بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

u U٣

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ / الدورة الشتوية

وثيقة محمية

((محدود))

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع

الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

مدة الامتحان : ٢ س : ٠٠ د

اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠٠٨/١/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٦ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه **رمز** البديل الصحيح لها :

١) إذا كان ق اقتراناً متصلاً على مجاله، وكان $\int$ ق (س) د س = جتا^{2}س − ٢ س + جـ ،
فإن ق$'$ $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ =

أ) ٢ ب) صفر ج) −٢ د) ٣ − π

٢) $\int_{1}^{4}$ [$\frac{1}{3}$ س + ٢] د س =

أ) ٧ ب) ٦ ج) ٩ د) ٨,٥

٣) $\int$ $\frac{2}{1 + \text{جتا } 2\text{ س}}$ د س =

أ) قا س + جـ ب) ظا س + جـ ج) − قتا س + جـ د) − ظتا س + جـ

٤) جد طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها : (٢ س + ٤)^{2} + (٢ ص − ١٠)^{2} = ٣٦ .

أ) ٩ وحدات ب) ٦ وحدات ج) ٣ $\sqrt{2}$ وحدة د) ٣ وحدات

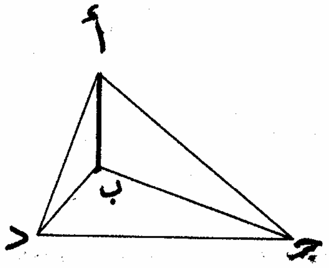
٥) بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته ص^{2} − ٤ س + ٤ = صفر ، هي النقطة :

أ) (٠ ، ٠) ب) (١ ، ٠) ج) (٢ ، ٠) د) (٠ ، ٢)

٦) النقطة ن (س ، ص) واقعة على منحنى القطع الناقص الذي مساحته (٢٠ π) وحدة مربعة ،
وطول محوره الأصغر (٨) وحدات وبؤرتاه النقطتان ب$_1$ ، ب$_2$. ما محيط المثلث ن ب$_1$ ب$_2$ ؟

أ) ١٣ وحدة ب) ١٤ وحدة ج) ١٦ وحدة د) ١٨ وحدة

يتبع الصفحة الثانية ...



٧) في الشكل المجاور : $\overline{\text{أ ب}} \perp$ المستوى ب جـ د ،

أ جـ = ١٥ سم ، ب جـ = ٩ سم ، ب د = ٥ سم ،

فما طول $\overline{\text{أ د}}$ ؟

أ) ١٢ سم ب) ٩ سم ج) ١١ سم د) ١٣ سم

٨) ما العبارات الصحيحة من بين العبارات الآتية ؟

(١) كل مستقيمين غير متقاطعين يكونان متوازيين.

(٢) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيماً في المستوى فإنه يوازي كل مستقيم في ذلك المستوى.

(٣) المستقيمان العموديان على مستوى واحد متوازيان.

(٤) إذا توازى مستويان، فإن كل مستقيم في أحدهما يوازي المستوى الآخر.

أ) ٢ وَ ٣ ب) ٣ وَ ٤ ج) ٢ وَ ٤ د) ١ وَ ٣ وَ ٤

السؤال الثاني : (٢٣ علامة)

جـد التكاملات الآتية :

١) $\int_{0}^{\text{لوهـ}\,٢}$ هـ$^{\text{س}}$ (٩ − ٤ هـ$^{\text{س}}$) د س . (٥ علامات)

٢) $\int_{0}^{\pi}$ (١ + جا٢س) جتا^{٢}س د س . (٨ علامات)

٣) $\int \dfrac{\text{٢ لوهـ س}}{(\text{س} - ٢)^{٢}}$ د س . (١٠علامات)

السؤال الثالث : (١٤ علامة)

أ) جـد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين محور الصادات ومنحنيات الاقترانات : (٨ علامات)

ق (س) = س^{٢} − ١ ، هـ (س) = ٥ − س ، ل (س) = ١ − س .

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س ، ص) يساوي $\dfrac{\text{٢ ص}^{٣}}{(\text{٣ س} + ٥)^{\frac{٢}{٣}}}$

فجـد قاعدة هذه العلاقة علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (١ ، ٥) . (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السؤال الرابع : (١٥ علامة)

أ) قطع زائد معادلته $٧ (ص - ٣)^{٢} - ٩ (س + ١)^{٢} = ٦٣$

جـد كلاً مما يأتي لهذا القطع : (٨ علامات)

١) إحداثيي المركز. ٢) إحداثيات البؤرتين.

٣) إحداثيات الرأسين. ٤) الاختلاف المركزي.

ب) جـد معادلة القطع المكافئ المقعر للأسفل الذي محوره س = ٢ ، ودليله ص = ٥ ، وتبعد بؤرته (٨) وحدات عن دليله. (٧ علامات)

السؤال الخامس : (١٦ علامة)

أ) جـد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة (١ ، ٢) وتمس محور السينات عند (٧ ، ٠) . (٨ علامات)

ب) برهن أنه إذا قطع مستوى مستويين متوازيين فإن خطّيْ تقاطعه معهما متوازيان. (٨ علامات)

السؤال السادس : (١٦ علامة)

أ) م مركز دائرة طول نصف قطرها (١٠) سم ، $\overline{أ ب}$ وتر في هذه الدائرة طوله (١٦) سم.

$\overline{م جـ}$ $\perp$ مستوى الدائرة حيث م جـ = $٢\sqrt{٣}$ سم.

احسب قياس الزاوية الزوجية بين مستوى الدائرة والمستوى أ ب جـ . (٩ علامات)

ب) أ ب جـ د متوازي أضلاع، ن نقطة خارج المستوى أ ب جـ بحيث أن $\overleftrightarrow{ن أ}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{أ د}$ ،

رُسم المستقيم $\overleftrightarrow{أ هـ}$ يعامد $\overleftrightarrow{ب جـ}$ في النقطة هـ .

أثبت أن $\overleftrightarrow{ب جـ}$ يعامد المستوى ن أ هـ . (٧ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات/م٤٢ **مدة الامتحان :** س ٢ د ١

الفرع : العلمي، والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني) **التاريخ :** ١٣ / ١ / ٢٠٠٨

الإجابة النموذجية :

	العلامة
السؤال الأول (١٦ علامة)	

