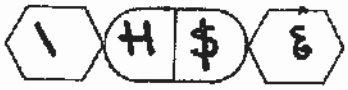
بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

منهاجي
متعة التعليم الهادف



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الأولى / ف١ — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٢ علامة)

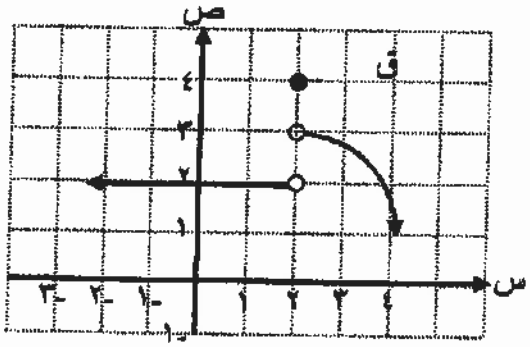
أ) جد كلًا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{٢ - س}$ (١٥ علامة)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{س^٣}$ (١٥ علامة)

ب) انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإن



$\lim_{س \to ٢} (س \times ق(س))^٢$ تساوي:

أ) ١٦ ب) ٨

ج) ٦٤ د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س) = [٠,٥ س]، فإن قيم الثابت جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = −١ هي:

أ) (−٢ ، ٠] ب) [−٢ ، ٠) ج) (−٢ ، ٠) د) [−٢ ، ٠]

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ + ٥س + ١}{س^٢ + ٦س + ٣ك}$ ، ما قيم الثابت ك التي تجعل الاقتران ق متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

أ) (−∞ ، −٣) ب) (٣ ، ∞) ج) (−٣ ، ٣) د) (−∞ ، ٣)

٤) إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (١ ، ٢)، فإن $\lim_{س \to ١}$ (٨ − ق^٣(س)) تساوي:

أ) ٨ ب) صفر ج) ٤ د) ٥

يتبع الصفحة الثانية ،،،،،،

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السـؤال الثاني: (٤٣ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|[س] - ٢س|}{٨س^{٢} - ٢} & ، \ س > ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، \ س = ٢ \\ \frac{جا(٢س - ٤)}{٢٠(س - ٢)} & ، \ س < ٢ \end{cases}$ ،

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ (١٦ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٣س}{٢س - ١}$ ، س $\neq \frac{١}{٢}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (١٥ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، \ س \leq ١ \\ ١ + ٢س & ، \ س > ١ \end{cases}$ ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) غير موجودة

٢) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق(٠)) ، (-٣ ، $-\sqrt{٣}$) الواقعتين على منحنى الاقتران ق يصنع زاوية قياسها ($\frac{\pi}{٦}$)°، مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن قَ(٠) تساوي:

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) $٢\sqrt{٣}$

٣) إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٤س ، فإن نهـــا $_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٠ + هـ)}{هـ}$ تساوي:

أ) $\frac{-٧}{٤}$ ب) -٧ ج) $\frac{٧}{٤}$ د) ٧

٤) إذا كان ق(س) = | ٨ - ٦س | ، فإن قيمة قَ(٥) تساوي:

أ) ٦ ب) -٦ ج) صفر د) غير موجودة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السـؤال الثالث: (٢٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ب س & ، \ س > -١ \\ أس^{٢} + ٩ ب س - ١٢ & ، \ س \leq -١ \end{cases}$ ،

قابلًا للاشتقاق عند س = -١ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (١٦ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ق(س) = ٢ − س^{٣} ، فإن $\frac{د}{دس}$ (ق(س) × قَ(س)) عند س = ١ تساوي:

أ) ٦ ب) −٥ ج) ٣ د) ١٥

٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{هـ(س)}{س^{٢}+١}$ ، ق(١) = $\frac{١}{٢}$ ، قَ(١) = ٠، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) −١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

٣) إذا كان ص = $\frac{١}{ظا٢س}$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٤}$ تساوي:

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أ) ٤ ب) صفر ج) −٤ د) −٨

٤) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من س إلى (س + هـ) يساوي
(٢ س هـ + هـ^{٢} −٣هـ)، حيث هـ عدد حقيقي يقترب من الصفر، فإن قيمة قَ(٣) تساوي:

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٩ د) صفر

السـؤال الرابع: (٤٥ علامة)

أ) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} − ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠ ،
عند النقطة (٣ ، −١) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ثم جد معادلة هذا المماس. (١٥ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − $\frac{١}{٢}$ س^{٤} ، س ∈ [−٣ ، ٣] فجد كلًا مما يأتي: (١٨ علامة)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.
٢) القيم القصوى للاقتران ق مبينًا نوعها.
٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأعلى.
٤) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت).

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٧ن ، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، م] تساوي ١٠م/ث، فما قيمة الثابت م؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٣

٢) إذا كان ق(س) = جا س جتا س ، فإن قيمة قَ($\frac{\pi}{٤}$) تساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) −١

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، وكان (ق ٥ هـ)َ(١) = ٤ ، هـ(١) = ٢ ، فإن قيمة هـَ(١) تساوي:

أ) ٨ ب) ١٦ ج) −١٦ د) −$\frac{١}{٤}$

٤) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٣} − ٤) = ٦س^{٢} + ١ ، فإن قيمة قَ(٤) تساوي:

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

يتبع الصفحة الرابعة ....

منهاجي
متعة التعليم الهادف

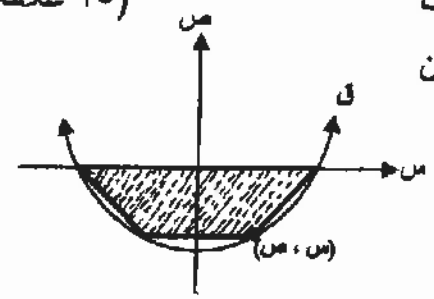
منهاجي
متعة التعليم الهادف

السـؤال الخامس: (٤٢ علامة)

أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٧ سم، ٢٤ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٣ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ١ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٤ أمثال مساحة الدائرة الصغرى.
(١٥ علامة)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٩ ،
(انظر الشكل التوضيحي المجاور)
(١٥ علامة)



ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان ص = ل^{٢} ، ل = (س + ١)^{٢} ، فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عند س = ١ تساوي:
أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

٢) إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٣٢ ، فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عند النقطة (٤ ، −٤) تساوي:
أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ع(ن) = ٣ $\sqrt{\text{ف(ن)}}$ ، ف(ن) > ٠ ، حيث ع: السرعة ، ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني، فإن تسارع الجسيم يساوي:
أ) ٣ م/ث^{٢} ب) ٤,٥ م/ث^{٢} ج) ١,٥ م/ث^{٢} د) ٢ م/ث^{٢}

٤) إذا كان ق(س) = ٨ + ٢س − س^{٢} ، س ∈ ح، فإن لمنحنى الاقتران ق مماسًا أفقيًا عند النقطة:
أ) (١ ، ١٠) ب) (−٢ ، ٠) ج) (−٢ ، ٨) د) (١ ، ٩)

منهاجي
انتهت الأسئلة
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١) صفحة ١٩

المبحث : رياضيات ورقة اولى

الفرع : علمي + صناعي جامعات

مدة الامتحان: ٣ س

التاريخ : ٢٠١٩/٦/١١

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول : (٣٤ علامة)

٣٤

(أ)

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٧س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{س - ٢}$ = صفر/صفر (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٧س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{٧س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{\sqrt{٧س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(٧س^٣ - س) - (١٤ - ٢س^٢)}{(س - ٢)(\sqrt{٧س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٧س^٣ + ٢س^٢ - س - ١٤}{(س - ٢)(\sqrt{٧س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(٧س^٢ + ١٦س + ٧)}{(س - ٢)(\sqrt{٧س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢})}$ (١)

$= \frac{(٧ + ٣٢ + ٧)}{(\sqrt{٥٦} + \sqrt{٦})}$ (١)

