بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٣

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩/ الدورة الشتوية

وثيقة محمية
[محدود]

ع ٣٠٠

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

INHAJI.NET

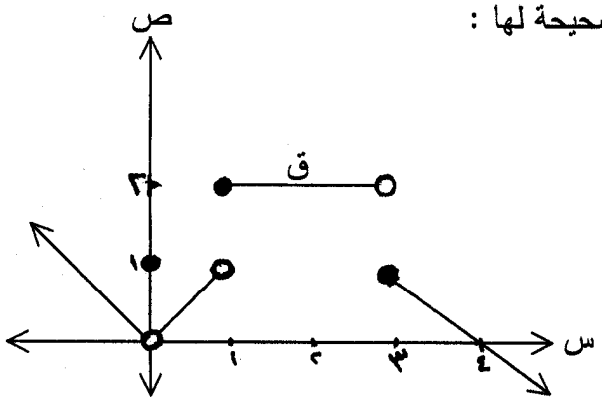
مدة الامتحان : ٠٠ د : ٢ س
اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠٠٩/١/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٢ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٦) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

(١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح فإن مجموعة قيم أ حيث نهـا ق (س) غير موجودة هي : $س \to أ$



أ) {١ ، ٣، ٠} ب) {١ ، ٣ ، ٤}
ج) {١ ، ٣ ، ٤ ، ٠} د) {١ ، ٣}

(٢) إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ٣ ، وكان ٢ق(٣) = −١ فإن نهـا ق (س) = $س \to ٣^-$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) −١ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) ١

(٣) نهـا $\frac{س + جا ٢س}{٣س}$ = $س \to ٠$

أ) صفر ب) ١ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

(٤) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٣س^٢ + ٢ ، & س < ١ \\ ٥ ، & س = ١ \\ ٦س + ١ ، & س > ١ \end{cases}$ فجد قً (١)

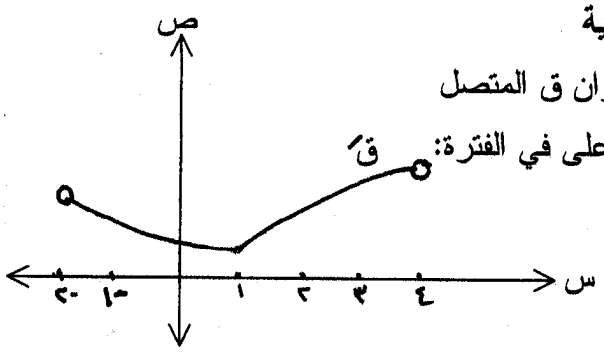
أ) ٦ ب) ٥ ج) غير موجودة د) صفر

(٥) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{جا س}$ فإن قً (س) =

أ) − ظتاس قتاس ب) قتاس ظتاس ج) − ظتاس د) جاس جتاس

يتبع الصفحة الثانية ...

(٦) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المتصل على [-٢ ، ٤] فإن منحنى الاقتران ق يكون مقعراً للأعلى في الفترة:



أ) [-٢ ، ١]　　ب) [١ ، ٤]

ج) [٠ ، ٤]　　د) [-٢ ، ٤]

السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س^{٣}}{٢ - س^{٢}} + \frac{١ - س^{٤}}{٢ - س^{٣}} \right)$ (٥ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ س (س + جا ٨ س - جا ٤ س)}{س^{٢} \text{ جتا } س}$ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} س^{٢} + \sqrt{-س} \ ، \ -١ \geq س > ٠ \\ [س] + ٥ س - ٢ \ ، \ ٠ \geq س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [-١ ، ١] (٨ علامات)

السـؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق (س) - ٦}{س - ١} = ٨$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + ٢ س - ٣}{ق (س) - ٦} + ب = \frac{٣}{٢}$

فجـد قيمة الثابت ب . (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{\sqrt{س}} + ٢$ ، فجـد ق' (١) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = ٢ ظـا س ، هـ (س) = $\frac{أ}{٢ س + ١}$ ، وكان (هـ ٥ ق)' $(\frac{\pi}{٤}) = \frac{٨}{٢٥}$

فجـد قيمة الثابت أ . (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

INHAJI.NET

السـؤال الرابع : (١٩ علامة)

أ) إذا كان هـ (س) = $\sqrt[٥]{س^{٣} - ٤ س + ١}$ ، ق (٢) = ٣ ، ق$'$(٢) = −١ ، وكان

ل (س) = هـ (س) × ق (س) فجـد ل$'$(٢) (٦ علامات)

ب) أسقط جسم من ارتفاع (٢٤٠) متراً عن سطح الأرض سقوطاً حراً بحيث أن المسافة التي يقطعها بالأمتار بعد ن ثانية هي ف$_{١}$(ن) = ٥ ن^{٢} وفي الوقت نفسه قذف جسم من سطح الأرض رأسياً للأعلى بحيث أن المسافة التي يقطعها بالأمتار بعد ن ثانية هي ف$_{٢}$ (ن) = ٦٠ ن − ٥ ن^{٢} . جـد سرعة كل من الجسمين عندما يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الأرض. (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = ٢س − جـا٤س حيث س ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$] فجـد جميع قيم س التي يكون عندها العمودي على المماس لمنحنى ق موازياً لمحور الصادات ثم جـد معادلة أحد هذه المماسات فقط.
(٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٤ علامة)

أ) إذا كان ص − س = جتـا ص فأثبت أن : (صَ)^{٢} = − صً (قـا ص + ظـا ص) (٦ علامات)

ب) تتحرك نقطة مادية ب على منحنى الاقتران ص = س^{٢} في الربع الأول بادئة من نقطة الأصل أ ، فإذا كـان الإحداثـي السـيني للنقطة ب يتزايد بمعدل ٢ وحدة/ث ، وكانـت جـ نقطة ثابتة إحداثياتها (٨ ، ٠) جـد معدل تغير مساحة المثلث أ ب جـ بعد ٢ ثانية من بدء حركة النقطة ب . (٨ علامات)

السـؤال السادس : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = س^{٣} − ٦ س^{٢} + ٩ س + ٢ حيث س ∈ [٠ ، ٤] فجـد كلاً مما يأتي :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متزايداً.

٢) القيم القصوى المطلقة للاقتران ق وبيّن نوعها.

٣) نقطة الانعطاف لمنحنى ق (إن وجدت). (١٠علامات)

ب) أسطوانة دائرية قائمة مجموع محيط قاعدتها وارتفاعها يساوي ٦٦ سم. احسب ارتفاع الأسطوانة الذي يجعل حجمها أكبر ما يمكن. (٨ علامات)

(انتهت الأسئلة)

إعداد شبكة إنهاج التعليمية وزارات

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

INHAJI.NET

المبحث : الرياضيات م ٣ د ٣ س
الفرع : العلمي + الادارة المعلوماتية / المسار الثاني
مدة الامتحان :
التاريخ : ١١ / ١ / ٢٠٠٩

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب

اجابة السؤال الأول : (٢٤ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	لكل فقرة
رمز الاجابة	ج	د	ب	د	ب	ب	علامتان

اجابة السؤال الثاني : (٨ علامات)

أ) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{س^٣}{س^٢ - ٢س} + \frac{١ - س^٤}{٣س - ٢} \right)$ عدد مباشر

$= \lim_{س \to ٥} \frac{س^٣(٣س - ٢) + (١ - س^٤)(٣س - ٢)}{(٣س - ٢)(س^٢ - ٢س)}$ ١

$= \lim_{س \to ٥} \frac{٣س^٤ - ٢س^٣ + ٣س - ٢ - ٣س^٤ + ٢س^٣ - ٤س + ٢}{٣س^٣ - ٨س^٢ + ٤س}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{-س}{٣س^٢ - ٨س + ٤} = \frac{-٥}{٧٥ - ٤٠ + ٤} = -\frac{١}{١٠}$ ١+١

ب) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٢ (س + \text{جا}٢س - \text{جا}٤س)}{س \text{ جتا}س}$ علاقة مميزة

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س(س + \text{جا}٢س - \text{جا}٤س)}{\text{جتا}س}$

$= \lim_{س \to ٠} س \times \lim_{س \to ٠} \frac{س + \text{جا}٢س - \text{جا}٤س}{\text{جتا}س}$ ١+١

$= ٠ \times \frac{٠ + ٠ - ٠}{١} = ٠$ ١+١+١

ج) $د(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، -١ \le س < ٠ \\ ٥ - ٢س & ، ٠ \le س < ١ \\ ٤ & ، س = ١ \end{cases}$ علاقة مميزة

(أ) عندما $-١ < س < ٠$ فإن $د(س) = ٣س + ٤$ ∴ د متصل لأنه كثير حدود

متصل على $[-١ ، ٠]$ ١

(ب) عندما $٠ < س < ١$ فإن $د(س) = ٥ - ٢س$

د متصل على $(٠ ، ١)$ لأنه كثير حدود ١

(ج) بما أن د متصل على $(٠ ، ١)$ فهي متصلة عند $س = ٠$ ، وعند $س = ١$ فهي متصلة عن اليسار

رقم الصفحة في الكتاب

INHAJI.NET

١ $\lim_{س \to ٠} هـ(س) = \lim_{س \to ٠} (س^٢ + ٧س - ٣) = -٣$

١ $\lim_{س \to ٠^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٠^+} (٥س - ٣) = -٣$

$\because \lim_{س \to ٠^+} هـ(س) \neq \lim_{س \to ٠^-} هـ(س)$ ∴ $\lim_{س \to ٠} هـ(س)$ غير موجود

١ ∴ هـ غير متصل عند س = ٠

١ $\lim_{س \to ١^-} هـ(س) = \lim_{س \to ١^-} (٥س - ٣) = ٢ \neq هـ(١) = ٤$

١ ∴ هـ غير متصل عند س = ١ من اليسار

١ من (أ) ، (ب) ، (ج) نستنتج أن هـ غير متصل على $[-١ ، ١]$

ولكنها متصل على الفترة $[-١ ، ٠) \cup (٠ ، ١]$

أو هـ متصل على $[-١ ، ١] - \{٠\}$ ✗

إجابة السؤال الثالث: (٩ علامة)

١ $أ = \lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٢س - ٣}{هـ(س) - ٦} = \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س + ٣)}{هـ(س) - ٦}$

١ $= \lim_{س \to ١} \frac{(س + ٣)}{\frac{هـ(س) - ٦}{س - ١} \times (س - ١)} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

١ $\therefore \lim_{س \to ١} \left(س^٣ + ٢س - ٣ + ب \right) = \lim_{س \to ١} (هـ(س) - ٦)$

١+١ $٠ = ١ + ب \Leftarrow ٠ = \frac{١}{٢} + ب$ ✗ $ب = -١$

ب

١ $هـ'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{هـ(س) - هـ(١)}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٢س - ٣}{س - ١}$

٢+١ $= \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س^٢ + س + ٣)}{س - ١} = \lim_{س \to ١} (س^٢ + س + ٣) = ٥$

١ $= \lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س} - ١}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{(س - ١)(\sqrt{س} + ١)}$

١+٢ $= \lim_{س \to ١} \frac{١}{\sqrt{س} + ١} = \frac{١}{٢}$ ✗

جـ $(هـ \circ هـ)'(س) = هـ'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

إعداد مطبعة إدارة الامتحانات والاختبارات

INHAJI.NET

رقم الصفحة في الكتاب

$\therefore (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = هـ'(و(\frac{\pi}{4})) \times و'(\frac{\pi}{4}) = هـ'(ج) \times و'(\frac{\pi}{4})$ | ١

لكن $هـ'(س) = \frac{-٢س}{(١+س^٢)^٢} \Leftarrow هـ'(٢) = \frac{-٤}{٢٥}$ | ١+١

، $و(س) = ٢ظا س \Leftarrow و'(\frac{\pi}{4}) = ٢ قا^٢ \frac{\pi}{4} = ٢ \times ٢ = ٤$ | ١+١

$\therefore (هـ \circ و)'(\frac{\pi}{4}) = \frac{-٤}{٢٥} \times ٤ = \frac{-١٦}{٢٥} = \frac{٨}{٢٥}$ | ١

$\Leftarrow ب = -١$ ✗

إجابة السؤال الرابع : (علامات)

أ- $هـ(س) = (س^٢ - ٤س + ١)^{\frac{١}{٥}}$ | ١

$ل(س) = هـ(س) \times و(س)$

$ل'(ج) = هـ(ج) \times و'(ج) + و(ج) \times هـ'(ج)$ | ٢

$هـ'(س) = \frac{١}{٥}(س^٢ - ٤س + ١)^{-\frac{٤}{٥}} \times (٢س - ٤)$ | ٢

$\therefore هـ'(ج) = \frac{١}{٥} \times ١ \times ٨ = \frac{٨}{٥}$ | ١

$\therefore ل'(ج) = ١ \times ١ - ٣ \times \frac{٨}{٥} = \frac{١٩}{٥}$ ✗ | ١

ب- نفرض أن الجسمين يكونان على بعد الارتفاع بعد $ن$ ثانية من انطلاقهما وعندها تكون $ف_١(ن) = ف_٢(ن)$ ،

$ف_١(ن) = ٦٠ن - ٥ن^٢$

$ف_٢(ن) = ٤٠ن$ | ١

$\therefore ٦٠ن - ٥ن^٢ = ٤٠ن \Leftarrow ن = ٤$ ثانية | ١

سرعة الجسم الأول $ع_١ = ف_١'(ن) = ٦٠ - ١٠ن \Leftarrow ع_١ = ٢٠ م/ث$ | ٢

سرعة الجسم الثاني $ع_٢ = ف_٢'(ن) = ٤٠ \Leftarrow ع_٢ = ٤٠ م/ث$

$ع_١ = ع_٢$ عندما $ن = ٤$ ثانية

جـ- $هـ(س) = ٢جتا س - جا ٢س$ ، $س \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}]$

بما أن المعدوم في المماس عند النقاط المطلوبة يوازي محور الصادات $\therefore$ المماس عندها يوازي محور السينات ،

أي أن المماس عند هذه النقاط أفقي $\Leftarrow هـ'(س) = ٠$ | ١+١

INHAJI.NET

رقم الصفحة في الكتاب

ق(س) = ٢ - ٤ جتا٢س حيث س ∈ (٠ ، π/٤)

نضع ع = جتا٢س = ٠ ⟸ جتا٢س = ٢/٤ = ١/٢

⟸ ٢س = π/٣ ، ٥π/٣

⟸ س = π/٦ ، ٥π/١٢

لتجد معادلة المماس عند س = π/١٢

∴ ميل المماس الصادي لمنحنى النقطة = ق(π/١٢) = ٢ + ٤ جا π/٣ = ٢ + ٢√٣

معادلة المماس ص - π/٦ = (٢ + ٢√٣)(س - π/١٢)

~~ص - π/٦ = (٢ + ٢√٣)(س - π/١٢)~~

إجابة السؤال الخامس: (١٤ علامة)

أ- ص = س - جتا ص ⟸ أخذ الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

∴ صَ = ١ - (- جا ص) × صَ ⟸ علامة

∴ صَ = (- جا ص) × صَ + (صَ)(- جتا ص) × صَ ⟸ ٢

∴ صَ = - صَ جا ص - (صَ)٢ جتا ص بإضافة صَ جا ص للطرفين نجد أن

∴ صَ + صَ جا ص = - (صَ)٢ جتا ص

∴ صَ (١ + جا ص) = - (صَ)٢ جتا ص بالقسمة على (١ + جا ص) ١

∴ (صَ)٢ = - صَ (١ + جا ص) / جتا ص = - صَ (١ + جا ص) / جتا ص × (١ - جا ص)/(١ - جا ص) ١

ب- نعوض أحد النقط المتحركة ولتكن (ى ، ص) بعد زمن قدره ٨ ثانية على المنحنى (س = ص٢)

علامة ⟸ ع س / ع ن = ٢ ص ع ص / ع ن

ع ص / ع ن = ؟ ، ع ن = ٨ ثانية

ع س = ٨ × ص / ٢ = ٤ ص

لكن ص = س٢

∴ ع س = ٤ س٢ ⟸ ع س / ع ن = ٨ س ع س / ع ن

MINHAJ.NET

رقم الصفحة في الكتاب

عندما ن = ٢ ثانية فإن س = ٢ × ٢ = ٤ وحدات

$\left|\frac{ع م}{ع ن}\right|_{ن=٢}$ = ٨ × ٤ × ٢ = ٦٤ وحدة مربعة/ث

إجابة السؤال السادس: (١٨ علامة)

أ- ق(س) = $س^٣ - ٦س^٢ + ٩س + ٢$ ، س ∈ [٠، ٤]

١) ق متصل على [٠، ٤] لأنه كثير حدود

ق قابل للاشتقاق على (٠، ٤) حيث ق'(س) = $٣س^٢ - ١٢س + ٩$

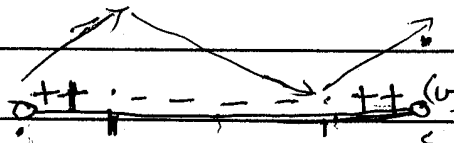
علامتان

نضع ق'(س) = ٠

$\Leftarrow ٣س^٢ - ١٢س + ٩ = ٠ \Leftarrow س^٢ - ٤س + ٣ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٣)(س - ١) = ٠$

$\Leftarrow س = ٣ ، ١$



من خط محط إشارة ق'(س)

نجد أن ق'(س) < ٠ على (١، ٠) ∪ (٣، ٤)

∴ ق متزايد على [٠، ١] ، [٣، ٤]

ب) بما أن ق متصل على [٠، ٤] ∴ فإن ق تصل القيمة العظمى المطلقة والصغرى المطلقة عند نقاط في [٠، ٤] وتحدث عند نقاط حرجة.

ق (١) فستنتج أنه يوجد للاقتران ق نقطة حرجة عندما

س = ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤ .

ق(٠) = ٤ ، ق(١) = ٦ ، ق(٣) = ٢ ، ق(٤) = ٦

من هذا نلاحظ أن للاقتران ق قيمة عظمى مطلقة هي ٦

وتحدث عندما س = ١ ، ٤ وقيمة صغرى مطلقة

هي ٢ وتحدث عندما س = ٣

ج) ق(س) = $٦س - ١٢$

نضع ق(س) = ٠ ⟵ س = ٢

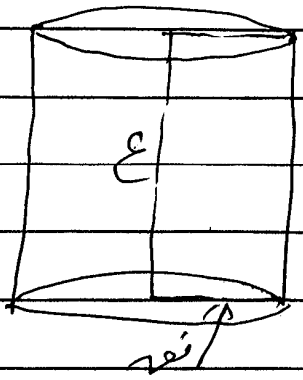
نلاحظ أن ق متصل عند س = ٢ ويتغير من (+) قبل ٢ إلى (-) بعد ٢

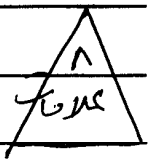
∴ يوجد للاقتران ق نقطة انعطاف عند س = ٢

رقم الصفحة في الكتاب

∴ احداثيات نقط الانطفاء $(ق، هـ(ق))$ = $(ع، ٤٢)$ ✗✗

ب- نفرض أن نصف قطر قاعدتها = نق وارتفاعها = ع ، وحجمها = ح





ح = π نق^{٢} ع

بما أن ٢ نق + ع = ٢٢

∴ ع = ٢٢ - ٢ نق ←

∴ ح = π نق^{٢} (٢٢ - ٢ نق) = ٢٢ π نق^{٢} - ٢ π نق^{٣}

$\frac{ح}{نق}$ = ٤٤ π نق - ٦ π نق^{٢}

نضع $\frac{ح}{نق}$ = ٠

∴ ١٣٢ π نق - ٦ π نق^{٢} = ٠

∴ ٦ π نق (٢٢ - π نق) = ٠

نق = ٠ أو نق = $\frac{٢٢}{π}$ ←

$\frac{ح}{نق}$ = ١٣٢ π - ١٢ π نق

∴ $\frac{ح}{نق}$ = ١٣٢ π - ١٢ × π × $\frac{٢٢}{π}$ × $\frac{٢٢}{π}$

$\frac{ح}{نق}$ = ١٣٢ π - ٦٤٨ π

$\frac{ح}{نق}$ = -٥١٦ π

∴ الحجم ح تحدث عندما نق = $\frac{٢٢}{π}$ م وعندها

ع = ٢٢ - ٢ × π × $\frac{٢٢}{π}$ = ٢٢ - ٤٤ = -٢٢ م

∴ أكبر حجم لمنشور طوله يحدث عندما ع = ٢٢ م ✗✗

انتهت الإجابة