منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — مدة الامتحان: ٢ ٠٠
اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٤}{س + ٥} - \frac{٢}{س + ٢} \right) \left(\frac{١}{س^{٢} + ٣س - ٤} \right)$ (٧ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جاس - ظاس}{جتاس - قاس}$ (٧ علامات)

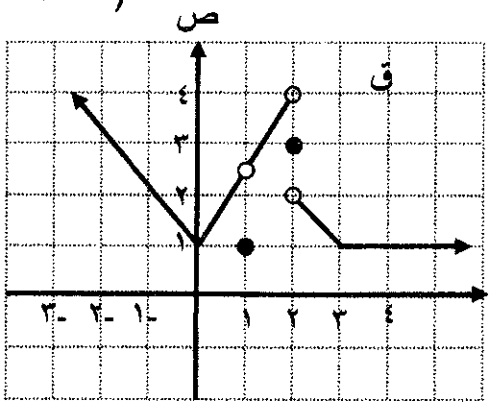
منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق

المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح

ما مجموعة قيم الثابت جـ ، حيث $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) غير موجودة؟



أ) {٠ ، ٣}　　ب) {١ ، ٢}

ج) {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}　　د) {٢}

٢) إذا كان ق(س) = [١ + ٢س] ، فإن $\lim_{س \to \frac{١}{٣}}$ ق(س) تساوي:

أ) $\frac{٥}{٣}$　　ب) ٢　　ج) $\frac{٣}{٥}$　　د) ١

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٠}$ (أس^{٢} ظتا ٣س^{٢}) = ١ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) ٩　　ب) $\frac{١}{٩}$　　ج) ٣　　د) $\frac{١}{٣}$

يتبع الصفحة الثانية ؛؛؛؛؛

السـؤال الثاني: (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق(س) =
$$\begin{cases} \frac{س^{٢} - ٢س}{٨ (س - ٢)} & ، \ ٠ < س < ٢ \\ \frac{١}{٤} & ، \ س = ٢ \\ \frac{س - [س]}{س^{٢} - ٤} & ، \ ٢ < س < ٣ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٢س − ١، فجد ق$'$(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٨ علامات)

١) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق على الفترة [−١، ٢] يساوي (−٣) ، وكان هـ(س) = ٢ − ق(س)، فإن متوسط التغير في الاقتران هـ على الفترة [−١، ٢] يساوي:

أ) −٣ ب) ٣ ج) ٥ د) −٥

٢) إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٥ ، فإن $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٦}{س^{٢} + س - ٢}$ تساوي:

أ) ١ ب) ٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٣) إذا كان ص = جتا س ، س ∈ (٠ ، $\frac{\pi}{٣}$) ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = $\frac{\pi}{٦}$ تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-٢\sqrt{٣}$ ج) $٢\sqrt{٣}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

٤) إذا كان ص = جا^{٢}س + جتا^{٢}س ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) صفر د) ١

السـؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) =
$$\begin{cases} |س - ١| & ، \ -١ \leq س < ١ \\ [س - ١] & ، \ ١ \leq س < ٢ \end{cases}$$

فابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = ١ (٧ علامات)

ب) إذا كان (٢س − ص)^{٣} = ٢٥ + $\sqrt{س}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٤ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٢} − ١) = ٦س ، س > ٠ ، فإن قيمة ق َ(٨) تساوي:

أ) −١ ب) ١ ج) −٣ د) ٣

٢) إذا كان ص = س جاس + جتا س ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند س = ٠ تساوي:

أ) ٤ ب) صفر ج) ١ د) ٥

٣) إذا كان ق،هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق َ(−٢) = −٤ ، ق(−٢) = ٨ ، هـ َ(−٢) = هـ(−٢) = ١،

فإن $\frac{د}{دس}\left(\frac{ق(س)}{١ + هـ(س)}\right)$ عند س = −٢ تساوي:

أ) −٣ ب) −٤ ج) صفر د) −٢

السـؤال الرابع: (١٩ علامة)

أ) جد معادلتي المماسين لمنحنى العلاقة س^{٢} + ص^{٢} = ٥ ، عند نقطتي تقاطع منحناها مع المستقيم ص = ١− س (٨ علامات)

منهجي
متعة التعليم الهادف

ب) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + ٢ ، س ∈ [−٣ ، ٣) ، فجد كلًّا ممّا يأتي: (٧ علامات)

١) النقط الحرجة للاقتران ق.

٢) القيم القصوى للاقتران ق (إن وجدت)، مبينًا نوعها.

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٤ علامات)

١) قُذف جسم رأسيًّا للأعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢}، فإن الزمن بالثواني اللازم حتى يعود الجسم إلى سطح الأرض يساوي:

أ) ٦ ب) ٧ ج) ٨ د) ٩

٢) إذا كان ق َ(س) = $\sqrt{س + ١}$ ، هـ(س) = س^{٢} − ١، فإن قيمة (ق ٥ هـ) َ(٣) تساوي:

أ) ١٨ ب) ١٢ ج) ٨ د) ١٦

يتبع الصفحة الرابعة ....

السـؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) من قمة برج ارتفاعه ١٢ مترًا عن سطح البحر، رصد رجل قارب سباق يتحرك بسرعة ١,٥ م/ث مبتعدًا عن قاعدة البرج، جد معدل تغير زاوية انخفاض خط نظر الرجل في اللحظة التي يكون فيها القارب على بعد ٩ أمتار عن قاعدة البرج. (٧ علامات)

ب) لوحة إعلانات على شكل مثلث متطابق الضلعين محيطها ٦ أمتار، جد أطوال أضلاع اللوحة التي تجعل مساحتها أكبر ما يمكن. (٧ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) إذا كان ص = ع^{٢} ، ع = س^{٣} ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي:

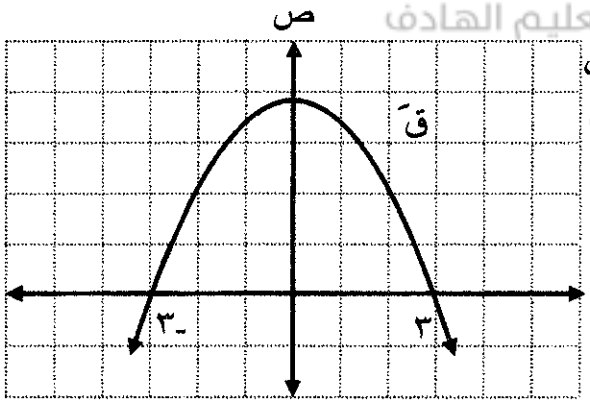
أ) ٦س^{٥} ب) ٥س^{٦} ج) ٥س^{٤} د) ٤س^{٥}

٢) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها، ما معدل تغير مساحة الصفيحة بالنسبة إلى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم ؟

أ) ٣٠ سم ب) ٤٠ سم ج) ١٠ سم د) ٢٠ سم

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متزايدًا؟



أ) (-∞ ، ٠] ب) [-٣ ، ٣]

ج) [٣ ، ∞) د) (-∞ ، -٣]

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : رياضيات م ٣

الفرع : علمي + صناعي جامعات

مدة الامتحان: د / س / ٣

التاريخ : ٢٠١٩/٦/١١ م

الإجابة النموذجية :

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

٣١

أ) $\lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{س^٢ + ٣س - ٤}\right)\left(\frac{٢}{س+٥} - \frac{٤}{س+٥}\right)$

$= \lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{(س+٤)(س-١)}\right)\left(\frac{(س+٥)٢ - (س+٢)٤}{(س+٢)(س+٥)}\right)$ (١)

$= \lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{(س+٤)(س-١)}\right)\left(\frac{٢س+١٠ - ٤س - ٨}{(س+٢)(س+٥)}\right)$ (١)

$= \lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{(س+٤)(س-١)}\right)\left(\frac{-٢س+٢}{(س+٢)(س+٥)}\right)$ (١)

$= \lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{(س+٤)(س-١)}\right)\left(\frac{-٢(س-١)}{(س+٢)(س+٥)}\right)$ (١)

$= \frac{-٢}{٣ \times ٧} \times \frac{١}{٥}$ (١)

$= \frac{-١}{٤٥}$

رقم الصفحة في الكتاب

س ١ ب ٢) ٧

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جاس} - \text{ظاس}}{\text{جتاس} - \text{قاس}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جاس} - \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}{\text{جتاس} - \frac{1}{\text{جتاس}}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جاس جتاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس}} \div \frac{\text{جتا}^2\text{س} - 1}{\text{جتاس}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جاس}(\text{جتاس} - 1)}{(\text{جتاس} - 1)(\text{جتاس} + 1)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس} + 1} = \frac{0}{1+1} = 0$$

س ١ ب) ٦

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة الصحيحة	ك	أ	ب
رمز الإجابة الصحيحة	ك	ك	ب

لكل فقرة علامتان

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (١٢ علامة)

$$م(س) = \begin{cases} \frac{س^٤ - ٢س}{٨(س-٤)} & ، س < ٤ ، س > ٠ \\ \frac{١}{٤} & ، س = ٤ \\ \frac{س - [س]}{٤ - ٣س} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$$

٧٨

٣٧

١) $م(٤) = \frac{١}{٤}$ ، $م(س)$ معرّفة عند $س = ٤$ ⇐ $م(س)$ متصل عند $س = ٤$ ①

٢) نجد $\lim_{س \to ٤^-} م(س) = \lim_{س \to ٤^-} \frac{س^٤ - ٢س}{٨(س-٤)}$

$= \lim_{س \to ٤^-} \frac{س(س^٣ - ٢)}{٨(س-٤)}$ ①

$= \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٤}$ ①

ونجد $\lim_{س \to ٤^+} م(س) = \lim_{س \to ٤^+} \frac{س - [س]}{٤ - ٣س}$

$= \lim_{س \to ٤^+} \frac{س - ٤}{(٤+س)(٤-س)}$ ①

$= \frac{١}{٤}$

① بما أن $\lim_{س \to ٤^-} م(س) = \lim_{س \to ٤^+} م(س) = \frac{١}{٤}$ ⇐ $\lim_{س \to ٤} م(س) = \frac{١}{٤}$

① ٣) بما أن $م(٤) = \lim_{س \to ٤} م(س)$ ⇐ $م(س)$ متصل عند $س = ٤$

رقم الصفحة في الكتاب

٩٧

س ٤ ب) $م(س) = س^3 + ٢س - ١$

$م'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{م(ع) - م(س)}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^3 + ٢ع - ١) - (س^3 + ٢س - ١)}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^3 - س^3) + ٢(ع - س)}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^2 + ع س + س^2)}{ع - س} + ٢ \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} (ع^2 + ع س + س^2) + ٢$ ①

$= س^2 + س^2 + ٢ = ٣س^2 + ٢$ ①

س ٤ ج)

رقم القفص	١	٢	٣	٤
الإصابة	٣	١	$\frac{-٤}{٣}$	صفر
رمز الإصابة	ب	م	ك	ع

٨٧
٩٠
١٤٦
١٥٩

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

٧ أ) $ق(س) = \begin{cases} -1 - س & ، -1 \le س < 1 \\ جتا \pi س & ، 1 \le س \le 2 \end{cases}$ ١٠٤ ①

* نبحث اتصال $ق(س)$ عند $س = 1$

$ق(1) = صفر$

$\lim_{س \to 1^+} ق(س) = \lim_{س \to 1^+} جتا \pi س = جتا \pi = صفر$

$\lim_{س \to 1^-} ق(س) = \lim_{س \to 1^-} -1 - س = -1 - 1 = -2$

$\lim_{س \to 1^+} ق(س) \neq \lim_{س \to 1^-} ق(س)$ ⇐ $\lim_{س \to 1} ق(س)$ غير موجودة ①