$= \frac{٤٦}{٧\sqrt{٦}}$ (١)

	١	٢	-١	-١٤
٢		٢	٨	١٤
	١	٤	٧	٠

$٧س^٢ + ٤س + ٧$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

س ٢

٤٣ ∴ $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^3}$ = صور ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - جا^2 س}{س^3}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س - جا^2 س جتا^2 س}{س^3 جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (1 - جتا^2 س)}{س^3 جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (جا^2 س)}{س^3 جتا^2 س}$ ①

$= 2 \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا^2 س}$ ①

$= 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 2$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
الاجابة الصحيحة	١٦	(-٠،٢)	(٥،٣)	٤	٤
الاجابة الصحيحة	م	ج	ب	٤٠	٥

٥

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٤٣ علامة)

٥,٥

٦٨

(أ) $م(س) = \begin{cases} \frac{|س^2 - 3س + 2|}{8س^2 - 2} & ، س > 2 \\ \frac{1}{10} & ، س = 2 \\ \frac{جا(ط س - 4)}{(س-2)ظا(ط س)} & ، س < 2 \end{cases}$

(١) $م(2) = \frac{1}{10}$ ← ① معرّفة عند $س = 2$ ②

(٢) نجد $\lim_{س \to 2^-} م(س) = \lim_{س \to 2^-} \frac{|س^2 - 3س + 2|}{8س^2 - 2}$ ①

$= \lim_{س \to 2^-} \frac{س^2 - 3س + 2}{8س^2 - 2}$ ①

$= \frac{(2)^2 - 3(2) + 2}{8(2)^2 - 2} = \frac{0}{30} = \frac{1}{10}$ ①

ونجد $\lim_{س \to 2^+} م(س) = \lim_{س \to 2^+} \frac{جا(ط س - 4)}{(س-2)ظا(ط س)}$ ①

$= \lim_{س \to 2^+} \frac{جا(ط س - 2ط)}{(س-2)ظا(ط س)}$ ①

* إذا لم تعلم بالفرض ياخذ للاسفل ، نفرض $ص = س - 2$ ①

$= \lim_{ص \to 0^+} \frac{جا ط ص}{ص ظا ط ص}$ ① عندما $س \to 2^+$ ، $ص \to 0^+$

$= \frac{ط}{ط} = \frac{1}{10}$ ①

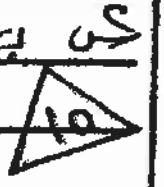
$\therefore \lim_{س \to 2} م(س) = \frac{1}{10}$ ①

(٣) بما أن $م(2) = \lim_{س \to 2} م(س) = \frac{1}{10}$ ⇐ $م(س)$ متصل عند $س = 2$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٨٥
٩١



$$ق(س) = \frac{س^3 + 1}{2س - 1} \quad ، \quad س \neq \frac{1}{2}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع^3 + 1}{2ع - 1} - \frac{س^3 + 1}{2س - 1}}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^3 + 1)(2س - 1) - (س^3 + 1)(2ع - 1)}{(2ع - 1)(2س - 1)(ع - س)} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{2ع^3س - ع^3 - 2س + 1 - 2ع^3س + س^3 + 2ع - 1}{(2ع - 1)(2س - 1)(ع - س)} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{س^3 - ع^3 + 2ع - 2س}{(2ع - 1)(2س - 1)(ع - س)} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(س - ع)(س^2 + سع + ع^2) - 2(س - ع)}{(2ع - 1)(2س - 1)(ع - س)} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(س - ع)(س^2 + سع + ع^2 - 2)}{(2ع - 1)(2س - 1)(ع - س)} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-(س^2 + سع + ع^2 - 2)}{(2ع - 1)(2س - 1)} \quad (1)$$

$$= \frac{-(س^2 + س^2 + س^2 - 2)}{(2س - 1)(2س - 1)} \quad (1)$$

$$= \frac{-3س^2 + 2}{(2س - 1)^2} \quad (1)$$

اختصار ← ملئة أثر ← ملئة أثر ← ملئة أثر

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

(٤٠

رقم الفقرة	أ	٢	٣	٤	
الإجابة الصحيحة	غير موجودة	صفر	٧-	٣	٩٨-
رمز الإجابة الصحيحة	ج	أ	ب	أ	٨١
					٨٤

١٠٧

لكل فقرة ٣ علامات

منهجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٢٨ علامة)

118

أ) $\text{مـ}(س) = \begin{cases} أ س^3 + ب س & ، س < -1 \\ أ س^2 + 9 ب س - 12 & ، س \geq -1 \end{cases}$ (١) (١)

بما أن مـ(س) قابل للاشتقاق عند س = -1 ⇐ مـ(س) متصل عند

س = -1 (١)

وعليه $\lim_{س \to -1^-} \text{مـ}(س) = \lim_{س \to -1^+} \text{مـ}(س)$ (١) لماذا؟ لأنه اشتقاق

$أ(-1)^3 + ب(-1) = أ(-1)^2 + 9ب(-1) - 12$ (١)

$-أ - ب = أ + 9ب - 12$ (١)

$-2أ - 8ب = -12$ (١) ..... (1)

وبما أن مـ(س) قابل للاشتقاق عند س = -1

⇐ $\text{مـ}'(س) = \begin{cases} 3أ س^2 + ب & ، س < -1 \\ 2أ س + 9ب & ، س \geq -1 \end{cases}$ (١) (١)

وعليه

$\text{مـ}'_+(-1) = \text{مـ}'_-(-1)$ (١)

$2أ + 9ب = 3أ + ب$ (١)

$أ - 8ب = 0$ (١)

$أ = 8ب$ ⇐ $أ - 8ب = 0$

بتعويض قيمة أ = 8ب في المعادلة (1) ⇐ $-2أ - 8ب = -12$ (١)

$-16ب - 8ب = -12$

$-24ب = -12$

$ب = \frac{1}{2}$ (١)

$أ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$ (١)

إذا حلّ الطالب السؤال بالاعتماد على (1) النقطة تُحسب لصحة مـ(١)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

١٥١
١١٧
١٣٠
٩٢

س ٣ ب/

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
الإجابة الصحيحة	٣	٤	٣	٣
رمز الإجابة الصحيحة	ج	د	أ	ب

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب ١٦٠

السؤال الرابع : (٤٥ علامة)

م) نقطة التماس (٣،-١) ①

ميل المماس = $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ ① عند نقطة التماس

العلاقة هي : $٢ص^{٢} + ٢س^{٢} - ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠$

① ① ① ①

باشتقاق العلاقة : $٤ص\,ص' + ٤س - ٤ + ١٢ص' + صفر = صفر$

$ص'(٤ص + ١٢) = ٤ - ٤س$ ①

$\Leftarrow ص' = \frac{٤ - ٤س}{٤ص + ١٢}$ ①

عند نقطة التماس $\Leftarrow \left.\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\right|_{(٣،-١)} = \frac{٤ - ٤ \times ٣}{٤ \times -١ + ١٢}$ ①

$= \frac{-٨}{٨} = -١$ ① ① ①

$\Leftarrow$ ظا هـ $= -١ \Leftarrow$ هـ $= \frac{٣\pi}{٤}$

معادلة المماس عند نقطة التماس (٣،-١) هي :

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ ①

$ص + ١ = -١(س - ٢)$ ①

$ص = -س + ١$

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $ق(س) = ٤س^٢ - \frac{١}{٤}س^٤$ ، $س \in [-٣، ٣]$ ١٨٠

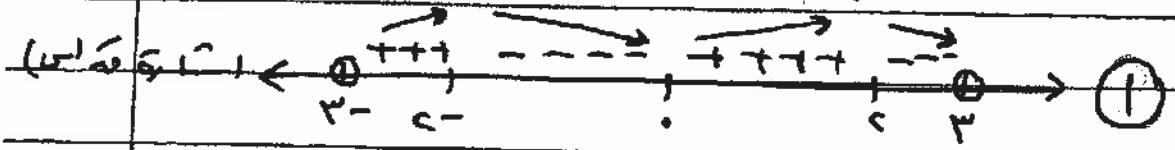
$ق$ متصل على الفترة $[-٣، ٣]$ لأنه على صورة كثير حدود ①

