منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٩/٨/٣

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

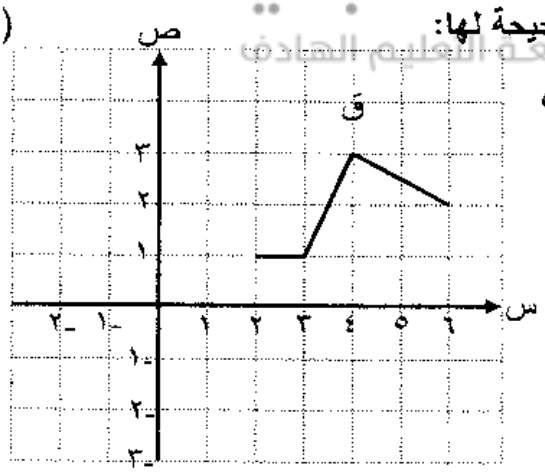
أ) جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{٢س^{٣} - ٥٤}{س^{٢} - ٩}$ (٧ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + جا٦س - جتا^{٢}٣س}{س}$ (٧ علامات)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [٢ ، ٦]



فإن $\lim_{س \to ٤} (ق^{٢}(س-١) + \frac{١}{٢}س)$ تساوي:

أ) ٣ ب) ٤
ج) ٦ د) ٥

٢) قيمة $\lim_{س \to ٢} \frac{(س^{٢} - ٤)^{٢}}{(س - ٢)^{٢}}$ تساوي:

أ) -١٦ ب) ٤ ج) -٤ د) ١٦

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتاس}{\frac{\pi}{٢} - س}$ تساوي:

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) غير موجودة

يتبع الصفحة الثانية /..

السـؤال الثاني: (٢١ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + [س + ٣] & ، \ س < ١ \\ |٦ - ٢س| & ، \ س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران **ق** عند س = ١ (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = س + $\sqrt{س}$ ، س > ٠ ، فجد قَ (٤) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٨ علامات)

١) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق(س) = س^{٢} على الفترة [ب ، ٣] يساوي (٣) ، فإن قيمة الثابت ب تساوي:

أ) −٩ ب) صفر ج) −٣ د) −٦

٢) إذا كان **ق** ، **هـ** اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان قَ (٣) = ١٢ ، هـَ (٣) = ٤ ،

فإن نهـــا$_{س \to ٣}$ $\frac{ق(س) - ق(٣)}{٣هـ(س) - ٣هـ(٣)}$ تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) ١ د) ٣

٣) إذا كان ق(س) = س^{٣} ، س ∈ [−١ ، ٤] ، فإن قَ (−١) تساوي:

أ) ٣ ب) −٣ ج) −١ د) غير موجودة

٤) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٣س - ٥}{س^{٢} - ٢س + ٤}$ ، فما قيم الثابت **٢** التي تجعل الاقتران **ق** متصلًا على ح؟

أ) (−٤ ، ٤) ب) (٤ ، ∞) ج) (−∞ ، ٤) د) (−٤ ، ٠)

السـؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س + ٦} & ، \ ٠ \leq س < ٣ \\ \frac{٣}{س} + ٢ & ، \ ٣ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ ،

فابحث في قابلية الاقتران **ق** للاشتقاق عند س = ٣ (٧ علامات)

ب) إذا كان جـا ص = ٢ جـا س ، فأثبت أن: $(\frac{د ص}{د س})^{٢}$ = ٣قـا^{٢}ص + ١ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ....

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان (ق × هـ)(س) = س^{٢} + ٣ ، هـ(١) = ق(١) = ٢ ،
هـَ(١) = ٣ ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) −١ ب) −٢ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٢) إذا كان ق(س) = جا٢س ، فإن قَ (س) + ٦ق(س) تساوي:

أ) −١٠جا٢س ب) ١٠جا٢س ج) ٤جا٢س د) ٢جا٢س

٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان ق(٢) = ٣ ، قَ(٢) = ٦ ، هـَ(٣) = ١ ،
فإن (هـ ○ ق)َ(٢) تساوي:

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ٣ د) ١

السـؤال الرابع: (٢١ علامة)

أ) إذا كان المستقيم ٢س + ص = ٧ يمس منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ٢س + ب عند النقطة (١ ، ق(١))
فجد قيمة كل من الثابتين ٢ ، ب (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = ٩س^{٣} − ٢٤س^{٢} + ١٣س −٢ ، س ∈ [٠ ، ٣] فجد القيم القصوى للاقتران ق (إن وجدت)
مبينًا نوعها. (٨ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) إذا كان ف(ن) = $\frac{١}{٤}$(ن + ٢)^{٤} − ٦ن^{٢} هي العلاقة الزمنية لحركة جسم على خط مستقيم حيث ف: المسافة
بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإن تسارع الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي:

أ) ٤٨ م/ث^{٢} ب) ٦٠ م/ث^{٢} ج) ٤ م/ث^{٢} د) ٣٦ م/ث^{٢}

٢) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − س + ٧ ، حيث س ∈ [٠ ، ٤] فإن مجموعة قيم س التي يوجد عندها للاقتران ق
نقط حرجة هي؟

أ) {−١ ، ٠ ، ٤} ب) {−١ ، ٠ ، ١، ٤} ج) {٠ ، ١، ٤} د) {−١ ، ١}

٣) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق (س^{٣}) = $\frac{٢٧}{س}$ ، فإن قَ (٢٧) تساوي:

أ) $-\frac{١}{٩}$ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) −٩ د) ٩

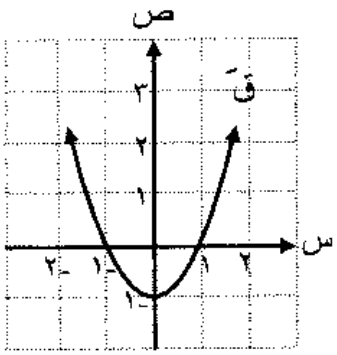
يتبع الصفحة الرابعة ....

السـؤال الخامس: (١٨ علامة)

أ) وعاء على شكل مخروط دائري قائم قاعدته أفقية ورأسه إلى أسفل، ارتفاعه ٤٨ سم، ونصف قطر قاعدته ١٦ سم، يتسرب منه الماء بمعدل ٢ سم^{٣} / ث، جد معدل تغير انخفاض الماء في الوعاء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه ٩ سم. (٧ علامات)

ب) اسطوانة دائرية قائمة مجموع ارتفاعها ومحيط قاعدتها يساوي ١٣٢ سم، جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة الذي يجعل حجمها أكبر ما يمكن. (٧ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٤ علامات)



١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرف على ح، ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متناقصًا؟

أ) [١ ، ∞) ب) (-∞ ، -١] ج) (-∞ ، ٠] د) [-١ ، ١]

منهاجي

٢) إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} - س^{٤} ، س ∈ [٠ ، ٣] فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متزايدًا ؟

أ) [٠ ، $\frac{٣}{٢}$] ب) [$\frac{٣}{٢}$ ، ٣] ج) [-١ ، ٠] د) [-١ ، $\frac{٣}{٢}$]

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ س ٣٠ د

التاريخ : ٣ / ٨ / ٢٠١٩م

رقم الصفحة في الكتاب	

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (٣٠ علامة)

(أ) (١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٥٤}{س^٢ - ٩}$ ٣٢

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٢(س^٣ - ٢٧)}{(س+٣)(س-٣)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٢(س-٣)(س^٢+٣س+٩)}{(س+٣)(س-٣)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٢(س^٢+٣س+٩)}{(س+٣)}$ ①

$= \frac{٢(٩+٩+٩)}{٣+٣} = \frac{٥٤}{٦} = ٩$ ①

(٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + جتا٦س - جتا^٢(٣س)}{س}$ ٤٦

$= \lim_{س \to ٠} \frac{١ + ٢جا٣س جتا٣س - (١ - جا^٢٣س)}{س}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٣س جتا٣س + جا^٢٣س}{س}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} جا٣س (٢جتا٣س + جا٣س)$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جا٣س}{س} \times \lim_{س \to ٠} (٢جتا٣س + جا٣س)$ ①

$= ٣ \times (٠+٢) = ٦$ ①

(ب) ٢٥

رقم الفقرة	١	٢	٣
رمز الإجابة الصحيحة	أ	د	ب
الإجابة الصحيحة	٣	١٦	-١

٣٨

٤٢

علامتان لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (٢١ علامة)

٥٨ (أ) $ق(س) = \begin{cases} س^2 + ٣ & ، س \geq ١ \\ ٦ - ٢س & ، ١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$ ①

٦ $ق(١) = ٤$ ①، $\lim_{س \to ١^+} ق(س) = ٤$ ①، $\lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٤$ ① $\leftarrow \lim_{س \to ١} ق(س) = ٤$ ①

$ق(١) = \lim_{س \to ١} ق(س) = ٤$ ①، لذلك $ق(س)$ متصل عند $س = ١$ ①

٩٠ (ب) $ق'(٤) = \lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{س + ٧\sqrt{س} - ٦}{س - ٤}$ ①

٧ $= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} + (س - ٦)}{س - ٤}$ ① $= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} + (س - ٦)}{س - ٤} \times \frac{\sqrt{س} - (س - ٦)}{\sqrt{س} - (س - ٦)}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{س - (س - ٦)^2}{(س - ٤)(\sqrt{س} - (س - ٦))}$ ① $= \lim_{س \to ٤} \frac{س - (س^2 - ١٢س + ٣٦)}{(س - ٤)(\sqrt{س} - (س - ٦))}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{-س^2 + ١٣س - ٣٦}{(س - ٤)(\sqrt{س} - (س - ٦))} = \lim_{س \to ٤} \frac{-(س^2 - ١٢س + ٣٦)}{(س - ٤)(\sqrt{س} - (س - ٦))}$

$= \lim_{س \to ٤} \frac{-(س - ٤)(س - ٩)}{(س - ٤)(\sqrt{س} - (س - ٦))}$ ① $= \frac{-(٤ - ٩)}{٢ - (-٢)}$ ① $= \frac{-(-٥)}{٤} = \frac{٥}{٤}$

(ج)

٨

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الاجابة الصحيحة	ب	ج	د	م
الاجابة الصحيحة	صفر	١	غير موجودة	$(-٤، ٤)$

٨٧

٩٧

٩٤

٧٢ علامتان لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٢٠ علامة) تكميلي ٣٠٢

(أ) $ق(س) = \begin{cases} \sqrt{س+6} - 7 & ، 0 \leq س < 3 \\ \frac{3}{س} + 2 & ، 3 \leq س \leq 5 \end{cases}$ ١٠٢

٧ $ق(3) = 3$ ، $\lim_{س \to 3^-} ق(س) = 3$ ، $\lim_{س \to 3^+} ق(س) = 3 \leftarrow \lim_{س \to 3} ق(س) = 3 = ق(3)$

$\leftarrow$ ق(س) متصل عند س = 3 ①

$ق'(3) = \lim_{س \to 3} \frac{ق(س) - ق(3)}{س - 3}$ ① $= \lim_{س \to 3} \frac{\sqrt{س+6} - 3}{س - 3}$ ⊕ $\times \frac{\sqrt{س+6} + 3}{\sqrt{س+6} + 3}$

$= \lim_{س \to 3} \frac{س - 3}{(س-3)(\sqrt{س+6}+3)}$ ① $= \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$

$ق'(3) = \lim_{س \to 3^+} \frac{\frac{3}{س} + 2 - 3}{س - 3}$ ① $= \lim_{س \to 3^+} \frac{3 - س}{س - 3} \times \frac{1}{3}$ ① $= -\frac{1}{3}$

$\leftarrow ق'(3) \neq ق'(3) \leftarrow$ ق(س) غير قابلة للاشتقاق عند س = 3 ①

أي أن ق(س) غير قابل للاشتقاق عند س = 3

(ب) $ح ص = 2 ح س$ ١٤٦

٧ $ح ص \cdot \frac{ص}{س} = 2 ح س \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{2 ح س}{ح ص}$ ①

$ح س = \frac{1}{4} ح ص$ ① $ح^2 س = \frac{1}{4} ح^2 ص$

$\left(\frac{ص}{س}\right)^2 = \frac{4 ح^2 س}{ح^2 ص}$ ① $= \frac{4(1 - ح^2 س)}{ح^2 ص}$ ① $= \frac{4(1 - \frac{1}{4} ح^2 ص)}{ح^2 ص}$

$\left(\frac{ص}{س}\right)^2 = \frac{4 - ح^2 ص}{ح^2 ص}$ ① $= \frac{4}{ح^2 ص} - \frac{ح^2 ص}{ح^2 ص}$ ⊕ $= 4 ظا^2 ص - 1$ ①

$\left(\frac{ص}{س}\right)^2 = 4 ظا^2 ص - (ظا^2 ص - 1) = 3 ظا^2 ص + 1$ ①

(ج)

٦

رقم الفقرة	١	٢	٣	
رمز الاجابة الصحيحة	ب	د	م	١١٩ ١٢٣
الاجابة الصحيحة	-2	$2 جا^2 س$	٦	١٣٧

علامتان لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (١٢ علامة) تكميلي ٣٢

(أ) المستقيم يمس منحنى $f(x)$ عند $x = 1$ ←

١٥٩ ٧ ميل المستقيم = ميل منحنى $f(x)$ عند $x = 1$ ①

$f(1) = -2$ ① ، $f'(x) = 2x + p$ ①

$-2 = 2 + p$ ← $-2 - p = 2$ ← $-2p = 2$ ← $p = -1$

$(1, f(1))$ تحقق معادلة المستقيم ← $-1 + q = 7$ ← $f(1) = 8$ ①

$(1, f(1))$ تحقق منحنى $f(x)$ ← $f(1) = 1^2 - 1 + b$ ①

$b = 8$ ← ①.

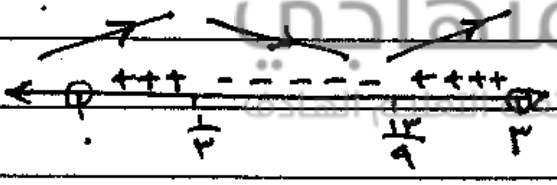
١٨٩ (ب) $f(x) = 9x^3 - 24x^2 + 13x - 2$

٨ $f'(x) = 27x^2 - 48x + 13$ ، $f'(x) =$ صفر ①

$(9x - 13)(3x - 1) = 0$ ← ① ①

$x = \frac{1}{3}$ ، $\frac{13}{9}$ ①

① إشارة $f'(x)$



لاتتزايد $f(x)$ نهاية عظمى محلية عند $x = \frac{1}{3}$ حيث $f(\frac{1}{3}) =$ صفر ①

لاتتزايد $f(x)$ نهاية عظمى مطلقة عند $x = 3$ حيث $f(3) = 64$ ①

لاتتزايد $f(x)$ نهاية صغرى (محلية) مطلقة عند $x = \frac{13}{9}$ حيث $f(\frac{13}{9}) = -\frac{500}{81}$ ①

(ج)

٦

رقم الفقرة	١	٢	٣
رمز الاجابة الصحيحة	ك	ج	أ
الاجابة الصحيحة	36π	$\{0, 1, 4\}$	$-\frac{1}{9}$

١٦٣ ١٨٨ ١٤٥

علامتان لكل فقرة

رقم الصفحة في الكتاب

تكملة ٣٤

السؤال الخامس : (١٨ علامة)

(أ) $ح = \frac{1}{3}\pi نق^2 ع$ ①

$ح = \frac{1}{3}\pi (ع\frac{1}{3})^2 \times ع$ ①

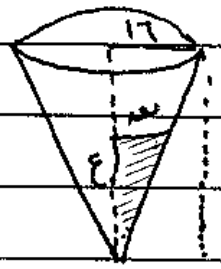
$ح = \frac{\pi}{27} ع^3$ ①

$\frac{دح}{دع} = \frac{\pi}{27} ع^3 \times \frac{د٤}{دع}$ ①

$= \frac{\pi}{9} \times (9)^2 \times \frac{دع}{دع}$ ①

$= ٢\pi$ سم/ث ①

٧



٢٠٦

$\frac{نق}{ع} = \frac{١٦}{٤٨}$ ①

$نق = \frac{1}{3} ع$ ①

(ب) $ع + ٢\pi ق نق = ١٣٢ \leftarrow ع = ١٣٢ - ٢\pi ق نق$ ①

$ح = \pi نق^2 ع = \pi نق^2 (١٣٢ - ٢\pi ق نق)$ ①

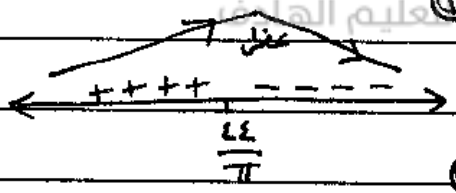
$ح = ١٣٢\pi نق^2 - ٢\pi ق نق^3$ ①

$ح' = ٢٦٤\pi نق - ٦\pi ق نق^2 = صفر$ ①

$٦\pi نق (٤٤ - \pi نق) = صفر \leftarrow نق = \frac{٤٤}{\pi}$ ، $نق = صفر$ (مرفوض)

① ①

٧



٢١١

إشارة $ح'$

للحجم ح قيمة عظمى عندما $نق = \frac{٤٤}{\pi}$ سم ①

(ج)

رقم الفقرة	١	٢
رمز الاجابة الصحيحة	ك	م
الاجابة الصحيحة	$[-١، ١]$	$[٠، ٣]$

٤

٢١٧

٢١٧

علامتان لكل فقرة

منهاجي
متعة التعليم الهادف