بما ان $ق(1) = \lim_{س \to 1} ق(س)$ ⇐ $ق(س)$ متصل عند $س = 1$ ①

* لايجاد $ق'(1)$ عند $ق'_+(1)$ ، $ق'_-(1)$

$ق'_+(1) = \lim_{س \to 1^+} \frac{ق(س) - ق(1)}{س - 1} = \lim_{س \to 1^+} \frac{صفر - صفر}{س - 1} = صفر$ ①

$ق'_-(1) = \lim_{س \to 1^-} \frac{ق(س) - ق(1)}{س - 1} = \lim_{س \to 1^-} \frac{-1 - س}{س - 1} = -1$ ①

بما أن $ق'_+(1) \neq ق'_-(1)$ ⇐ $ق'(1)$ غير موجودة ①

∴ $ق(س)$ غير قابل للاشتقاق عند $س = 1$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

س٣

ب) $(ص - ٢س)^{٣} = ٥ص + ٧$ نشتق الطرفين ١٤٣

$٣(ص - ٢س)^{٢}(ص' - ٢) = ٥$ ⇐ ①

$\frac{١}{٥}$ ② ، ① ، ③

$٦(ص - ٢س)^{٢} - ٣(ص - ٢س)^{٢} ص' = \frac{١}{٥}$

$٣(ص - ٢س)^{٢} ص' = ٦(ص - ٢س)^{٢} - \frac{١}{٥}$

$ص' = \frac{٦(ص - ٢س)^{٢} - \frac{١}{٥}}{٣(ص - ٢س)^{٢}}$ ①

لكن عند $س = ٤$

$(ص - ٨)^{٣} = ٧$

$(ص - ٨)^{٣} = ٣^{٣}$

$ص - ٨ = ٣$

$ص = ٥$ ①

$ص' | = \frac{٦(٥ - ٨)^{٢} - \frac{١}{٥}}{٣(٥ - ٨)^{٢}}$ ①

(٤،٥)

$= \frac{\frac{١}{٤} - ٥٤}{٥٧}$

$= \frac{٥١٥}{٤ \times ٥٧}$

$= \frac{٥١٥}{١٠٨}$

ج) $س^{٣}$

رقم البقعة	١	٢	٣
الإصابة	١	١	٤-
رف الإصابة	ب	٤٠	ب

١٣٦ ١٢٩ ١١٩

لكل بقعة علامتان

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (١٩ علامة)

أ) $س^2 + ص^2 = 5$ ، المستقيم $ص = 1 - س$ ١٥٩

٨

نجد نقط التقاطع ⊕

$س^2 + (1-س)^2 = 5$

$س^2 + 1 - 2س + س^2 = 5$

$2س^2 - 2س - 4 = 0$ ①

$(2س + 2)(س - 2) = 0$ ①

$\Leftarrow 2س + 2 = 0 \Leftarrow س = -1$

$س - 2 = 0 \Leftarrow س = 2$ ①

∴ نقط التقاطع هي : $(-1، 2)$ ، $(2، -1)$ ①

نشتق العلاقة $س^2 + ص^2 = 5$ ①

$\Leftarrow 2س + 2ص \, ص' = 0 \Leftarrow ص' = \frac{-2س}{2ص} = \frac{-س}{ص}$ ⊕

عند النقطة $(-1، 2) \Leftarrow م = \frac{1}{2}$

معادلة المماس هي : $ص - 2 = \frac{1}{2}(س + 1)$

$ص = \frac{1}{2}س + \frac{5}{2}$ ①

عند النقطة $(2، -1) \Leftarrow م = \frac{2}{-1} = -2$

معادلة المماس هي : $ص + 1 = -2(س - 2)$

$ص = -2س + 3$ ①

منارة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

س٤ ب) $ه(س) = س^3 - ٣س^2 + ٢$ ، $س \in [-٣، ٣]$

١٧٨

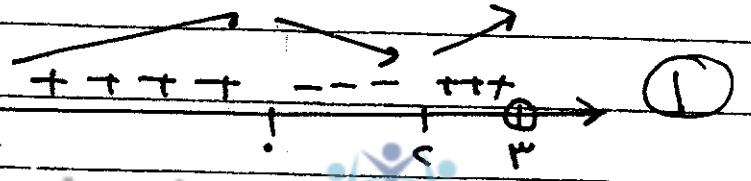
٧

$ه$ متصل على الفترة $[-٣، ٣]$ وقابل للاشتقاق على الفترة $(-٣، ٣)$ ($ه$ امتداد كثير حدود)

$ه'(س) = ٣س^2 - ٦س = ٠$ ①

$٣س(س - ٢) = ٠$

$س = ٠ ، ٢$ ①



① إشارة $ه'$

١) النقط الحرجة للامتداد $ه$ هي:

① $(٠، ه(٠)) = (٠، ٢)$

$(٢، ه(٢)) = (٢، -٢)$

① $(-٣، ه(-٣)) = (-٣، -٥٢)$

٢) للامتداد $ه$ قيمة عظمى محلية ومطلقة عند $س = ٠$ وقيمتها $ه(٠) = ٢$

① للامتداد $ه$ قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$ وقيمتها $ه(٢) = -٢$

① للامتداد $ه$ قيمة صغرى مطلقة عند $س = -٣$ وقيمتها $ه(-٣) = -٥٢$

س٤ ج)

٤

رقم الفقرة	١	٢
الإجابة	٨	١٨
رمز الإجابة	ج	ب

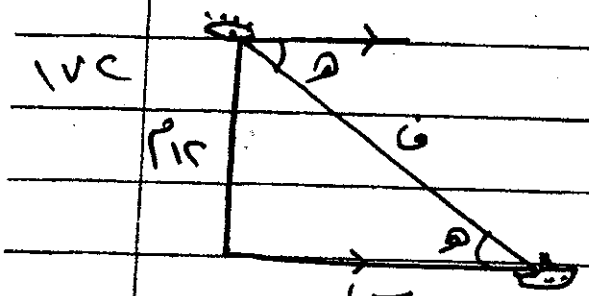
١٦٣

١٣٧

لكل فقرة علامتان

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)



(٧ ، ٢٤ ، ٢٥)

ظا هـ = $\frac{١٢}{س}$ (١)

ظا هـ = $\frac{ك هـ}{ك ن}$ = $\frac{-١٢}{س^{٢}}$ (١)

$\frac{ك س}{ك ن}$

في اللحظة عندما س = ٩

ظا هـ = $\frac{١٥}{٩}$ = $\frac{٥}{٣}$ (١)

$\frac{ك هـ}{ك ن}$ $(\frac{٥}{٣})^{٢}$ = $\frac{-١٢ \times ١,٥}{٨١}$ (١)

$\frac{ك هـ}{ك ن}$ $\frac{ك ص}{٩}$ = $\frac{-١٨}{٨١}$

لأن ف^{٢} = (٩)^{٢} + (١٢)^{٢}

ف^{٢} = ٨١ + ١٤٤

ف^{٢} = ٢٢٥

ف = ١٥ (١)

$\frac{ك هـ}{ك ن}$ = $\frac{-١٨}{\frac{٤٥}{٩}}$ (١) = $\frac{-١٨ \times ٩}{٨١ \times ٢٥}$

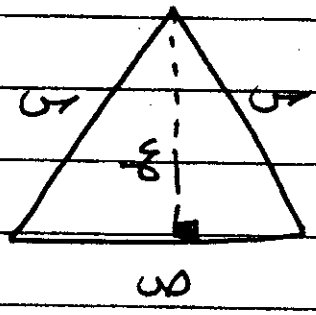
= $\frac{-٢}{٢٥}$

= -٠,٠٨ مقدار

رقم الصفحة في الكتاب

٢١٠

س ٥ ب)



م = $\frac{1}{2}$ ص ع ①

م = $\frac{1}{2}$ (٦ − ٢س) $\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}$ ①

م′ = $\frac{(-٢)(٣ - س)}{٢\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}}$ + $\frac{(٦ - ٢س)(-١)}{٢\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}}$ ①

محيط الوجهة = ٢س + ص

٦ = ٢س + ص

ص = ٦ − ٢س ①

م′ = $\frac{٩ - ٣س - (٩ - ٦س^{٢})}{\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}}$ = ٠ ⇐ لكن ع^{٢} = س^{٢} − $(\frac{1}{2}ص)^{٢}$

