منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٩/٨/٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣١ علامة)

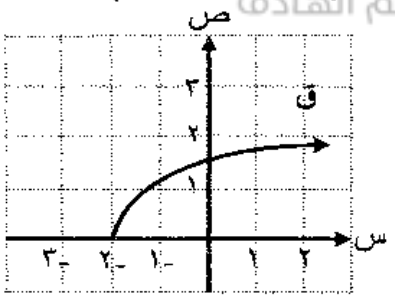
أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س^٣ - ٦س^٢ + ٢٧}$ (١٠ علامات)

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جا ٢س - جتا ٢س - ١}{جا س - جتا س}$ (١٢ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ∞)، فإن



$\lim_{س \to -٣}$ ق(س) تساوي:

أ) صفر — ب) ١

ج) −٢ — د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س) = [س + ٣]، ما قيم الثابت جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = ٣ ؟

أ) (٠ ، ١) — ب) [٠ ، ١] — ج) [٠ ، ١) — د) (٠ ، ١]

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{س + جا ٤س}{٥س}$ تساوي:

أ) $\frac{١}{٥}$ — ب) $\frac{٤}{٥}$ — ج) ١ — د) صفر

يتبع الصفحة الثانية /،،،

السـؤال الثاني: (٢٩ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = | س − ١ | $\left(\frac{س^{٢}+١}{س+٢}\right)$ ، س ∈ [٠ ، ٢] ، فابحث في اتصال الاقتران ق على مجاله (٩ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٣}{س+١}$ − ١ ، س ≠ −١ ، فجد قَ(٥) باستخدام تعريف المشتقة. (١١ علامة)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = { س^{٢} + جـ ، س ≠ ٤ ، ٢ ، س = ٤ }

اقترانًا متصلًا عند س = ٤ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) ١٨ ب) −١٤ ج) −٦ د) −٤

٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان هـ(س) = ق(س^{٢}+٤س) ، س > ٠ ، قَ(٥) = ٢ ، فإن هـَ(١) تساوي:

أ) ١٢ ب) ٣٦ ج) ٦ د) ٣

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) إذا كان ق(س) = س^{٢} −٦س ، فإن نهـــا$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٤)-ق(٤+٢هـ)}{٣هـ}$ تساوي:

أ) −٢ ب) ٢ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) − $\frac{٤}{٣}$

السـؤال الثالث: (٣٣ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = { س + ٢ ، −١ ≤ س < ١ ، $\sqrt{س+٨}$ ، ١ ≤ س ≤ ٥ }

فابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = ١ (١٢ علامة)

ب) إذا كان ص = ظا(س ص) ، أثبت أن: $\frac{دص}{دس}$ = $\frac{ص^{٣}+ص}{١ - س(ص^{٢}+١)}$ (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان **ق** ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان (ق o هـ)(س) = ل(س) ، هـ(٢) = ٣ ،
ل َ(٢) = −١ ، ق َ(٣) = ٢ ، فإن هـ َ(٢) تساوي:

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) −٣ ج) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

٢) إذا كان ص = جتا ٤س ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٤}$ تساوي:

أ) صفر ب) −٨ ج) ١٦ د) −١٦

٣) إذا كان معدل التغير في الاقتران **ق** في الفترة [٢ ، ٣] يساوي ٥ ، وكانت ق(٣) = ١٤ ، فإن ق(٢) تساوي:

أ) ١٩ ب) ٩ ج) ٥ د) صفر

السـؤال الرابع: (٢٧ علامة)

أ) جد معادلتي المماسين لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س^{٢} − ٨س عند نقطتي تقاطع منحناه مع محور السينات. (٩ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = س^{٤} − ٨س^{٢} + ٣، س ∈ [−٤ ، ٤] ، فجد كلًّا ممّا يأتي: (٩ علامات)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران **ق**.

٢) القيم القصوى للاقتران **ق** (إن وجدت) مبينًا نوعها.

منهاجي
منصة التعليم الهادف

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) يتحرك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^{٢} − ٢ن − ١ ، حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني، ما السرعة المتوسطة للجُسيم في الفترة [١ ، ٣] ؟

أ) ٨ م/ث ب) −٨ م/ث ج) ١٤ م/ث د) −١٤ م/ث

٢) إذا كان ق(س) = | ٨ − ٤ س | ، فإن قيمة ق َ(٦) تساوي:

أ) ٤ ب) −٤ ج) صفر د) غير موجودة

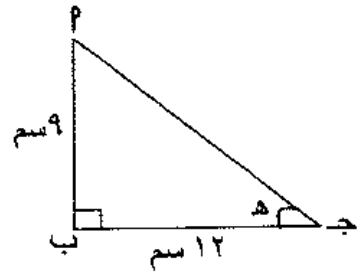
٣) إذا كان **ق** ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{٥}{هـ(س)}$ ، وكان هـ َ(٣) = ٤ ، ق(٣) = ١ ، فإن ق َ(٣) تساوي:

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $-\frac{٤}{٥}$ ج) $\frac{٣}{٥}$ د) $-\frac{٣}{٥}$

يتبع الصفحة الرابعة....

السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، طولا ضلعي القائمة $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$



٩سم ، ١٢ سم على الترتيب (انظر الشكل التوضيحي المجاور)، بدأت أضلاع المثلث تتغيّر معًا بحيث يبقى المثلّث محافظًا على شكله ونوعـــه، إذا كان معدّل تغيّر طول الضلع $\overline{ب جـ}$ يساوي $(-\frac{١}{٢})$ سم/د، ومعدّل تغيّر طول الضلع $\overline{أ ب}$ يساوي (١) سم/د ، فما معدّل التغيّر في الزاوية هـ في اللحظة التي يتساوى فيها طولا ضلعي القائمة ؟ (١١ علامة)

ب) منشور ثلاثي قائم حجمه ١٦ سم^{٣} ، قاعدته على شكل مثلث متطابق الأضلاع، جد طول ضلع قاعدة المنشور التي تجعل مساحة سطحه الكلية أقل ما يمكن. (١٠ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) قُذف جسم رأسيًّا إلى الأعلى من سطح الأرض، وكانت المسافة المقطوعة تعطى بالعلاقة ف(ن) = ٢٠ن – ٥ن^{٢}، حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني ، فإن الزمن بالثواني اللازم حتى يعود الجسم لسطح الأرض يساوي:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٢ د) $\frac{٣}{٢}$

منهجي
منصة التعليم الهادف

٢) إذا كان ق(س) = $\frac{-١}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فإن ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق عند س = ٣ تساوي:

أ) $\frac{١}{٩}$ ب) $-\frac{١}{٩}$ ج) ٩ د) -٩

٣) إذا كان ق(س) = ٨س – ٤(م – ٣)س^{٢} ، فإن قيم الثابت م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعرًا للأسفل هي:

أ) (٣ ، ∞) ب) [-٣ ، ∞) ج) (-∞ ، ٣] د) [-٣ ، ٣]

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١)

تكميلي

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

المبحث : الرياضيات الفصل الأول

الفرع : العلمي + الصناعي جامعات

مدة الامتحان: ٢ س ٣ د

التاريخ : ٢٠١٩/٨/٣

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :
	تكميلي ٢٠١٨ ص
	السؤال الأول : (٣١ علامة)
	(أ) (١)
٣١	١٠ $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ - ٩}{س^٣ + ٣س^٢ - ٦س + ٢٧} = \lim_{س \to -٣} \frac{(س-٣)(س+٣)}{(س+٣)(س^٢ - ٦س + ٩)}$ ①
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{(س+٣)}{س^٢ - ٦س + ٩}$ ①
	$= \frac{-٣+٣}{٩+١٨+٩} = \frac{٠}{٣٦} = ٠$ ①
	$\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ - ٩}{س^٣ + ٣س^٢ - ٦س + ٢٧} = \lim_{س \to -٣} \frac{(س-٣)(س+٣)}{(س+٣)(س^٢ - ٦س + ٩)}$ ①
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{(س+٣)}{س^٢ - ٦س + ٩}$ ①
	$= \frac{٦}{٩+١٨+٩} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

تكميلي ص ٢٠١٨

س١ (أ) (٢)

١٢ — ٤٣

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جا}س - \text{جتا}٢س - ١}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جا}٢س \text{جتا}س - (١ - ٢\text{جا}^{٢}س) - ١}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جا}٢س \text{جتا}س - ١ + ٢\text{جا}^{٢}س - ١}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{٢\text{جا}س \text{جتا}س + ٢\text{جا}^{٢}س - ٢}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{٢(\text{جا}س \text{جتا}س + \text{جا}^{٢}س - ١)}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{٢(\text{جا}س \text{جتا}س - \text{جتا}^{٢}س)}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{٢\text{جتا}س (\text{جا}س - \text{جتا}س)}{\text{جا}س - \text{جتا}س} =$$

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{4}} ٢\text{جتا}س = ٢ \text{جتا}\frac{\pi}{4} = ٢ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \sqrt{٢}$$

(١) (١) (١) (١)

(ب)

٩

رقم الفقرة	١	٢	٣	
رمز الإجابة الصحيحة	ك	P	ج	
الإجابة الصحيحة	غير موجودة	(١، ٠)	١	

١٢ — ١٤ — ٤١

ثلاث علامات لكل فقرة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثاني

(أ) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{ظا س - ظتا س}{جا س - جتا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{ظا س - \frac{1}{ظا س}}{جا س - جتا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{ظا^2 س - 1}{ظا س (جا س - جتا س)}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{(ظا س + 1)(ظا س - 1)}{ظا س (جا س - جتا س)}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{(ظا س + 1)(جا س + جتا س)}{جتا س (جا س - جتا س)}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{(ظا س + 1)(جا س + جتا س)}{جا س - جتا س}$

$= (1 + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{2}) = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

(ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جتا^2 س - جا^2 س}{جا س - جتا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{(جتا س - جا س)(جتا س + جا س)}{جا س - جتا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} (جتا س + جا س) = \sqrt{2}$

(ج) $\lim_{س \to 0} \frac{جا 3س}{س^2 + 2س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا 3س}{س(س + 2)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{3}{س + 2} \times \frac{جا 3س}{3س}$

$= \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$

(د) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا 2س - 1}{س^2}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{-2جا^2 س}{س^2}$

$= -2 \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا س}{س}\right)^2 = -2$

(هـ) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا 2س}{جا 3س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا 2س}{جتا 2س}}{جا 3س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا 2س}{جتا 2س \cdot جا 3س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{2}{3} \times \frac{جا 2س}{2س} \times \frac{3س}{جا 3س} \times \frac{1}{جتا 2س}$

$= \frac{2}{3} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$

(و) $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جا س - جتا س}{ظا س - 1}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جا س - جتا س}{\frac{جا س}{جتا س} - 1}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جتا س (جا س - جتا س)}{جا س - جتا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} جتا س = \frac{\sqrt{2}}{2}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

السؤال الأول (ب)

$$\text{نهـ}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{\text{جا}^2 س - \text{ظا}^2 س}{\text{جا} س - \text{ظا} س} = \text{نهـ}_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{جا} س + \text{ظا} س)(\text{جا} س - \text{ظا} س)}{\text{جا} س - \text{ظا} س}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to \frac{\pi}{4}} (\text{جا} س + \text{ظا} س)$$

$$= \text{جا} \frac{\pi}{4} + \text{ظا} \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

تكميلي ف ١٨ ص

السؤال الثاني : (٢٩ علامة)

٦٢

(أ) $هـ(س) = \begin{cases} \frac{(١-س)(س^{٢}+١)}{٣+س} & ، ٠ \leq س < ١ \quad ① \\ \frac{(س-١)(س^{٢}+١)}{٣+س} & ، ١ \leq س \leq ٢ \quad ① \end{cases}$

٩ على المادة المرتبة

① $هـ(س)$ متصل على الفترة $(٠ ، ١)$ لأنه اقتران نسبي ليس لمقامه أصفار في هذه الفترة ، $هـ(س)$ متصل على الفترة $(١ ، ٢)$ لأنه اقتران نسبي ليس لمقامه أصفار في ① هذه الفترة ، نبحث في اتصال $هـ(س)$ عند $س = ١$

$\lim_{س \to ١^{-}} هـ(س) = صفر$ ، $\lim_{س \to ١^{+}} هـ(س) = صفر$ ، $هـ(١) = صفر$

$\lim_{س \to ١} هـ(س) = هـ(١) = صفر$ ① ← $هـ(س)$ متصل عند $س = ١$ ①

نبحث في اتصال $هـ(س)$ عند $س = صفر$ من اليمين

$\lim_{س \to ٠^{+}} هـ(س) = \frac{١}{٣}$ ، $هـ(٠) = \frac{١}{٣}$ ← $\lim_{س \to ٠^{+}} هـ(س) = هـ(٠) = \frac{١}{٣}$

← $هـ$ متصل عند $س = صفر$ من اليمين ①

نبحث في اتصال $هـ(س)$ عند $س = ٢$ من اليسار $\lim_{س \to ٢^{-}} هـ(س) = \frac{٥}{٤}$ ① ، $هـ(٢) = \frac{٥}{٤}$

← $\lim_{س \to ٢^{-}} هـ(س) = هـ(٢) = \frac{٥}{٤}$ ← $هـ(س)$ متصل عند $س = ٢$ من اليسار

← $هـ(س)$ متصل على الفترة $[٠ ، ٢]$ ①

٩١ (ب) $قـ(٥) = \lim_{س \to ٥} \frac{هـ(س) - هـ(٥)}{س - ٥}$ ① $= \lim_{س \to ٥} \frac{\frac{٣}{١+س} - \frac{١}{٢}}{س - ٥}$ ① $= \lim_{س \to ٥} \frac{١ - ٢(١+س)}{٢(١+س)(س-٥)}$ ①

١١ $= \lim_{س \to ٥} \frac{-(س-٥)}{٢(١+س)(س-٥)}$ ① $\times \frac{١}{س-٥}$ ① $= \lim_{س \to ٥} \frac{-١}{٢(١+س)}$ ① $= \frac{-١}{١٢}$ ①

الزاوية الأولى على قواعد الاشتقاق

المشتقة الأولى للمقدار

(ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣
رمز الإجابة الصحيحة	ب	أ	ج
الإجابة الصحيحة	$-\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٤}{٣}$

٩ ٦٣ ٥٥

٣٢

١٥١

ثلاث علامات لكل فقرة

السؤال الثاني

(٥)

$$د(س) = ١ - \frac{٣}{(س+١)}$$

$$= \frac{(س+١) - ٣}{(س+١)}$$

$$= \frac{س - ٢}{س+١}$$

١١

$$د'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{د(ع) - د(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع-٢}{ع+١} - \frac{س-٢}{س+١}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع-٢)(س+١) - (س-٢)(ع+١)}{(ع+١)(س+١)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع-س)(٣)}{(ع-س)(ع+١)(س+١)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٣}{(ع+١)(س+١)}$$

$$= \frac{٣}{(س+١)^٢}$$

$$د'(٥) = \frac{٣}{(٥+١)^٢} = \frac{٣}{٣٦} = \frac{١}{١٢}$$

السؤال الثاني — (١١)

$$ق(س) = 1 - \frac{3}{س+1} = \frac{س+1-3}{س+1} = \frac{س-2}{س+1}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع-2}{ع+1} - \frac{س-2}{س+1}}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع-2)(س+1) - (س-2)(ع+1)}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$ بضرب

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع س + ع - 2س - 2 - (س ع + س - 2ع - 2)}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$ مقام

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع س + ع - 2س - 2 - س ع - س + 2ع + 2}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$ توزيع الإشارة (1) عوامل

$$= \lim_{ع \to س} \frac{3ع - 3س}{(ع-س)(ع+1)(س+1)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{3(ع-س)}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$ اختصار

$$= \lim_{ع \to س} \frac{3}{(ع+1)(س+1)}$$

$$ق'(س) = \frac{3}{(س+1)^2} \quad (1)$$

$$ق'(5) = \frac{3}{(5+1)^2} \quad (1) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

منصة التعليم الهادف

فرع ب) حل آخر

السؤال الثاني

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad (1) \quad 11$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\left(1 - \frac{3}{ع+1}\right) - \left(1 - \frac{3}{س+1}\right)}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{1 - \frac{3}{ع+1} - 1 + \frac{3}{س+1}}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{3}{س+1} - \frac{3}{ع+1}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{3(ع+1) - 3(س+1)}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$

$$= 3 \lim_{ع \to س} \frac{ع + 1 - س - 1}{(ع-س)(ع+1)(س+1)} \quad (1)$$

$$= 3 \lim_{ع \to س} \frac{(ع-س)(1)}{(ع-س)(ع+1)(س+1)}$$

$$= 3 \times \frac{1}{(س+1)^2} \quad (1)$$

$$ق'(5) = \frac{3}{(5+1)^2} \quad (1) = \frac{1}{12} \quad (1)$$

منهاجي
صنعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٣ علامة)

تكميلي ق ١٨

٩٥

(أ) نهـا هـ(س) = ٣ ، نهـا هـ(س) = ٣ ، هـ(١) = ٣ ← نهـا هـ(س) = هـ(١) ①

١٢

← هـ متصل عند س = ١ ①

هـَ(١) = نهـا (هـ(س) − هـ(١)) / (س − ١) ① = نهـا (س٢ + ٣ − ٢) / (س − ١) ① = نهـا (س٢ + س) / (س − ١) ① = ١

هـَ+(١) = نهـا (√(س٢ + ٨ + س) − ٣) / (س − ١) ① = نهـا (√(س٢ + ٨ + س) − ٣) / (س − ١) × (√(س٢ + ٨ + س) + ٣) / (√(س٢ + ٨ + س) + ٣)

= نهـا (س٢ + ٨ − ٩) / ((س − ١)(√(س٢ + ٨ + س) + ٣)) ① = نهـا (س + ١) / (√(س٢ + ٨ + س) + ٣) ① = ١/٦ ①

← هـَ(١) ≠ هـَ+(١) ← هـَ(١) غير موجودة أي أن هـ(س) غير قابل للاشتقاق عند س = ١ ①

١٤٤

(ب) ص = ظا(س ص) ①

١٢

د ص / د س = قا٢(س ص) ① (س د ص / د س + ص) ① = س د ص / د س قا٢(س ص) + ص قا٢(س ص) ①

د ص / د س − س د ص / د س قا٢(س ص) = ص قا٢(س ص) ①

د ص / د س (١ − س قا٢(س ص)) = ص قا٢(س ص) ①

ص٢ = ظا٢(س ص) ①

ص٢ + ١ = قا٢(س ص) ①

د ص / د س (١ − س (ص٢ + ١)) = ص (ص٢ + ١) ①

د ص / د س = ص (ص٢ + ١) ① / (١ − س (ص٢ + ١)) = (ص٣ + ص) ① / (١ − س (ص٢ + ١))

ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣	
رمز الإجابة الصحيحة	أ	ج	ب	١٣٩ ١٢٢
الإجابة الصحيحة	−١/٢	١٦	٩	٩ ١٥١

ثلاث علامات لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٣ علامة) تكميلي ٢٠١٨ م

٩٥

(أ) $\lim_{س \to 1^-} هـ(س) = ٣$ ، $\lim_{س \to 1^+} هـ(س) = ٣$ ، $هـ(١) = ٢$ ← $\lim_{س \to ١} هـ(س) \neq هـ(١)$ ①

١٢ ← $هـ(س)$ متصل عند $س = ١$ ①

$قـ(١) = \lim_{س \to ١} \frac{هـ(س) - هـ(١)}{س - ١}$ ① $= \lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ٢}{س - ١}$ ① $= \lim_{س \to ١} \frac{س + ١}{١}$ ① $= ٢$

$قـ(١) = \lim_{س \to ٣^+} \frac{س^٢ - ٨ + ٧}{س - ١}$ ① $= \lim_{س \to ٣^+} \frac{٣ - ٨ + ٧}{س - ١}$ ① $\times \frac{٣ + ٨ + ٧}{٣ + ٨ + ٧}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س^٢ - ٨ + ٩}{(س - ١)(س + ٨ + ٧)(٣ + ٨ + ٧)}$ ① $= \lim_{س \to ٣^+} \frac{(س - ٣)^٢}{(س - ١)(س - ٣)(٣ + ٨ + ٧)}$ ① $= \frac{١}{٦}$ ①

← $قـ(١) \neq قـ(١)$ ← $قـ(١)$ غير موجودة أي أن $هـ(س)$ غير قابل للاشتقاق عند $س = ١$ ①

١٤٤

(ب) $ص = ظا(س ص)$

١٢ $\frac{د ص}{د س} = قا^٢(س ص)$ ① $(س \frac{د ص}{د س} + ص)$ ① $= س \frac{د ص}{د س} قا^٢(س ص) + ص قا^٢(س ص)$ ①

$\frac{د ص}{د س} - س \frac{د ص}{د س} قا^٢(س ص) = ص قا^٢(س ص)$ ①

$\frac{د ص}{د س}(١ - س قا^٢(س ص)) = ص قا^٢(س ص)$ ①

$ص^٢ = ظا^٢(س ص)$ ①

$ص^٢ = قا^٢(س ص) - ١$ ①

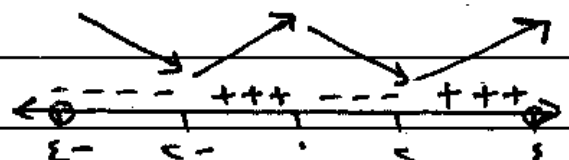
$\frac{د ص}{د س}(١ - س(ص^٢ + ١)) = ص(ص^٢ + ١)$ ① $ص^٢ + ١ = قا^٢(س ص)$ ①

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص(ص^٢ + ١)}{١ - س(ص^٢ + ١)}$ ① $= \frac{ص^٣ + ص}{١ - س(ص^٢ + ١)}$

١٣٩

ج) رقم الفقرة	١	٢	٣
١٢٢ رمز الإجابة الصحيحة	أ	ج	ب
٩ ١٥١ الإجابة الصحيحة	$\frac{١}{٢}$	١٦	٩

ثلاث علامات لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب	
	تكميلي ص ١٨٠
	السؤال الرابع : (٢٧ علامة)
١٦٠	(أ) منحنى الاقتران $ق(س) = ٢س^{٢} - ٨س$ يقطع محور السينات
	عندما $ق(س) =$ صفر ← $٢س^{٢} - ٨س =$ صفر ①
	← $٢س(س - ٤) =$ صفر ← $س =$ صفر ، ٤ ①
	← نقطتي تقاطع منحنى الاقتران $ق(س)$ مع محور السينات
	هما $(٠،٠)$ ① ، $(٤،٠)$ وهما نقطتي التماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$
	$ق'(س) = ٤س - ٨$ ① ميل المماس الأول $م_{١} = ق'(٠) = -٨$ ①
	معادلة المماس الأول $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ ① ← $ص - ٠ = -٨(س - ٠)$
	← $ص = -٨س$ ① ، ميل المماس الثاني $م_{٢} = ق'(٤) = ٤ \times ٤ - ٨ = ٨$ ①
	معادلة المماس الثاني $ص - ٠ = ٨(س - ٤)$ ← $ص = ٨س - ٣٢$ ①
٢١١	(ب) $ق(س) = ٤س^{٣} - ١٦س$ ①
	$٤س^{٣} - ١٦س = ٠$ ← $٤س(س^{٢} - ٤) = ٠$ ← $٤س(س - ٢)(س + ٢) = ٠$
	← $س = ٠، ٢، -٢$ ①
	 ① إشارة $ق'(س)$
	-٤ ، -٢ ، ٠ ، ٢ ، ٤
	(١) $ق(س)$ متزايد على الفترتين $[-٢،٠]$ ، $[٢،٤]$ ①
	$ق(س)$ متناقص على الفترتين $[-٤،-٢]$ ، $[٠،٢]$ ①
	(٢) $ق(س)$ له قيمة عظمى محلية عندما $س =$ صفر هي $ق(٠) = ٣$ ①
	$ق(س)$ له قيمة صغرى مطلقة عندما $س = -٢$ هي $ق(-٢) = -١٣$ ①
	$ق(س)$ له قيمة صغرى مطلقة عندما $س = ٢$ هي $ق(٢) = -١٣$ ①
	$ق(س)$ له قيمة عظمى مطلقة عندما $س = ٤$ هي $ق(٤) = ١٣١$ ①

(ج) ٩

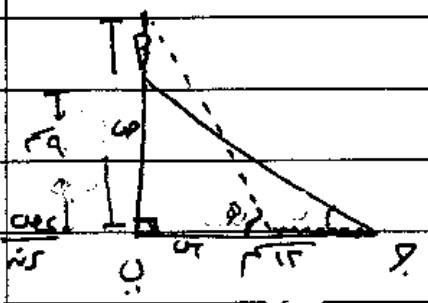
رقم الفقرة	١	٢	٣	
رمز الإجابة الصحيحة	ج	أ	ب	
الإجابة الصحيحة	١٤ م/ث	٤	$-\frac{٤}{٥}$	

٧٩ ، ١٠٨ ، ١١٧

رقم الصفحة في الكتاب

١٧٠

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)



(١١) أ) $س = \frac{1}{2}ن - ١٢$ ①

$ص = ن + ٩$ ①

$\frac{ده}{دن}$ عندما يكون $س = ص$

$\frac{دص}{دن} = \frac{1}{2}$

$س = ص \Leftarrow \frac{1}{2}ن - ١٢ = ن + ٩$ ①

$ن = ٢ \Leftarrow ٣ = \frac{3}{2}ن$

عندما $ن = ٢ \Leftarrow س = \frac{1}{2} \times ٢ - ١٢ \Leftarrow س = ١١$ ، $ص = ١١$ ①

$ظاه = \frac{ص}{س} \Leftarrow ظاه = \frac{١١}{١١} = ١$ ①

$ه = ٤٥° \Leftarrow ظا^٢ ه = (ظا ه)^٢ = ١$ ①

$\frac{دص}{دن} = \frac{دص}{دس} \times \frac{دس}{دن} \Leftarrow ظا^٢ ه \frac{دس}{دن} = \frac{دص}{دن}$ ①

$\frac{دص}{دن} = \frac{١١ \times \frac{1}{2} - ١ \times ١١}{(١١)^٢}$ ①

$\frac{دص}{دن} = \frac{١١ + \frac{١١}{2}}{(١١)^٢}$

$\frac{دص}{دن} = \frac{٢٢ + ١١}{١٢١ \times ٢}$

$\frac{دص}{دن} = \frac{٣٣}{٤٨٤}$ وحدة/ث

①

كتاب ص ٢١٨

رقم الصفحة في الكتاب

س٩ (ب) مساحة سطح المنشور الكلية = مساحة القاعدتين + مساحة الأوجه الثلاثة ①

١٠ ٣ = ٢ × ½ × س × س × جا ٦٠° + ٣ س ع ①

م = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٢} + ٣ س ع

م = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ س^{٢} + ٣ س $\left(\frac{٦٤}{\frac{\sqrt{٣}}{٢} س^{٢}}\right)$

م = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٢} + $\frac{٦٤ \times \sqrt{٣}}{س}$

م = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٢} + $\frac{١٢٨ \sqrt{٣}}{س}$

م$'$ = $\sqrt{٣}$ س − $\frac{١٢٨ \sqrt{٣}}{س^{٢}}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٢} = ٦٤ ع

ع = $\frac{\sqrt{٣}}{١٢٨}$ س^{٢}

ح = ½ × س × س × جا ٦٠° × ع

ح = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^{٢} ع

١٦ = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^{٢} ع

ع = $\frac{٦٤}{\frac{\sqrt{٣}}{٤} س^{٢}}$ ①

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٢} + $\frac{١٢٨ \sqrt{٣}}{س}$ = ٠ ①

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س^{٣} + ١٢٨ $\sqrt{٣}$ = ٠ ①

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (س^{٣} + ٦٤) = ٠ ①

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (س + ٤) (س^{٢} − ٤ س + ١٦) = ٠

س + ٤ = ٠ ← س = −٤ ①

إشارة م$'$

	−	٠	+
	↓	↑	↓
	صغرى		عظمى

−٤ ①

عندما س = −٤ تكون مساحة سطح المنشور الكلية أقل ما يمكن ①

(ج) رقم الفقرة | ١ | ٢ | ٣ |

٩	ب	د	٩
	٤	−٩	(٥، ٣)

ثلاث علامات لكل فقرة

منهاجي
منصة التعليم الهادف