$ق$ قابل للاشتقاق على الفترة $(-٣، ٣)$ ، حيث $ق'(س) = ٨س - ٢س^٣$ ①

نضع $ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٨س - ٢س^٣ = ٠$ ①

$٢س(٤ - س^٢) = ٠$ ①

$٢س(٢ - س)(٢ + س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٢ ، -٢$ ①



① ١) $ق(س)$ متزايد على $[-٣، -٢]$ ، $[٠، ٢]$

① $ق(س)$ متناقص على $[-٢، ٠]$ ، $[٢، ٣]$

② ① للاتزان $ق$ قيمة عظمى محلية وتساوي عندما $س = -٢$ وقيمتها

$ق(-٢) = ٤(-٢)^٢ - \frac{١}{٤}(-٢)^٤ = ١٦ - ٨ = ٨$

① للاتزان $ق$ قيمة عظمى محلية وتساوي عندما $س = ٢$ وقيمتها

$ق(٢) = ٤(٢)^٢ - \frac{١}{٤}(٢)^٤ = ١٦ - ٨ = ٨$

ـ ① للاتزان $ق$ قيمة صغرى محلية عندما $س = ٠$ وقيمتها

$ق(٠) = ٤(٠)^٢ - \frac{١}{٤}(٠)^٤ = ٠$

① للاتزان $ق$ قيمة صغرى مطلقة عندما $س = ٣$ وقيمتها

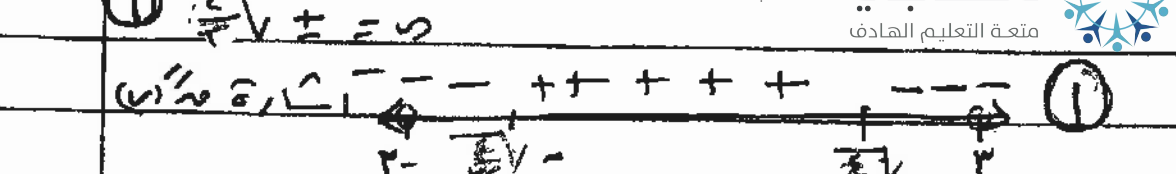
$ق(٣) = ٤(٣)^٢ - \frac{١}{٤}(٣)^٤ = ٣٦ - \frac{٨١}{٤}$

$= \frac{٩}{٤}$

٣) ① $ق'(س) = ٨ - ٦س^٢ = ٠$

$٨ = ٦س^٢ \Leftarrow س^٢ = \frac{٨}{٦}$

① $س = \pm \sqrt{\frac{٤}{٣}}$



① الاتزان $ق$ مقعر للأعلى على الفترة $[-\sqrt{\frac{٤}{٣}}، \sqrt{\frac{٤}{٣}}]$

ونقطة الانقطاف هي: $(-\sqrt{\frac{٤}{٣}}، ق(-\sqrt{\frac{٤}{٣}}))$ ①

$(\sqrt{\frac{٤}{٣}}، ق(\sqrt{\frac{٤}{٣}}))$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في المقرر

(ج ، ع)

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤		٨٠
الإجابة الصحيحة	٢	-١	-١٦	٢		١٥٩
رمز الإجابة الصحيحة	ب	s	ج٠	ب		١٣٨ +٢١

لكل فقرة ٣ علامات

منهجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : (٤٢ علامة) ①

١٧١

١٥ أ) نفرض أن الزمن اللازم لتغيرهما هو ن دقيقة

طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ٧ + ٣ن ①

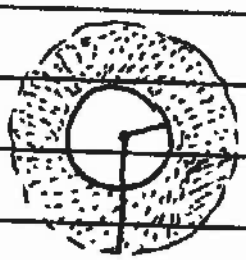
وطول نصف قطر الدائرة الكبرى = ٢٤ + ن ①

①

المساحة المحصورة بين الدائرتين = مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

∴ م(ن) = π (٢٤ + ن)² - π (٧ + ٣ن)² ① ①

م(ن) = π (٢٤ + ن)² - π (٧ + ٣ن)² (٣) ① ①



م(٢) = π (٢٤ + ٢)² - π (٧ + ٦)² ①

= ٥٧٦ π - ٧٨ π ①

= ٤٩٨ π سم²/د ①

أ) أكمل في الإجابات التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي أربعة أمثال مساحة الدائرة الصغرى

π (٢٤ + ن)² = ٤ π (٧ + ٣ن)² ①

(٢٤ + ن)² = (١٤ + ٦ن)² ①

٢٤ + ن = ١٤ + ٦ن ①

١٠ = ٥ن

ن = ٢ ①

أو ٢٤ + ن = -١٤ - ٦ن

٣٨ = -٧ن

ن = -٣٨/٧ تهمل

* إذا اعتمد الكل كما سؤال الكتاب يعتبر صحيح

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

ب) $س^2 - 9 = 0 \Leftarrow (س-3)(س+3) = 0$ ①

$\Leftarrow س = -3 ، 3$ ①

∴ منحنى الدالتين يتقطع محور السينات في النقطتين $(3،0)، (-3،0)$

القاعدة العليا لشبه المنحرف $= 3 - (-3) = 6$ ①

القاعدة السفلى $= 3$ ①

الارتفاع $= 0 - ص = -ص = -س^2 + 9 = 9 - س^2$ ①

مساحة شبه المنحرف $= \frac{1}{2} \times$ مجموع القاعدتين المتوازيتين $\times$ البعد بينهما

$م = \frac{1}{2}(6 + 2س)(9 - س^2)$ ①

$= \frac{1}{2} \times 2(3 + س)(9 - س^2)$

$= (3 + س)(9 - س^2)$ ①

$م' = (3 + س)(-2س) + (9 - س^2)(1)$ ①

$= -6س - 2س^2 + 9 - س^2 = 0$ ①

$-3س^2 - 6س + 9 = 0$

$(3س - 2)(-س - 3) = 0$ ①

$\Leftarrow 3 - س = 0 \Leftarrow س = 3$ ①

$\times \quad -س - 3 = 0 \Leftarrow س = -3$

$م''(س) = -6س - 6$ ①

$م''(1) = -6(1) - 6 = -12 < 0$ عظمى ①

∴ أكبر مساحة لشبه المنحرف تكون عندما $س = 1$ ، ومساوية

$م(1) = (3 + 1)(9 - 1^2)$ ①

$= (4)(8) = 32$ وحدة مربعة ①

رقم الصفحة في المصحف

(ص ٤٠)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
الإجابة الصحيحة	٣٢	١	٥٠ ٤٠ ٤٠	(٩٦١)	
رمز الإجابة الصحيحة	٤٠	٣	ب	٥	

١٣٨
١٤٦
١٦٦
١٥٧

(لكل فقرة ٣ درجات)

منهاجي
منصة التعليم الهادف

السؤال الأول :

(أ)

١) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س}}{س - ٤}$ = صورة / صورة ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{٦٤} + \sqrt{٦٤} - \sqrt{١٤ - ٢س}}{س - ٤}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - ٨}{س - ٤} + \lim_{س \to ٤} \frac{٨ - \sqrt{١٤ - ٢س}}{س - ٤}$ ① توزيع النهاية

$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - ٨}{س - ٤} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س} + ٨}{\sqrt{س^٣ - س} + ٨} + \lim_{س \to ٤} \frac{٨ - \sqrt{١٤ - ٢س}}{س - ٤} \times \frac{٨ + \sqrt{١٤ - ٢س}}{٨ + \sqrt{١٤ - ٢س}}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٣ - س - ٦٤}{(س - ٤)(\sqrt{س^٣ - س} + ٨)} + \lim_{س \to ٤} \frac{-(١٤ - ٢س - ٦٤)}{(س - ٤)(٨ + \sqrt{١٤ - ٢س})}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(س^٢ + ٤س + ١٦)}{(س - ٤)(\sqrt{س^٣ - س} + ٨)} + \lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ٧}{(س - ٤)(٨ + \sqrt{١٤ - ٢س})}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ + ٤س + ١٦}{\sqrt{س^٣ - س} + ٨} + \lim_{س \to ٤} \frac{٢س - ٧}{٨ + \sqrt{١٤ - ٢س}}$ ①

$= \frac{٤٨}{٨ + ٨} + \frac{٨ - ٧}{٨ + ٨}$ ①

$= \frac{١}{١٦}$

س	$-\infty$	-١	٠	١	∞
$س^٣ - س - ٦$	-	٠	+	٠	-

المجموعة = $]-١, ١[$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول

أ) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٢٧}{س - ٣}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)}{س - ٣}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} (س^٢ + ٣س + ٩)$ ①

$= ٢٧$ ①

ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س + ٢} - ٢}{س - ٢}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(\sqrt{س + ٢} - ٢)(\sqrt{س + ٢} + ٢)}{(س - ٢)(\sqrt{س + ٢} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{(س - ٢)(\sqrt{س + ٢} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{١}{\sqrt{س + ٢} + ٢}$ ①

$= \frac{١}{٤}$ ①

ج) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤ + ٣س} - ٢}{س}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(\sqrt{٤ + ٣س} - ٢)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}{س(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣س}{س(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣}{\sqrt{٤ + ٣س} + ٢}$ ①

$= \frac{٣}{٤}$ ①

د) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤ + ٣س} - ٢}{\sqrt{س + ٢} - \sqrt{٢}}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(\sqrt{٤ + ٣س} - ٢)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)(\sqrt{س + ٢} + \sqrt{٢})}{(\sqrt{س + ٢} - \sqrt{٢})(\sqrt{س + ٢} + \sqrt{٢})(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣س(\sqrt{س + ٢} + \sqrt{٢})}{س(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣(\sqrt{س + ٢} + \sqrt{٢})}{\sqrt{٤ + ٣س} + ٢}$ ①

$= \frac{٣\sqrt{٢}}{٤}$ ①

هـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤ + ٣س} - ٢}{\sqrt{س + ٤} - ٢}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(\sqrt{٤ + ٣س} - ٢)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)(\sqrt{س + ٤} + ٢)}{(\sqrt{س + ٤} - ٢)(\sqrt{س + ٤} + ٢)(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣س(\sqrt{س + ٤} + ٢)}{س(\sqrt{٤ + ٣س} + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣(\sqrt{س + ٤} + ٢)}{\sqrt{٤ + ٣س} + ٢}$ ①

$= ٣$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول

(د) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{س^3} = \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا س}{جتا س} - جا س}{س^3}$ ①

(ج) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{س^3} = \lim_{س \to 0} \frac{جا س - جا س جتا س}{س^3 جتا س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س (1 - جتا س)}{س^3 جتا س} \times \frac{1 + جتا س}{1 + جتا س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س}{س^3 جتا س (1 + جتا س)}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا س (1 + جتا س)}$ ①

$= \frac{1}{2}$ ①

السؤال الأول:

١٥

ا) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{س^3}$ ①

ب) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٢س - جا ٢س}{س^3}$ ①

نفرض $ص = ٢س \Rightarrow س = \frac{ص}{٢}$ ①

$س \to 0 \Rightarrow ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{ظا ص - جا ص}{\frac{ص^3}{٨}}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{\frac{جا ص}{جتا ص} - جا ص}{ص^3}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص - جا ص جتا ص}{ص^3 جتا ص}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص (١ - جتا ص)}{ص^3 جتا ص} \times \frac{١ + جتا ص}{١ + جتا ص}$ ① ① ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا^٢ ص}{ص^3 جتا ص (١ + جتا ص)}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا^٢ ص}{ص^3 جتا ص \times (٢)}$ ①

$= ٨ \lim_{ص \to 0} \frac{جا^٢ ص}{ص^3 جتا ص \times ٢}$ ①

$= ٨ \left(\lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص} \right)^٣ \times \lim_{ص \to 0} \frac{١}{٢ جتا ص}$ ①

$= ٨ (١)^٣ \times \frac{١}{٢}$ ① $= ٤$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول (٢) ١٥

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س - \text{حا}^{2}س}{س^{4}} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \quad (1)$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{ظا}^{2}س}{1 - \text{ظا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\frac{\text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س}}{\frac{1 - \text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س}} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} \times \frac{\text{جتا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س - \text{حا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س - \text{حا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س - \text{حا}^{2}س} \times \frac{\text{جتا}^{2}س - \text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س \, \text{جتا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} - \text{حا}^{2}س \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{حا}^{2}س \, \text{جتا}^{2}س - \text{حا}^{2}س \, \text{جتا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} \right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{2}س (1 - \text{جتا}^{2}س)}{\text{جتا}^{2}س} \times \frac{1}{س^{2}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \text{ظا}^{2}س \left(1 - (1 - \text{حا}^{2}س)\right)^{\frac{1}{س^{2}}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س \times \text{حا}^{2}س}{س^{2}} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س}{س^{2}} \times \text{نها}_{س \to 0} \text{حا}^{2}س \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{2}س}{س^{2}}$$

$$= 1 \times 1 \times 1$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثاني:

١٥

ب) $f'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{f(س+هـ) - f(س)}{هـ}$ ①

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{٣}{١-(س+هـ)^{٢}} - \frac{٣}{١-س^{٢}}}{هـ}$$ ①

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{٣(١-س^{٢}) - ٣(١-(س+هـ)^{٢})}{(١-(س+هـ)^{٢})(١-س^{٢})}}{هـ}$$ ①

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٣ - ٣س^{٢} - ٣ + ٣(س^{٢}+٢سهـ+هـ^{٢})}{هـ(١-(س+هـ)^{٢})(١-س^{٢})}$$ ①

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٣ - ٣س^{٢} - ٣ + ٣س^{٢} + ٦سهـ + ٣هـ^{٢}}{هـ(١-(س+هـ)^{٢})(١-س^{٢})}$$ ① مقام ① بسط

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٦س + ٣هـ}{(١-(س+هـ)^{٢})(١-س^{٢})}$$ ① اختصار ① ترتيب

$$= \frac{٦س}{(١-س^{٢})^{٢}}$$ ①

* إذا استخدم قاعدة لا نهاية واحد البائي لصورة صحيحة يأخذ علامة واحد فقط

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الرابع :

أ) نقطة التماس هي (٢، -١)

١٥ م = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ عند نقطة التماس.

نشتق ضمنياً.

٤ ص ص' + ٤ س - ٤ + ١٢ ص' = ٠

بالتعويض عند نقطة التماس ⇐ ٤ × -١ ص' + ٤ × ٣ - ٤ + ١٢ ص' = ٠

-٤ ص' + ١٢ - ٤ + ١٢ ص' = ٠

٨ ص' + ٨ = ٠

ص' = -١

نفرض أن الزاوية التي يصنعها المماس عند نقطة التماس هي (هـ)

∴ ظا هـ = ص' = -١ ⇐ هـ = $\frac{٣\pi}{٤}$

(٢، -١)

معادلة المماس هي:

ص - ص١ = م (س - س١)

ص + ١ = -١ (س - ٣)

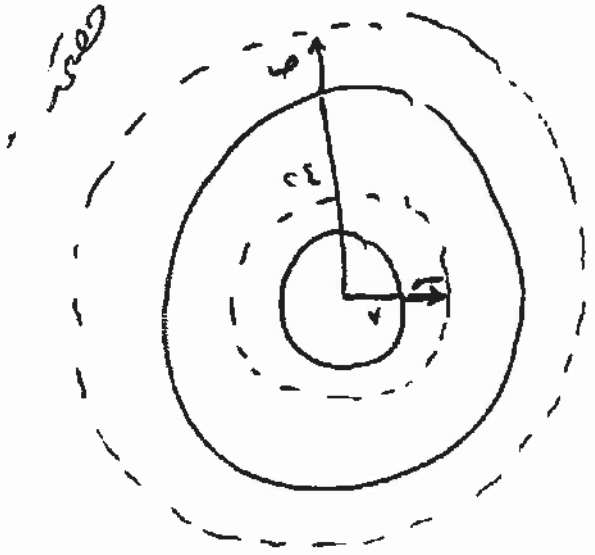
ص + ١ = -س + ٣

ص = -س + ٢

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الخامس:

(أ)



١٥

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$\frac{ك ر}{ك ن} = ٣$

$\frac{ك ص}{ك ن} = ١$

①

م = م كبرى − م صغرى

① ① ①

$م = \pi (ص + ٤)^{٢} - \pi (ن + ٧)^{٢}$

$\frac{ك م}{ك ن} = \pi ٢ (ص + ٤) \times \frac{ك ص}{ك ن} - \pi ٢ (ن + ٧) \times \frac{ك ن}{ك ن}$ ①

لأكبر عندما م كبرى = ٤ م صغرى

① $\pi (ص + ٤)^{٢} = ٤ \pi (ن + ٧)^{٢}$

① $(ص + ٤)^{٢} = ٤ (ن + ٧)^{٢}$

① $|ص + ٤| = ٢ |ن + ٧|$

① اما $ص + ٤ = ٢ (ن + ٧)$ أو $ص + ٤ = -٢ (ن + ٧)$

$ص + ٤ = ٢ن + ١٤$ $ص + ٤ = -٢ن - ١٤$

$ص - ٢ن = ١٠$ $ص + ٢ن = -١٨$

① $\frac{ك ص}{ك ن} = ٢ن$ ، $\frac{ك ر}{ك ن} = ٣ن^{٢}$ لأكبر ر = ص $\frac{ك ص}{ك ن}$

$ن^{٢} = ٢ن$ ① $ن = ٠$ ، $ص - ٢ن = ١٠$

أو $ص + ٢ن = -١٨ \Leftarrow ن^{٢} = ٢ن \Leftarrow ن^{٢} - ٢ن = ٠ \Leftarrow ن (ن - ٢) = ٠$

$ن = ٢ \Leftarrow ص = ١٠ - ٤ = ٦$

$ن = -٩ \Leftarrow ص = -١٨ + ١٨ = ٠$

① $ن = ٢ \Leftarrow ص = ٦$

① $ن = ٠ \Leftarrow ص = ١٠$

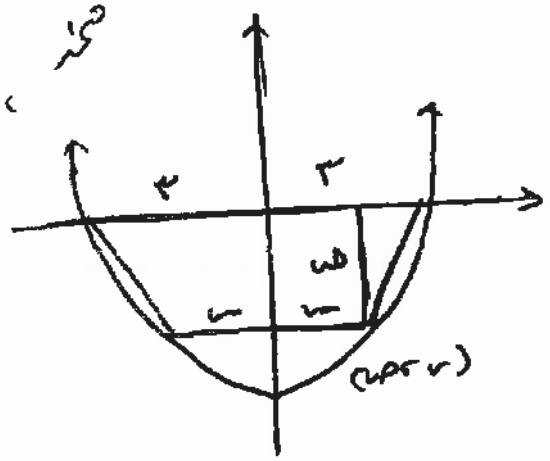
$\therefore \left| \frac{ك م}{ك ن} \right| = ٣ \times ٢ \pi (٧ + ٦) ن - ٢ \times \pi (٤ + ن) ن$ ①

$م_{كبرى} - م_{صغرى} = ٢٨ \pi - ٥٠ \pi$ ①

$= -٢٢ \pi$ سم/ث .

السؤال الخامس

(ب)



نجد نقط التقاطع مع السينات .

ص = ٠ ⇐ ٩ - س٢ = ٠ ①

س٢ = ٩ ⇐ س = ±٣

نقط التقاطع هي (٠، ٣) ، (٠، -٣) ①

م شبه منحرف = $\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع . ①

م = $\frac{1}{2}$ (٦ + ٢س) (٠ - ص) ① ①

م = (٣ + س) (٩ - س٢) ①

م = ٢٧ - ٣س٢ + ٩س - س٣ ①

م' (س) = ٩ - ٦س - ٣س٢ ①

م' (س) = ٠ ①

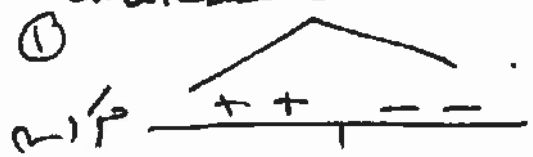
٣س٢ - ٦س + ٩ = ٠

س٢ + ٢س - ٣ = ٠

(س + ٣)(س - ١) = ٠ ①

س = -٣ ، س = ١ ①

أو باستخدام اختبار المشتقة الثانية ①

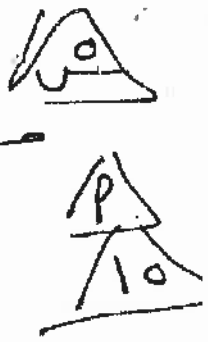


تكون مساحة شبه المنحرف أكبر ما يمكن عندما س = ١ ①

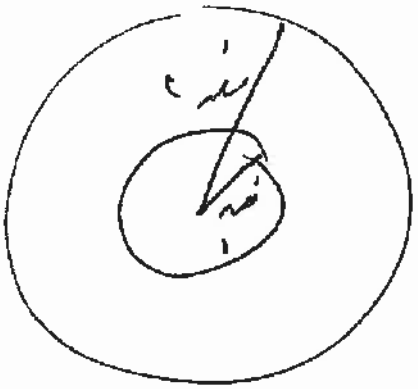
∴ المساحة تكون لشبه المنحرف هي ①

م (١) = ٢٧ - ٣ + ٩ - ١ = ٣٢ وحدة مربعة ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف



مساحة المحصورة = مساحة الدائرة الكبرى − مساحة الدائرة الصغرى



$م = \pi نق_2^2 - \pi نق_1^2$ (١)

$م = \pi (نق_2^2 - نق_1^2)$ (١)

$\frac{م}{\pi} = (نق_2 + نق_1)(نق_2 - نق_1)$ (١)

$= (١٣ \times ١٣ - ١٢ \times ١٢)\pi$ (١)

$= (١٦٩ - ١٤٤)\pi$ (١)

$= ٢٥\pi$ سم^2 (١)

مساحة كبرى = ٤ × مساحة صغرى

$\pi نق_2^2 = ٤\pi نق_1^2$

$نق_2 = ٢ نق_1$ للتشابه

$٤ن + ٧ = ٢(٣ن + ٧)$ (١)

$٤ن + ٧ = ٦ن + ١٤$ (١)

$٧ = ٢ن$ (١)

$ن = ٣.٥$ (١)

$\therefore$ نق$_1$ = ٣ سم (١)

نق$_2$ = ٧ سم (١)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

(أ)

(م)

$$\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{س - ٢} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$$

(١)

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^٣ - س - ١٤ + ٢س^٢}{(س - ٢)\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$$

(١)

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٨}{س - ٥} + \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{س - ٢} + \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} \times \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{١}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$$

(١) (١) (١) (١)

$$= \left(\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{س - ٢} + ١ + \text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{س - ٢}\right) \times \frac{١}{٦\sqrt{٢}}$$

(١) (١)

$$= \left(\text{نهـا}_{س \to ٢} (س^٢ + ٢س + ٤) + ١ + \text{نهـا}_{س \to ٢} (س + ٢)\right) \times \frac{١}{٦\sqrt{٢}}$$