= $\frac{١٨ - ٩س}{\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}}$ = ٠

ع = $\sqrt{س^{٢} - \frac{1}{4}(٦ - ٢س)^{٢}}$

ع = $\sqrt{٩ - ٦س^{٢}}$ ①

⇐ ١٨ − ٩س = ٠ ⇐ ٩س = ١٨ ①

س = ٢

+ + + + | − − − −

٢

نظم ①

∴ أكبر مساحة للوجهة تكون عندما س = ٢م ، ص = ٢ م ①

س ٤٠)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الاجابة	٦س٥	٢٠سم	[−٣،٣]
رمز الاجابة	م	S	ب

١٣٧

٩٦

١٨٠

لكل فقرة علامتان

السؤال الأول:

(أ)

(ب) ١٧

$$\text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س - \text{ظا}س}{\text{جتا}س - \text{ظا}س}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س - \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}}{\text{جتا}س - \text{ظا}س} \quad (١)$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\frac{\text{جا}س \text{جتا}س - \text{جا}س}{\text{جتا}س}}{\text{جتا}س - \text{ظا}س}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س \text{جتا}س - \text{جا}س}{\text{جتا}س (\text{جتا}س - \text{ظا}س)}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س \text{جتا}س - \text{جا}س}{\text{جتا}^2 س - ١} \quad (١)$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س \text{جتا}س - \text{جا}س}{-\text{جا}^2 س} \quad (١)$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س - ١}{-\text{جا}س} \times \frac{\text{جا}س}{\text{جا}س} \quad (١)$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}س}{\text{جا}س} \times \frac{١ + \text{جتا}س}{١ + \text{جتا}س} \quad (١)$$

$$= \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}^2 س}{\text{جا}س (١ + \text{جتا}س)} = \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{\text{جا}س (١ + \text{جتا}س)} = \text{نهـ}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س}{١ + \text{جتا}س} = \frac{٠}{٢} = ٠ \quad (١)$$

منهاجي
مركز التعليم الهادف

السؤال الثالث (٢٠) علامة

أ) $د(س) = \begin{cases} 1 - س ، & س \geq 1 \\ صفر ، & س < 1 \end{cases}$ ①

* نبحث في اتصال د عند $س = 1$

$د(1) = صفر$

$\lim_{س \to 1^+} د(س) = \lim_{س \to 1^+} صفر = صفر$

$\lim_{س \to 1^-} د(س) = \lim_{س \to 1^-} صفر = صفر$

$\lim_{س \to 1} د(س) = د(1)$ ①

∴ د متصل عند $س = 1$ ①

$هـ(س) = \begin{cases} -1 ، & س \geq 1 \\ غير موجود ، & س = 1 \\ صفر ، & س < 1 \end{cases}$ ①

$\lim_{س \to 1^+} هـ(س) = صفر$

$\lim_{س \to 1^-} هـ(س) = -1$ ①

∴ هـ غير قابل للاشتقاق عند $س = 1$

السؤال الثالث

ب) حل آخر

(٧)

$$د(س) = \begin{cases} أ - س & ، س \leq ٠ < ١ \\ جتا س & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$$ ①

نستخدم تعريف الاتصال لإيجاد اتصالية د عند س = ١

$$د(١^+) = \lim_{س \to ١^+} \frac{د(س) - د(١)}{س - ١}$$ ①

$$= \lim_{س \to ١^+} \frac{جتا س - جتا ١}{س - ١} = جتا ١$$ ①

$$د(١^-) = \lim_{س \to ١^-} \frac{د(س) - د(١)}{س - ١}$$ ①

$$= \lim_{س \to ١^-} \frac{أ - س - ٠}{س - ١} = -١$$ ①

بما أن $د(١^+) \neq د(١^-)$

∴ د(١) غير موجودة

∴ د غير قابل للاشتقاق عند س = ١ ①

منهاجي
جامعة التعليم الهادف

السؤال الثالث

ب) حل آخر

$$(س - ٢ص)^{٣} = ٨ص^{٣} + ٥٤$$

$$٣(س - ٢ص)^{٢} \times (-٢) = \pm \frac{١}{\sqrt{٢٤}}$$

عندما $س = ٤ \Leftarrow (٨ - ص)^{٣} = ٤ص^{٣} + ٥٤$

$$٨ - ص = ٣ \Leftarrow ص = ٥$$

عند إزاحة ٥ وحدات لليمين $(٤ ، ٥)$

$$\frac{١}{\sqrt{٢٤}} = (ص - ٥)^{٢} \times ٣ \Leftarrow$$

$$\frac{١}{٤\sqrt{٦}} = (ص - ٥)^{٢}$$

$$\frac{١}{١٠٨} = ص - ٥$$

$$\begin{cases} ص = ٥ - \frac{١}{١٠٨} \\ ص = \frac{٦\sqrt{٢} - ١}{١٠٨} \\ ص = \frac{٥٤\sqrt{٢}}{١٠٨} \end{cases}$$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

س ١٤

$ص = س^2 + 2هـ س + هـ$ ①

نقطة التماس بين منحنى العلاقة والمستقيم

$س^2 + (1-س)^2 = 5$ ①

$س^2 + 1 - 2س + س^2 - 5 = 0$

$2س^2 - 2س - 4 = 0$

$س^2 - س - 2 = 0$

$(س - 2)(س + 1) = 0$

$س = 2 ، -1$

نقطة التماس $(2، -1)$ ، $(-1، 2)$ ①

ميل المماس عند النقطة $(2، -1)$

$2 \times 2 + 2 \times -1 \times هـ = 0$

$4 - 2هـ = 0$

$4 = 2هـ \Leftarrow هـ = 2$ ①

∴ معادلة المماس عند النقطة $(2، -1)$ ، $ص - ص_1 = م(س - س_1)$ ①

$ص + 1 = 2(س - 2)$ ①

ميل المماس عند النقطة $(-1، 2)$

$2 \times -1 + 2 \times 2 \times هـ = 0$

$2 = 4هـ \Leftarrow هـ = \frac{1}{2}$ ①

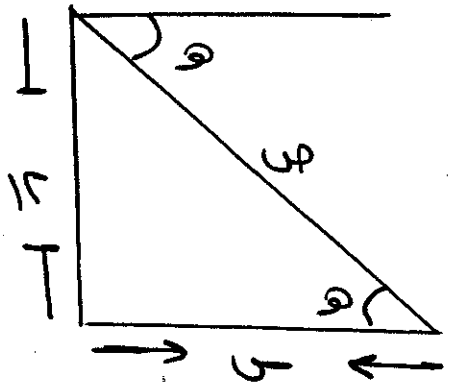
معادلة المماس عند النقطة $(-1، 2)$

$ص - 2 = \frac{1}{2}(س + 1)$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س ٥ م)



ظا هـ = $\frac{١٢}{س}$ ①

ظا هـ = $\frac{١٢}{\sqrt{١٤٤ + س^{٢}}}$ ①

جتا هـ $\frac{د هـ}{د س}$ = $(-١٢ \times \frac{\frac{١}{٢}(١٤٤ + س^{٢})^{-\frac{١}{٢}} \times ٢س}{(\sqrt{١٤٤ + س^{٢}})^{٢}}) \times \frac{١}{\sqrt{١٤٤ + س^{٢}}}$ ①

$\frac{٩}{١٥}$ $\frac{د هـ}{د س}$ = $\frac{-١٢ \times ٩ \times ١/١٥}{١٥ \times ٢٢٥}$ ①

$\frac{د هـ}{د س}$ = $\frac{-١٢}{١٥٠}$

= $\frac{-٢}{٢٥}$ راد/ث

ص = $\sqrt{س^{٢} + ١٤٤}$ ①

في اللحظة عندما س = ١

ص = $\sqrt{٨١ + ١٤٤}$

ص = $\sqrt{٢٢٥}$

ص = ١٥

جتا هـ = $\frac{٩}{١٥}$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف