منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٢٠١٩ ١ ٤

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الأولى / ف١ — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٢ علامة)

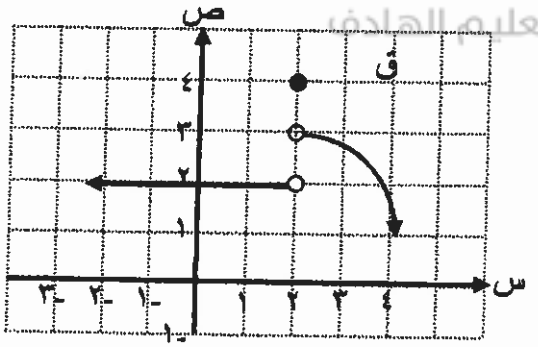
أ) جد كلًا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{٢ - س}$ (١٥ علامة)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{س^٣}$ (١٥ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإن $\lim_{س \to ٢} (س \times ق(س))^٢$ تساوي:



أ) ١٦ ب) ٨

ج) ٦٤ د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س) = [٠,٥ س]، فإن قيم الثابت جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = -١ هي:

أ) (-٢ ، ٠] ب) [-٢ ، ٠) ج) (-٢ ، ٠) د) [-٢ ، ٠]

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ + ٥س + ١}{س^٢ + ٦س + ٣ك}$ ، ما قيم الثابت ك التي تجعل الاقتران ق متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

أ) (-∞ ، -٣) ب) (٣ ، ∞) ج) (-٣ ، ٣) د) (-∞ ، ٣)

٤) إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (١ ، ٢)، فإن $\lim_{س \to ١} (٨ - ق^٢(س))$ تساوي:

أ) ٨ ب) صفر ج) ٤ د) ٥

يتبع الصفحة الثانية ،،،،،،

السـؤال الثاني: (٤٣ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|[س] - ٢س|}{٨س^{٢} - ٢} & ، \quad س > ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، \quad س = ٢ \\ \frac{جا(٢س - ٤)}{٢٠(س - ٢)} & ، \quad س < ٢ \end{cases}$ ،

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (١٦ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٣س}{٢س - ١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٢}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (١٥ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، \quad س \leq ١ \\ ١ + ٢س & ، \quad س > ١ \end{cases}$ ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) غير موجودة

٢) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق(٠)) ، (-٣ ، $-٣\sqrt{٣}$) الواقعتين على منحنى الاقتران ق يصنع زاوية قياسها ($\frac{\pi}{٦}$)°، مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن ق(٠) تساوي:

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) $٢\sqrt{٣}$

٣) إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٤س ، فإن نهـا$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٠ + ٧هـ)}{٤هـ}$ تساوي:

أ) $\frac{-٧}{٤}$ ب) -٧ ج) $\frac{٧}{٤}$ د) ٧

٤) إذا كان ق(س) = | ٨ - ٦س | ، فإن قيمة قَ(٥) تساوي:

أ) ٦ ب) -٦ ج) صفر د) غير موجودة

السـؤال الثالث: (٢٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٣} + ب س & ، \quad س > -١ \\ ٢س^{٢} + ٩ ب س - ١٢ & ، \quad س \leq -١ \end{cases}$ ،

قابلًا للاشتقاق عند س = -١ ، فجد قيمة كل من الثابتين ٢ ، ب (١٦ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = ٢ − س^{٣} ، فإن $\frac{د}{د س}$ (ق(س) × قَ(س)) عند س = ١ تساوي:

أ) ٦ ب) −٥ ج) ٣ د) ١٥

٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{هـ(س)}{س^{٢}+١}$ ، ق(١) = $\frac{١}{٢}$ ، قَ(١) = ٠، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) −١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

٣) إذا كان ص = $\frac{١}{ق ا ٢س}$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ تساوي:

أ) ٤ ب) صفر ج) −٤ د) −٨

٤) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من س إلى (س + هـ) يساوي
(٢ س هـ + هـ^{٢} −٣هـ)، حيث هـ عدد حقيقي يقترب من الصفر، فإن قيمة قَ(٣) تساوي:

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٩ د) صفر

السـؤال الرابع: (٤٥ علامة)

أ) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} − ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠ ،
عند النقطة (٣ ، −١) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ثم جد معادلة هذا المماس. (١٥ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − $\frac{١}{٢}$ س^{٤} ، س ∈ [−٣ ، ٣] فجد كلًا ممّا يأتي: (١٨ علامة)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.
٢) القيم القصوى للاقتران ق مبينًا نوعها.
٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأعلى.
٤) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت).

منهجي
متعة التعليم الهادف

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٧ن ، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، م] تساوي ١٠م/ث، فما قيمة الثابت م؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٣

٢) إذا كان ق(س) = جا س جتا س ، فإن قيمة قَ($\frac{\pi}{٢}$) تساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) −١

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، وكان (ق ٥ هـ)َ(١) = ٤ ، هـ(١) = ٢ ، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) ٨ ب) ١٦ ج) −١٦ د) −$\frac{١}{٤}$

٤) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٣} − ٤) = ٦س^{٢} + ١ ، فإن قيمة قَ(٤) تساوي:

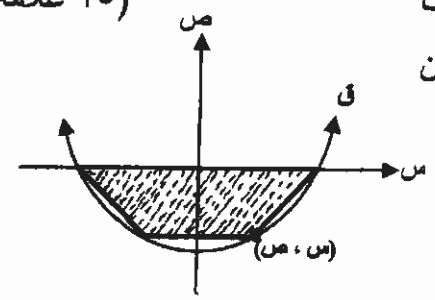
أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

يتبع الصفحة الرابعة ....

السـؤال الخامس: (٤٢ علامة)

أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٧ سم، ٢٤ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٣ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ١ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٤ أمثال مساحة الدائرة الصغرى.
(١٥ علامة)

ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٩ ،
(انظر الشكل التوضيحي المجاور)
(١٥ علامة)



ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ص = ل^{٢} ، ل = (س + ١)^{٢} ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ تساوي:
أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

٢) إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٣٢ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (٤ ، −٤) تساوي:
أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ع(ن) = ٣ $\sqrt{ف(ن)}$ ، ف(ن) > ٠ ، حيث ع: السرعة ، ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإن تسارع الجسيم يساوي:
أ) ٣ م/ث^{٢} ب) ٤,٥ م/ث^{٢} ج) ١,٥ م/ث^{٢} د) ٢ م/ث^{٢}

٤) إذا كان ق(س) = ٨ + ٢س − س^{٢} ، س ∈ ح، فإن لمنحنى الاقتران ق مماسًا أفقيًا عند النقطة:
أ) (١ ، ١٠) ب) (−٢ ، ٠) ج) (−٢ ، ٨) د) (١ ، ٩)

(انتهت الأسئلة)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١) صفحة ١٩

المبحث : رياضيات ورقة اولى

الفرع : علمي + صناعة جامعات

مدة الامتحان: ٣ س

التاريخ : ٢٠١٩/٦/١١

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول : (٣٤ علامة)

٣٤

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{س - ٢}$ = صفر/صفر ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - س - (١٤ - ٢س^٢)}{(س - ٢)(\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٢س^٢ - س - ١٤}{(س - ٢)(\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ ①

	١	٢	-١	-١٤
٢		٢	٨	١٤
	١	٤	٧	٠

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٤س + ٧)}{(س - ٢)(\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ ①

$= \frac{(٢)^٢ + ٤(٢) + ٧}{\sqrt{(٢)^٣ - ٢} + \sqrt{١٤ - ٢(٢)^٢}}$ ①

$= \frac{٤ + ٨ + ٧}{\sqrt{٦} + \sqrt{٦}}$ ①

$= \frac{١٩}{٢\sqrt{٦}}$ ①

رقم المسألة في الكتاب

١

س ٢٢

١٥) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^3}$ = صح ① = ٤٣

$= \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - جا^2 س}{س^3}$ ① ① ① جا^2 س − جا^2 س جتا^2 س / جتا^2 س

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س - جا^2 س جتا^2 س}{س^3 جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (١ - جتا^2 س)}{س^3 جتا^2 س}$ ① ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (جا^2 س)}{س^3 جتا^2 س}$ ①

$= 2 \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا^2 س}$ ① ① ①

$= 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 2$ ① ① ①

رقم الصفحة في الكتاب

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
الإجابة الصحيحة	١٦	(-٠،٢)	(٣،٥٦)	٤
الإجابة الخاطئة الصحيحة	م	ج٠	ب	٤٠

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٥٠٥

٦٨

السؤال الثاني : (٤٣ علامة)

(أ) $م(س) = \begin{cases} \frac{|س^2 - 1|}{٨س^2 - ٢} & ، س < ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، س = ٢ \\ \frac{جا(ط س - ٤)}{(س-٢)^2} & ، س > ٢ \end{cases}$

(١) $م(٢) = \frac{١}{١٠}$ ① ← $م(س)$ معرّفة عند $س = ٢$ ①

(٢) نجد $\lim_{س \to ٢^-} م(س) = \lim_{س \to ٢^-} \frac{|س^2 - ١|}{٨س^2 - ٢}$ ①

$= \lim_{س \to ٢^-} \frac{١ - س^2}{٨س^2 - ٢}$ ①

$= \frac{١ - (٢)^2}{٨(٢)^2 - ٢} = \frac{-٣}{٣٠} = \frac{-١}{١٠}$ ①

ونجد $\lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim_{س \to ٢^+} \frac{جا(ط س - ٤)}{(س-٢)^2}$ ①

$= \lim_{ص \to ٠^+} \frac{جا ط(ص - ٢)}{ص^2}$ ① نفرض $ص = س - ٢$

* إذا لم تعلم بالفرض يأخذ للعلامة . $س \to ٢^+ \Leftarrow ص \to ٠^+$ ①

$= \lim_{ص \to ٠^+} \frac{-جا ط ص}{ط ص^2}$ ①

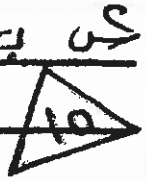
$= \frac{-١}{ط} = \frac{-١}{١٠}$ ①

$\therefore \lim_{س \to ٢} م(س) = \frac{١}{١٠}$ ①

(٣) بما أن $م(٢) = \lim_{س \to ٢} م(س) = \frac{١}{١٠}$ ⇐ $م(س)$ متصل عند $س = ٢$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

٨٥
٩١



$$م(س) = \frac{(س-٣)}{٢س-١} \quad ، \quad س \neq \frac{١}{٢}$$

$$م'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{م(ع) - م(س)}{ع - س} \quad (١)$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\frac{ع-٣}{٢ع-١} - \frac{س-٣}{٢س-١}}{ع-س} \quad (١)$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(ع-٣)(٢س-١) - (س-٣)(٢ع-١)}{(٢ع-١)(٢س-١)(ع-س)} \quad (١)$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٢ع س - ع - ٦س + ٣ - ٢ع س + ع + ٣س - ٣}{(٢ع-١)(٢س-١)(ع-س)} \quad (١)$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-٣(س-ع)}{(٢ع-١)(٢س-١)(ع-س)} \quad (١)$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-٣}{(٢ع-١)(٢س-١)} \quad (١)$$

$$= \frac{-٣}{(٢س-١)^٢} \quad (١)$$

منصة قطاف
منصة التعليم المفتوح

رقم الصفحة في الكتاب

(٤٠

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
الإجابة الصحيحة	غير موجودة	صفر	-٧	٣	٩٨
رمز الإجابة الصحيحة	ك	م	ب	م	٨١
					٨٤

١٠٧

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٢٨ علامة)

١١٨

أ) $مـ(س) = \begin{cases} أ س^3 + ب س & ، س < -١ \\ ٩ أ س + ب & ، -١ \le س \le ١ \\ ٣ أ س^2 - ١٢ ب س & ، س > ١ \end{cases}$ (١) (١)

بما أن $مـ(س)$ قابل للاشتقاق عند $س = -١ \Leftarrow مـ(س)$ متصل عند $س = -١$ (١)

وعليه $نهـ_{س \to -١^-} مـ(س) = نهـ_{س \to -١^+} مـ(س)$ (١)

$-أ + ب = ٩ أ - ب$ (١)

$-٨ أ + ٢ ب = ٠$ ..... (١)

وبما أن $مـ(س)$ قابل للاشتقاق عند $س = ١$

$\Leftarrow مـ'(س) = \begin{cases} ٣ أ س^2 + ب & ، س < ١ \\ ٩ أ & ، س > ١ \end{cases}$ (١) (١)

وعليه

$مـ'_+(١) = مـ'_-(١)$ (١)

$٣ أ + ب = ٩ أ$ (١)

$٨ أ - ٢ ب = ٠$ (١)

$٥ أ = ٢ ب \Leftarrow ٥ أ - ٢ ب = ٠$

نعوض قيمة $٢ ب$ في المعادلة (١) $\Leftarrow -٨ أ + ٥ أ = -١٢$ (١)

$-٣ أ = -١٢$

$أ = ٤$ (١)

$\Leftarrow ٢ ب = ٥ (٤)$ (١)

$ب = \frac{٢٠}{٨} = \frac{٥}{٢}$ (١)

إذا حل السؤال بالاعتماد على (١) لنقطة تصحيح مـ(١٥) علامة

منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٣ س ب ج

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
الإجابة الصحيحة	٣	٤	٣	٣
رمز الإجابة الصحيحة	ج	د	أ	ب

١٥١
١١٧
١٣٠
٩٣

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٤٥ علامة)

١٥

م) نقطة التماس (٣،-١) ①

ميل المماس = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ عند نقطة التماس ١٦٠ ①

العلاقة هي : $٢ص^{٢} + ٢س^{٢} - ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠$

① ① ① ①

باشتقاق العلاقة : $٤ص \, ص' + ٤س - ٤ + ١٢ص' + صفر = صفر$

$(٤ص + ١٢) \, ص' = ٤ - ٤س$ ①

$\Leftarrow ص' = \frac{٤ - ٤س}{٤ص + ١٢}$ ①

عند نقطة التماس $\Leftarrow \left. \frac{\text{ص}}{\text{س}} \right|_{(-١،٣)} = \frac{٤ - ٤ \times ٣}{٤ \times -١ + ١٢}$ ①

$= \frac{-٨}{٨} = -١$ ① ① ①

$\Leftarrow$ ظا هـ $= -١ \Leftarrow$ هـ $= \frac{٣\pi}{٤}$

معادلة المماس عند نقطة التماس (٣،-١) هي :

$ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$ ①

$ص + ١ = -١ (س - ٢)$ ①

$ص = -س + ٢$

منهاجي
موقع التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $ق(س) = ٤س^{٢} - \frac{١}{٤}س^{٤}$ ، $س \in [-٣، ٣]$ ١٨٠

$ق$ متصل على الفترة $[-٣، ٣]$ لأنه على صورة كثير حدود ①

$ق$ قابل للاشتقاق على الفترة $(-٣، ٣)$ ، حيث $ق'(س) = ٨س - ٤س^{٣}$ ①

نضع $ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٨س - ٤س^{٣} = ٠$ ①

$٤س(٤ - س^{٢}) = ٠$ ①

$٤س(٢ - س)(٢ + س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٢ ، -٢$ ①

$س$	-٣	-٢	٠	٢	٣
إشارة $ق'(س)$	+	٠	−	٠	+

① $ق$ متزايد على $[-٣، -٢]$ ، $[٠، ٢]$

① $ق$ متناقص على $[-٢، ٠]$ ، $[٢، ٣]$

② للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية ومطلقة عندما $س = -٢$ وقيمتها

$ق(-٢) = ٤(-٢)^{٢} - \frac{١}{٤}(-٢)^{٤} = ١٦ - ٨ = ٨$

① للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية ومطلقة عندما $س = ٢$ وقيمتها

$ق(٢) = ٤(٢)^{٢} - \frac{١}{٤}(٢)^{٤} = ١٦ - ٨ = ٨$

① للاقتران $ق$ قيمة صغرى محلية عندما $س = ٠$ وقيمتها

$ق(٠) = ٤(٠)^{٢} - \frac{١}{٤}(٠)^{٤} = ٠$

① للاقتران $ق$ قيمة صغرى مطلقة عندما $س = ٣$ وقيمتها

$ق(٣) = ٤(٣)^{٢} - \frac{١}{٤}(٣)^{٤} = ٣٦ - \frac{٨١}{٤}$

$= \frac{٩}{٤}$

٣) ① $ق'(س) = ٨ - ٦س = ٠$

$٦س = ٨ \Leftarrow س^{٢} = \frac{٤}{٣}$

① $س = \pm \sqrt{\frac{٤}{٣}}$

$س$	-٣	$-\sqrt{\frac{٤}{٣}}$	$\sqrt{\frac{٤}{٣}}$	٣
إشارة $ق'(س)$	−	٠	+	٠	−

① الاقتران $ق$ متزايد على الفترة $[-\sqrt{\frac{٤}{٣}}، \sqrt{\frac{٤}{٣}}]$

ونقطة الانطلاق هي: $(-\sqrt{\frac{٤}{٣}}، ق(-\sqrt{\frac{٤}{٣}}))$ ①

$(\sqrt{\frac{٤}{٣}}، ق(\sqrt{\frac{٤}{٣}}))$ ①

رقم الصفحة في المصحف

٤ ى ع)

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
الإجابة الصحيحة	٢	-١	-١٦	٢	
رمز الإجابة الصحيحة	ب	د	ج٠	ب	

٨٠
١٢٩
١٣٨
+٢٧

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : (٤٢ علامة) ①

١٧١

١٥ أ) نفرض أن الزمن اللازم لتغيرهما هو ن دقيقة

طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ٧ + ٣ن ①

وطول نصف قطر الدائرة الكبرى = ٢٤ + ن ①

①

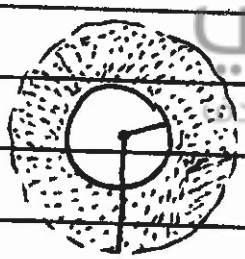
المساحة المحصورة بين الدائرتين = مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

① ①

∴ م(ن) = π (٢٤ + ن)² - π(٧ + ٣ن)²

① ①

م(ن) = π(٢٤ + ن)² - π(٧ + ٣ن)² (٣)



م(٢) = π(٢٤ + ٢)² - π(٧ + ٦)² ①

① = ٥٧٦π - ٧٨π

① = -٤٩٨π سم²/د

نكافئ الدائرة التي تكون مساحة الدائرة الكبرى تساوي أربعة أمثال مساحة الدائرة الصغرى

① π(٢٤ + ن)² = ٤π(٧ + ٣ن)²

① (٢٤ + ن)² = (١٤ + ٦ن)²

① ٢٤ + ن = ١٤ + ٦ن

١٠ = ٥ن

① ن = ٢

أو ٢٤ + ن = -١٤ - ٦ن

٣٨ = -٧ن

ن = -٣٨/٧ تهمل

* إذا اعتمد الكل كما في سؤال الكتاب بتناقص الكبر كـ علامة (٤٢ - م)

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $س^2 - 9 = 0 \Leftarrow (س-3)(س+3) = 0$ ①

$\Leftarrow س = -3 ، 3$ ①

∴ منحنى الدالتين يتقطع محور السينات في النقطتين $(3،0)، (-3،0)$

القاعدة العليا لشبه المنحرف $= 3 - (-3) = 6$ ①

القاعدة السفلى $= ع س$ ①

الارتفاع $= 0 - ص = -ص = -س^2 + 9 = 9 - س^2$ ①

مساحة شبه المنحرف $= \frac{1}{2} \times$ مجموع القاعدتين المتوازيتين $\times$ البعد بينهما

$م = \frac{1}{2}(6 + ع س)(9 - س^2)$ ①

$= \frac{1}{2} \times 2(3 + س)(9 - س^2)$

$= (3 + س)(9 - س^2)$ ①

$م' = (3 + س)(-2س) + (9 - س^2)(1)$ ①

$= -6س - 2س^2 + 9 - س^2 = 0$ ①

$-3س^2 - 6س + 9 = 0$

$(3س - 2)(-س - 3) = 0$ ①

$\Leftarrow 3س - 3 = 0 \Leftarrow س = 1$ ①

$-س - 3 = 0 \Leftarrow س = -3$ ✗

$م''(س) = -6س - 6$ ①

$م''(1) = -6(1) - 6 = -12 < 0$ عظمى ①

∴ أكبر مساحة لشبه المنحرف تكون عندما $س = 1$ ، ومساوية

$م(1) = (3 + 1)(9 - 1^2)$ ①

$= (4)(8) = 32$ وحدة مربعة ①

للعلمي منصة التعليم الرقمي

رقم الصفحة في الكتاب

س ٤٠)

	رقم الفقره	١	٢	٣	٤	
١٣٨	الاجابة الصحيحة	٣٢	١	٤٥ م ع	(٩٦١)	١٤٦
١٦٦	رمز الاجابة الصحيحة	٤٠	٣	ب	٥	١٦٦

١٥٧

لكل فقرة ٢ علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٥

السؤال الأول :

(أ)

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٢ - ٤س}}{س - ٢}$ = صورة / صورة ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{٦} + \sqrt{٦} - \sqrt{١٢ - ٤س}}{س - ٢}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{٦}}{س - ٢} + \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٦} - \sqrt{١٢ - ٤س}}{س - ٢}$ ① توزيع النهايات

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{٦}}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{٦}}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{٦}} + \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٦} - \sqrt{١٢ - ٤س}}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{٦} + \sqrt{١٢ - ٤س}}{\sqrt{٦} + \sqrt{١٢ - ٤س}}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - س - ٦}{(س - ٢)(\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{٦})} + \lim_{س \to ٢} \frac{٦ - (١٢ - ٤س)}{(س - ٢)(\sqrt{٦} + \sqrt{١٢ - ٤س})}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٣)}{(س - ٢)(\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{٦})} + \lim_{س \to ٢} \frac{٤س - ٨}{(س - ٢)(\sqrt{٦} + \sqrt{١٢ - ٤س})}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٢س + ٣}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{٦}} + \lim_{س \to ٢} \frac{٤(س - ٢)}{(س - ٢)(\sqrt{٦} + \sqrt{١٢ - ٤س})}$ ①

$= \frac{١١}{٢\sqrt{٦}} + \frac{٤}{\sqrt{٦} + \sqrt{٤}}$ ①

$= \frac{١١}{٢\sqrt{٦}} + \frac{٤}{٤}$

$= \frac{١١ + ٢\sqrt{٦}}{٢\sqrt{٦}}$

س	$-\infty$	-١	٠	١	٢	$+\infty$
$س^٣ - س - ٦$	-	٠	+	٠	-	٠	+

المجال = $]-\infty, -١[\cup]١, ٢[$ ①

منصة التعليم الهادف

السؤال الأول

(١٥) أ) ١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٢س} - \sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧}}{س - ٢}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٢س} - \sqrt{٦٧}}{س - ٢} + \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٦٧} - \sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧}}{س - ٢}$ ①

ليكن $ه(س) = \sqrt{س^٣ - ٢س}$ ①

$\therefore \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٢س} - \sqrt{٦٧}}{س - ٢} = ه'(٢)$ ①

ليكن $ع(س) = \sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧}$ ①

$\therefore \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧} - \sqrt{٦٧}}{س - ٢} = ع'(٢)$ ①

وبفرض $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - ٢س} - \sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧}}{س - ٢} = ه'(٢) - ع'(٢)$ ①

$ه'(س) = \frac{٣س^٢ - ٢}{٢\sqrt{س^٣ - ٢س}}$ ①

$ه'(٢) = \frac{١١}{٢\sqrt{٦٧}}$ ①

$ع'(س) = \frac{٨س - ١٤}{٢\sqrt{٤س^٢ - ١٤س + ٦٧}}$ ①

$ع'(٢) = \frac{-٨}{٢\sqrt{٦٧}}$ ①

$= \frac{١١}{٢\sqrt{٦٧}} - \frac{-٨}{٢\sqrt{٦٧}} = \frac{١٩}{٢\sqrt{٦٧}}$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) ① $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

① $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\sqrt{\text{س}^3 - \text{س}} - \sqrt{14 - \text{ع}^3} - 0}{\text{ع} - \text{س}}$

س ← ع

تفاضل ضمني

① $\text{ص}' = \frac{\text{ق}'(\text{س}) - \text{ق}'(\text{ع})}{\text{س} - \text{ع}}$ ① المقلوب $- \text{ق}'(\text{ع})$

ص ← ع

① ميل $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\sqrt{\text{س}^3 - \text{س}}}{\sqrt{14 - \text{ع}^3}}$

① $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{3\text{ع}^2 - 1}{2\sqrt{\text{س}^3 - \text{س}}} - \frac{\text{س}}{\sqrt{14 - \text{ع}^3}}$ ①

① $\text{ق}'(\text{ع}) = \frac{3(2)^2 - 1}{2\sqrt{2^3 - 2}} - \frac{2}{\sqrt{14 - 2^3}}$ ①

$= \frac{11}{6\sqrt{6}} + \frac{4}{6\sqrt{7}}$ ①

$= \frac{14 + 8}{6\sqrt{6}}$ ①

المقلوب $- \text{ق}'(2) = \frac{-19}{6\sqrt{6}}$ ①

منهجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول

ب) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{س^3} = \frac{صفر}{صفر}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا س}{جتا س} - جا س}{س^3}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س - جا س جتا س}{س^3 جتا س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س (1 - جتا س)}{س^3 جتا س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س (1 - جتا س)}{س^3 جتا س} \times \frac{1 + جتا س}{1 + جتا س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س}{س^3 جتا س (1 + جتا س)}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \frac{جا س}{س} \times \frac{1}{جتا س (1 + جتا س)}$ ①

$= 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ①

ملهاتي
منصة التعليم الهادف

السؤال الأول:

١٥

ب) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{س^٣}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{\frac{ص^٣}{٨}}$ ①

نفرض $ص = ٢س \Rightarrow س = \frac{ص}{٢}$ ①

$س \to 0 \Rightarrow ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{ظا ص - جا ص}{\frac{ص^٣}{٨}}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{\frac{جا ص}{جتا ص} - جا ص}{ص^٣}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص - جا ص جتا ص}{ص^٣ جتا ص}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص (١ - جتا ص)}{ص^٣ جتا ص} \times \frac{١ + جتا ص}{١ + جتا ص}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا^٢ ص (١ - جتا^٢ ص)}{ص^٣ جتا ص (١ + جتا ص)}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا^٢ ص}{ص^٢} \times \frac{١}{جتا ص (١ + جتا ص)}$ ①

$= ٨ \left(\lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص}\right)^٢ \times \lim_{ص \to 0} \frac{١}{جتا ص (١ + جتا ص)}$ ①

$= ٨ (١)^٢ \times \frac{١}{٢ \times ٢} = ٤$ ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف

السؤال الأول (٢) ٢)

١٥

حل بقية (٢) صفحة.

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س}{س^{٤}} = \text{صح} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{ظا}^{٢} س}{١ - \text{ظا}^{٢} س} - \text{حا}^{٢} س \right)^{\frac{١}{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\frac{\text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س}}{١ - \frac{\text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س}} - \text{حا}^{٢} س \right)^{\frac{١}{٢}} \times \frac{١}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\frac{\text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س}}{\frac{\text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س}} - \text{حا}^{٢} س \right)^{\frac{١}{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س} \times \frac{\text{جتا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س} - \text{حا}^{٢} س \right)^{\frac{١}{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{٢} س}{\text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س} - \text{حا}^{٢} س \right)^{\frac{١}{٢}} \times \frac{١}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{٢} س \text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س (\text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س)}{\text{جتا}^{٢} س (\text{جتا}^{٢} س - \text{حا}^{٢} س)} \right) \times \frac{١}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{٢} س (١ - \text{جتا}^{٢} س)}{\text{جتا}^{٢} س} \times \frac{١}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \left(\text{ظا}^{٢} س (١ - (١ - \text{حا}^{٢} س)) \right)^{\frac{١}{٢}} \times \frac{١}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{٢} س \times \text{حا}^{٢} س}{س^{٢}} = \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{٢} س}{س^{٢}} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{٢} س}{س^{٢}} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{٢} س}{س^{٢}} \quad (١)$$

$$= ٤ \quad (١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثاني:

15

ب) $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ①

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{3}{(x+h)^2} - \frac{3}{x^2}}{h}$$ ①

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{3x^2 - 3(x+h)^2}{x^2(x+h)^2}}{h}$$ ①

$$= \lim_{h \to 0} \frac{3x^2 - 3x^2 - 6xh - 3h^2}{h \cdot x^2(x+h)^2}$$ ①

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-6xh - 3h^2}{h \cdot x^2(x+h)^2}$$ ① ترتيب

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-6x - 3h}{x^2(x+h)^2}$$ ① حذف ① اختصار

$$= \frac{-6x}{x^2 \cdot x^2}$$ ①

$$= \frac{-6}{x^3}$$ ①

* إذا استخدم قاعدة الاشتقاق واوجد الناتج لصورة صحيحة يأخذ علامة واحدة فقط

منصاتي
منصة التعليم الهادف

السؤال الرابع :

أ) نقطة التماس هي (٣، -١)

١٥ م = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ عند نقطة التماس.

نشتق ضمنياً.

٤ ص ص' + ٤ س - ٣ + ١٢ ص' = ٠

بالتعويض ⇐ ٤ × -١ ص' + ٤ × ٣ - ٣ + ١٢ ص' = ٠

-٤ ص' + ١٢ - ٣ + ١٢ ص' = ٠

٨ ص' + ٨ = ٠

ص' = -١

نفرض أن الزاوية التي تصنعها المماس عند نقطة التماس هي (هـ)

∴ ظا هـ = ص' = -١ ⇐ هـ = $\frac{٣\pi}{٤}$

(٣، -١)

معادلة المماس هي :

ص - ص١ = م (س - س١)

ص + ١ = -١ (س - ٣)

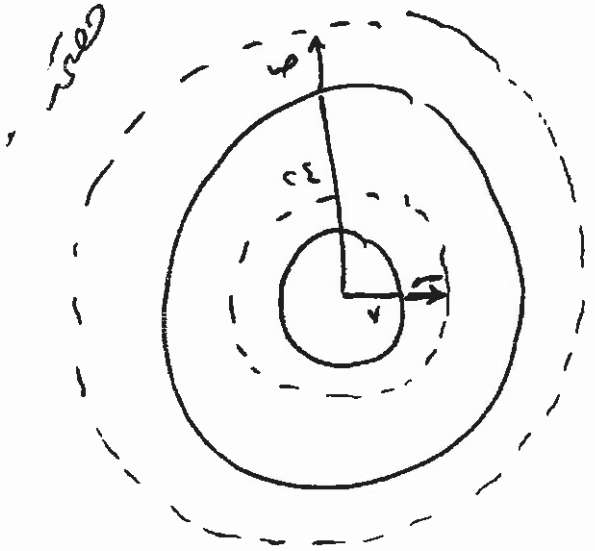
ص + ١ = -س + ٣

ص = -س + ٢

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الخامس:

(أ)



١٥

$\frac{ك ر}{ك س} = ٣$

$\frac{ك ص}{ك س} = ١$

① $م = م_{كبرى} - م_{صغرى}$

① $م = \pi (ص + ٤)^{٢} - \pi (س + ٧)^{٢}$

① $\frac{ك م}{ك ن} = ٢\pi (ص + ٤) \times \frac{ك ص}{ك ن} - ٢\pi (س + ٧) \times \frac{ك س}{ك ن}$

لكن عندما $م_{كبرى} = ٤ م_{صغرى}$

① $\pi (ص + ٤)^{٢} = ٤ \pi (س + ٧)^{٢}$

① $(ص + ٤)^{٢} = ٤ (س + ٧)^{٢}$

① $|ص + ٤| = ٢ |س + ٧|$

إما $ص + ٤ = ٢ (س + ٧)$ أو $ص + ٤ = -٢ (س + ٧)$

$ص + ٤ = ٢س + ١٤$ $ص + ٤ = -٢س - ١٤$

$ص - ٢س = ١٠$ $ص + ٢س = -١٨$

① لكن $\frac{ك ص}{ك ن} = ٣ \frac{ك س}{ك ن}$ ، $\frac{ك ص}{ك ن} = ٢ \frac{ك س}{ك ن} = ١٨$

$\therefore ص - ٢س = ١٠$ ⇐ $-٢ - ٧ = ١٠$ ⇐ $-٧ = ١٠$ ⇐ $س = -٣$

أو $ص + ٢س = -١٨$ ⇐ $-٦ + ٢س = -١٨$ ⇐ $٢س = -١٢$ ⇐ $س = -٦$

$ص = -٦ + ٢ = -٤$

عندما $ن = ٠$ ⇐ $س = ٣ \times ٠ = ٠$ ① $ص = ١ \times ٠ = ٠$

$\therefore \left| \frac{ك م}{ك ن} \right| = ٢ \times (٧ + ٦) \pi \times ٠ - ٢ \times (٤ + ٠) \pi \times ٠$ ①

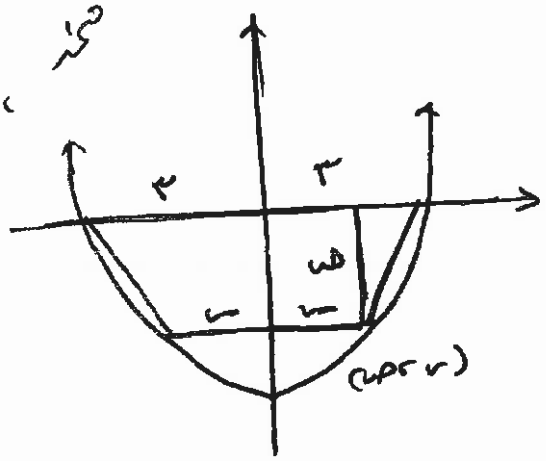
$م_{كبرى} - م_{صغرى} = ٢٨\pi - ٥٠\pi$ ①

$= -٢٢\pi$ سم^{٢}/د .

كمل.

السؤال الخامس

(ب)



١٥

نجد نقط التقاطع مع السينات .

ق(س) = ٠ ⇐ ٩ - س² = ٠ ①

س² = ٩ ⇐ س = ±٣

نقط التقاطع هي (٠، ٣) ، (٠، -٣) ①

م شبه منحرف = ½ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع . ①

م = ½ (٦ + ٢س) (٠ - ق(س)) ① ①

م = (٣ + س) (٩ - س²) ①

م = ٢٧ - ٣س² + ٩س - س³ ①

م' (س) = -٦س + ٩ - ٣س² ①

م' (س) = ٠ ①

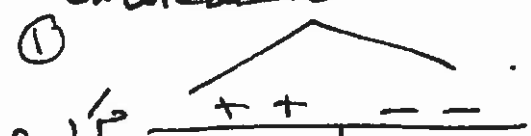
-٣س² - ٦س + ٩ = ٠

س² + ٢س - ٣ = ٠

(س + ٣)(س - ١) = ٠ ①

س = -٣ ، س = ١ ①

او باستخدام اختبار المشتقة الثانية



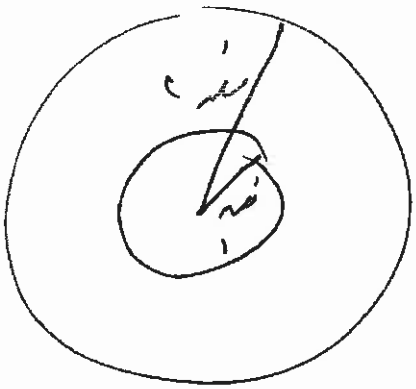
①

تكون مساحة شبه المنحرف اكبر ما يمكن عندما س = ١ ①

∴ المساحة تحتنه لشبه المنحرف هي

م (١) = ٢٧ - ٣ + ٩ - ١ = ٣٢ وحدة مربعة ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف



م = ط نق٢^٢ − ط نق١^٢ (١)

م = ط (نق٢^٢ − نق١^٢) (١)

م/ك نـ = ط (نق٢ × نق٢/ك نـ − نق١ × نق١/ك نـ) (١)

= ط (٦ × ١٢ − ١٣ × ٣) (١)

= ط (٦ × ١٢ − ٣٩) (١)

= ط × ١٣ × ٣ (١)

= ٣٩ ط سم/ث (١)

حجم المخروط = حجم الأسطوانة الكبرى − حجم الأسطوانة الصغرى

حجم كبرى = ٤ × حجم صغرى

ط نق٢^٢ = ٤ ط نق١^٢

نق٢ = ٢ نق١ للتشابه ٧

٣ن + ٧ = ٤ن (١)

٧ن + ١٤ = ٤ن (١)

٧ن = ١٠ (١)

ن = ٢ (١)

∴ نق٢ = ٤ن + ٢ = ١٠ سم (١)

نق١ = ٧ + ٦ = ١٣ سم (١)

منهاجي
صنعة التعليم الهادف

حل آخر

السؤال (م)

(أ)

$$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س - ١٤ - ٢س}}{٢ - س} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س + ١٤ - ٢س}}{\sqrt{س^٣ - س + ١٤ - ٢س}}$$

①

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - س - ١٤ + ٢س}{(٢ - س)\sqrt{س^٣ - س + ١٤ - ٢س}}$$ ①

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٨}{٥ - س} + \lim_{س \to ٢} \frac{٢ - س}{٥ - س} + \lim_{س \to ٢} \frac{٢س - ٨}{٢ - س} \times \lim_{س \to ٢} \frac{١}{\sqrt{س^٣ - س + ١٤ - ٢س}}$$

① ① ① ①

$$= \left(\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{٥ - س} + ١ + \lim_{س \to ٢} \frac{-٢(س - ٢)(س + ٢)}{٥ - س}\right) \times \frac{١}{٢\sqrt{٦}}$$

① ① ① ①

$$= \left(\lim_{س \to ٢} -(س^٢ + ٢س + ٤) + ١ + -٢\lim_{س \to ٢}(س + ٢)\right) \times \frac{١}{٢\sqrt{٦}}$$

① ①

$$= (-١٢ + ١ - ٢ \times ٤) \times \frac{١}{٢\sqrt{٦}}$$

$$= \frac{-١٩}{٢\sqrt{٦}}$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ١ م)

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٤ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س}}{٢ - س}$

اجابة بخط مختلفة

اذا أخطأ الطالب في نقل السؤال وكتبه كما يأتي :

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٤ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س}}{٢ - س}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٦}}{٢ - س}$ ① ① ① ∴ النهاية غير موجودة

يصح من ٣ علامات فقط

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

ص ١ م / ٢

١٥

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س - \text{جا}^{2}س}{س^{2}}$$ صفر ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{جا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} - \text{جا}^{2}س \right) \times \frac{1}{س^{2}}$$ ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2}س - \text{جا}^{2}س \, \text{جتا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س \times س^{2}}$$ ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2}س (1 - \text{جتا}^{2}س)}{\text{جتا}^{2}س \times س^{2}}$$ ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2}س (\text{جا}^{2}س + \text{جتا}^{2}س)}{س^{2}}$$ ①

منهجي
منصة التعليم الهادف

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س \times ٢ \, \text{جا}^{2}س}{س^{2}}$$ ①

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}س}{س} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س}{س} \times \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س}{س}$$ ① ① ①

$$= ٢ \times ٢ \times ١$$ ① ①

$$= ٤$$ ①

حل آخر

س ١ م

١٥ ج) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^4}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - \frac{جا^2 س \, جا^2 س}{جتا^2 س} \right) \times \frac{1}{س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س \, (1 - جتا^2 س)}{جتا^2 س \times س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س \, (جتا 0 - جتا^2 س)}{جتا^2 س \times س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س \, (-2جا(\frac{0+2س}{2}) \, جا(\frac{0-2س}{2}))}{س^2 \, جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س \times 2جا س \times جا س}{س^2 \, جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{2جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا^2 س}$ ①

$= 1 \times 2 \times 1 \times 1$ ①

$= 2$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

ب)

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^{٢}س - هـ^{٢}س}{س^{٣}}$$

$$= \lim_{س \to 0} ظا^{٢}س \left(١ - \frac{هـ^{٢}س}{ظا^{٢}س}\right)$$

$$= \lim_{س \to 0} ظا^{٢}س \left(١ - هـ^{٢}س\right)$$

$$= \lim_{س \to 0} ظا^{٢}س \left(١ - هـ^{٢}س\right) \times \frac{١ + هـ^{٢}س}{١ + هـ^{٢}س} \times \frac{١}{س^{٢}}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^{٢}س \left(١ - هـ^{٢}س\right)}{\left(١ + هـ^{٢}س\right) \times س^{٢}}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^{٢}س \times هـ^{٢}س}{\left(١ + هـ^{٢}س\right) \times س^{٢}}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^{٢}س}{س^{٢}} \times \lim_{س \to 0} \frac{هـ^{٢}س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{١}{١ + هـ^{٢}س}$$

$$= ٢^{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$= ٤$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

(١٥) ص ٢

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^2 س - \text{جا}^2 س}{س^2}$$ صح ①

$$= \text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{جا}^2 س}{\text{جتا}^2 س} - \text{جا}^2 س \right) \times \frac{1}{س^2}$$ ①

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جا}^2 س \text{جتا}^2 س}{\text{جتا}^2 س \times س^2}$$ ① ①

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{2\text{جا} س \text{جتا} س - 2\text{جا} س \text{جتا} س (1 - 2\text{جا}^2 س)}{س^2 \text{جتا}^2 س}$$ ①

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{2\text{جا} س \text{جتا} س - 2\text{جا} س \text{جتا} س + 4\text{جا}^3 س \text{جتا} س}{س^2 \text{جتا}^2 س}$$ ①

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{4\text{جا}^2 س \text{جتا} س}{س^2 \text{جتا}^2 س}$$ ①

$$= 4 \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا} س}{س} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا} س}{س} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س}$$ ①

$$= 4 \times 1 \times 1 \times 1$$ ①

$$= 4$$ ①

منهاجي
موقع التعليم الهادف

(جتا ٢ س - ١)

١٥ نهـا (ظا٢س - جا٢س) / س٣ ← صفر / صفر ①

نهـا (جا٢س / جتا٢س ① - جا٢س) × ١/س٣ ← ٠

نهـا (جا٢س (١/جتا٢س ① - ١)) × ١/س٣ ← ٠

نهـا جا٢س (قا٢س ① - ١) / س٢ ← ٠

= نهـا جا٢س (قا٢س - ١) / س٢ × (قا٢س + ١) / (قا٢س + ١) ①

= نهـا جا٢س (قا٢س - ١) / س٢ (قا٢س + ١) ← ٠ ①

= نهـا جا٢س ظا٢س / س٢ (قا٢س + ١) ← ٠ ①

= نهـا (جا٢س / س) × (ظا٢س / س) × (١ / قا٢س + ١) ← ٠ ①

= ٢ × ٢ × ١/٤ ①

= ٤ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول - ب - ٢ :

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س - جا٢س}{س^٣} = \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س - ظا٢س \times جتا٢س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س (١ - جتا٢س)}{س^٣} \times \frac{١ + جتا٢س}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times \frac{١ - جتا^٢٢س}{س^٢} \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times \frac{جا^٢٢س}{س^٢} \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times جا٢س \times جا٢س \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \frac{٢}{١} \times \frac{٢}{١} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{١ + ١} = ٤$$

حل ٢) إذا كتب الطالب السؤال بطريقة خاطئة كما يأتي

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^2}$$ خصم على الطالب فقط

ويصبح من ١٣

$$\lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - جا^2 س\right) \times \frac{1}{س^2}$$

$$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س - جا^2 س \, جتا^2 س}{جتا^2 س}\right) \times \frac{1}{س^2}$$ ① توحيد المقام

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (1 - جتا^2 س)}{جتا^2 س \times س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س (1 - (1 - 2جا^2 س))}{س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س \times 2جا^2 س}{س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} ظا^2 س \times \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} جا س$$ ①

$$= 2 \times 1 \times 1 \times صفر$$ ①

$$= صفر$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(17) س ٣) اذا حلّ الطالب كما يأتي ليصبح الفرع من ١٠

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} |[س] - ٢س| & ، س < ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، س = ٢ \\ \frac{\text{ط}(٢س - ٤)}{\text{ظتا}(\frac{\pi}{٢}(س-٢))} & ، س > ٢ \end{cases}$$

حل غير مكتمل

ه(٢) = $\frac{١}{١٠}$ ⟸ ه(س) معرّفة عند س = ٢ ①

$\lim_{س \to ٢^-}$ ه(س) = $\lim_{س \to ٢^-}$ |١ - ٢س| ① ← اختيار القاعدة

= $\lim_{س \to ٢^-}$ (٢س - ١) ①

= ٣ ①

$\lim_{س \to ٢^+}$ ه(س) = $\lim_{س \to ٢^+}$ $\frac{\text{ط}(٢س - ٤)}{\text{ظتا}(\frac{\pi}{٢}(س-٢))}$ ① ← اختيار القاعدة

افرض ص = س - ٢

س ← ٢⁺ ⟸ ص ← ٠⁺

= $\lim_{ص \to ٠^+}$ $\frac{\text{ط}(٢ص + ٠)}{\text{ظتا}(\frac{\pi}{٢}ص)}$ ①

= $\lim_{ص \to ٠^+}$ $\frac{\text{ط}٢ص}{\frac{\pi}{٢}ص}$ ①

= $\frac{٢}{\frac{\pi}{٢}}$

= $\frac{١}{١٠}$ ①

بما أن $\lim_{س \to ٢^-}$ ه(س) ≠ $\lim_{س \to ٢^+}$ ه(س) ①

∴ ه غير متصل عند س = ٢

عفاجي متعة التعليم الهادف

س٣ فرع ب)

$$ق(س) = \frac{س^3 - س}{س^2 - 1}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{ع^3 - 1}{ع^2 - 1} \cdot \frac{س^3 - س}{س^2 - 1} \right) \frac{1}{ع - س} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^2 (س^2 - 1) - س^3 (ع^2 - 1)}{① (ع^2 - 1)(س^2 - 1)(ع - س)} \quad \text{إضافة وطرح} ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^2 (س^2 - 1) - س^3 (ع^2 - 1) + س^3 (ع^2 - 1) - س (ع^2 - 1)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)} + \lim_{ع \to س} \frac{س^3 (ع^2 - 1) - س (ع^2 - 1)}{① (ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{① (ع^2 - 1)}{(ع^2 - 1)(س^2 - 1)} + \lim_{ع \to س} \frac{س^3 - س}{① (ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$

$$= \frac{① 3 س^2 - 1}{(س^2 - 1)^2} + \frac{① 3 س^2 - 3}{(س^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{① 6 س^2 - 4}{(س^2 - 1)^2}$$

س ٢ ب)

اذا استخدم الطالب تعريف المشتقة عند نقطة يصبح من ٨ خطوات.

اذا استخدم الطالب تعريف المشتقة عند العدد $\frac{1}{2}$ يصبح من ٣ خطوات فقط.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

٢٦ ق(س) = { م س^٢ + ب س ، س < -١ ؛ م س^٢ + ٩ ب س - ١٢ ، س ≥ -١

بما ق(س) قابلة للاشتقاق عند س = -١ ⟹ ق(-١) = ق'(-١) ①

م(-١)^٢ + ب(-١) = م(-١)^٢ + ٩ ب(-١) - ١٢ ①

م + ب = م + ٩ ب + ١٢ ①

م - م + ب - ٩ ب = ١٢ ①

-٨ ب = ١٢ ①

ب = -١٢/٨ = -٣/٢ ①

ق'(س) = { ٢ م س + ب ، س < -١ ؛ ٢ م س + ٩ ب ، س > -١ ①

بما ق(س) قابلة للاشتقاق عند س = -١ ⟹ ق'(-١) = ق'(-١) ①

٢ م(-١) + ب = ٢ م(-١) + ٩ ب ①

-٢ م + ب = -٢ م + ٩ ب

-٨ ب = ٠ ⟹ ب = ٠ ①

بما ق(س) قابلة للاشتقاق عند س = -١ ⟹ ق''(-١) = ق''(-١) ①

٢ م = ٢ م

م = م ①

ق'(س)	س	س^٢	ق''(س)
٢ م	١٢	م	٢ م
٢ م	-٨ ب	-م	-٢ م
٢ م - ٨ ب		م	٠

بما ق(س) قابلة للاشتقاق عند س = -١ ⟹ ق''(-١) = ق''(-١) ①

٢ م - ٨ ب = ٠ ①

٢ م - ٨ ب = ٠ ---------- (١)

ق(-١) = ٠ ①

م(-١)^٣ + ب(-١)^٢ = ٠

-م + ب = ٠ ---------- (٢)

بالجمع (١) + (٢) ①

-٦ ب = ٠

ب = ٠ ①

بالتعويض في (٢) ①

-م + ٠ = ٠

م = ٠ ①

ق(س) = { ٠ ، س < -١ ؛ ٠ ، س ≥ -١

ق(س) = ٠ ، ∀ س ∈ ح ①

ق'(س) = ٠ ، ∀ س ∈ ح ①

ق''(س) = ٠ ، ∀ س ∈ ح ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٤

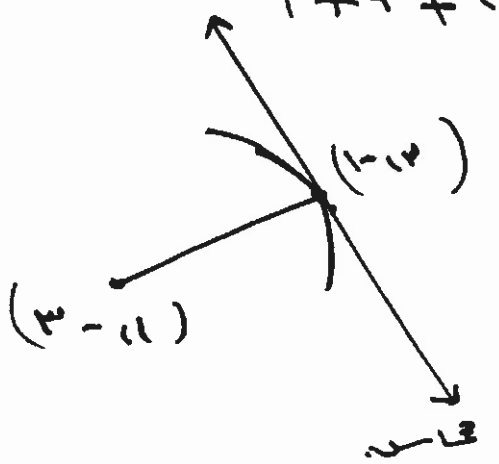
م) $٢ص^{٢} + ٢س^{٢} - ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠$

$ص^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٦ص + ٢ = ٠$ ①

$ص^{٢} + ٦ص + ٩ + س^{٢} - ٢س + ١ = -٢ + ٩ + ١$ ① ① ① ①

$(ص+٣)^{٢} + (س-١)^{٢} = ٨$ ①

المركز $(١، -٣)$ ①



ميل العمودي على المماس $= \frac{-٣-١}{١-٣}$ ① ①

$= \frac{-٤}{-٢}$

$= ٢$

∴ ميل المماس $= \frac{-١}{\text{ميل العمودي}} = -\frac{١}{٢}$ ①

ظاهـ $= -١$ ومنه $هـ = \frac{٣\pi}{٤}$ راد ①

∴ معادلة المماس $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ ①

$ص + ١ = -١(س - ٣)$ ①

$ص = -س + ٣ - ١$

$ص = ٢ - س$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل خارجي

ب) $\triangle$ ١٨ $س^{٤}$

اذا تعامل الطالب مع الاقتران

$م(س) = ٤س^{٢} - \frac{١}{٤}س^{٤}$ على أنه

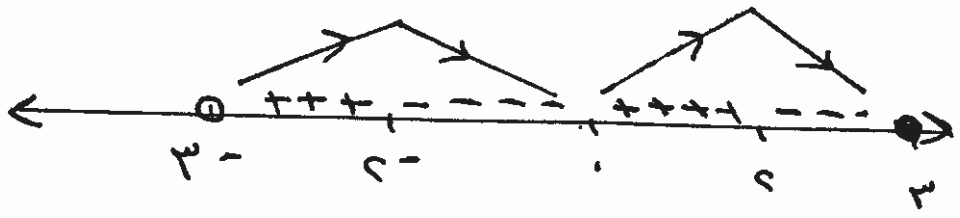
المشتقة الاولى يخسر حتى علامات

الخط أي ٦ علامات وتكمل بقية الحل .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر لفقرة

ﻫ) الرجاء مراعاة ما يأتي عند تصحيح فرع ب من السؤال الرابع في فقرة (٢) من السؤال



إذا كانت إجابة الطالب :

- للاقتران مه قيمة عظمى محلية عند س = -٢ هي مه(-٢)
- للاقتران مه قيمة عظمى محلية عند س = ٢ هي مه(٢)
- للاقتران مه قيمة صغرى محلية عند س = ٠ هي مه(٠)
- للاقتران مه قيمة صغرى مطلقة عند س = ٣ هي مه(٣) = $\frac{9}{2}$

يأخذ ٣ علامات من ٤ علامات

منهجي
متعة التعليم الهادف

إذا كانت إجابة الطالب :

- للاقتران مه قيمة عظمى محلية ومطلقة عند س = -٢ هي مه(-٢) = ٨
- للاقتران مه قيمة عظمى محلية عند س = ٢ هي مه(٢)
- للاقتران مه قيمة صغرى مطلقة عند س = ٣ هي مه(٣) = $-\frac{9}{2}$
- للاقتران مه قيمة صغرى محلية عند س = ٠ هي مه(٠)

يأخذ ٤ علامات من ٤ علامات.

س ٥ م ١

م = ١/٢ × ٦ × ٥ × جا ٣٠ ①

= ١٥ جا ٣٠ ①

م(ق ك د) = ٢ × ١/٢ × ٥ × ٤ × جا ٣٠ × جتا ٣٠ ①

= ٢٠ × ١ × جا ٣٠ × جتا ٣٠ ①

= ٢٠ (جا ٣٠ × جتا ٣٠) ①

= ٢٠ (١/٢ × √٣/٢) ①

= ٥√٣ سم٢ ①

في المثلث

م = ٤ م ① ل

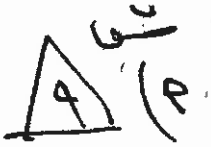
ق ك = ٤ × جا ٣٠ ①

ق ع = ٢ جا ٣٠ ①

٤	م	٧
٥	٢	١٠ ①
٣		١٣

منهاجي
متعة التعليم الهادف

على غير حضر



يصبح من ٩ مدرسات

م = ٢ ط ق - ٢ ق ع ①

م = ٤ ط ق - ٢ ق ع

م = ٣ ٢ ق ع

$\frac{\text{م}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$ ٢٦ ق ① $\frac{\text{ع}}{\text{ع}}$

= ٣ × ١٣ × ٢٦ ①

= ٤ ٣ ٢ ق سم / د ①

ع = ٢ ط ق ع ①

ع = ٢ ق

ع = ق ①

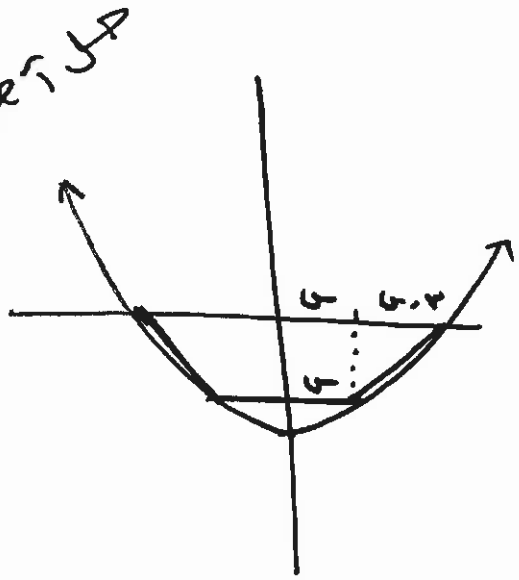
ن = ٠	ق ٤
ن = ١	ق ٥
ن = ٢	ق ٦

①

ع = ق ٦ ①

ق = ١٢ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف



س ب) (١٥)

$٩ - س^{٢} = ٠ \Leftarrow ص = ص_{٢}$ ①

نقط التقاطع $(٣، ٠)$ ، $(-٣، ٠)$ ①

$م = ٢ \left(\frac{١}{٢} (٣ - س)(٩ - س^{٢}) + س (٩ - س^{٢}) \right)$ ① ①

$= (٣ - س)(٩ - س^{٢}) + ٢س (٩ - س^{٢})$ ①

$= ٢٧ - ٣س^{٢} - ٩س + س^{٣} + ١٨س - ٢س^{٣}$ ①

$= -س^{٣} - ٣س^{٢} + ٩س + ٢٧$

$م' = -٣س^{٢} - ٦س + ٩$ ①

$-٣س^{٢} - ٦س + ٩ = ٠$ ①

$٣س^{٢} + ٦س - ٩ = ٠$

$(س + ٣)(س - ١) = ٠$ ①

$س = -٣ ، ١$ ①

مهمل

$م'' = -٦س - ٦$ ①

المسافة أكبر ما يكون عند $س = ١$ ①

$م = ٢ \left(\frac{١}{٢} (٢ - ١)(٩ - ١) + ١ (٩ - ١) \right)$ ①

$= ٢ (٨ + ٨)$

$= ٣٢$ وحدة مربعة ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف