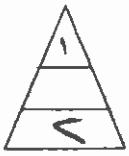


المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

١	٢	٠	ع

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — **مدة الامتحان : ٠٠ د : ٢ س**

الفرع : العلمي — **اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٢/١/٧**

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٤ علامة)

أ) جد قيمة كل مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ٣} \dfrac{س^{٢} - ٣ س}{س - \sqrt{س + ١} - ١}$ (٦ علامات)

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \dfrac{جتا س}{\pi - ٢ س}$ (٤ علامات)

ب) إذا كانت $\lim_{س \to \infty} \dfrac{(٥ - ٢ س^{٣})^{٢}}{أ س (٤ + س)^{ن}} = -١$ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ن . (٤ علامات)

السؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) ليكن ق (س) = $\begin{cases} ٥ س - ٩ & ، \quad س \leq ٢ \\ [٢ - \frac{١}{٢} س] & ، \quad ٢ < س \leq ٤ \\ |س - ٤| & ، \quad س > ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) على مجموعة الأعداد الحقيقية. (٨ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\dfrac{١}{\sqrt{س + ١}}$ ، فجد ق$'$(٩) باستخدام تعريف المشتقة. (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (١٧ علامة)

أ) إذا كان $(ص + ١)^{٣} = (س - ٢)^{٢}$ ، فأثبت أن $(\frac{٣}{٢} ص`)^{٢} = \frac{١}{ص + ١}$ (٥ علامات)

ب) إذا كان $س = ظا ٣ ص$ فجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عندما $ص = \frac{\pi}{١٢}$ (٧ علامات)

ج) قُذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كان (ف) بُعده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة مُعطى بالاقتران $ف (ن) = ٣٠ ن - ٥ ن^{٢}$ ، فجد ارتفاع الجسم عن سطح الأرض عندما يفقد نصف سرعته الابتدائية. (٥ علامات)

السـؤال الرابع : (١٢ علامة)

أ) جد مساحة المثلث المكوّن من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق (س) = س^{٢} + ١$ عند النقطة (٢ ، ٥)، والمستقيم $ص = ١$ علماً بأن معادلة العمودي $ص = -\frac{١}{٤} س + \frac{١١}{٢}$

(٥ علامات)

ب) بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة أ (٦ ، ٠) على محور السينات مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٣ سم/ث ، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة أخرى الحركة من النقطة ب (٠ ، ١٢) على محور الصادات مقتربة من نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث . جد معدل تغير المسافة بين النقطتين المتحركتين عندما تكون النقطة المتحركة على محور الصادات على بُعد ٨ سم من نقطة الأصل.

(٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٧ علامة)

أ) إذا كان $ق (س) = س (س - ٣)^{٢} - ٢$ ، $س \in [-١ ، ٤)$ ، فجد كلاً مما يأتي للاقتران ق (س) :

١) الفترة (الفترات) التي يكون فيها متزايداً.

٢) القيم القصوى وبيّن نوعها. (٨ علامات)

ب) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته على شكل مستطيل طوله مِثلَي عرضه. إذا كان مجموع ارتفاع الصندوق ومحيط قاعدته يساوي ٧٢ سم ، فجد أبعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

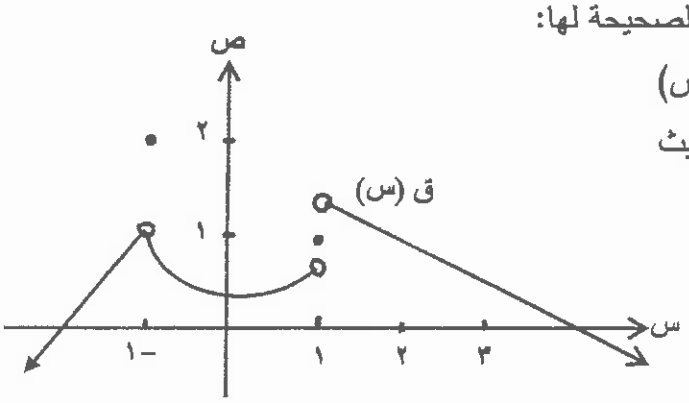
(٩ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

١) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق (س)



المُعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم أ بحيث

تكون $\lim_{س \to أ}$ ق (س) = ١ هي :

أ) { -١ ، ١ }　　ب) { -١ ، ١ ، ٢ }

ج) { -١ ، ٢ }　　د) { -١ ، ٠ ، ٢ }

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ل (س) - ٤}{س} = ٨$ ، وكان ل (س) اقتران كثير حدود ، فإن

$\lim_{س \to ٠}$ (ل (س) + ١٠) =

أ) ٤　　ب) ١٤　　ج) ١٨　　د) ٦

٣) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س - ٣ س^{٢}}{س^{٢}} + ١ \right) =$

أ) -٣　　ب) -٢　　ج) ١　　د) ٤

٤) إذا كان (ق ٥ هـ)َ (٣) = ٢٨ ، هـ (٣) = -٢ ، قَ (-٢) = ٤ ، فما قيمة هـَ (٣) ؟

أ) -١٤　　ب) ٢٤　　ج) -٧　　د) ٧

٥) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق (س) على الفترة [١ ، ٤] يساوي ٣ ، وكان

ق (١) + ق (٤) = ٢ ، فإن متوسط التغيّر في الاقتران هـ (س) = ق^{٢} (س) على الفترة [١ ، ٤] =

أ) ٦　　ب) ٩　　ج) ٢　　د) ٣

٦) $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ (٢ + هـ)^{٣} - ٤٨}{٩ هـ} =$

أ) $\frac{٢}{٣}$　　ب) $\frac{٤}{٣}$　　ج) ٨　　د) ٧٢

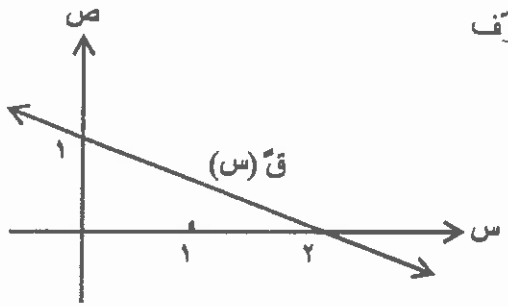
يتبع الصفحة الرابعة ...

٧) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٢ \text{ جتا}^{٢} \text{ س} & ، \quad \text{س} \geq \frac{\pi}{٢} \\ ٩ \text{ س}^{٢} + \pi^{٢} & ، \quad \text{س} < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

فإن قيمة ٩ التي تجعل ق (س) متصلاً عند س = $\frac{\pi}{٢}$ هي :

أ) −٢ ب) صفر ج) −٤ د) ٤

٨) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى قّ (س) للاقتران ق المُعرّف على ح ، وكان للاقتران ق نقطة حرجة عند س = ١ ،



فإن ق (١) قيمة :

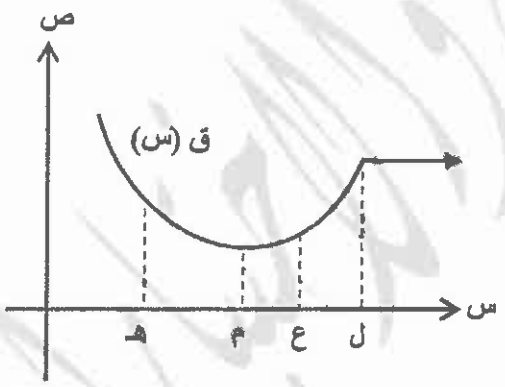
أ) صغرى محلية ب) عظمى محلية

ج) صغرى مطلقة د) عظمى مطلقة

٩) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ١ - \text{س}^{٢} & ، \quad \text{س} \leq ٣ \\ ٣ - ٦ \text{ س} & ، \quad \text{س} > ٣ \end{cases}$ ، فإن قَ (٣) :

أ) ٦ ب) −٦ ج) −١٥ د) غير موجودة

١٠) إذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) المُعرّف على ح ، فإن قيمة س التي تكون عندها المشتقة الأولى سالبة والمشتقة الثانية موجبة للاقتران ق (س) هي :



أ) ل ب) ع

ج) م د) هـ

١١) إذا كان لمنحنى الاقتران ق (س) = جتا س − ٩ س^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٣}$ ،

فجد قيمة الثابت ٩

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $-\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) −١

١٢) إذا كان ق (س) = س$^{\frac{١}{٣}}$ − س ، فإن منحنى الاقتران ق (س) مقعراً للأسفل في الفترة :

أ) [٠ ، ∞) ب) (−∞ ، ٠] ج) [١ ، ∞) د) (−∞ ، ∞)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الشتوية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات
الفـرع : العلمي (م ٣)

مدة الامتحان : د / س ٢
التاريـــخ : ٧ / ١ / ٢٠١٢

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
	السؤال الأول (١٤ علامة)
٣٧	٤ (أ) ١) نفرض أن $\sqrt{س+١} = ص$ ① ومنه $س+١ = ص^٢$
	$س = ص^٢ - ١$ ، عندما $س \to ٣$ فإن $ص \to ٢$
	$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٣س}{س - \sqrt{س+١} - ١} = \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٢-١)^٢ - ٣(ص^٢-١)}{ص^٢ - ١ - ص - ١}$ ①
	$= \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٢-١)(ص^٢-١-٣)}{ص^٢ - ص - ٢} = \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص^٢-١)(ص^٢-٤)}{ص^٢ - ص - ٢}$ ①
	$= \text{نها}_{ص \to ٢} \frac{(ص-١)(ص+١)(ص-٢)(ص+٢)}{(ص-٢)(ص+١)}$ ① $= ٤$ ①
٤٦	٤ (ب) $\text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا} س}{\pi - ٢س} = \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{حا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{٢(\frac{\pi}{٢} - س)}$ ①
	نفرض أن $ص = \frac{\pi}{٢} - س$ ① ، عندما $س \to \frac{\pi}{٢} \Rightarrow ص \to ٠$
	$= \text{نها}_{ص \to ٠} \frac{\text{حا}(-ص)}{٢ص} = -\frac{١}{٢} \text{نها}_{ص \to ٠} \frac{\text{حا}ص}{ص} = -\frac{١}{٢} \times ١ = -\frac{١}{٢}$ ①
٧٤	٤ (ب) بما أن النهاية موجودة وتساوي عدد حقيقي غير الصفر
	فإن درجة البسط = درجة المقام = ٦ ①
	$س^{ن}$ (س أس ن) من الدرجة ٦ ومنه ن = ٥ ①
	$\text{نها}_{س \to \infty} \frac{(٥ - ٢س^٣)^٢}{٩س^{ن}(٤ + س)} = \text{نها}_{س \to \infty} \frac{٤س^٦}{٩س^٦} = -١$ ①
	$\frac{٤}{٩} = -١ \Leftarrow ٩ = -٤$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٦ علامة)

٧٥

٨ P) $هـ(س) = \begin{cases} ٥س - ٩ & ، س \leq ٢ \\ صفر & ، ٢ < س \leq ٤ \\ س - ٤ & ، س > ٤ \end{cases}$ ①

② الأقتران هـ متصل على الفترة $(-\infty ، ٢]$ لأنه على صورة كثير حدود
الأقتران هـ متصل على الفترة $(٢ ، ٤)$ لأنه ثابت
الأقتران هـ متصل على الفترة $(٤ ، \infty)$ لأنه على صورة كثير حدود

نبحث إتصال الأقتران هـ عند $س = ٢$:

$نهـ_{س \to ٢} هـ(س) = نهـ_{س \to ٢} (٥س - ٩) = ١$ ①

$نهـ_{س \to ٢^-} هـ(س) = نهـ_{س \to ٢^+}$ صفر $=$ صفر ①

$\Leftarrow نهـ_{س \to ٢} هـ(س)$ غير موجودة

الأقتران هـ غير متصل عند $س = ٢$ لأن $نهـ_{س \to ٢} هـ(س)$ غير موجودة

نبحث إتصال الأقتران هـ عند $س = ٤$:

$نهـ_{س \to ٤} هـ(س) =$ صفر

$نهـ_{س \to ٤^-} هـ(س) = نهـ_{س \to ٤^+} (س - ٤) =$ صفر ①

$\Leftarrow نهـ_{س \to ٤} هـ(س) =$ صفر ①

$هـ(٤) =$ صفر ① $\Leftarrow$ الأقتران هـ متصل عند $س = ٤$ لأن $نهـ_{س \to ٤} هـ(س) = هـ(٤)$

إذن الأقتران هـ متصل على $ح / \{٢ ، ٤\}$ ①

٩١

٨ ب) $هـ(٩) = ٤$

$نهـ_{س \to ٩} \frac{هـ(س) - هـ(٩)}{س - ٩} = نهـ_{س \to ٩} \frac{\frac{١}{\sqrt{س + ١}} - \frac{١}{٤}}{س - ٩}$ ① ①

$= نهـ_{س \to ٩} \frac{٤ - (\sqrt{س} + ١)}{٤(\sqrt{س} + ٤)(س - ٩)}$ ①

$= نهـ_{س \to ٩} \frac{٣ - \sqrt{س}}{٤(\sqrt{س} + ١)(\sqrt{س} + ٤)(س - ٩)}$ ①

$= نهـ_{س \to ٩} \frac{٣ - \sqrt{س}}{٤(\sqrt{س} + ١)(\sqrt{س} + ٤)(س - ٩)} \times \frac{٣ + \sqrt{س}}{٣ + \sqrt{س}}$ ①

$= نهـ_{س \to ٩} \frac{٩ - س}{٤(س - ٩)(\sqrt{س} + ١)(\sqrt{س} + ٤)(٣ + \sqrt{س})}$ ①

$= نهـ_{س \to ٩} \frac{-١}{٤(\sqrt{س} + ١)(\sqrt{س} + ٤)(٣ + \sqrt{س})}$ ①

$= \frac{-١}{٤ \times ٦ \times ١٦} = \frac{-١}{٩٦}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث (١٧ علامة)

١٢٧ ، ١٤٣

△ ٥ أ) نشتق الطرفين بالنسبة إلى س

$٣(ص+١)^{٢}\,ص' = ٢(س-٢)$ ① + ①

$\frac{٣}{٢}\,ص' = \frac{س-٢}{(ص+١)^{٢}}$

$\left(\frac{٣}{٢}\,ص'\right)^{٢} = \frac{(س-٢)^{٢}}{(ص+١)^{٤}} = \frac{٣(ص+١)}{٤(ص+١)^{٤}} = \frac{١}{ص+١}$ ① ① ①

١٤٤

△ ٧ ب) نشتق الطرفين بالنسبة إلى س :

$١ = (\text{ظا}^{٢}٣ص)\left(٣\,\frac{د ص}{د س}\right)$ ① أي خطأ في العلامات

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{\text{ظا}^{٢}٣ص} = \frac{١}{٣}\,\text{جتا}^{٢}٣ص$ ①

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{١}{٣}(٢\,\text{جتا}٣ص)(-\text{جا}٣ص)\left(٣\,\frac{د ص}{د س}\right)$ ① ①

$= \frac{١}{٣}(٢\,\text{جتا}٣ص)(-\text{جا}٣ص)(٣ \times \frac{١}{٣}\,\text{جتا}^{٢}٣ص)$ ①

$= -\frac{٢}{٣}\,\text{جتا}^{٣}٣ص\,\text{جا}٣ص$

$\left.\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}\right|_{ص=\frac{\pi}{١٢}} = -\frac{٢}{٣} \times \text{جتا}^{٣}\frac{\pi}{٤}\,\text{جا}\frac{\pi}{٤}$ ①

$= -\frac{٢}{٣} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = -\frac{١}{٦}$ ①

١٦٥

△ ٥ جـ) $ف(ن) = ٣٠ن - ١٠ن^{٢}$ ①

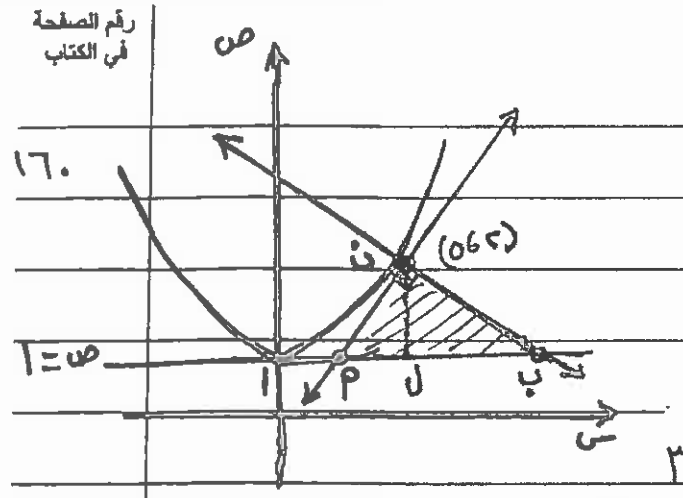
السرعة الابتدائية $ع_{٠} = ف'(٠) = ٣٠$ م/ث ①

السرعة الابتدائية $= ١٥ \Leftarrow ٣٠ - ١٠ن = ١٥ \Leftarrow ن = \frac{٣}{٢}$ ثانية ① ①

$ف\left(\frac{٣}{٢}\right) = ٣٠ \times \frac{٣}{٢} - ٥ \times \frac{٩}{٤} = ٤٥ - \frac{٤٥}{٤} = \frac{١٣٥}{٤}$ م ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع (١٢ علامة)



△ ٥ أ) ق(س) = ٢ س

ميل المماس = ق(٢) = ٤ ①

معادلة المماس :

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٥ = ٤ (س - ٢) ⇐ ص = ٤س - ٣ ①

نجد الاحداثي السيني لنقطتي تقاطع المماس والعمودي مع المستقيم ص = ١

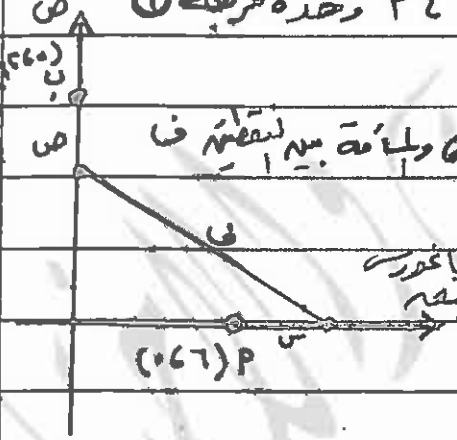
وهما النقطتان ا ، ب : كل منهما

$$\begin{cases} ٤س - ٣ = ١ \Leftarrow س = ١ \\ -\frac{١}{٤}س + \frac{١١}{٢} = ١ \Leftarrow س = ١٨ \end{cases}$$ ①

طول $\overline{ا ب}$ = ١٨ - ١ = ١٧ وحدة ، ارتفاع المثلث (ن ل) = ٥ - ١ = ٤ وحدة ①

مساحة المثلث ن ا ب = $\frac{١}{٢}$ × ١٧ × ٤ = ٣٤ وحدة مربعة ①

△ ٧ ب) نفرض أن المسافة التي قطعتها



النقطة الأولى (س) بعد ، والثانية (ص) كم ، والمسافة بينهما ف

فتكون س = ٣ ن ، ص = ٢ ن ①

ف٢ = (٦ + ٣ن)٢ + (١٢ - ٢ن)٢ ① صياغة ① تطبيق

= ٣٦ + ٣٦ن + ٩ن٢ + ١٤٤ - ٤٨ن + ٤ن٢

= ١٣ ن٢ - ١٢ ن + ١٨٠

٢ ف × $\frac{د ف}{د ن}$ = ٢٦ ن - ١٢ ① ⇐ $\frac{د ف}{د ن}$ = $\frac{١٣ ن - ٦}{ف}$

تكون النقطة الثانية على بعد ٨ سم من نقطة الأصل عندما ص = ٤

ومنه ن = ٢ ①

نجد ف عندما ن = ٢

ف٢ = ١٣ × ٤ - ٢ × ١٢ + ١٨٠ = ٢٠٨ ومنه ف = ٤ √١٣ ①

$\frac{د ف}{د ن}$ | ن=٢ = $\frac{١٣ \times ٢ - ٦}{٤ \sqrt{١٣}}$ ① = $\frac{٢٠}{٤ \sqrt{١٣}}$ = $\frac{٥}{\sqrt{١٣}}$ سم / ث

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس (١٧ علامة)

١٨٤٦١٧٨

٨ أ) $هـ(س) = س^3 - ٦س^2 + ٩س - ٢$

$هـ'(س) = ٣س^2 - ١٢س + ٩$ ①

$٣س^2 - ١٢س + ٩ = صفر \Leftarrow ٣(س-١)(س-٣) = صفر \Leftarrow س = ١ ، ٣$ ①

ب) $هـ(س) > صفر$ في الفترتين $(-\infty ، ١)$ ، $(٣ ، \infty)$ وعليه يكون $هـ(س)$ متزايداً في الفترتين $[-\infty ، ١]$ ، $[٣ ، \infty)$ ①

س	$-\infty$		١		٣		∞
$هـ'(س)$	+ + +		صفر	- - -	صفر	+ + +	
$هـ(س)$	↗		عظمى محلية	↘	صغرى محلية	↗	

ج) $هـ(-١) = -١٨$ ، $هـ(١) = ٢$ ①

د) $هـ(٣) = -٢$ ، $هـ(س) \to ٢$ عندما $س \to -\infty$

بموجب اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى نجد أن للاقتران $هـ$:

① قيمة عظمى محلية ومطلقة عند $س = ١$ وهي $هـ(١) = ٢$

① قيمة صغرى محلية عند $س = ٣$ وهي $هـ(٣) = -٢$

① قيمة صغرى مطلقة عند $س = -١$ وهي $هـ(-١) = -١٨$

٩ ب) نفرض أن عرض قاعدة الصندوق $= س$ سم ، وارتفاع الصندوق $ع$ سم ٢٠٣

فيكون طول قاعدة الصندوق $٢س$ سم

$٦س + ع = ٧٢ \Leftarrow ع = ٧٢ - ٦س$ ①

حجم الصندوق $ح = ٢س \times س \times ع$ ①

$= ٢س \times س \times (٧٢ - ٦س) = ١٤٤س^2 - ١٢س^3$ ①

$ح' = ٢٨٨س - ٣٦س^2$ ①

$ح' = صفر \Leftarrow ٢٨٨س - ٣٦س^2 = صفر$ ①

$٣٦س(٨ - س) = صفر \Leftarrow س = ٨$ ، $س = صفر$ مرفوض.

$ح'' = ٢٨٨ - ٧٢س$ ①

عند $س = ٨$: $ح'' = ٢٨٨ - ٧٢ \times ٨ = -٢٨٨ < صفر$

يكون حجم الصندوق أكبر ما يمكن عندما يكون عرض قاعدته ٨ سم ،

طول قاعدته $= ٢ \times ٨ = ١٦$ سم

ارتفاع الصندوق $ع = ٧٢ - ٦ \times ٨ = ٢٤$ سم ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس (٢٤ علامة)

لكل فقرة علامتان

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
من الإجابة	ح	ب	ب	ج	ج	ح	ح	ج	د	د	ب	ج
الإجابة	$\frac{\pi}{4}$	١٤	$-\frac{1}{2}$	٧	٦	٨	$-\frac{1}{4}$	صغرى محلية	غير موجودة	٥	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{6}$

(١) السؤال الأول /

(أ)

تحليل (ص - ١) ليس له علاقة / (الملاحظة تحليل ص - ٤ في الخطوة الأخيرة).

حل آخر:

(أ) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٣س}{(س-١) - \sqrt{س+١}} \times \frac{(س-١) + \sqrt{س+١}}{(س-١) + \sqrt{س+١}}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س^{٢} - ٣س)((س-١) + \sqrt{س+١})}{(س-١)^{٢} - (س+١)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س^{٢} - ٣س)((س-١) + \sqrt{س+١})}{س^{٢} - ٣س}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} (س-١) + \sqrt{س+١}$ ①

$= (٣-١) + \sqrt{٣+١} = ٢ + ٢ = ٤$

(ب) إذا أوجد الإجابة بشكل صحيح فلا خطوة

$\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{ظا(\frac{\pi}{٢} - س)}{(\frac{\pi}{٢} - س)ق} = \frac{١}{ق}$ خطر ~~خطأ~~

تعريف المشتقة

ج) $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}(\text{جتا} س)}{س - \frac{\pi}{2}}$ $\quad$ ع $\frac{1}{2}$ ع $|(\text{جتا} س)|$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\text{د}}{\text{د س}} (\text{جتا} س)_{(س = \frac{\pi}{2})}$ $\quad$ ع $\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \times - \text{جا} \frac{\pi}{2} = - \frac{1}{2}$ $\quad$ ع $\frac{1}{2}$

ب) إذا أوجد $ن = 6$ بخمس طرق.

إذا أوجد $ن = 5$ عشرة بأخذ خمسة

٢١

[١] $ا = ٣ ق^{٢} س$ ، $\frac{دهـ}{دس} = ١$

$\frac{دس}{دهـ} = \frac{١}{٣ ق^{٢} س}$

$\frac{د^{٢} هـ}{دس^{٢}} = \frac{-١ \times ٣ \times ٢ ق^{٢} س}{(٣ ق^{٢} س)^{٣}} \times \frac{دهـ}{دس}$

$= \frac{-٦ ق^{٢} س}{٢٧ ق^{٦} س^{٣}} \times ١$

$= \frac{-٢}{٩ ق^{٤} س^{٢}}$

$\frac{د^{٢} هـ}{دس^{٢}} = \frac{-٦ ظا ٢ س}{ظا^{٣} ٢ س} \times \frac{١}{ظا ٢ س}$

$= \frac{-٦}{ظا^{٤} ٢ س}$

$= -٦ ظتا^{٢} ٢ س \times قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ (ظتا^{٢} ٢ س + ١) قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ ظتا^{٢} ٢ س قا^{٢} ٢ س - ٦ قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} - ٦ \times \frac{١}{٤}$

$= -\frac{٣}{٢}$

[٢] $ا = ٣ ق^{٢} س$ ، $\frac{دهـ}{دس} = ١$

$\frac{دس}{دهـ} = \frac{١}{٣ ق^{٢} س}$

$\frac{د^{٢} هـ}{دس^{٢}} = \frac{-١ \times ٣ \times ٢ ق^{٢} س}{(٣ ق^{٢} س)^{٣}} \times \frac{دهـ}{دس}$

$= \frac{-٦ ق^{٢} س}{٢٧ ق^{٦} س^{٣}} \times ١$

$= \frac{-٢}{٩ ق^{٤} س^{٢}}$

$\frac{د^{٢} هـ}{دس^{٢}} = \frac{-٦ ظا ٢ س}{ظا^{٣} ٢ س} \times \frac{١}{ظا ٢ س}$

$= \frac{-٦}{ظا^{٤} ٢ س}$

$= -٦ ظتا^{٢} ٢ س \times قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ (ظتا^{٢} ٢ س + ١) قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ ظتا^{٢} ٢ س قا^{٢} ٢ س - ٦ قا^{٢} ٢ س$

$= -٦ \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} - ٦ \times \frac{١}{٤}$

$= -\frac{٣}{٢}$

[٣] $\frac{دهـ}{دس} = -٣ جا ٦ س \times \frac{١}{٣} دهـ ٣ س$

$= -٢ جا ٦ س دهـ ٣ س$

$= -٢ جا ٢ س جتا ٤ س$

$= -٢ جا ٢ س (١ - ٢ جا^{٢} ٢ س)$

$= -٢ جا ٢ س + ٤ جا^{٣} ٢ س$

$= -٢ \times \frac{١}{٢} + ٤ \times \frac{١}{٨}$

$= -\frac{١}{٢}$

أو

$\frac{دهـ}{دس} = -٣ جا ٦ س \times \frac{١}{٣} دهـ ٣ س$

$= -٢ جا ٦ س$

$= -٢ جا ٢ س جتا ٤ س$

$= -٢ جا ٢ س (١ - ٢ جا^{٢} ٢ س)$

$= -٢ جا ٢ س + ٤ جا^{٣} ٢ س$

$= -٢ \times \frac{١}{٢} + ٤ \times \frac{١}{٨}$

$= -\frac{١}{٢}$

٤

(١) السؤال الأول

(أ)

تكامل (ص٢ - ١) ليس له دلالة / لعدم وجود تكامل ص٢ - ع في الخطوة الأخيرة.

حل آخر:

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٣س}{|س-١| - |س+١|} \times \frac{|س-١| + |س+١|}{|س-١| + |س+١|}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)(|س-١| + |س+١|)}{(س-١)^٢ - (س+١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)(|س-١| + |س+١|)}{س^٢ - ٢س + ١ - س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٣س)(|س-١| + |س+١|)}{س^٢ - ٣س}$$

$$= |٣-١| + |٣+١| = ٢ + ٤ = ٦$$

(ب) إذا أوجد الإجابة بشكل صحيح فما الخطوة الخاطئة

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٤} - س)}{(\frac{\pi}{٤} - س)ظ} = -\frac{١}{ظ} = -١$$

ب) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{\frac{\pi}{2} - س}$ ع $\left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{س} (\text{جتا} ص) \right|_{ص = \frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{ع}{ب - ا} (\text{جتا} س)^{(ب - ا)}$ $\frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2} \times - \text{جا} \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

ب) إذا أصبح ن = ٦ تخصم علامة.

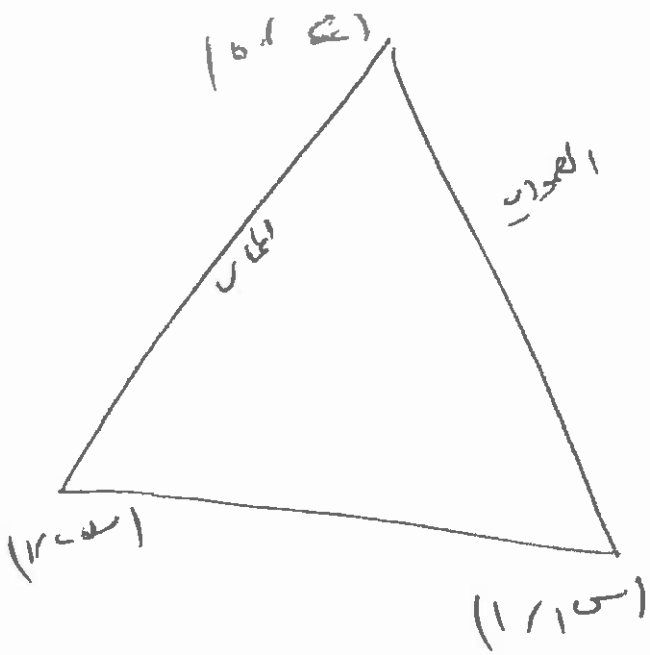
إذا أصبح ن = ٥ منسحبة، يأخذ علامتان

السؤال الثاني :-

- فرع (٢)

- الخطوة الثانية / الاتصال معدوم لأنه لا يمكن

أن يحذف خطأ تخصم علامة من علامتان



ق(أ) = ؟

ميل المماس = ق'(١) = ٤ ①

ميل المماس = $\frac{٥-١}{٠-س}$ *

$\frac{٤}{٠-س}$ = ٤ ②

٨ - ٤س = ٤

س = ١

النقطة (١، ٤)

ميل العمودي = $\frac{٥-١}{١٢-٠}$

$-\frac{١}{٤}$ = $\frac{٤}{٠-س}$ ①

س - ٠ = ١٦

س = ١٨

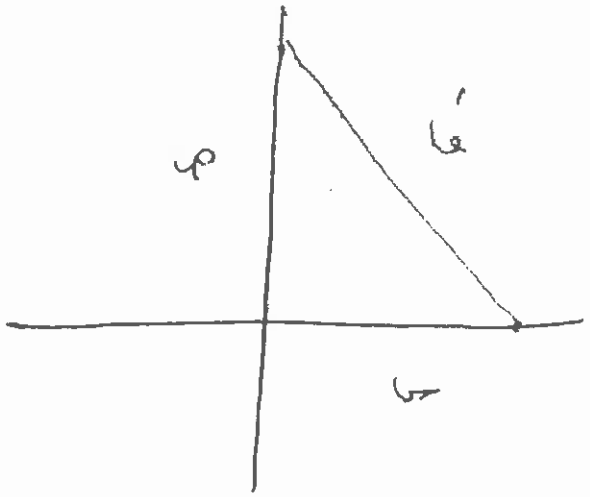
م = $\frac{١}{٢}$ (١٨ - ٩) × (٥ - ١) ①

$\frac{١}{٢}$ × ١٧ × ٤ ①

= ٣٤ وحدة مربع

السؤال الرابع :-

ب)



$$ف = \sqrt{س^2 + ص^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{د ف}{د ز} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{س^2 + ص^2}} \times \left(\frac{د س}{د ز} \times 2س + \frac{د ص}{د ز} \times 2ص \right)$$

$$ص = 8$$

$$\frac{1}{2} = ز \Leftarrow$$

$$س = 6 + 2 \times ز$$

$$= 10$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{(10)^2 + (8)^2}} \times (2 \times 10 \times 2 + 2 \times 8 \times -3)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{164}} \times (40 - 48)$$

$$= \frac{-8}{2\sqrt{41}} = \frac{-4}{\sqrt{41}}$$

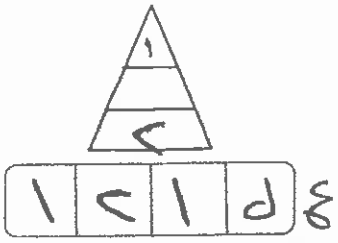
السؤال الخامس :-

أ) اذا كتب $-61-2$ (تم حل المسألة)

جذور المعادلة

صحيح هذا ٥ علامات

ب) اذا اعتبر الطالب الحصول على المعادلة الأولية قد علامتان .



المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

البحث : الرياضيات / المستوى الرابع — **مدة الامتحان : ٣ : ٠٠ د س**

الفرع : العلمي — **اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٢/١/٨**

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

جد التكاملات الآتية:

أ) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(1+س)^{٥}}{س^{٧}}$ دس (٦ علامات)

ب) $\int \frac{س \, جتا \, س}{جا^{٣} س}$ دس (٦ علامات)

ج) $\int \frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} + ٢ س}$ دس (٦ علامات)

السؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) يسير جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت = ف \, ع^{\frac{١}{٣}}$ ، $ع > ٠$ ، حيث ت تسارع الجُسيم،

ع سرعة الجُسيم. إذا تحرك الجُسيم من السكون، فجد قيمة الثابت ف التي تجعل سرعته ٨ سم/ث

بعد ٣ ثوانٍ من بدء حركته. (٦ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة:

$ق(س) = -س^{٣}$ ، $هـ(س) = \frac{١}{٢} س$ ، $ل(س) = ٦ - س$ (١٠علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

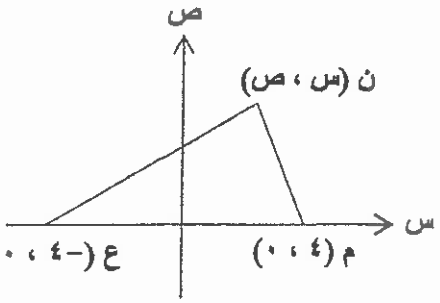
السـؤال الثالث : (١٦ علامة)

أ) قطع زائد معادلته ٤ ص^{٢} − ٣ س^{٢} + ٨ ص + ١٦ = صفر ، جـد كلاً مما يأتي لهذا القطع:

١) إحداثيي المركز. ٢) إحداثيي كل من البؤرتين. ٣) طول المحور المرافق. (٨ علامات)

ب) جـد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرته (١ ، ٢) ويمرّ بالنقطة (٥ ، −١) ويقع رأسه أسفل بؤرته. (٨ علامات)

السـؤال الرابع : (١٣ علامة)

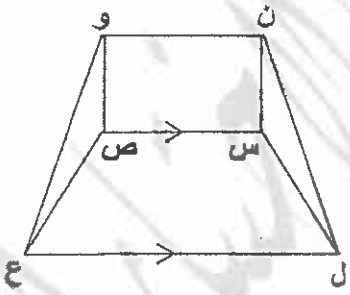


أ) في الشكل المجاور إذا تحركت النقطة ن (س ، ص) في المستوى بحيث يكون ن م + ن ع + م ع = ٢٨ سم. جـد معادلة المحـل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص).

(٦ علامات)

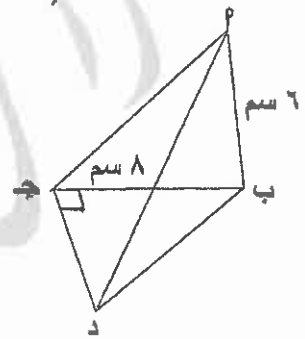
ب) برهن أنه إذا كان مستقيم معلوم عمودياً على مستوى معلوم فكلّ مستوى يحوي ذلك المستقيم يكون عمودياً على المستوى المعلوم. (٧ علامات)

السـؤال الخامس : (١٣ علامة)



أ) في الشكل المجاور س ل ع ص شبه منحرف فيه $\overline{س ص} \parallel \overline{ل ع}$. رُسم من س ، ص عمودان على مستوى شبه المنحرف ثم رُسـم مستوى يمرّ بالضلع $\overline{ل ع}$ ويقطع العمودين في النقطتين ن ، و على الترتيب. أثبت أن الشكل ن ل ع و شبه منحرف.

(٦ علامات)



ب) في الشكل المجاور ب جـ د مثلث قائم الزاوية في جـ . أقيم العمود $\overleftrightarrow{ب أ}$ على مستوى المثلث، ثم وصل $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ د}$.

إذا كان ب أ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أجب عما يأتي :

١) أثبت أن $\overleftrightarrow{جـ د}$ عمودي على المستوى أ ب جـ .

٢) إذا كان قياس الزاوية أ د جـ = ٦٠° ، فجـد طول $\overline{جـ د}$. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

١) إذا كان ق اقتراناً متصلاً على ح وكان $\int_{١}^{ح} (ق(س) + ٢)\, د س = س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٩$ ،

ق (١) = ٧ ، فإن قيمة الثابت ٢ تساوي :

أ) -١ ب) ٢ ج) ٦ د) ٣

٢) إذا كان ح > ١ ، وكان $\int_{١}^{ح} \frac{١}{س}\, د س = ٣$ ، فما قيمة الثابت ح ؟

أ) $هـ^{٤}$ ب) $هـ^{٣}$ ج) ٤ د) ٣

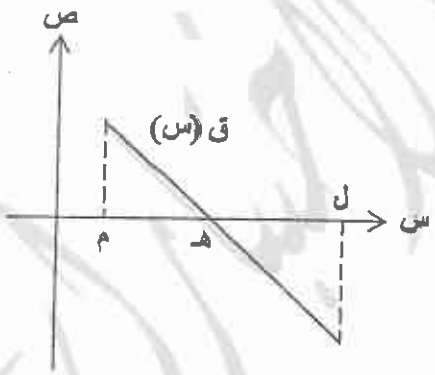
٣) إذا كان $\int_{١}^{٣} \frac{١}{٢} ق(س)\, د س = ٢$ ، $\int_{٥}^{٣} ق(س)\, د س = -٥$ ، فإن $\int_{١}^{٥} ق(س)\, د س =$

أ) ٧ ب) ٩ ج) -٣ د) -١

٤) إذا كان ق (س) = $هـ^{٢}$ + لـو$_{هـ}$ جـاس ، فإن ق$'$(س) تساوي :

أ) ظتـا س ب) – ظتـا س ج) ٢ هـ + ظتـا س د) $هـ^{٢}$ + ظتـا س

٥) في الشكل المجاور التكامل الذي يُعبّر عن المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) ومحور السينات والمستقيمين س = م ، س = ل هو :



أ) $\int_{م}^{ل} ق(س)\, د س$ ب) $\int_{م}^{ل} -ق(س)\, د س$

ج) $\int_{م}^{ل} |ق(س)|\, د س$ د) $\int_{م}^{ل} ٢ |ق(س)|\, د س$

٦) إذا كان ق (س) اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة [١ ، ٢] وكان ق (١) = ١ ، ق (٢) = ٤ ،

فإن قيمة $\int_{١}^{٢} ٣ ق'(س) \sqrt{ق(س)}\, د س =$

أ) ١٤ ب) $\frac{٦٣}{٢}$ ج) ٧ د) $\frac{١٤}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

٧) دائرة معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س + جـ = صفر$ ، ما قيمة الثابت جـ التي تجعل طول نصف قطر هذه الدائرة (٤) وحدات؟

أ) ٤ ب) ١٦ ج) ٧ د) -٧

٨) معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص = ٧ - ٢ س$ وتمسّ محور الصادات عند النقطة (٠ ، ٣) هي :

أ) $(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$ ب) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$

ج) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$ د) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ١$

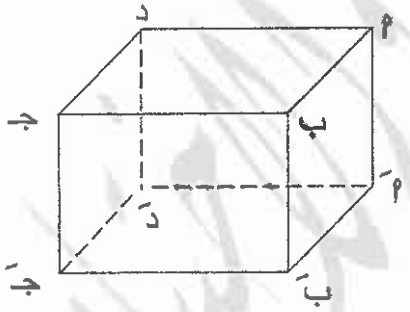
٩) قطع ناقص طول محوره الأكبر مثلي طول محوره الأصغر، جـد اختلافه المركزي :

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

١٠) المعادلة $٤ س^{٢} + ٦ ص - ١٢ = ٤ ص^{٢} + ٨ س$ تُمثّل معادلة :

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

١١) الشكل المجاور يُمثّل متوازي مستطيلات، ما عدد الأحرف التي تخالف الحرف $\overline{أ ب}$ في هذا الشكل؟



أ) ٢ ب) ٣

ج) ٥ د) ٤

١٢) ما رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

(١) أيّ نقطتين في الفضاء يمرّ بهما مستوى واحد فقط.

(٢) رؤوس متوازي الأضلاع تُعيّن مستوى.

(٣) إذا توازى مستويان فكل مستقيم في أحدهما يوازي أي مستقيم في المستوى الآخر.

(٤) إذا وازى مستقيم كل من مستويين كان هذان المستويان متوازيين.

أ) (١) ب) (٢) ج) (٣) د) (٤)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الشتوية).

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي (٤ م)

مدة الامتحان : د / ٢ س
التاريـــخ : ٨ / ١ / ٢٠١٢ م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول : (١٨ علامة)
٢٦٣	٦ أ) $\int \frac{(1+س)^{1/2}}{س^{2}} \, دس = \int \frac{1}{س^{2}} \times \frac{(1+س)^{1/2}}{س^{-1/2}} \, دس$ ①
	$= \int \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{1+س}{س}\right)^{1/2} دس = \int \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{1}{س}+1\right)^{1/2} دس$ ①
	نفرض أن $\frac{1}{س}+1 = ص$ ومنه $-\frac{دس}{س^{2}} = دص$ ①
	$س = \frac{1}{2} \Leftarrow ص = 3$ ، $س = 1 \Leftarrow ص = 2$
	$= -\int_{3}^{2} ص^{1/2} \, دص = -\left[\frac{2}{3} ص^{3/2}\right]_{3}^{2}$ ①
	$= -\frac{1}{6}(2\sqrt{2} - 6\sqrt{3}) = \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{3}$ ①
٢٦٨	٦ ب) $\int \frac{س \, ظتا س}{جا^{2} س} \, دس = \int س \times \frac{1}{جا^{2} س} \times \frac{جتا س}{جا س} \, دس$
	$= \int س \, قتا^{2} س \, ظتا س \, دس$ ①
	نفرض أن $س = ص \Leftarrow دس = دص$
	$قتا^{2} س \, ظتا س \, دس = دهـ \Leftarrow -\frac{1}{2} ظتا^{2} س = هـ$ ①
	$\int س \, قتا^{2} س \, ظتا س \, دس = -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} \int ظتا^{2} س \, دس$ ① + ① وقطعة قانونية
	$= -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} \int (قتا^{2} س - 1) \, دس$ ① فقط نقت
	$= -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} (-ظتا س - س) + جـ$ ①
٣٠٣	٦ ج) $\int \frac{س^{3} - 1}{س^{4} + 4س^{2}} \, دس = \int \left[(س - 2) + \frac{4س - 1}{س^{4} + 4س^{2}}\right] دس$ ①
	$\frac{4س - 1}{س^{2}(س^{2} + 4)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س^{2}} + \frac{جـ س + د}{س^{2} + 4} = \frac{أ(س^{2} + 4) + (ب + جـ س)س + د س^{2}}{س^{2}(س^{2} + 4)}$ ①
	$أ(س^{2} + 4) + (ب + جـ)س^{2} + د س = 4س - 1$
	$أ + ب = 0 \Leftarrow ب = 4$ ① ، $4 = -1 \Leftarrow أ = -\frac{1}{4}$ ①
	$\int \left[(س - 2) + \frac{4س - 1}{س^{2}(س^{2} + 4)}\right] دس = \int \left[س - 2 + \frac{-\frac{1}{4}}{س^{2}} + \frac{\frac{9}{4}}{س^{2} + 4}\right] دس$
	$= \frac{1}{2} س^{2} - 2س + \frac{1}{4} \frac{1}{س} + \frac{9}{8} \tan^{-1}\left(\frac{س}{2}\right) + جـ$ ②

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٦ علامة)

٢٥٢

٦) م) $ن = أ\, ع^{\frac{1}{3}}$ ①

$\frac{دع}{دن} = أ\, ع^{\frac{1}{3}} \Leftarrow$ ① $ع^{-\frac{1}{3}}\, دع = أ\, دن$

$\int ع^{-\frac{1}{3}}\, دع = \int أ\, دن$

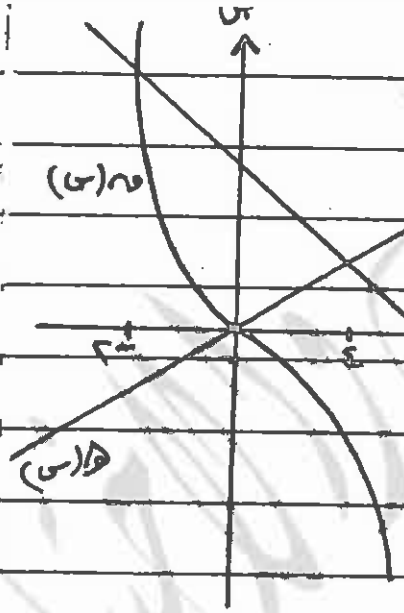
① $\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = أن + جـ$

عندما $ن = ٠$ ، $ع = ٠ \Leftarrow$ ① $جـ = ٠$

$\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = ٢ن$ ، عندما $ن = ٣$ ، $ع = ٨$

① $\frac{3}{2} (٨)^{\frac{2}{3}} = ٣ \times أ$

① $٢أ = ٨^{\frac{2}{3}} \Leftarrow ٢أ = ٤ \Leftarrow أ = ٢$



٢٧٦

١٠) ب) نجد نقاط التقاطع بين المنحنيات

$ه(س) = هـ(س)$

$-س^٢ = \frac{1}{2} س$

$س^٣ + \frac{1}{2} س = ٠$

① $\frac{1}{2} س (٢س^٢ + ١) = ٠$ ومنه $س = ٠$

$ه(س) = ل(س)$

$-س^٣ = ٦ - س \Leftarrow س^٢ - س + ٦ = ٠$

① $(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٣) = ٠$ ومنه $س = -٢$

$ل(س) = هـ(س)$

① $٦ - س = \frac{1}{2} س \Leftarrow \frac{3}{2} س = ٦$ ومنه $س = ٤$

$م_١ = \int_{-٢}^{٠} (٦ - س + س^٢)\, دس = [٦س - \frac{1}{2} س^٢ + \frac{1}{3} س^٣]_{-٢}^{٠}$ ① ① ①

$= ٠ - (-١٢ - ٢ + \frac{٤}{3}) = ١٠$ وحدات مربعة

$م_٢ = \int_{٠}^{٤} (٦ - س - \frac{1}{2} س)\, دس = \int_{٠}^{٤} (٦ - \frac{3}{2} س)\, دس$

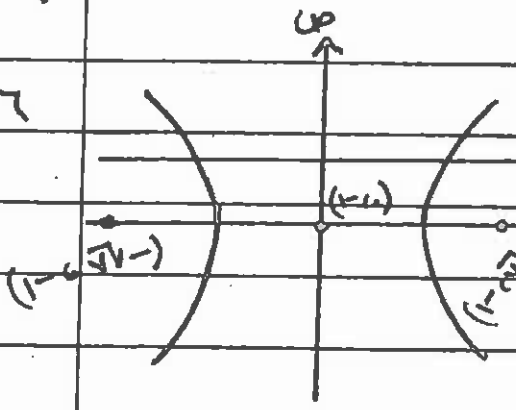
$= [٦س - \frac{3}{4} س^٢]_{٠}^{٤} = ٢٤ - ١٢ = ١٢$ وحدة مربعة ①

$م = م_١ + م_٢ = ١٠ + ١٢ = ٢٢$ وحدة مربعة ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٦ علامة)

٣٦٦



٨ أ) $٤ص^{٢} + ٨ص - ٣س^{٢} = -١٦$ ①

$٤(ص^{٢} + ٢ص + ١) - ٣س^{٢} = -١٦ + ٤$

$٤(ص+١)^{٢} - ٣س^{٢} = -١٢$ بالقسمة على -١٢

$\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{(ص+١)^{٢}}{٣} = ١$ ①

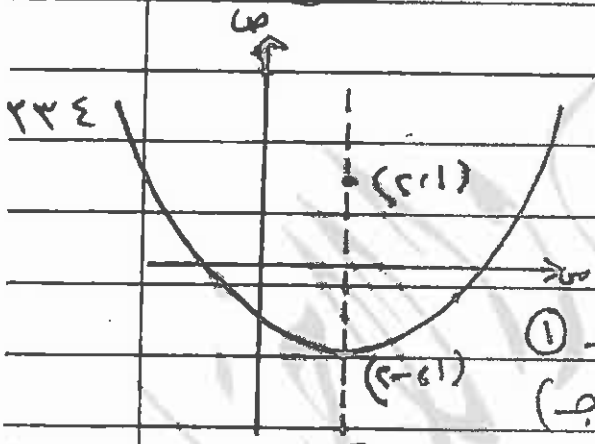
$أ = ٢$ وحدة ، $ب = \sqrt{٣}$ وحدة ①

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} = ٤ + ٣ = ٧$ ، $جـ = \sqrt{٧}$ وحدة ①

١) احداثيا المركز $(٠، -١)$ ①

٢) البؤرتان $(ك \pm جـ ، هـ) : (\sqrt{٧}-١، ٠)$ ، $(-\sqrt{٧}-١، ٠)$ ②

٣) طول المحور المرافق $= ٢ب = ٢\sqrt{٣}$ وحدة ①



٢٣٤

٨ ب) الصورة العامة لمعادلة هذا القطع

$(س - ك)^{٢} = ٤جـ(ص - هـ)$ ①

البؤرة $(ك ، هـ + جـ) = (١ ، -٢)$ ①

$ك = ١$ ، $هـ + جـ = -٢$ ومنه $هـ = -٢ - جـ$ ①

رأس القطع $(ك ، هـ) = (١ ، -٢ - جـ)$

معادلة القطع : $(س - ١)^{٢} = ٤جـ(ص - (-٢ - جـ))$ ①

النقطة $(٥ ، -١)$ تحقق معادلة القطع

$(٥ - ١)^{٢} = ٤جـ(-١ - ٢ + جـ)$ ① $\Leftarrow$ $١٦ = -١٢جـ + ٤جـ^{٢}$

$٤جـ^{٢} - ١٢جـ - ١٦ = ٠ \Leftarrow ٤(جـ^{٢} - ٣جـ - ٤) = ٠$

$٤(جـ - ٤)(جـ + ١) = ٠$ ① ومنه $جـ = ٤$ ، -١ يهمل -١

نجد قيمة هـ : ①

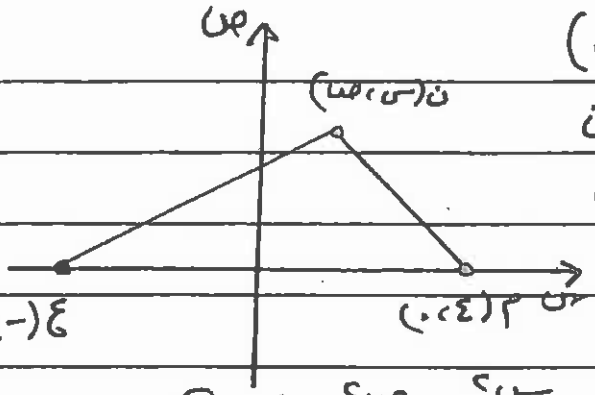
$هـ = -٢ - ٤ = -٦ \Leftarrow$ رأس القطع $(١ ، -٦)$

معادلة القطع $(س - ١)^{٢} = ١٦(ص + ٦)$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

٣٥٣

السؤال الرابع : (١٣ علامة)



٦ أ) المحل الهندسي لحركة النقطة ن هو قطع ناقص بؤرتاه م، ع ①
ومركزه (٠، ٠) ومحوره الأكبر ينطبق على محور السينات .

الصورة العامة لمعادلة هذا القطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ ①

$2جـ = م ع = 8$ وحدة $\Leftarrow$ $جـ = 4$ وحدة ①

$2أ = ن م + ن ع = 28 - 8 = 20 \Leftarrow أ = 10$ وحدة ①

$ب^2 = أ^2 - جـ^2 = 100 - 16 = 84$ ①

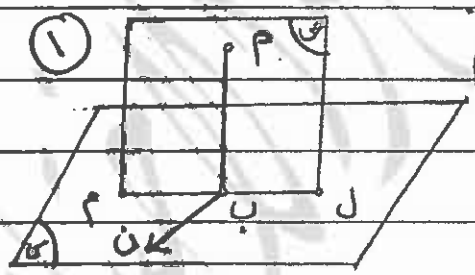
معادلة القطع هي :

$\frac{س^2}{100} + \frac{ص^2}{84} = 1$ ①

٤٠٣

٧ ب) المعطيات : ①

$\overleftrightarrow{م ب}$ عمودي على المستوى س وملاقيه في النقطة ب . المستوى ص يحوي المستقيم $\overleftrightarrow{م ب}$ ويقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{ل م}$.



المطلوب : إثبات أن المستوى ص عمودي على المستوى س .

العمل : نرسم في المستوى س المستقيم $\overleftrightarrow{ب ن}$ يعامد $\overleftrightarrow{ل م}$ ①

البرهان :-

$\overleftrightarrow{م ب} \perp \overleftrightarrow{ل م}$ لأن $\overleftrightarrow{م ب} \perp$ المستوى س ①

$\overleftrightarrow{ب ن} \perp \overleftrightarrow{ل م}$ بالعمل

إذن $\overleftrightarrow{ل م} \perp$ المستوى م ب ن ①

إذن قياس الزاوية م ب ن هو قياس الزاوية الزوجية بين المستويين س ، ص ①

لكن الزاوية م ب ن قائمة لأن $\overleftrightarrow{م ب} \perp \overleftrightarrow{ب ن}$ ($\overleftrightarrow{م ب} \perp$ المستوى س)

إذن المستوى ص $\perp$ المستوى س ①

رقم الصفحة في الكتاب

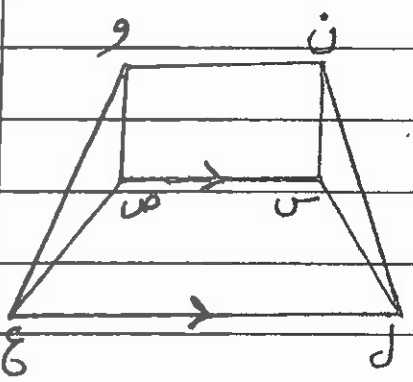
السؤال الخامس : (١٣ علامة)

٦ أ) المعطيات ①

٣٩٠ ، ٢٩٣

س ل ص ع شبه منحرف فيه س ص // ل ع .

س ن ، ص و عموديان على مستوى شبه المنحرف ، ن ل ع و مستوى يمر بالضلع ل ع ويقطع العمودين المتبقيين من س ، ص في النقطتين ن ، و على الترتيب .



المطلوب :

اثبات أن الشكل ن ل ع و شبه منحرف

البرهان :

س ن // ص و (عموديان على مستوى واحد / نظرية) ①

اذن س ن ، ص و يشكلان المستوى ن س ص و ①

$\overleftrightarrow{ل ع}$ خارج المستوى ن س ص و ، $\overleftrightarrow{س ص}$ يقع في المستوى ن س ص و ،

$\overleftrightarrow{ل ع}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$ ①

اذن $\overleftrightarrow{ل ع}$ // المستوى ن س ص و (نظرية) ... (*)

المستويان ن ل ع و ، ن س ص و متقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{ن و}$ ، (**)

$\overleftrightarrow{ل ع}$ مرسوم في المستوى ن ل ع و

من (*) ، (**) $\overleftrightarrow{ل ع}$ // $\overleftrightarrow{ن و}$ (نظرية) ①

ومنه ن ل ع و شبه منحرف ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس: (٢٤ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الإجابة الصحيحة	د	ب	ب	ب	جـ	ب	د	جـ	ب	جـ	د	ب

علامتان لكل فقرة

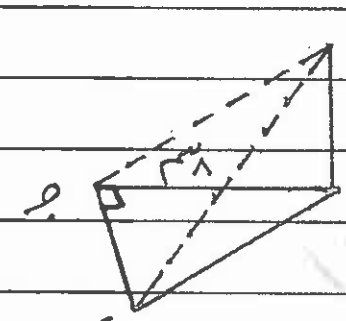
٤١٢، ٤١٣

تابع السؤال الخامس:

ب) المعطيات:

ب جـ د مثلث قائم الزاوية في جـ . ٣٦ سم

$\overleftrightarrow{ب م} \perp$ مستوى المثلث، وصل $\overline{م جـ}$، $\overline{م د}$



المطلوب: اثبات أن

١) $\overleftrightarrow{جـ د}$ عمودي على المستوى م ب جـ .

٢) إيجاد طول $\overline{جـ د}$ إذا كان قياس الزاوية م د جـ = ٦٠°

البرهان:

١) $\overline{م جـ}$ مائل على المستوى ب جـ د وسقطه $\overline{ب جـ} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ بالفرض ①

اذن $\overleftrightarrow{م جـ} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ ①

$\overleftrightarrow{جـ د}$ يعامد كل من المستقيمين المتقاطعين $\overleftrightarrow{ب جـ}$، $\overleftrightarrow{م جـ}$ ①

اذن $\overleftrightarrow{جـ د} \perp$ المستوى م ب جـ

٢) $\overline{م ب} \perp \overline{ب جـ}$ لأن $\overline{م ب}$ عمودية على المستوى م ب جـ

أي أن المثلث م ب جـ قائم الزاوية في ب ①

$(م جـ)^2 = (م ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤$

$(م جـ)^2 = ١٠٠$ ومنه $م جـ = ١٠$ سم ①

المثلث م جـ د قائم الزاوية في جـ من فرع (١) ،

$\therefore$ ظا ٦٠° $= \frac{م جـ}{جـ د}$

$\sqrt{٣} = \frac{١٠}{جـ د}$ ① ومنه $جـ د = \frac{١٠}{\sqrt{٣}}$ سم ①

ملاحظات المستوى الرابع / على

السؤال الأول :-

أ) تفك الأقواس والقسمة على المقام والتجزئة للحدود في البسط وإجراء التكامل يأخذ العلامة الكاملة (٦) .

كالآتي :-

تفك الأقواس ← ١ علامة

التجزئة ← ١ علامة

التكامل ← ٢ علامة

التعويض ← ٢ علامة .

ب) يأخذ العلامة على الخطوة الأخيرة حتى إذا لم يكتب $+c$

(لا يحاسب على $+c$)

ج) أي خطأ في الخطوة الأخيرة يخسر علامة

السؤال الثاني :-

ب) يأخذ علامة حدود التكامل إذا بسط على $\frac{1}{4}$ (٣ علامات)

* إذا وضع حدود للتكامل خاطئة دون أن يقوم بأي عمليات يصحح الوزن من (٥) كحيث يخسر علامتا تحديد النقطة الأولى والثانية و(٣) علامات حدود التكامل .