \to +٣} ه(س) = \lim_{س \to +٣} \frac{س - ١٢}{٩ - س^٢}$

$= \lim_{س \to +٣} \frac{س - ٣}{(٣ - س)(٣ + س)}$

$= \frac{-١}{٦}$.

$\lim_{س \to -٣} ه(س) \neq \lim_{س \to +٣} ه(س)$

$\therefore \lim_{س \to ٣} ه(س)$ غير موجودة.

١٤) $|س| = س$ عندما $س \to ٤$

$\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} - ٢}{٢س^٢ - ٥س - ١٢} \times \frac{\sqrt{س} + ٢}{\sqrt{س} + ٢}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٣ - ٤س^٢}{(٢س^٢ - ٥س - ١٢)(\sqrt{س} + ٢)}$

$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢(س - ٤)}{(٢س + ٣)(س - ٤) \times ١٦} = \frac{١٦}{١١ \times ١٦} = \frac{١}{١١}$

١٥) $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{\sqrt{س^٢ - ٩} + ٠} \times \frac{س - \sqrt{س^٢ - ٩}}{س - \sqrt{س^٢ - ٩}}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٣)(س - \sqrt{س^٢ - ٩})}{س^٢ - (س^٢ - ٩)}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٣) \times -٦}{-س^٢ + ٩} = \lim_{س \to -٣} \frac{-٦(س+٣)}{(س+٣)(٣ - س)}$

$= \frac{-٦}{٦} = -١$.

١٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{س + ٣}{(س - ٢)(س + ٣)} - \frac{س^٢ + ٧}{(س - ٢)} \times \frac{(س+٣)}{(س+٣)}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٧ - (س^٢ + ٦س + ٩)}{(س - ٢)(س + ٢)}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{-١٨ - ٦س}{(س - ٢)(س + ٢)} = \lim_{س \to ٢} \frac{-٦(٣ + س)}{(س - ٢)(س + ٢)}$

$= \frac{-٦}{٦} = -١$

تابع حل أسئلة وزارية

١٧) $\lim_{س \to ٣^+} \frac{٦ - س\sqrt{س+١}}{٩ - ٣س} \times \frac{٦ + س\sqrt{س+١}}{٦ + س\sqrt{س+١}}$

$\lim_{س \to ٣^+} \frac{٣٦ - س^٤(س+١)}{(٩ - ٣س) \times ١٢}$

$\lim_{س \to ٣^+} \frac{-س^٣ - س^٤ + ٣٦}{٣(٣ - س) \times ١٢}$

بالقسمة الطويلة او التركيبية

$\lim_{س \to ٣^+} \frac{(س - ٣)(-س^٣ - ٤س - ١٢)}{(س - ٣) ٣٦}$

$= \frac{-(-٩ - ١٢ - ١٢)}{٣٦} = \frac{٣٣}{٣٦} = \frac{١١}{١٢}$.

١٨) $\lim_{س \to ٣^-} \frac{\sqrt{٩ - س} - ٦}{\sqrt[٣]{س} + ٣} \times \frac{\sqrt{٩ - س} + ٦}{\sqrt{٩ - س} + ٦}$

$\times \frac{٩ - ٣\sqrt[٣]{س} + (\sqrt[٣]{س})^٢}{٩ - ٣\sqrt[٣]{س} + (\sqrt[٣]{س})^٢}$

$= \frac{(٩ - س - ٣٦)(٩ + ٩ + ٩)}{(٢٧ + س)(١٢)}$

$= \frac{(-س - ٢٧)(٢٧)}{(٢٧ + س)(١٢)}$

$= \frac{-٢٧}{١٢} = \frac{-٩}{٤}$.

اسئلة وزارية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{س^3}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{قا(٤س) - ١}{س^2}$

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جتا س - جا س}{\frac{\pi}{4} - س}$

٤) $\lim_{س \to 0} ٢س (ظتا ٤س + قتا ٣س)$

٥) $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{٢س - \pi}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا س}{س جا س}$

٧) $\lim_{س \to ١} \frac{جتا \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$

٨) $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا ٤س}{٤س - ٢\pi}$

٩) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا \pi س}$

١٠) اذا كانت

$\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٣س}{٥س} = \lim_{س \to 0} \frac{جا ٦س}{ب س - س} = ٢$

فجد كلاً من الثابتين ٩، ب

١١) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا س}{(س - \pi)^2}$

١٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{جتا س - \sqrt{٣} جا س}{٦س - ٢\pi}$

١٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٤س - جا س}{\sqrt{١ - جتا ٤س}}$

١٤) $\lim_{س \to 0} \frac{٤ - س ظا س - ٤ جتا س}{س جا ٤س}$

حلول أسئلة وزارية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\frac{ظاس}{جتاس} - ظاس}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{ظاس - ظاس جتاس}{س^3 \times جتاس}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{ظاس(1 - جتاس)}{س^3 جتاس} \times \frac{1+جتاس}{1+جتاس}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جاس(1-جتاس)}{س^3 جتاس(1+جتاس)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جاس \cdot جا^2 س}{س^3 جتاس(1+جتاس)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{ظاس}{س} \times \frac{ظاس}{س} \times \frac{1}{جتاس(1+جتاس)}$

$= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{2}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{\frac{1}{جتا^2 س} - 1}{س^2} = \lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا^2 س}{جتا^2 س \times س^2}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا^2 س}{جتا^2 س \times س^2} \times \frac{1+جتا^2 س}{1+جتا^2 س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا^4 س}{جتا^2 س \times س^2 \times (1+جتا^2 س)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^4 س}{س^2 \times جتا^2 س \times (1+جتا^2 س)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{ظاس}{س} \times \frac{ظاس}{س} \times \frac{ظاس}{س} \times \frac{1}{جتا^2 س(1+جتا^2 س)}$

$= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{2}$

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جتاس - جاس}{س - \frac{\pi}{4}} = \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جتاس - جتا(\frac{\pi}{2} - س)}{س - \frac{\pi}{2}}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-2 جا(\frac{س + \frac{\pi}{2} - س}{2}) جا(\frac{س - \frac{\pi}{2} + س}{2})}{س - \frac{\pi}{2}}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-2 جا\frac{\pi}{4} جا(س - \frac{\pi}{4})}{س - \frac{\pi}{2}}$

نفرض أن $ص = س - \frac{\pi}{4}$

$س \to \frac{\pi}{2} \Rightarrow ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} -2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{جاص}{ص}$

$\frac{\sqrt{2}}{-2} \lim_{ص \to 0} \frac{جاص}{ص} = \frac{\sqrt{2}}{-2} \times 1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

٤) $\lim_{س \to 0} س^2 \left(\frac{1}{ظا^2 س} + \frac{1}{جا^2 س}\right)$

$= \lim_{س \to 0} \frac{س^2}{ظا^2 س} + \lim_{س \to 0} \frac{س^2}{جا^2 س}$

$= \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$

٥) $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جتاس}{\pi - 2س} = \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا(\frac{\pi}{2} - س)}{2(س - \frac{\pi}{2})}$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جاص}{-2ص} = -\frac{1}{2}$

عندما $س \to \frac{\pi}{2}$
$ص \to 0$

$ص = \frac{\pi}{2} - س$

٦) $\lim_{س\to 0} \frac{1-\text{جتا}س}{س\,\text{جا}س} \times \frac{1+\text{جتا}س}{1+\text{جتا}س}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{1-\text{جتا}^2 س}{س\,\text{جا}س(1+\text{جتا}س)}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س\,\text{جا}س(1+\text{جتا}س)}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}س}{س(1+\text{جتا}س)}$

$= \frac{1}{2}$.

٧) $\lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س^2 \text{جا}س}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}س}{س}$

$= 1$

٨) $\lim_{س\to 1} \frac{\text{جتا}^2 \frac{\pi}{2} س}{س-1}$

$= \lim_{س\to 1} \frac{\text{جا}^2 (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} س)}{س-1}$

$= \lim_{س\to 1} \frac{\text{جا}^2 \frac{\pi}{2}(1-س)}{س-1}$

$ص = 1-س$
$س \to 1$
$ص \to 0$

$= \lim_{ص\to 0} \frac{\text{جا}^2 \frac{\pi}{2} ص}{-ص} = -\frac{\pi}{2}$.

٩) $\lim_{س\to 2} \frac{س-2}{\text{ظا}\pi س}$

$= \lim_{س\to 2} \frac{س-2}{-\text{ظا}(2\pi - \pi س)}$

$= \lim_{س\to 2} \frac{س-2}{-\text{ظا}\pi(2-س)}$

$= \lim_{ص\to 0} \frac{-ص}{-\text{ظا}\pi ص} = \frac{1}{\pi}$

$ص = 2-س$ ، $س \to 2$ ، $ص \to$ صفر

١٠) $\lim_{س\to 0} \frac{\text{ظا}٥س}{٥س} = \frac{٥}{٥} = ٢ \Leftarrow ب = ١٠$

$\lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}٦س}{س(ب-١)} = \lim_{س\to 0} \frac{\text{جا}٦س}{س} \times \frac{٦}{ب-١} = ٢$

$\frac{٦}{ب-١} \times ٦ = ٢$

$\Leftarrow ٦ = ٢ب - ٢ \Leftarrow ٢ب = ٨ \Leftarrow ب = ٤$

١١) $\lim_{س\to \pi} \frac{1+\text{جتا}س}{(س-\pi)^2} \times \frac{1-\text{جتا}س}{1-\text{جتا}س}$

$= \lim_{س\to \pi} \frac{1-\text{جتا}^2 س}{(س-\pi)^2 (1+\text{جتا}س)}$

$= \lim_{س\to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{(س-\pi)^2 (1+\text{جتا}س)}$

$= \lim_{س\to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{(س-\pi)^2 \times 2}$

$ص = \pi - س$
$س \to \pi$ ، $ص \to 0$

$= \lim_{ص\to 0} \frac{\text{جا}^2 ص}{ص^2 \times 2}$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$.

١٠) $\lim_{س\to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}^2 س}{(س - \frac{\pi}{2})س}$

$= \lim_{س\to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{س} \times \lim_{س\to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(\pi - 2س)}{س - \frac{\pi}{2}}$

$= \frac{2}{\pi} \times \lim_{س\to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}2(\frac{\pi}{2} - س)}{\frac{\pi}{2} - س}$

$= \frac{2}{\pi} \times 2$

$ص = \frac{\pi}{2} - س$
$س \to \frac{\pi}{2}$
$ص \to 0$

$= \frac{4}{\pi}$

١٢) $\lim_{س\to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{(س-\pi)^2 (1+1)}$

$= \lim_{س\to \pi} \frac{\text{جا}^2 س}{2(س-\pi)^2}$

$= \lim_{ص\to 0} \frac{\text{جا}^2 ص}{2ص^2}$

$= \frac{1}{2}$

$ص = \pi - س$
$س \to \pi$ ، $ص \to 0$

١٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{\text{ظتا}\, س - \sqrt{3}\, \text{جتا}\, س}{6س - \pi}$

نفرض ص = $س - \frac{\pi}{6} \Leftarrow س = ص + \frac{\pi}{6}$

$س \to \frac{\pi}{6} \leftarrow ص \to 0$

* $\text{جتا}\, س = \text{جتا}(ص + \frac{\pi}{6})$

$= \text{جتا}\, ص\, \text{جتا}\frac{\pi}{6} - \text{جا}\, ص\, \text{جا}\frac{\pi}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\text{جتا}\, ص - \frac{1}{2}\text{جا}\, ص$

* $\sqrt{3}\, \text{جا}\, س = \sqrt{3}\, \text{جا}(ص + \frac{\pi}{6})$

$\sqrt{3}(\text{جا}\, ص\, \text{جتا}\frac{\pi}{6} + \text{جتا}\, ص\, \text{جا}\frac{\pi}{6})$

$\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}\text{جا}\, ص + \frac{1}{2}\text{جتا}\, ص)$

$= \frac{3}{2}\text{جا}\, ص + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{جتا}\, ص$

* $\text{جتا}\, س - \sqrt{3}\, \text{جا}\, س =$

$(\frac{\sqrt{3}}{2}\text{جتا}\, ص - \frac{1}{2}\text{جا}\, ص) - (\frac{3}{2}\text{جا}\, ص + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{جتا}\, ص)$

$= -2\,\text{جا}\, ص$

* $6س - \pi = 6(س - \frac{\pi}{6}) = 6ص$

$\therefore$ النهاية $= \lim_{ص \to 0} \frac{-2\,\text{جا}\, ص}{6ص}$

$= \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$.

١٣) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}\, 2س - \text{جا}\, س}{1 - \text{جتا}\, س}$

$\text{جتا}\, 2س = 1 - 2\,\text{جا}^2 س$

$1 - \text{جتا}\, 2س = 2\,\text{جا}^2 س$

$\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}\, 2س - \text{جا}\, س}{2\,\text{جا}^2 س} = \lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}\, 2س - \text{جا}\, س}{2\,\text{جا}^2 |س|}$

$\lim_{س \to 0^+} \frac{2س - \text{جا}\, س}{2\,\text{جا}^2 س} = \lim_{س \to 0^+} \frac{س}{2\,\text{جا}^2 س} - \lim_{س \to 0^+} \frac{\text{جا}\, س}{2\,\text{جا}^2 س}$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

$\lim_{س \to 0^-} \frac{2س - \text{جا}\, س}{-2\,\text{جا}^2 س} = \lim_{س \to 0^-} \frac{س}{-2\,\text{جا}^2 س} + \lim_{س \to 0^-} \frac{\text{جا}\, س}{2\,\text{جا}^2 س} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore$ النهاية $= \lim_{س \to 0} \frac{2س - \text{جا}\, س}{1 - \text{جتا}\, س}$ غير موجودة.

---

١٤) $\lim_{س \to 0} \frac{4 - 4\,\text{جتا}\, س - س\,\text{ظا}\, س}{س\,\text{جا}\, 2س}$

$\lim_{س \to 0} \frac{4 - 4\,\text{جتا}\, س}{س\,\text{جا}\, 2س} - \lim_{س \to 0} \frac{س\,\text{ظا}\, س}{س\,\text{جا}\, 2س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4(1 - \text{جتا}\, س)}{س\,\text{جا}\, 2س} \times \frac{(1 + \text{جتا}\, س)}{(1 + \text{جتا}\, س)} - \lim_{س \to 0} \frac{\frac{\text{ظا}\, س}{س}}{\text{جا}\, 2س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4(1 - \text{جتا}^2 س)}{س\,\text{جا}\, 2س\,(1 + 1)} - \frac{1}{4}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4\,\text{جا}^2 س}{2س\,\text{جا}\, 2س} - \frac{1}{4}$

$= 2 \times \lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}\, س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}\, س}{\text{جا}\, 2س} - \frac{1}{4}$

$= 2 \times 1 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.

على حل نوع (١٢) بطريقة أخرى

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا}^2 س - 3\text{ظا} س}{\text{ظا} س - 1} + \frac{2}{\text{ظا} س} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا} س (\text{ظا} س - 3)}{\text{ظا} س - 1} - \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا} س - 3}{\text{ظا} س - 1} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا} س (\text{ظا} س - 1)}{\text{ظا} س - 1} - \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{(\text{ظا} س - 3)}{\text{ظا} س - 1} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا}^2 س - \text{ظا} س}{\text{ظا} س - 1} - \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{ظا}^2 س - 3}{\text{ظا} س - 1} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \text{جا}(\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4}) \text{جا}(\frac{س}{2} - \frac{\pi}{4})}{\text{جتا} س - 1} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-2 \text{جا}(\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4}) \text{جا}(\frac{س}{2} - \frac{\pi}{4}) \text{جتا}(\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4})}{-2 \text{جا}^2 (\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4})} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(\frac{س}{2} - \frac{\pi}{4}) \text{جتا}(\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4})}{\text{جا}(\frac{س}{2} + \frac{\pi}{4})} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(س - \frac{\pi}{2})}{\text{جا}(س + \frac{\pi}{2})} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(س - \frac{\pi}{2})}{\text{جتا} س} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-\text{جا}(\frac{\pi}{2} - س)}{\text{جتا} س} =$$

$$\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{-\text{جتا} س}{\text{جتا} س} = -1$$

أسئلة وزارية :

س١ $هـ(س) = \begin{cases} \frac{ب}{س} + س^2 & ، 0 < س \leq 2 \\ [س] + 3 & ، 2 < س < 3 \\ 7 & ، س = 3 \end{cases}$

$هـ$ متصل عند $س = 2$.

أجب عما يلي:

أ) جد قيمة الثابت $ب$.

ب) ابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة $[0, 3]$

س٤ ابحث في اتصال الاقتران على الفترة $[-1, 1]$.

$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 1}{س + 1} & ، -1 < س < 1 \\ س[س] + 1 & ، -1 \leq س < 1 \end{cases}$

س٣ ابحث في اتصال الاقتران

$هـ(س) = [س] + \overline{س}$ على الفترة $[1, 3]$

س٤ إذا كان $ل(س) = \frac{س^2 - 1}{س + 2}$ ،

$هـ(س) = [س]$ فابحث في اتصال الاقتران

$ه(س) = ل(س) \times هـ(س)$ في الفترة $[0, 3]$

س٥ $ه(س) = \begin{cases} 5س - 9 & ، س \geq 2 \\ [-\frac{1}{2}س] & ، 2 < س \leq 4 \\ |س - 4| & ، س > 4 \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران $ه(س)$ على مجموعة الأعداد الحقيقية .

س٦ $ه(س) = \begin{cases} س^2 - 2س + 1 & ، س < 3 \\ [س + 1] & ، 3 \leq س < 4 \\ -9 < س & ، س \leq 4 \end{cases}$

ابحث في اتصال $ه(س)$ على مجموعة الأعداد الحقيقية

س٧ $ه(س) = \begin{cases} \frac{س^3 + س^2 + 3س - 4}{س - 1} & ، س \neq 1 \\ 5س - 1 & ، س = 1 \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران $ه(س)$ عند $س = 1$

س٨ $ه(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، س \leq 2 \\ [س + 3] & ، س > 2 \end{cases}$

ابحث في اتصال $ه(س)$ عند $س = 2$

س٩ $ه(س) = \begin{cases} 2 + 3س & ، س < 1 \\ 3س^2 & ، س \geq 1 \end{cases}$

$هـ(س) = \begin{cases} س^2 & ، س < 1 \\ |س - 1| & ، س \geq 1 \end{cases}$

ابحث في الاتصال الاقتران

$(ه + هـ)(س)$ عندما $س = 1$.

تابع أسئلة وزارية

س١٠ $ه(س) = \begin{cases} |\frac{س}{٢} - ١| & ، -١ \leq س < ٣ \\ [\frac{١}{٢}س + ٣] & ، ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال ه(س) عند س = ٣

س١١ $ه(س) = \begin{cases} ٤س + ٢ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ١٠ & ، س = ٢ \\ \frac{(٢س+١)^{٢} - ٢٥}{س - ٢} & ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال ه عند س = ٢ .

س١٢ $ل(س) = \begin{cases} \frac{ح(٥س) - ٩س^{٢}}{س \, جا ٣س} & ، -\frac{\pi}{٦} \leq س < ٠ \\ ١١ & ، س = ٠ \\ \frac{س^{٢} + (٩-ج)س}{٩س} & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

اذا كان ل(س) اقترانا متصلا عند س = صفر فجد قيم كل من الثابتين ٩ ، ب .

س١٣ $ه(س) = \begin{cases} \frac{٩س^{٤} - ١}{\sqrt{١ - ٦س + ٩س^{٢}}} & ، -\frac{١}{٣} < س < \frac{١}{٣} \\ -٢ & ، س = \frac{١}{٣} \\ -٦س - [س] & ، \frac{١}{٣} < س < \frac{٤}{٣} \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ه(س) عند س = $\frac{١}{٣}$

س١٤ $ه(س) = \begin{cases} \frac{(٥ - س^{٤}) - [٣ + ٢س]}{١ - س} & ، ٠ < س < ١ \\ ٢س - |١ - س^{٤}| & ، ١ \leq س < ٢ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ه(س) عند س = ١ .

حل الأسئلة الوزارية

أ) $د$ متصل عند $س = ٢$ ⇐

$\lim_{س \to ٢^-} د(س) = \lim_{س \to ٢^+} د(س)$

$\lim_{س \to ٢^-} (\frac{١}{٢}س^٢ + ٤س) = \lim_{س \to ٢^+} ([س] + ٣)$

$\frac{١}{٢} + ٣ \mp ٤ + ٢ = ٣$

$\frac{١}{٢}ب = ٥ - ٤ = ١ \Leftarrow ب = ٢$.

ب) $[س] = ٢$ ، $٢ \leq س < ٣$

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢}س^٢ + ٤س & ، ٢ \leq س < ٣ \\ ٥ & ، س = ٢ \\ ٧ & ، س = ٣ \end{cases}$$

$\frac{١}{٢}س^٢ + ٤س$ نفس وصف المقام $\notin (٢، ٥)$

$د(س) = \frac{١}{٢}س^٢ + ٤س$ متصل على $(٢، ٥)$

نتائج جمع التصليب

٥ متصل على $(٢، ٣)$ كثير حدود

* عند $س = ٢$

$د$ متصل عند $س = ٢$ (معطى بالسؤال)

* عند $س = ٣$

١) $د(٣) = ٧$

٢) $\lim_{س \to ٣^-} د(س) = ٥$

٣) $د(٣) \neq \lim_{س \to ٣^-} د(س)$

∴ $د$ غير متصل عند $س = ٣$

∴ $د$ متصل على $(٢، ٣)$.

$س - [س] = \begin{cases} -١ & ، -١ \leq س < ٠ \\ \text{صفر} & ، ٠ \leq س < ١ \end{cases}$

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^٤ - ١}{س + ١} & ، -٢ \leq س < -١ \\ -س + ١ & ، -١ \leq س < ٠ \\ ١ & ، ٠ \leq س < ١ \end{cases}$$

$\frac{س^٤ - ١}{س + ١}$ نفس وصف المقام $\notin (-٢، -١)$ لأن

$-س + ١$ كثير حدود متصل على $(-١، ٠)$

١ كثير حدود متصل على $(٠، ١)$

* عند $س = -١$

١) $هـ(-١) = ١ + ١ = ٢$

٢) $\lim_{س \to -١^+} هـ(س) = ١ + ١ = ٢$

٣) $\lim_{س \to -١^-} هـ(س) = ٢$

$\lim_{س \to -١} هـ(س) = \lim_{س \to -١} \frac{(س - ١)(س + ١)}{س + ١} = -٢$

$\lim_{س \to -١} هـ(س)$ غير موجودة .

⇐ $هـ(س)$ غير متصل عند $س = -١$

* عند $س = ٠$

١) $هـ(٠) = ١$ ٢) $\lim_{س \to ٠^+} هـ(س) = ١$

$\lim_{س \to ٠^-} هـ(س) = ١ \Leftarrow \lim_{س \to ٠} هـ(س) = ١$ و

٣) $\lim_{س \to ٠} هـ(س) = هـ(٠)$ ⇐ $هـ$ متصل عند $س = ٠$

∴ $هـ$ متصل على $[-١، ١] - \{١\}$.

تابع حل الاسئلة الوزارية:

س٣) $م(س) = \begin{cases} \sqrt{1+س} & ، 1 < س < 2 \\ س + 2 & ، س = 2 \end{cases}$

$\sqrt{1+س}$ متصل على $(1، 2)$ لأن ما داخل الجذر متصل وموجب

(أو لأن $م(ع) =$ نهـا $_{ع \to س}$ $م(ع)$ لكل $ع \in (1، 2)$)

عند $س = 2$

1) $م(2) = \sqrt{1+2} = 2$

2) نهـا $_{س \to 2^-}$ $م(س) = \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$

3) $م(2) \neq$ نهـا $_{س \to 2^-}$ $م(س)$

$\therefore$ $م$ غير متصل عند $س = 2$ من اليسار

$\therefore$ $م(س)$ متصل على $(1، 2)$.

س٤) $[س] = \begin{cases} صفر & ، 0 \leq س < 1 \\ 1 & ، 1 \leq س < 2 \\ 2 & ، س = 2 \end{cases}$

$م(س) = ل(س) \times م(س) =$

$\begin{cases} صفر & ، 0 \leq س < 1 \\ \frac{س^4 - 1}{س + 2} & ، 1 \leq س < 2 \\ \frac{س^4 - 1}{س + 2} \times 2 & ، س = 2 \end{cases}$

صفر : اقتران ثابت متصل على $(0، 1)$

$\frac{س^4 - 1}{س + 2}$ نسبي متصل على $(1، 2)$ وصفر المقام $\notin (1، 2)$.

---

* عند $س = 1$

1) $م(1) =$ صفر

2) نهـا $_{س \to 1^+}$ $م(س) =$ صفر
نهـا $_{س \to 1^-}$ $م(س) =$ صفر
$\Leftarrow$ نهـا $_{س \to 1}$ $م(س) =$ صفر

3) نهـا $_{س \to 1}$ $م(س) = م(1)$

$م$ متصل عند $س = 1$

* عند $س = 2$

1) $م(2) = \frac{س^4 - 1}{س + 2} \times 2 = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$

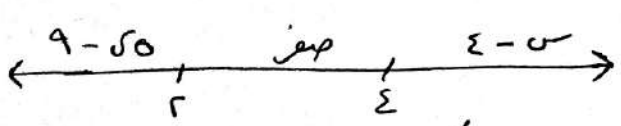
2) نهـا $_{س \to 2^-}$ $م(س) = \frac{س^4 - 1}{س + 2} = \frac{3}{4}$.

3) نهـا $_{س \to 2^-}$ $م(س) \neq م(2)$ $\Leftarrow$ $م$ غير متصل عند $س = 2$

$\therefore$ $م$ متصل على $[0، 2)$.

س٥) $[\frac{1}{2} س - 2] =$ صفر ، $2 < س \leq 4$

$|س - 4| = 4 - س$ ، $س < 4$



$٥س - ٩$ كثير حدود متصل على $(-\infty، 2]$

صفر ثابت متصل على $(2، 4)$

$س - 4$ كثير حدود متصل على $(4، \infty)$

* عند $س = 2$

1) $م(2) = ١٠ - ٩ = 1$

2) نهـا $_{س \to 2^-}$ $م(س) = 1$

3) نهـا $_{س \to 2^+}$ $م(س) =$ صفر

نهـا $_{س \to 2}$ $م(س)$ غير موجودة

$م$ غير متصل عند $س = 2$

* عند $س = 4$

1) $م(4) =$ صفر

2) نهـا $_{س \to 4^+}$ $م(س) =$ نهـا $_{س \to 4^-}$ $م(س) = 0$

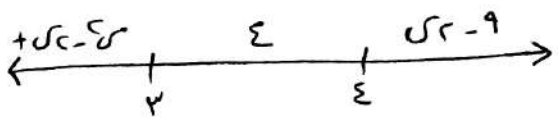
3) $م(4) =$ نهـا $_{س \to 4}$ $م(س)$

$\therefore$ $م$ متصل عند $س = 4$

$\therefore$ $م$ متصل على $ح - \{2\}$

تابع حل الأسئلة الوزارية

س٦ ق(س) = [س+١] = ٤ ، ٣ ≤ س < ٤



ك٣-٤ك+١ متصل على (-∞ ، ٣) كثير حدود

٤ اقتران ثابت متصل على (٣ ، ٤)

ك٢-٩ كثير حدود متصل على (٤ ، ∞)

* عند س = ٣

١) ق(٣) = ٤

٢) نهـا ق(س) = ٩ - ٦ + ١ = ٤ ⟸ نهـا ق(س) = ٤
ك→٣-
نهـا ق(س) = ٤
ك→٣+

٣) نهـا ق(س) = ق(٣)
ك→٣
∴ ق متصل عند س = ٣.

* عند س = ٤

١) ق(٤) = ٩ - ك٢ × ٤ = ١

٢) نهـا ق(س) = ٤
ك→٤-
نهـا ق(س) = ٩ - ٨ = ١
ك→٤+
⟸ نهـا ق(س) غير موجودة
ك→٤

∴ ق(س) غير متصل عند س = ٤

ق متصل على ح - {٤}.

س٧ ق(س) = ك٣ - ١ ، س ≤ ١
= ٥ ، ١ < س < ٣
= ك٢ + ١ ، س ≥ ٣

١) ق(١) = ١ × ٥ - ١ = ٤

٢) نهـا ق(س) = نهـا (س+١)(س-١) / (س-١) = نهـا (س+١) = ٢
ك→١ ك→١ ك→١

نهـا ق(س) = نهـا (س-١)(س٢+س+١) / (س-١) = ١+١+١ = ٣
ك→١ ك→١

∴ نهـا ق(س) غير موجودة
ك→١

باستخدام خواص القيمة المطلقة او المتتالية المتباينة.

٣) نهـا ق(س) ≠ ق(١) .
ك→١

∴ ق(س) غير متصل عند س = ١

س٨ ق(س) = [س+٣] = ٥ ، ٢ < س < ٣

ق(س) = ك٢ + ١ ، س ≤ ٢
= ٥ ، ٢ < س < ٣

١) ق(٢) = ٢ك + ١ = ٥

٢) نهـا ق(س) = ٥
ك→٢+
نهـا ق(س) = ٥
ك→٢-
⟸ نهـا ق(س) = ٥ .
ك→٢

٣) نهـا ق(س) = ق(٢) .
ك→٢

∴ ق(س) متصل عند س = ٢.

تابع حل الأسئلة الوزارية.

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 & ، س < 1 \\ ج س + د & ، س \geq 1 \end{cases}$$

$$ل(س) = (و + هـ)(س) =$$

$$\begin{cases} ج س^2 + د س + س^2 & ، س < 1 \\ 3 ج س^2 + د س & ، س \geq 1 \end{cases}$$

١) $ل(1) = 3 + 2 = 5$.

٢) $\lim_{س \to 1^+} ل(س) = ج + 2 = 5$

$\lim_{س \to 1^-} ل(س) = ج + 1 + ج = 5$

$\Rightarrow \lim_{س \to 1} ل(س) = 5$.

٣) $\lim_{س \to 1} ل(س) = ل(1)$

$\therefore (و + هـ)(س)$ متصل عند $س = 1$

$س^2 - 1 = 0 \Rightarrow س = 2$

	-1		2	
$\frac{1}{2}س - 1$		$-$	0	$+$
$1 - \frac{1}{2}س$		$+$	0	$-$

$[\frac{1}{2}س + 3]$

$ل = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

	0		2		3
$[\frac{1}{2}س + 3]$		3		4	

$$و(س) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}س & ، -1 \leq س < 2 \\ \frac{1}{2}س - 1 & ، 2 \leq س < 3 \\ 3 & ، 3 \leq س \leq 4 \end{cases}$$

---

١) $و(3) = 3$

٢) $\lim_{س \to 3^+} و(س) = 3$

$\lim_{س \to 3^-} و(س) = \frac{1}{2} \times 3 - 1 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \lim_{س \to 3} و(س)$ غير موجودة

$\therefore و(س)$ غير متصل عند $س = 3$.

س١١) $و(2) = 10$

٢) $\lim_{س \to 2} و(س) = \lim_{س \to 2} \frac{(ج س + 1)^2 - 25}{س - 2}$

$= \lim_{س \to 2} \frac{(ج س + 1 - 5)(ج س + 1 + 5)}{س - 2}$

$= \lim_{س \to 2} \frac{(ج س - 4)(ج س + 6)}{س - 2} = \lim_{س \to 2} \frac{ج(س - 2)(ج س + 6)}{س - 2}$

$= ج(2ج + 6) = 10$

$2ج + 6 = 5$

$2ج = -1$

$\lim_{س \to 2} و(س) = 4ج + ج + 2 = 10$

$\Rightarrow \lim_{س \to 2} و(س) =$ غير موجودة .

$\therefore و(س)$ غير متصل عند $س = 2$.

تابع حل الأسئلة الوزارية:

س١٢ ل ق(٠) = ١١

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{ق(س) - ٩ - س^{٢}}{س \text{ جا}^{٢} س} = ١١$$

نقسم على $س^{٢}$

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\frac{\text{جا}^{٢}(ب س)}{س^{٢}} - \frac{٩ س^{٢}}{س^{٢}}}{\frac{س \text{ جا}^{٢} س}{س^{٢}}} = ١١$$

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\frac{\text{جا}(ب س)}{س} \times \frac{\text{جا}(ب س)}{س} - ٩}{\frac{\text{جا}^{٢} س}{س^{٢}}} = ١١$$

$$\frac{ب \times ب - ٩}{١} = ١١ \Leftarrow ب^{٢} - ٩ = ٥٥$$

$$\Leftarrow ب^{٢} = ٦٤ \Leftarrow ب = \pm ٨$$

$$\text{نها}_{س \to ٠^{+}} \frac{ح^{٢} + (٢ - ٩) ح}{٩ س} = ١١$$

$$\text{نها}_{س \to ٠^{+}} \frac{س (س + ٢ - ٩)}{٩ س} = ١١$$

$$\frac{٢ + ٠ - ٩}{٩} = ١١$$

$$٢ - ٩ = ٩٩ \Leftarrow ٩ = ١١$$

$$٩ = \frac{٢}{١٢}$$

$$٩ = \frac{١}{٦}$$

س١٣ ل ق$(\frac{١}{٣})$ = −٢

ب) $\text{نها}_{س \to ٠^{+}} ق(س) = \text{نها}_{س \to ٠^{+}} -٦ س - [س]$

$$= -٦ \times \frac{١}{٣} - ٠ = -٢$$

$$\text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} ق(س) = \text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{٩ س^{٢} - ١}{\sqrt{١ - ٦ س + ٩ س^{٢}}}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{٩ س^{٢} - ١}{\sqrt{(١ - ٣ س)^{٢}}} = \text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{٩ س^{٢} - ١}{|١ - ٣ س|}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}^{-}} \frac{(٣ س - ١)(٣ س + ١)}{١ - ٣ س} = -٢$$

$\therefore \text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}} ق(س) = -٢$

ج) $\text{نها}_{س \to \frac{١}{٣}} ق(س) = ق(\frac{١}{٣}) \Leftarrow ق(س)$ متصل عند $س = \frac{١}{٣}$.

س١٤ ق $[س + ٣] = ٤$ ، $\frac{٦}{٥} \leq س < ١$

$|١ - س^{٤}| = س^{٤} - ١$ ، $١ < س < ٢$

① ق(١) = ٤ × ١ − ٠ = ٢

② $\text{نها}_{س \to ١^{-}} ق(س) = \text{نها}_{س \to ١^{-}} \frac{٥ - س^{٤} - ٤}{١ - س} = \text{نها}_{س \to ١^{-}} \frac{(١ - س)(١ + س)}{١ - س}$

$= ١ + ١ = ٢$

$\text{نها}_{س \to ١^{+}} ق(س) = \text{نها}_{س \to ١^{+}} ٤ س - (٤ - ١) = ٢ - ٠ = ٢$

$\text{نها}_{س \to ١} ق(س) = ٢$

③ $\text{نها}_{س \to ١} ق(س) = ق(١)$

$\therefore ق(س)$ متصل عند $س = ١$.