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة الصحيحة	أ	أ	ب	د	جـ	جـ	د	ب

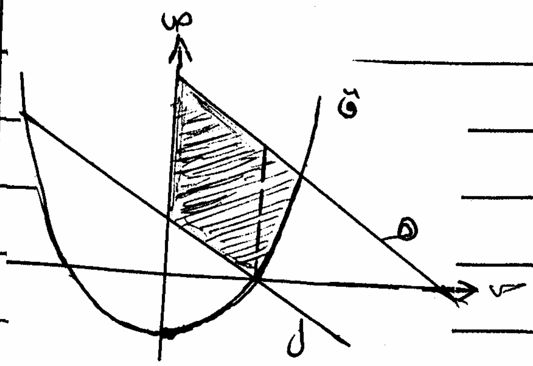
	العلامة
لكل فقرة صحيحة علامتان	
السؤال الثاني (٢٣ علامة)	
١) $\int_{0}^{\text{لو}٢} \text{هـ}^{\text{س}}(٩-٤\,\text{هـ}^{\text{س}})\,\text{دس}$ (٥ علامات)	
$= \int_{0}^{\text{لو}٢} (٩\,\text{هـ}^{\text{س}} - ٤\,\text{هـ}^{٢\text{س}})\,\text{دس}$	١
$= ٩\,\text{هـ}^{\text{س}} - ٢\,\text{هـ}^{٢\text{س}} \Big]_{0}^{\text{لو}٢}$	١
$= ٩\,\text{هـ}^{\text{لو}٢} - ٢\,\text{هـ}^{٢\text{لو}٢} - (٩\,\text{هـ}^{0} - ٢\,\text{هـ}^{0})$	١
$= ٩\times٢ - ٢\,\text{هـ}^{\text{لو}٤} - ٧$	١
$= ١٨ - ٢\times٤ - ٧ = ٣$	١
٢) $\int_{0}^{\pi} \text{جتا}^{٢}\text{س}\,(١+\text{جا}٢\text{س})\,\text{دس}$ (٨ علامات)	
$= \int_{0}^{\pi} (\text{جتا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٢}\text{س}\,\text{جا}٢\text{س})\,\text{دس}$	
$= \int_{0}^{\pi} \text{جتا}^{٢}\text{س}\,\text{دس} + \int_{0}^{\pi} \text{جتا}^{٢}\text{س} \times ٢\,\text{جاس}\,\text{جتاس}\,\text{دس}$	١
$= \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٢}(١+\text{جتا}٢\text{س})\,\text{دس} + ٢\int_{0}^{\pi} \text{جتا}^{٣}\text{س}\,\text{جاس}\,\text{دس}$	١
افرض ص = جتاس $\Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\text{جاس}$ $\Leftarrow$ دس $= \frac{\text{دص}}{-\text{جاس}}$ (عندما س = ٠ $\Leftarrow$ ص = ١ ، س = π $\Leftarrow$ ص = -١)	١
التكامل المطلوب $= \left[\frac{١}{٢}\text{س} + \frac{١}{٤}\text{جا}٢\text{س}\right]_{0}^{\pi} + ٢\int_{١}^{-١} (-\text{ص}^{٣})\,\text{دص}$	٢
$= \frac{\pi}{٢} + \frac{١}{٤}\text{جا}٢\pi - \ldots - \left[٢\times\frac{\text{ص}^{٤}}{٤}\right]_{١}^{-١}$	٢
$= \frac{\pi}{٢} - (٢\times\frac{١}{٤} - ٢\times\frac{١}{٤}) = \frac{\pi}{٢}$	١

الحل	العلامة
تابع السؤال الثاني	
٣) $\int \frac{٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{(\text{س}-٢)^٢}\,\text{د س}$ (١٠ علامات)	
افرض $٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} = \text{ع} \Leftarrow \text{دع} = \frac{٢}{\text{س}}\,\text{د س}$	١
$\frac{١}{(\text{س}-٢)^٢} = \text{د هـ} \Leftarrow \text{هـ} = \frac{-١}{\text{س}-١}$	١
$\int \text{ع د هـ} = \text{ع} \cdot \text{هـ} - \int \text{هـ دع}$	١
$\int \frac{٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{(\text{س}-١)^٢}\,\text{د س} = ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} \times \frac{-١}{\text{س}-١} - \int \frac{-١}{\text{س}-١} \times \frac{٢}{\text{س}}\,\text{د س}$	١
$= \frac{-٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}-١} + \int \frac{٢}{\text{س}(\text{س}-١)}\,\text{د س}$	
نجد $\int \frac{٢}{\text{س}(\text{س}-١)}\,\text{د س}$ بطريقة الكسور الجزئية	
$\frac{٢}{\text{س}(\text{س}-١)} = \frac{\text{أ}}{\text{س}} + \frac{\text{ب}}{\text{س}-١}$	١
إذاً $٢ = \text{أ}(\text{س}-١) + \text{ب}(\text{س})$	
ضع $\text{س} = ١ \Leftarrow ٢ = \text{ب}$	١
ضع $\text{س} = ٠ \Leftarrow ٢ = -\text{أ} \Leftarrow \text{أ} = -٢$	١
$\int \frac{٢}{\text{س}(\text{س}-١)}\,\text{د س} = \int \left(\frac{-٢}{\text{س}} + \frac{٢}{\text{س}-١}\right)\text{د س}$	
$= -٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\|\text{س}\| + ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\|\text{س}-١\| + \text{ج}$	٢
إذاً $\int \frac{٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{(\text{س}-٢)^٢}\,\text{د س} =$	
$= \frac{-٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}{\text{س}-١} - ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\|\text{س}\| + ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\|\text{س}-١\| + \text{ج}$	١

السؤال الثالث (١٤ علامة)

العلامة

أ) (٨ علامات)



نجد نقط تقاطع منحنى ق ، ل

بوضع $\text{س}^2 - 1 = 1 - \text{س}$

ومنها $\text{س}^2 + \text{س} - 2 = 0$

١ | $(\text{س} + 2)(\text{س} - 1) = 0 \Leftarrow \text{س} = 1 ، (-2)$ تهمل لأنها خارج المنطقة المطلوبة

ونجد نقط تقاطع منحنى ق ، هـ بوضع $\text{س}^2 - 1 = 5 - \text{س}$

ومنها $\text{س}^2 + \text{س} - 6 = 0$

١ | $(\text{س} + 3)(\text{س} - 2) = 0 \Leftarrow \text{س} = (-3)$ تهمل ، ٢

المنطقة المراد حساب مساحتها هي المنطقة المظللة في الشكل

٣ | ومساحتها $= \int_0^1 \left((5 - \text{س}) - (1 - \text{س})\right) d\text{س} + \int_1^2 \left((5 - \text{س}) - (\text{س}^2 - 1)\right) d\text{س}$

١ | $= \int_0^1 4 \, d\text{س} + \int_1^2 (6 - \text{س} - \text{س}^2) \, d\text{س}$

١ | $= 4 \times 1 + \left[6\text{س} - \frac{\text{س}^2}{2} - \frac{\text{س}^3}{3}\right]_1^2$

١ | $= 4 + 12 - 2 - \frac{8}{3} - \left(6 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{37}{6}$ وحدة مربعة .

ب) (٦ علامات)

ميل المماس $= \frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \frac{2\text{ص}^3}{(3\text{س} + 5)^{\frac{4}{3}}}$

١ | ومنها $\frac{d\text{ص}}{\text{ص}^3} = \frac{2\,d\text{س}}{(3\text{س} + 5)^{\frac{4}{3}}}$

١ | إذاً $\int \frac{d\text{ص}}{\text{ص}^3} = \int \frac{2\,d\text{س}}{(3\text{س} + 5)^{\frac{4}{3}}}$

١ | $\int \text{ص}^{-3} d\text{ص} = 2 \int (3\text{س} + 5)^{-\frac{4}{3}} d\text{س}$

٢ | $\frac{\text{ص}^{-2}}{-2} = \frac{2}{-\frac{1}{3}} (3\text{س} + 5)^{-\frac{1}{3}} \times 3 + \text{جـ}$

$\frac{-1}{2\text{ص}^2} = 2(3\text{س} + 5)^{-\frac{1}{3}} + \text{جـ}$

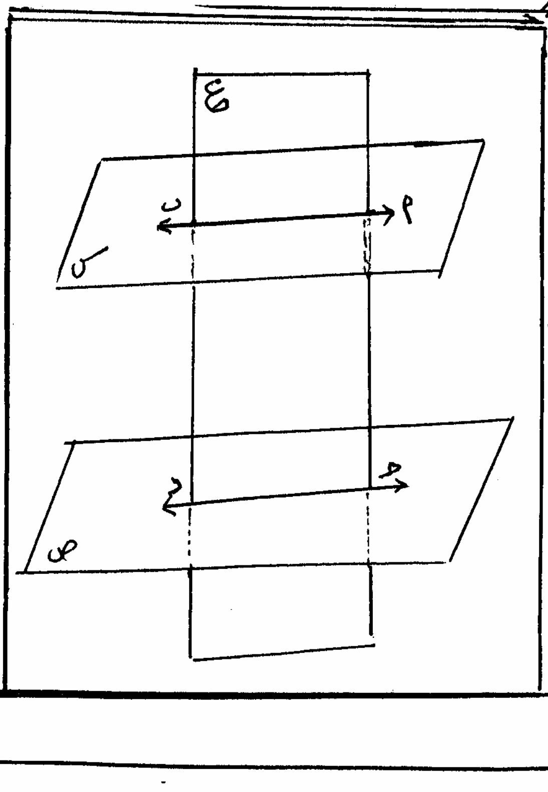
لكن النقطة (١ ، ٥) تحقق هذه المعادلة

إذاً $\frac{-1}{50} = 2(3 + 5)^{-\frac{1}{3}} + \text{جـ}$

١ | إذاً $\text{جـ} = -4 - \frac{1}{50} = \frac{-201}{50}$

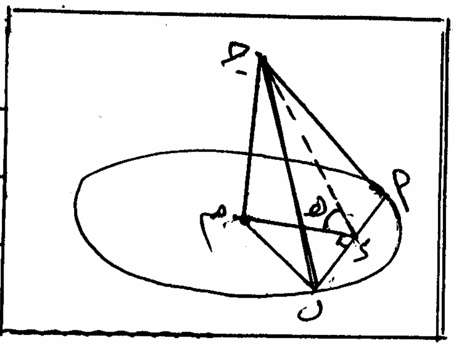
إذاً قاعدة العلاقة هي : $\frac{-1}{2\text{ص}^2} = 2(3\text{س} + 5)^{-\frac{1}{3}} - \frac{201}{50}$

الإجابة	العلامة
السؤال الرابع (١٥ علامة)	
أ) ٧(ص − ٣)^{2} − ٩(س + ١)^{2} = ٦٣ بالقسمة على ٦٣ ينتج أن:	
(٨ علامات) $\frac{(ص-٣)^{2}}{٩} - \frac{(س+١)^{2}}{٧} = ١$	١
١) المركز هو (−١، ٣)	١
٢) جـ^{2} = أ^{2} + ب^{2} = ٩ + ٧ = ١٦ ⟸ جـ = ٤	١
إذاً البؤرتان هما (−١، ٧)، (−١، −١)	٢
٣) الرأسان هما (−١، ٦)، (−١، ٠)	٢
٤) الاختلاف المركزي = $\frac{جـ}{أ} = \frac{٤}{٣}$	١
ب) بما أن القطع المكافئ مقعر للأسفل فإن معادلته	
(٧ علامات) على الصورة: (س − د)^{2} = −٤ جـ (ص − هـ)	٢
وبما أن معادلة محوره هي س = ٢ فإن د = ٢	١
وتكون بؤرته (٢، هـ − جـ)	
المسافة بين البؤرة والدليل = ٥ − (هـ − جـ) = ٨	١
كذلك فإن هذه المسافة = ٢جـ = ٨	
إذاً جـ = ٤	١
بتعويض قيمة جـ في العلاقة السابقة ينتج أن	
٥ − (هـ − ٤) = ٨	
ومنها هـ = ١	١
إذاً المعادلة المطلوبة هي:	
(س − ٢)^{2} = −١٦(ص − ١)	١

السؤال الخامس (١٦ علامة)	العلامة
أ) (٨ علامات) بما أن الدائرة تمس محور السينات عند (٧، ٠)	
فإن الإحداثي السيني لمركزها = ٧	٢
ويكون الإحداثي الصادي للمركز = طول نصف القطر = ر	١
فمعادلة هذه الدائرة على الصورة:	
$(\text{س} - 7)^2 + (\text{ص} - \text{ر})^2 = \text{ر}^2$	٢
النقطة (١، ٢) تحقق هذه المعادلة	
إذاً $(1 - 7)^2 + (2 - \text{ر})^2 = \text{ر}^2$	١
$36 + 4 - 4\text{ر} + \text{ر}^2 = \text{ر}^2$	
$4\text{ر} = 40$	
$\text{ر} = 10$	١
إذاً معادلة الدائرة هي: $(\text{س} - 7)^2 + (\text{ص} - 10)^2 = 100$	١
ب) (٨ علامات) س، ص مستويان متوازيان، ع مستوى قاطع لهما في المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ على الترتيب	١
المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$	١
	٢ للرسم
البرهان:	
$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يقع في المستوى س	
$\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يقع في المستوى ص	١
والمستويان س، ص متوازيان	
إذاً $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ لا يتقاطعان	١
وبما أنهما واقعان في مستوى واحد هو ع فإنهما متوازيان	٣
إذاً $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$	

السؤال السادس (١٦ علامة)

العلامة



أ) نرسم من م العمود $\overline{م د}$ على $\overline{أ ن}$ (٩ علامات) — ٢ للرسم

ونصل $\overline{د هـ}$ ، $\overline{م ن}$

نلاحظ من الشكل أن هـ د مائل على مستوى الدائرة ،

$\overline{م د}$ هو مسقط المائل هـ د — ١

وبما أن $\overline{م د} \perp \overline{أ ن}$ ، فإن $\overline{هـ د} \perp \overline{أ ن}$ (عكس نظرية الأعمدة الثلاثة) — ١

ولذلك فإن قياس الزاوية الزوجية (هـ ، $\overleftrightarrow{أ ن}$ ، م) = قياس ∠هـ د م = هـ — ١

ظا هـ = $\frac{م هـ}{م د}$ لأن المثلث هـ م د قائم (م هـ ⊥ م د)

نحسب طول $\overline{م د}$ من المثلث القائم م د ن حيث

$(م ن)^2 = (م د)^2 + (د ن)^2$

لكن م ن = ١٠ سم (طول نصف قطر الدائرة)

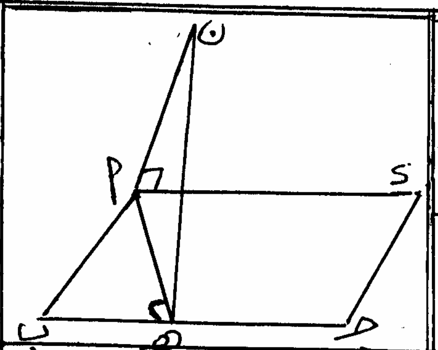
ن د = ٨ سم ($\overline{م د}$ ينصف الوتر $\overline{أ ن}$) — ١

إذاً $(م د)^2 = ١٠٠ - ٦٤ = ٣٦$

م د = ٦ سم — ١

إذاً ظا هـ = $\frac{٢\sqrt{٣}}{٦} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ — ١

إذاً هـ = $\frac{\pi}{٦}$ (أو ٣٠°) — ١



ب) المعطيات : أ ب جـ د متوازي أضلاع (٧ علامات) — ٢ للرسم

$\overleftrightarrow{ن أ} \perp \overleftrightarrow{أ د}$ ، $\overleftrightarrow{أ هـ} \perp \overleftrightarrow{ب جـ}$

المطلوب : إثبات أن $\overleftrightarrow{ب جـ} \perp$ المستوى أ هـ ن

البرهان : $\overleftrightarrow{أ د} \parallel \overleftrightarrow{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب جـ} \perp \overleftrightarrow{أ هـ}$ — ٣

إذاً $\overleftrightarrow{أ د} \perp \overleftrightarrow{أ هـ}$

وبذلك فإن $\overleftrightarrow{أ د}$ يعامد المستقيمين $\overleftrightarrow{أ ن}$ ، $\overleftrightarrow{أ هـ}$ المتقاطعين في أ — ١

فهو يعامد المستوى الذي يحويهما ، أي أن $\overleftrightarrow{أ د} \perp$ المستوى أ هـ ن — ١

لكن $\overleftrightarrow{ب جـ} \parallel \overleftrightarrow{أ د}$ ، إذاً $\overleftrightarrow{ب جـ}$ يعامد المستوى أ هـ ن . — ١