بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـــرع : العلمي

مدة الامتحـان : ساعتان
اليوم والتاريخ : الاثنين ٢٠١٤/١/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السـؤال الأول : (١٨ علامة)

أ) إذا كان قَ (س) = جـا س ، قَ (π) = -١ ، ق(π) = صفر

فجد قاعدة الاقتران ق(س) (٧ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int (ظا س + قا س)^2 \, د س$ (٥ علامات)

٢) $\int \frac{د س}{س^2 - ص + ٦٤}$ (٦ علامات)

السـؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) تحركت كرة من السكون على خط مستقيم بتسارع مقداره ($\frac{٢}{ن^2}$ + ن) م/ث^2 ، حيث ن الزمن بالثواني، فإذا علمت أن سرعة الكرة (٥٠) م/ث عندما ن = ٩ ثانية، وأن الكرة قطعت مسافة مقدارها (٢٢) متراً بعد (٤) ثواني من بدء الحركة. جد المسافة التي قطعتها الكرة بعد (٩) ثواني من بدء حركتها. (٨ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{١}{١ + هـ^{س}} \, د س$ (حيث هـ: العدد النيبيري) (٦ علامات)

٢) $\int_{١}^{٢} (س^2 - |س-١|) \, د س$ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (٢٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الإقترانات الآتية: (١٠ علامات)

ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ٤س ، ل(س) = ١٦

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int_{هـ}^{ظتا} لو(جا\ س)\ د\ س$ (حيث هـ: العدد النيبيري) (٥ علامات)

٢) $\int \frac{س\ جتا\ س}{\sqrt{س^{٢}+١}}\ د\ س$ (٧ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع المخروطي الذي تتحرك النقطة ن (س ، ص) على منحناه بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين (٢ ، ٢) ، (١٠ ، ٢) يساوي (٦) وحدات. (٨ علامات)

ب) لمعادلة القطع الناقص $\frac{(س-ل)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-ك)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

اثبت أن: $ب^{٢} = أ^{٢}(١ - هـ^{٢})$

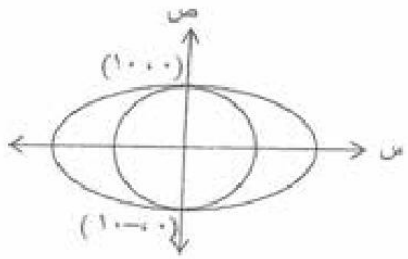
حيث هـ: الاختلاف المركزي للقطع الناقص (٥ علامات)

ج) دائرة معادلتها ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} − ١٢س + ٤ك ص − ٤٦ = صفر ، نصف قطرها (٦) وحدات، ويقع مركزها في الربع الرابع. جـــد إحداثي مركز الدائرة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) يمثل الشكل المجاور دائرة وقطع ناقص مشتركان في المركز (٠ ، ٠) ، إذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلي مساحة الدائرة المرسومة داخله، فجد:



١) الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

٢) معادلة القطع الناقص.

(٧ علامات)

ب) قطع مكافئ معادلته ص = $\frac{١}{٢}$ − س − $\frac{١}{٢}$ س^{٢} (٧ علامات)

جد :

١) إحداثيات البؤرة والرأس .

٢) معادلة الدليل.

ج) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص) في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره وحدتين عن المستقيم ٦ص = ٨س + ٤ وتمر أثناء حركتها بالنقطة ($\frac{١}{٢}$ ، -٢) (٦ علامات)

(انتهت الأسئلة)

وزارة التربية والتعليم
الإدارة العامة لامتحانات الثانوية العامة
الدورة الشتوية/ ٢٠١٤م

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

د س

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي / م ع

مدة الامتحان : ٣ ساعات
التاريخ : ١٣/١/٢٠١٤

الإجابة النموذجية :		رقم الصفحة في الكتاب
السؤال الأول (١٨ علامة) .		
(م) ق(س) = ق'(س) جاس .	٧	ص ٢٨
ق(س) = ∫ ق'(س) دس	١	ص ٢٩
= ∫ جاس دس		
= -جتاس + جـ .	١	
لكن ق(π) = -جتاπ + جـ = ١		
-(-١) + جـ = ١ ⇐ جـ = ٠	١	
∴ ق(س) = -جتا(س) + ٠ .		
ق(س) = ∫ ق'(س) دس	١	
= ∫ -جتا(س) - ٠ دس		
= -جاس - ٠س + جـ .	١	
لكن ق(π) = -جاπ - ٠π + جـ = صفر .		
٠ = -٠π + جـ ⇐ جـ = ٠π		
∴ ق(س) = -جاس - ٠س + ٠π	١	

وزارة التربية والتعليم - إدارة الامتحانات والاختبارات - قسم الامتحانات العامة - الدورة الشتوية ٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول .

(أ)

(١) $\int (\text{ظا}\, س + \text{قا}\, س)^2 \, د س$ ٥

٢٤٤

٢٤٥

٢٤٦

$= \int (\text{ظا}^2 س + 2\, \text{ظا}\, س\, \text{قا}\, س + \text{قا}^2 س) \, د س$ ١

$= \int ((\text{قا}^2 س - 1) + 2\, \text{قا}\, س\, \text{ظا}\, س + \text{قا}^2 س) \, د س$ ١

$= \int (2\, \text{قا}^2 س\, \text{ظا}\, س + 2\, \text{قا}^2 س - 1) \, د س$

$= 2\, \text{قا}\, س + 2\, \text{ظا}\, س - س + ج$.

١ ١ ١

وزارة التربية والتعليم والتعليم العالي
قطاع الامتحانات والاختبارات
الدورة الشتوية ٢٠١٤/ ٢٠١٥م

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول (ب)

(٢) $\frac{٤س}{س^٣ - ٥س + ٦}$

٦

$\frac{١}{س^٣ - ٥س + ٦} = \frac{١}{(س-٣)(س-٢)}$ ، $\frac{١}{(س-٣)(س-٢)}$ ١/

$\frac{١}{(س-٣)(س-٢)} = \frac{أ}{س-٣} + \frac{ب}{س-٢}$

$= \frac{أ(س-٢) + ب(س-٣)}{(س-٣)(س-٢)}$

∴ $١ = أ(س-٢) + ب(س-٣)$ ١/

عندما س = ٢ ⇐ $١ = -ب$ ⇐ $ب = -١$ ١/

وعندما س = ٣ ⇐ $١ = أ$ ⇐ $أ = ١$ ١/

∴ ق = $\int \left(\frac{١}{س-٣} + \frac{-١}{س-٢} \right)$ د س .

$= \int \left(\frac{١}{س-٣} - \frac{١}{س-٢} \right)$ د س .

$= \ln|س-٣| - \ln|س-٢| + ج$ ١/

$= \ln|س-٣| - \ln|س-٢| + ج$

$= \ln \left| \frac{س-٣}{س-٢} \right| + ج$

قطاع الاختبارات والتعليم
الإدارة العامة للاختبارات العامة
٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (٥٠ درجة)

٣٥٣

٣٥٤

(أ)

ق (ن) = $\frac{٤}{ن^{٢}}$ + ن

$\frac{د ق}{د ن}$ = $\frac{-٢ \times ٤}{ن^{٣}}$ + ١

$\frac{د ق}{د ن}$ = $\frac{-٨}{ن^{٣}}$ + ١

ق(٢) = $\frac{-٨}{٢^{٣}}$ + ٢ + ٢

= $\frac{-٨}{٨}$ + ٤

= -١ + ٤ = ٣ ميل

ع(ن) = ٤ ن$^{-٢}$ + ٢ ن + ٥٠

عندما ن = ٩ ، ع = ٥٠

∴ ٥٠ = ٤ × $\frac{١}{٩}$ + ٢ × ٩ + ٥٠

٥٠ = $\frac{٤}{٩}$ + ١٨ + ٥٠

٥٠ = $\frac{١٦٢}{٩}$ + ٥٠

$\frac{-١٦٢}{٩}$ = $\frac{-١٦٢}{٩}$ = ١٨ = ٥٠

∴ ع (ن) = ٤ ن$^{-٢}$ + ٢ ن^{١} - $\frac{١٨}{ن^{٢}}$

$\frac{د ف}{د ن}$ = ع (ن)

ف = ∫ ع (ن) د ن

= ∫ ٤ ن$^{-٢}$ + ٢ ن^{١} - $\frac{١٨}{ن^{٢}}$ د ن

ف (ن) = $\frac{٤}{-١}$ ن$^{-١}$ + $\frac{٢}{٢}$ ن^{٢} - $\frac{١٨}{-١}$ ن + ج

عندما ن = ٤ ، ف = ٤٢

∴ ٤٢ = $\frac{٤}{-١}$ × $\frac{١}{٤}$ + $\frac{٢}{٢}$ × ١٦ - $\frac{١٨}{-١}$ × ٤ + ج

٤٢ = $\frac{-٤}{٤}$ + ١٦ - $\frac{-٧٢}{٤}$ + ج

٤٢ = -١ + ١٦ + ١٨ + ج

ج = ٤٢ - ٣٣ = ٩ متر

∴ ف (ن) = $\frac{-٤}{ن}$ + ن^{٢} + ١٨ ن - $\frac{١٨}{ن}$ + ٩

∴ ف (٩) = $\frac{-٤}{٩}$ + ٩^{٢} + ١٨ × ٩ - $\frac{١٨}{٩}$ + ٩

= $\frac{-٤}{٩}$ + ٨١ + ١٦٢ - ٢ + ٩

= $\frac{-٤}{٩}$ + ٢٨٠ = $\frac{٢٥١٩}{٩}$ = ٢٧٩ متر

= ١٧١ متر

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الثاني

(ب) (أ) $\int \frac{1}{1+e^{x}}\,dx$ ٦

ص ٨٩

ص ٩٥

(بالضرب وطرح e^{x} للبسط)

ص ٣٠٤

$= \int \frac{1+e^{x}-e^{x}}{1+e^{x}}\,dx$ ق//

$= \int 1 - \frac{e^{x}}{1+e^{x}}\,dx$ ق//

$= x - \ln|1+e^{x}| + c$ ق//

حل آخر: $u = e^{x}$ $\quad du = e^{x}\,dx$ ١//

$dx = \frac{1}{u}\,du$

$\therefore I = \int \frac{1}{u+1} \cdot \frac{1}{u}\,du$ ١//

$= \int \frac{1}{u(u+1)}\,du$

$= \int \frac{A}{u} + \frac{B}{u+1}\,du$

$1 = A(u+1) + Bu$ ١//

عندما $u = 0 \Rightarrow A = 1$

عندما $u = -1 \Rightarrow B = -1$

$\therefore I = \int \frac{1}{u} - \frac{1}{u+1}\,du$

$= \ln|u| - \ln|u+1| + c$ ق//

$= \ln|e^{x}| - \ln|e^{x}+1| + c$

$= x - \ln|e^{x}+1| + c$ ١//

الإدارة العامة للتربية والتعليم والاختبارات
الدورة الشتوية للاختبارات العامة
٢٠٢٣م

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الثاني (ب)

(٢) هد قيمة $\int_{-1}^{2} (|س^2 - |س - ١||) \, دس$ ص٤٣

ص٤٨

$$|س - ١| = \begin{cases} س - ١ & ، \ س \geq ١ \\ ١ - س & ، \ س < ١ \end{cases}$$

$$= \int_{-1}^{1} (س^2 - (١ - س)) \, دس + \int_{1}^{2} (س^2 - (س - ١)) \, دس$$

$$= \int_{-1}^{1} (س^2 + س - ١) \, دس + \int_{1}^{2} (س^2 - س + ١) \, دس$$

$$= \left[\frac{١}{٣} س^3 + \frac{١}{٢} س^2 - س \right]_{-1}^{1} + \left[\frac{١}{٣} س^3 - \frac{١}{٢} س^2 + س \right]_{1}^{2}$$

$$= \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} - ١ \right) - \left(-\frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} + ١ \right) + \left(\frac{٨}{٣} - ٢ + ٢ \right) - \left(\frac{١}{٣} - \frac{١}{٢} + ١ \right)$$

$$= -\frac{١}{٢} + \frac{٧}{٦}$$

$$= \frac{٤}{٦} - ١$$

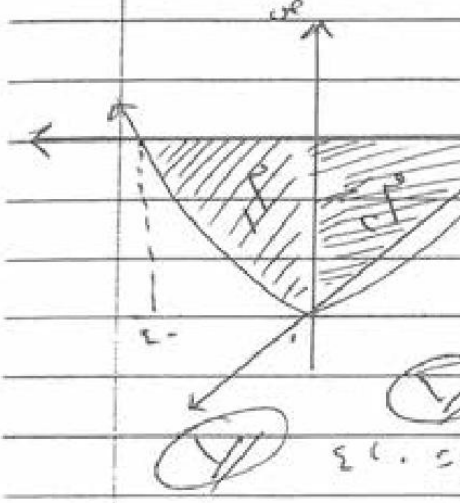
$$= \frac{٥}{٦}$$

وزارة التربية والتعليم
الإدارة العامة للامتحانات والاختبارات
الإدارة المركزية للامتحانات العامة
الدورة الشتوية ٢٠١٤م

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث (٢٠ درجة)

(أ) (١٠)



$م = م_1 + م_2$

$٤س = ١٦ \Leftarrow س = ٤$ (١)

$س^2 = ١٦ \Leftarrow س = \pm ٤$ (١)

$س^2 = ٤س \Leftarrow س(س-٤) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٤$ (١)

$$م = \int_{-٤}^{٠} (١٦ - س^2)\,دس + \int_{٠}^{٤} (١٦ - ٤س)\,دس$$ (١)

$$= \left[١٦س - \frac{١}{٣}س^3\right]_{-٤}^{٠} + \left[١٦س - ٢س^2\right]_{٠}^{٤}$$ (١) (١)

$$= (٠ - (-٦٤) - \frac{-٦٤}{٣}) + (٦٤ - ٣٢)$$ (١)

$$= ٦٤ + \frac{٦٤}{٣} + ٣٢$$

$$= ٩٦ + \frac{٦٤}{٣}$$

$$= \frac{٢٨٨ + ٦٤}{٣}$$

$$= \frac{٣٥٢}{٣}$$ وحدة مساحة (١)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الثالث

(ب) (أ) ظتا الوحاس . وص

٢٦٠

٢٨٤

٢٨٩

نفرض ص = لوجاس ⟸ حاس = هـ^ص

وص/وس = جتاس/جاس = √(١ − جا²س)/جاس = √(١ − هـ^{٢ص})/هـ^ص

ظتا ص . هـ^ص/√(١ − هـ^{٢ص}) . وص

لو حاولنا يجوز س (حل آخر)

ظتاس لوحاس . وس

نفرض ص = لوحاس ⟸ وص/وس = جتاس/جاس = ظتاس

ظتاس . ص . 1/ظتاس . وص

ص . وص = ص^{٢+١}/(٢+١) + جـ

= ½ (لوحاس)^٢ + جـ

إدارة المناهج بوزارة التربية والتعليم
قطاع الامتحانات والاختبارات
الإدارة المركزية للامتحانات العامة
الإدارة المركزية للامتحانات الشهرية
٢٠١٢ م

تابع السؤال الثالث (ب)

(٢)

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x \, dx$

نفرض أن: $ص = \sin x \cos x$

$ص^2 = \sin^2 x \cos^2 x \Leftarrow ص ص = \sin x \cos x \cdot \sin x \cos x$

$= ص جا ص \, دس$

$ع = ص \quad دع = دص$

$د ه = جا ص دص \quad ه = -جتا ص$

$\int ع \, د ه = ع ه - \int ه \, د ع$

$= -ص جتا ص - \int -جتا ص \, دص$

$= -ص جتا ص + جا ص + د$

$= -\sin x \cos x \cos(\sin x \cos x) + \sin(\sin x \cos x) + د$

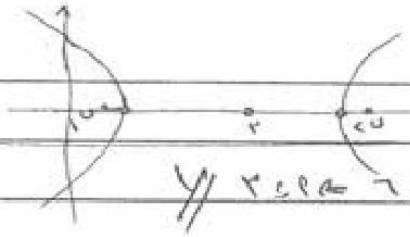
الإدارة العامة للتوجيه الفني والتعليم
الإدارة العامة للامتحانات والاختبارات
الدورة الشتوية ٢٠١٤/ ٢٠١٥ م

رقم الصفحة في الكتاب

٣١٦
٣٥٥
٣٦٣

السؤال الرابع (٥٠ درجة)

(أ) (٨)



// قطع زائد فيه ٢ج = ٦ ، ٢ا = ٣ //
بؤرتاه (٥، ٥ج) ، (٥، -٥ج)

// البعد البؤري = ج - ا = ٨

// ج = ٤

المركز هو منتصف المسافة بين البؤرتين

// م (٢ + ١٠ ، ٢) = م (١٦ ، ٢)

// في القطع الزائد يكون ج^٢ = ب^٢ + ا^٢

// ١٦ = ٩ + ب^٢

// ب^٢ = ٧

// محور القطع الزائد منطبق على مستقيم يوازي محور السينات

// المعادلة المطلوبة : (س - ٦)^٢ / ٩ - (ص - ٢)^٢ / ٧ = ١

الإدارة العامة للتعليم والاختبارات
إدارة الامتحانات العامة
الشئون الفنية / ٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب	
٣٤٤	تابع السؤال الرابع
٣٤٣	(ب) $\frac{(س-ل)^2}{م^2} + \frac{(ص-ك)^2}{ن^2} = ١$
٣٤١	بفرض لطول نصف محور القطع $م^2 = ن^2 + هـ^2$ ✓
	$ن^2 = م^2 - هـ^2$ ✓
	بقسمة $\frac{هـ}{م}$ ✓
	$\frac{هـ^2}{م^2} = \frac{هـ^2}{م^2}$ ⇐ $هـ^2 = م^2 هـ^2$ ✓
	$\therefore ن^2 = م^2 - هـ^2$
	$ن^2 = م^2 - م^2 هـ^2$
	$\therefore ن^2 = م^2 (١ - هـ^2)$ ✓

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
الإدارة العامة للامتحانات والاختبارات
الدورة الشتوية ٢٠١٤/ ٢٠١٥م

رقم الصفحة في الكتاب	
	تابع السؤال الأول: $س^2 + ص^2 - ١٢س + ٤ل ص - ٤٦ = ٠$
٣١٨	(ج) $س^2 + ص^2 - ٦س + (ل - ٣) ص - ٣ = ٠$ حيث ٠ //
٣١٩	$ل - ٣ = ٦ \Leftarrow ل = -٣$ //
٣٢٢	$ك = ٠ \Leftarrow ك = ك$
	$ه = -٣$ //
	$د = ٦$
	$ن = \sqrt{ل^2 + ك^2 - ه}$ //
	$٦ = \sqrt{٩ + ك^2 + ٣}$ //
	$٣٦ = ٣ + ك^2$
	$ك^2 = ٤$
	$ك = \pm ٢$ وبما أن المركز في الربع الرابع $ك = -٢$
	∴ معادلة الدائرة هي: $س^2 + ص^2 - ٦س - ٤ص - ٣ = ٠$
	احداثيا المركز: $م (-\frac{د}{٢}, -\frac{ه}{٢})$ //
	$= م (٣, -٢)$ //

إدارة الامتحانات والاختبارات التعليمية
الإدارة العامة للامتحانات العامة
الدورة الشتوية ٢٠١٤م

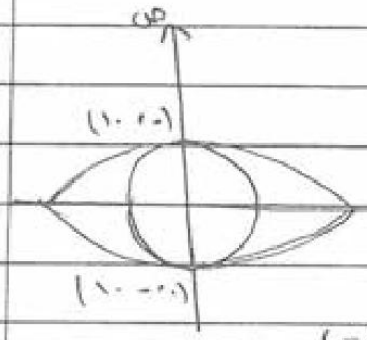
رقم الصفحة في الكتاب

٣٥٣

٣٤٤

السؤال الخامس (٢٠ علامة)

(م)



محيط الدائرة = π ل هـ

محيط القطع الناقص = π ب + ب

محيط القطع الناقص = (محيط الدائرة)

π ب + ب = π × ٢ ل هـ

ب (π + ١) = ٢ ل هـ

بما أن س تمثل القطع الناقص ∴ ل = ١٠

∴ وفي الدائرة نق = ١٠

∴ ١٠ π = ٢ × (١٠)^{٢}

١٠ π = ٢٠٠

ب = ٢٠ π

بما أن القطع الناقص يكون $ب^{٢}$ = $ل^{٢}$ + $هـ^{٢}$

٤٠٠ = ١٠٠ + $هـ^{٢}$

$هـ^{٢}$ = ٣٠٠

هـ = ١٠ $\sqrt{٣}$

∴ الاختلاف المركزي = $\frac{هـ}{ل}$ = $\frac{١٠\sqrt{٣}}{٢٠}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

وبما أن المركز للقطع الناقص (٠، ٠)

∴ معادلة مسار الجسم: $\frac{س^{٢}}{٤٠٠}$ + $\frac{ص^{٢}}{١٠٠}$ = ١

	رقم الصفحة في الكتاب
تابع الحل	
(ب) $ص = \frac{1}{2}س - س - \frac{1}{2}س^2$	٣٣٤
$ص = \frac{1}{2}(1 - 2س - س^2)$	٣٣٥
$2ص = 1 - 2س - س^2$	٣٣٦
$2ص = 1 - (س^2 + 2س)$	
$2ص - 1 = 1 - (س^2 + 2س + 1)$	✓
$2ص = 2 - (س^2 + 2س + 1)$	
$(س + 1)^2 = -2ص + 2$	✓
$(س + 1)^2 = -2(ص - 1)$	✓
$4جـ = -2 \Leftarrow جـ = -\frac{1}{2}$	✓
احداثيا الرأس $(-1، 1)$	✓
احداثيا البؤرة $(-1، \frac{1}{2})$	✓
معادلة الدليل هـ $ص = 1 + \frac{1}{2} \Leftarrow ص = \frac{3}{2}$	✓

الإدارة العامة للتربية والتعليم والاختبارات
قطاع الاختبارات العامة
الاستويه / ٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب

تابع الخاص

٣١٣

(د)

٣١٤ الحل هندسياً هو النقطة التي تبعد عن (٦، ٨) هو نفسه ١/

٣١٦ يوازي المستقيم ٣س + ٤ص = ٩ .

البعد بينهما = ٤ وحدة

$$\text{بعد} = \left| \frac{\text{ب}_2 - \text{ب}_1}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}} \right| \quad ١/$$

$$٤ = \left| \frac{٨س - ٦ص + ٤}{\sqrt{٣٦ + ٦٤}} \right| \quad ١/$$

$$٤ = \frac{|٨س - ٦ص + ٤|}{١٠}$$

$$|٨س - ٦ص + ٤| = ٤٠$$

إما $٨س - ٦ص + ٤ = ٤٠$

$\Leftarrow ٨س - ٦ص = ٣٦$ ١/

أو $٨س - ٦ص + ٤ = -٤٠$

$\Leftarrow ٨س - ٦ص = -٤٤$ ١/

بكتب المستقيم المطلوب بالصورة $(أ_1 س + ب_1 ص = جـ_1)$

وهي صورة العبارة $٨س - ٦ص = ٣٦$

∴ عبارة المستقيم هي $٨س - ٦ص = ٣٦$ ١/

الهيئة العامة للتربية والتعليم والاختبارات
الدورات الاختبارية ٢٠١٦م