(١)

$$= (١٢ + ١ + ٤\sqrt{٢}) \times \frac{١}{٦\sqrt{٢}}$$

(١)

$$= \frac{١٩}{٦\sqrt{٢}}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٢ م)

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ١٤} - \sqrt{س^٢ - ٤}}{س^٢ - ٤}$

اجابة بنر هتمرسة

اذا أخطأ الطالب في نقل السؤال وكتبه كما يأتي :

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ١٤} - \sqrt{س^٢ - ٤}}{س^٢ - ٤}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٢} - \sqrt{٦}}{س^٢ - ٤}$ ① ① ① ∴ النهاية غير موجودة

يصح من ٣ درجات فقط

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س ١ م/ ٢

١٥

صح ①

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س - \text{جا}^{2}س}{س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \left(\frac{\text{جا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س} - \text{جا}^{2}س \right) \times \frac{1}{س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2}س - \text{جا}^{2}س \, \text{جتا}^{2}س}{\text{جتا}^{2}س \times س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}^{2}س (1 - \text{جتا}^{2}س)}{\text{جتا}^{2}س \times س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س \, (1 - \text{جتا}^{2}س + \text{جا}^{2}س)}{س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}^{2}س \times 2 \, \text{جا}^{2}س}{س^{2}}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \text{ظا}^{2}س \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س}{س} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}س}{س}$$

$$= 2 \times 2 \times 1$$

$$= 4$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س ١ م

١٥ ٢) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^4}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - \frac{جا^2 س}{جتا^2 س} \right) \times \frac{1}{س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (1 - جتا^2 س)}{جتا^2 س \times س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (جتا 0 - جتا 2س)}{جتا^2 س \times س^2}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (-2جا(\frac{0+2س}{2}) جا(\frac{0-2س}{2}))}{س^2 جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س \times -2جا س \times -جا س}{س^2 جتا^2 س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{2جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{جتا^2 س}$ ①

$= 2 \times 2 \times 1 \times 1$ ①

$= 4$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س ١) ٢

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - هـا^2 س}{س^3}$$

$$= \lim_{س \to 0} ظا^2 س \left(1 - \frac{هـا^2 س}{ظا^2 س}\right)$$ ① ② ③

$$= \lim_{س \to 0} ظا^2 س \left(1 - هـتا^2 س\right)$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} ظا^2 س \left(1 - هـتا^2 س\right) \times \frac{1 + هـتا^2 س}{1 + هـتا^2 س} \times \frac{1}{س^2}$$ ① ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س \left(1 - هـتا^2 س\right)}{(1 + هـتا^2 س) \times س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س \times هـا^2 س}{(1 + هـتا^2 س) \times س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{هـا س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{1 + هـتا^2 س}$$ ① ① ①

$$= ٢ \times ١ \times ١ \times \frac{1}{2}$$ ① ① ①

$$= ٤$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

(١٥)

س ٢) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س - جا٢س}{س^٢}$ بضرب ① بمر

$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا٢س}{جتا٢س} - جا٢س\right) \times \frac{١}{س^٣}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا٢س - جا٢س جتا٢س}{جتا٢س \times س^٣}$ ① ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{٢جاس جتاس - ٢جاس جتاس (١-٢جا^٢س)}{س^٣ جتا٢س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{٢جاس جتاس - ٢جاس جتاس + ٤جا^٣س جتاس}{س^٣ جتا٢س}$ ①

$= \lim_{س \to 0} \frac{٤جا^٢س جتاس}{س^٢ جتا٢س}$ ①

$= ٤ \lim_{س \to 0} \frac{جاس}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جاس}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{١}{جتاس}$ ① ①

$= ٤ \times ١ \times ١ \times ١$ ①

$= ٤$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٥ صفر

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا^٢ س - جا^٢ س}{س^٢ جا^٢ س ظا^٢ س}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^٢ س}{جتا^٢ س} - جا^٢ س \right) \times \frac{1}{س^٢ جا^٢ س}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \left(جا^٢ س \left(\frac{1}{جتا^٢ س} - 1 \right) \right) \times \frac{1}{س^٢ جا^٢ س}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س (قا^٢ س - 1)}{س^٢}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س (قا^٢ س - 1)}{س^٢} \times \frac{قا^٢ س + 1}{قا^٢ س + 1}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س (قا^٢ س - 1)}{س^٢ (قا^٢ س + 1)}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س ظا^٢ س}{س^٢ (قا^٢ س + 1)}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س}{س^٢} \times \lim_{س \to 0} ظا^٢ س \times \lim_{س \to 0} \frac{1}{قا^٢ س + 1}$$ ① ① ①

$$= 1^٢ \times 1^٢ \times \frac{1}{2}$$ ① ① ①

$$= \frac{1}{2}$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول - أ - ٢ :

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س - جا٢س}{س^٣} = \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س - ظا٢س \times جتا٢س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س (١ - جتا٢س)}{س^٣} \times \frac{١ + جتا٢س}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times \frac{١ - جتا^٢٢س}{س^٢} \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times \frac{جا^٢٢س}{س^٢} \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س} \times \frac{جا٢س}{س} \times جا٢س \times \frac{١}{١ + جتا٢س}$$

$$= \frac{٢}{١} \times \frac{٢}{١} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٤$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ص ١ / ٢ ٣) إذا كتب الطالب السؤال بطريقة خاطئة كما يأتي

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س - جا^2 س}{س^2}$$ يخسر علامة هذه الخطوة

ويصبح من ١٣

$$\lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س}{جتا^2 س} - جا^2 س\right) \times \frac{1}{س^2}$$

$$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{جا^2 س - جا^2 س \, جتا^2 س}{جتا^2 س}\right) \times \frac{1}{س^2}$$ ① توحيد المقام ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جا^2 س (1 - جتا^2 س)}{جتا^2 س \times س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س \; (1 - (1 - 2جا^2 س))}{س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} \frac{ظا^2 س \times 2جا^2 س}{س^2}$$ ①

$$= \lim_{س \to 0} ظا^2 س \times \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to 0} جا س$$ ① ① ①

$$= 2 \times 1 \times 0$$ ① ① ①

$$= صفر$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٣) إذا حلّ الطالب كما يأتي ليصبح الفرق من ١٠

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} |س^{٢} - [س]| & ، \ س < ٢ \\ \frac{١}{١٠} & ، \ س = ٢ \\ \frac{\text{جا}(٢س - ٤)}{١٠(س - ٢)} & ، \ س > ٢ \end{cases}$$

حل غير مقبول

ق(٢) = $\frac{١}{١٠}$ ← ق(س) معرّفة عند س = ٢ ①

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^-} \text{ق}(س) = \text{نهـا}_{س \to ٢^-} |١ - ٢س| \ ① \leftarrow \text{اختيار الإجابة}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢^-} (٢س - ١) \ ①$$

$$= ٣ \ ①$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٢^+} \text{ق}(س) = \text{نهـا}_{س \to ٢^+} \frac{\text{جا}(٢س - ٤)}{١٠(س - ٢)} \ ① \leftarrow \text{اختيار الإجابة}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢^+} \frac{\text{جا}^{٢}(س - ٢)}{١٠(س - ٢)} \ ①$$

$$= \text{نهـا}_{ص \to ٠^+} \frac{\text{جا}^{٢} ص}{١٠ ص^{٢}} \ ①$$

أوجدت
ص = س − ٢
ص → ٠⁺ عندما س → ٢⁺

$$= \frac{٢}{١٠}$$

$$= \frac{١}{٥} \ ①$$

بما أن $\text{نهـا}_{س \to ٢^-} \text{ق}(س) \neq \text{نهـا}_{س \to ٢^+} \text{ق}(س)$ ①

∴ ق غير متصل عند س = ٢

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣ فرع ب)

$$ه(س) = \frac{س^3 - س}{س^2 - 1}$$

$$ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$$ ①

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{ع^3 - ع}{ع^2 - 1} - \frac{س^3 - س}{س^2 - 1} \right) \frac{1}{ع - س}$$ ①

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^3 (س^2 - 1) - س^3 (ع^2 - 1)}{(ع^2 - 1)(س^2 - 1)(ع - س)}$$ ①

بإضافة وطرح ①

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^3 (س^2 - 1) - س^3 (ع^2 - 1) + س^3 (ع^2 - 1) - س^3 (ع^2 - 1)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^2 - 1)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)} + \lim_{ع \to س} \frac{س^3 (س^2 - ع^2)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$ ①

$$= \lim_{ع \to س} \frac{3 س^2 (س^2 - 1)}{(ع + س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)} + \lim_{ع \to س} \frac{-6 س^3 (ع - س)}{(ع - س)(ع^2 - 1)(س^2 - 1)}$$ ①

$$= \frac{3}{(س^2 - 1)^2} + \frac{-6}{(س^2 - 1)^2}$$ ①

$$= \frac{-3}{(س^2 - 1)^2}$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل ٢)

اذا استخدم الطالب تعريف المسطرة
عند نقطة يصبح من $\overline{AB}$ علامات.

اذا استخدم الطالب تعريف المسطرة
عند العدد $\frac{1}{2}$ يصبح من ٣ علامات فقط.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

(٢) $ق(س) = \begin{cases} أ س^{٣} + ب س & س < -١ \\ أ س^{٢} + ٩ ب س - ١٢ & س \geq -١ \end{cases}$

بما $ق$ قابلة للاشتقاق عند $س = -١$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to -١^{-}} (أ س^{٣} + ب س) = \lim_{س \to -١^{+}} (أ س^{٢} + ٩ ب س - ١٢)$ ①

$\therefore$ $(-أ - ب) = (أ + ٩ ب - ١٢)$ ①

$\therefore$ $-أ - ب - أ - ٩ ب + ١٢ = ٠$ ①

$\therefore$ $-٢ أ - ١٠ ب + ١٢ = ٠$

$\therefore$ $-١ أ - ٥ ب + ٦ = ٠$ ***

بما $ق$ قابلة للاشتقاق عند $س = -١$

$\therefore$ $ق'(-١) = \lim_{س \to -١^{-}} ق'(س) = \lim_{س \to -١^{+}} ق'(س)$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to -١^{-}} \frac{(أ س^{٣} + ب س) - (أ س^{٢} + ٩ ب س - ١٢)}{س + ١} = \lim_{س \to -١^{+}} \frac{(أ س^{٢} + ٩ ب س - ١٢) - (-أ - ب)}{س + ١}$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to -١^{-}} \frac{(س + ١)(أ س^{٢} - أ س + ٣ أ + ب)}{(س + ١)} = \lim_{س \to -١^{+}} \frac{(س + ١)(أ س + ٣ أ + ٩ ب - ١٢)}{(س + ١)}$ ①

$\therefore$ $٣ أ + ب = ٣ أ + ٩ ب - ١٢$

$\therefore$ $٨ ب - ١٢ = ٠$ ①

$\therefore$ $٨ ب = ١٢$

$\therefore$ $ب = \frac{١٢}{٨} = \frac{٣}{٢}$ ①

بالتعويض في ***

$\therefore$ $-١ أ - ٥ (\frac{٣}{٢}) + ٦ = ٠$

$\therefore$ $-١ أ - \frac{١٥}{٢} + ٦ = ٠$

$\therefore$ $-١ أ = \frac{١٥}{٢} - ٦ = \frac{٣}{٢}$

$\therefore$ $أ = -\frac{٣}{٢}$ ①

	$س^{٣}$	$س^{٢}$	$س$	$س^{٠}$
	$أ$	$ب$	٠	-١٢
-١		$-أ$	$-ب$	$أ + ب$
	$أ$	$-أ + ب$	$-ب$	٠

$\therefore$ $ق(س) = \frac{١}{٢}(-٣ س^{٣} + ٣ س^{٢} + ٣ س - ٣)$

$\therefore$ $ق'(س) = \frac{١}{٢}(-٩ س^{٢} + ٦ س + ٣)$

$\therefore$ $ق'(-٢) = \frac{١}{٢}(-٣٦ - ١٢ + ٣) = -\frac{٤٥}{٢}$ ①

$\therefore$ ميل العمودي $= \frac{٢}{٤٥}$ ①

$\therefore$ معادلة العمودي: $ص - ٥ = \frac{٢}{٤٥}(س + ٢)$ ①

$\therefore$ $٤٥ ص - ٢٢٥ = ٢ س + ٤$

$\therefore$ $٢ س - ٤٥ ص + ٢٢٩ = ٠$ ①

(٣) $ق(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ب & س \leq ١ \\ ٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣ & س > ١ \end{cases}$

بما $ق$ قابلة للاشتقاق عند $س = ١$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to ١^{-}} (أ س^{٢} + ب) = \lim_{س \to ١^{+}} (٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣)$ ①

$\therefore$ $أ + ب = ٤$ ①

بما $ق$ قابلة للاشتقاق عند $س = ١$

$\therefore$ $ق'(١) = \lim_{س \to ١^{-}} ق'(س) = \lim_{س \to ١^{+}} ق'(س)$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to ١^{-}} \frac{(أ س^{٢} + ب) - (٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣)}{س - ١} = \lim_{س \to ١^{+}} \frac{(٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣) - (أ + ب)}{س - ١}$ ①

$\therefore$ $\lim_{س \to ١^{-}} \frac{(س - ١)(-٣ س^{٢} - ٣ س + ٣ أ + ٣)}{(س - ١)} = \lim_{س \to ١^{+}} \frac{(س - ١)(٩ س^{٢} - ٤ س + ٣ - أ - ب)}{(س - ١)}$ ①

$\therefore$ $٣ أ = ٩ - ٤ - أ - ب$

$\therefore$ $٤ أ + ب = ٥$ ①

بحل المعادلتين

$\therefore$ $أ = ١$ ①

$\therefore$ $ب = ٣$ ①

$\therefore$ $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٣ & س \leq ١ \\ ٣ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٣ & س > ١ \end{cases}$

$\therefore$ $ق'(س) = \begin{cases} ٢ س & س < ١ \\ ٩ س^{٢} - ٤ س & س > ١ \end{cases}$

$\therefore$ $ق'(٢) = ٢٠$ ①

$\therefore$ ميل المماس $= ٢٠$

$\therefore$ معادلة المماس: $ص - ١٥ = ٢٠(س - ٢)$ ①

$\therefore$ $ص - ١٥ = ٢٠ س - ٤٠$

$\therefore$ $٢٠ س - ص - ٢٥ = ٠$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٥

حل

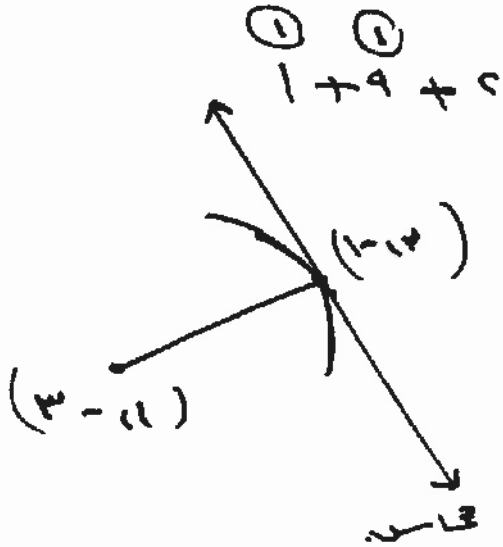
م) $٢هـ^{٢} + ٢ص^{٢} - ٤س + ١٢ص + ٤ = ٠$

$هـ^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٦هـ + ٢ = ٠$ ①

$هـ^{٢} + ٦هـ + ٩ + ص^{٢} - ٢ص + ١ = -٢ + ٩ + ١$ ① ① ① ①

$(هـ+٣)^{٢} + (ص-١)^{٢} = ٨$ ①

المركز $(-٣، ١)$ ①



ميل العمودي على المماس $= \frac{-٣-١}{١-٣}$ ① ①

$= \frac{-٤}{-٢}$

$= ٢$

∴ ميل المماس $= \frac{-١}{\text{ميل العمودي}} = -\frac{١}{٢}$ ①

ظاهـ $= -١$ ومنه $هـ = \frac{٣\pi}{٤}$ ① ①

∴ معادلة المماس $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ ①

$ص + ١ = -\frac{١}{٢}(س - ٣)$ ①

$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{٣}{٢} - ١$

$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٢}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل خزرشكل

ص ب أ ⊿ ١٨

اذا تعامل الطالب مع الاقتران

$ص(س) = ٤س^{٣} - \frac{١}{٤}س^{٤}$ على أنه

المشتقة الاولى فيسير حتى علامات

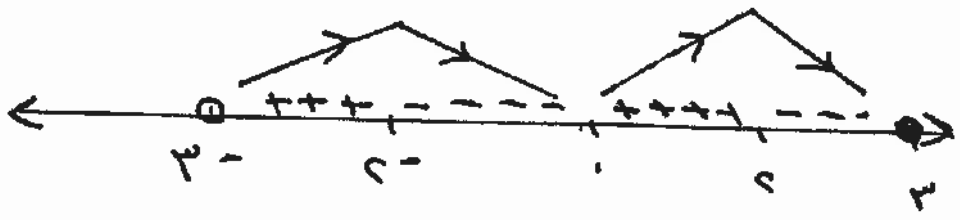
الخط أي ٦ علامات وتكمل بداخل .

منهاجي

متعة التعليم الهادف

حل آخر لطلب

ب) الرجاء مراعاة ما يأتي عند تصحيح فرع ب من السؤال الرابع في فقرة (٢) من السؤال



إذا كانت إجابة الطالب :

- للاقتران د هـ قيمة عظمى محلية عند س = -٢ هي د(-٢)
- للاقتران د هـ قيمة عظمى محلية عند س = ٢ هي د(٢)
- للاقتران د هـ قيمة صغرى محلية عند س = ٠ هي د(٠)
- للاقتران د هـ قيمة صغرى مطلقة عند س = ٣ هي د(٣) = $\frac{-٩}{٢}$

يأخذ ٣ علامات من ٤ علامات

إذا كانت إجابة الطالب :

- للاقتران د هـ قيمة عظمى محلية ومطلقة عند س = -٢ هي د(-٢) = ٨
- للاقتران د هـ قيمة عظمى محلية عند س = ٢ هي د(٢)
- للاقتران د هـ قيمة صغرى مطلقة عند س = ٣ هي د(٣) = $\frac{-٩}{٢}$
- للاقتران د هـ قيمة صغرى محلية عند س = ٠ هي د(٠)

يأخذ ٤ علامات من ٤ علامات.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل ٢ ج

س ٥ م١ (١٥)

$م = م_ك - م_ي$ (١)

$= \pi ع_ك^2 - \pi ع_ي^2$ (١)

$\frac{دم}{دن} = ٢ ع_ك \pi \frac{دع_ك}{دن} - ٢ ع_ي \pi \frac{دع_ي}{دن}$ (١)

$= ٢\pi ع_ك \times ١ - ٢\pi ع_ي \times ٣$ (١)

$= ٢\pi (ع_ك - ٣ ع_ي)$ (١)

$= ٢\pi (٢ ع_ي - ٣ ع_ي)$ (١)

$= -٢\pi ع_ي \times ١٣$ (١)

$= -٢٦\pi$ سم²/د (١)

في اللحظة

$م_ك = ٤ م_ي$ (١)

$ع_ك^2 \pi = ٤ \times ع_ي^2 \pi$ (١)

$ع_ك = ٢ ع_ي$ (١)

م	ع
٢٤	٧
٢٥	١٠
٣٦	١٣

(١)

منهاجي

متعة التعليم الهادف

يصبح من ٩ مرات

① $م = \frac{1}{2} \times 12 \times 13 \times \sin 36$

$= 3 \times 13 \times 12 \sin 36$ ①

$= 468 \sin 36$ سم^2 ①

$\frac{م}{\sin 36} = \frac{س}{\sin 54}$ ①

$م = 12 \sin 36 \times \frac{\sin 54}{\sin 36}$

$م = 12 \sin 54$

$م = 12 \sin (90 - 36)$

$م = 12 \cos 36$ ①

على غير حسب

①

$\frac{ص}{\sin 36} = \frac{12}{\sin 54}$ ①

$ص = 12 \times \frac{\sin 36}{\sin 54}$

$ص = 12 \times \frac{\sin 36}{\cos 36}$

$ص = 12 \tan 36$ ①

$ن = 90 - 36$ ①

$ن = 54$ ①

$ن = 2 ن$

$ن = 2 \times 54$

$ن = 108$ ①

$ن = 180 - 108$

$ن = 72$ ①

$ن = 2 ن$

$ن = 2 \times 72$

$ن = 144$ ①

$ن = 180 - 144$

$ن = 36$ ①

$ن = 2 ن$

$ن = 2 \times 36$

$ن = 72$ ①

$ن = 180 - 72$

$ن = 108$ ①

$ن = 2 ن$

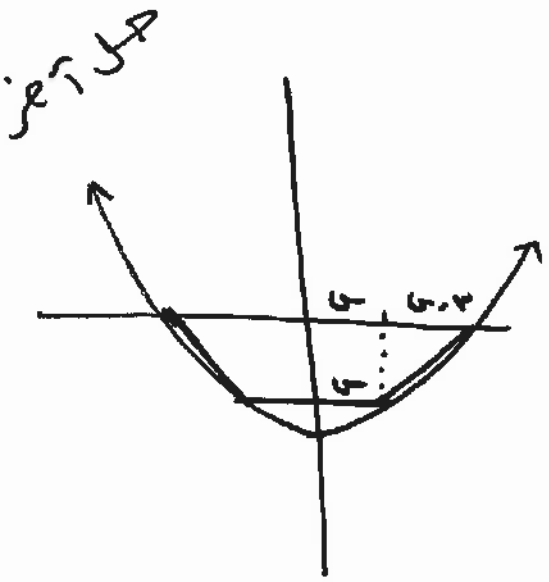
$ن = 2 \times 108$

$ن = 216$ ①

$ن = 180 - 216$

$ن = -36$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف



س ب) ① $٩ - س^٢ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٣$

① نقط التقاطع $(٣، ٠)، (-٣، ٠)$

$م = ٢ \left(\frac{١}{٢} (٣ - س)(٩ - س^٢) \right) + س (٩ - س^٢)$ ①

$= (٣ - س)(٩ - س^٢) + ٢س (٩ - س^٢)$ ①

$= ٢٧ - ٣س^٢ - ٩س + س^٣ + ١٨س - ٢س^٣$ ①

$= -س^٣ - ٣س^٢ + ٩س + ٢٧$

$م' = -٣س^٢ - ٦س + ٩$ ①

$-٣س^٢ - ٦س + ٩ = ٠$ ①

$٣س^٢ + ٦س - ٩ = ٠$

$(س + ٣)(س - ١) = ٠$ ①

$س = -٣، ١$ ①
مهمل

$م'' = -٦س - ٦$ ①

المسافة أكبر ما يكون عند $س = ١$ ①

$م = ٢ \left(\frac{١}{٢} (٣ - ١)(٩ - ١) \right) + ١ (٩ - ١)$ ①

$= ٢ (٨ + ٨)$

$= ٣٢$ وحدة مربعة ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف