الوحدة الاولى

الاقترانات الاسية واللوغاريتمية

حل تمارين الكتاب لمادة الرياضيات للصف الثاني الثانوي الادبي

(المنهاج الجديد)

الفصل الدراسي الاول

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

0798959071

أتحقق من فهمي صفحة 9

أجد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة:

a) $f(x) = 3^x$, $x = 4$

الحل:

$f(4) = 3^4$
$= (3)(3)(3)(3)$
$= 81$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $x = -1$

الحل:

$f(-1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
$= 3^1 = 3$

أتحقق من فهمي صفحة 12

إذا كان: $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ، فأجيب عن الأسئلة الآتية:

a) أمثل الاقتران بيانيًا ثم أحدد مجاله ومداه وخطوط التقارب.

b) أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين

c) هل الاقتران $f(x)$ متزايد أم متناقص؟

d) هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

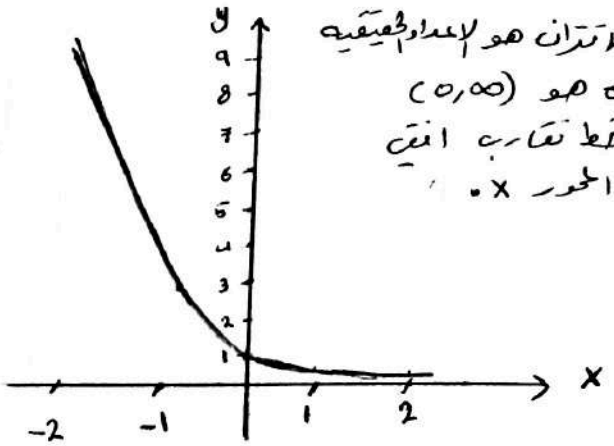
الحل:

a)

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
(x,y)	$(-2,9)$	$(-1,3)$	$(0,1)$	$(1,\frac{1}{3})$	$(2,\frac{1}{9})$

$f(-2) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$ / $f(-1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3^1 = 3$

$f(0) = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ / $f(1) = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$ / $f(2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$



- مجال الاقتران هو الأعداد الحقيقية
- مداه هو $(0,\infty)$
- وله خط تقارب أفقي هو المحور x.

b) بما أن $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ موجبة دائمًا فإنه لا يوجد مقطع مع المحور x لأن $y > 0$ ومقطع y للاقتران هو 1 عندما $x = 0$

c) الاقتران $f(x)$ متناقص لأنه كلما زادت قيم x تناقصت قيم y.

(ينظر للشكل من جهة اليسار، فإذا كانه هابط \ فهو متناقص وإذا كانه صاعد / فهو متزايد).

d) يُعدّ الاقتران $f(x)$ واحد لواحد.

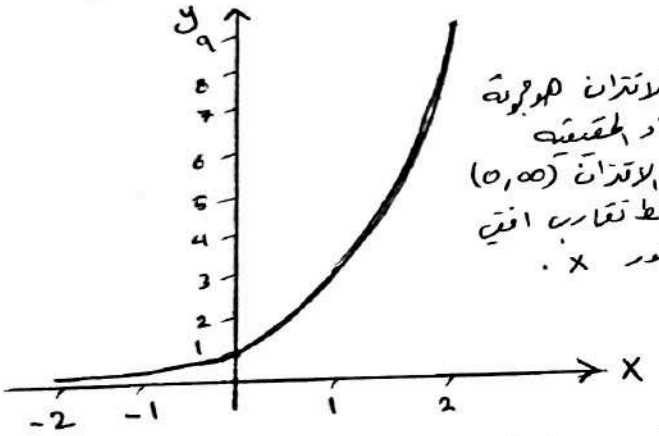
أتحقق من فهمي صفحة 10:

إذا كان $f(x) = 3^x$ فأجيب عن الأسئلة الآتية

a) أمثل الاقتران بيانيًا ثم أحدد مجاله ومداه وخطوط التقارب:

الحل:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
(x,y)	$(-2,\frac{1}{9})$	$(-1,\frac{1}{3})$	$(0,1)$	$(1,3)$	$(2,9)$



- مجال الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية
- مدى الاقتران $(0,\infty)$
- له خط تقارب أفقي هو المحور x.

b) أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين.

بما أن 3^x هو قيمة دائمًا فإنه لا يوجد للاقتران مقطع مع المحور x، لأن $y > 0$ دائمًا.

المقطع لـ y للاقتران هو 1 عندما $x = 0$

c) هل الاقتران $f(x)$ متزايد أم متناقص؟

$f(x)$ متزايد لأنه كلما زادت قيم x تزداد قيم y.

d) هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

نعم الاقتران $f(x)$ واحد لواحد، ويمكن التحقق من ذلك باستخدام اختبار الخط الأفقي.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي صفحة 15:

أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران مما يأتي، ثم أحدد مجاله ومداه، وبيناً إذا كان متناقصاً أم متزايداً:

a) $f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$.

الحل: الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -1$

مجال الاقتران $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية R.

مدى الاقتران $f(x)$ هو الفترة $(-1, \infty)$

الاقتران $f(x)$ متزايد.

---

b) $f(x) = 4(5)^{-x}$.

$f(x) = 4\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$.

الحل:

خط التقارب الأفقي هو $y = 0$.

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R.

مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

الاقتران $f(x)$ متناقص.

---

c) $f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$.

الحل: لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 2$.

مجال الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R.

مدى هذا الاقتران هو $(-\infty, 2)$

الاقتران $f(x)$ متناقص.

أتحقق من فهمي صفحة 16:

يمثل الاقتران $f(x) = 500(2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في عينة قيرية حيث x الزمن بالساعات

a) أجد عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 5 ساعات

الحل:

$f(5) = 500(2)^5$

$= (500)(32)$

$= 16000$. (عدد الخلايا)

b) بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العينة 4000 خلية؟

الحل:

$\frac{4000}{500} = \frac{500(2)^x}{500}$

$8 = 2^x$

$2^3 = 2^x$

$x = 3$

بعد 3 ساعات يصبح عدد الخلايا 4000 خلية

منهاجي
متعة التعليم الهادف

التدرب وحل المسائل:

أجد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة.

① $f(x) = (11)^x$, $x = 3$

$f(3) = (11)^3$

$= (11)(11)(11)$

$= 1331$.

---

② $f(x) = -5(2)^x$, $x = 1$

$f(1) = -5(2)^1$.

$= -5(2) = -10$

---

③ $f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^x$, $x = 2$

$f(2) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^2$

$= 3\left(\frac{1}{7}\right)\left(\frac{1}{7}\right)$

$= \frac{3}{49}$.

---

④ $f(x) = -(5)^x + 4$, $x = 4$

$f(4) = -(5)^4 + 4$

$= -625 + 4$

$= -621$

---

⑤ $f(x) = 3^x + 1$, $x = 5$

$f(5) = 3^5 + 1$

$= 243 + 1 = 244$.

---

⑥ $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x - 3$, $x = 2$

$f(2) = \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 3$

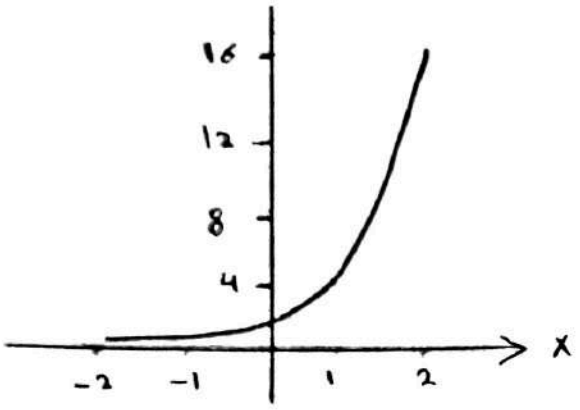
$= \frac{1}{81} - \frac{3 \times 81}{1 \times 81}$

$= \frac{1}{81} - \frac{243}{81} = \frac{-242}{81}$

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانيًا ثم أحدد مجاله ومداه

⑦ $f(x) = 4^x$

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16



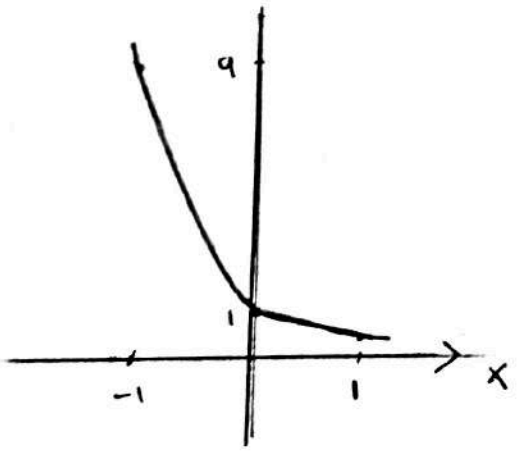
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية R.

المدى: $(0, \infty)$.

---

⑧ $f(x) = (9)^{-x}$

x	1	0	-1
f(x)	$\frac{1}{9}$	1	9



منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع التدريب واحل المسائل:

(9) $f(x) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^x$

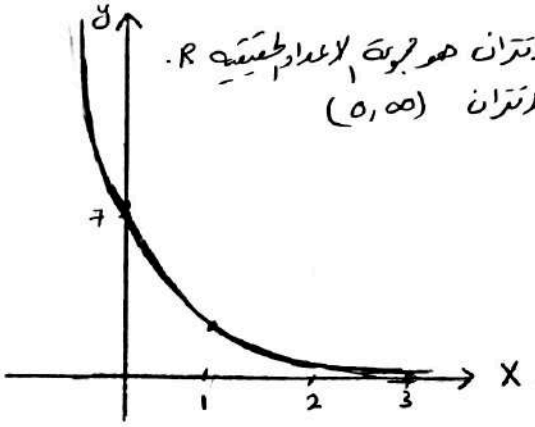
x	1	2	0	-1	-2
f(x)	1	$\frac{1}{7}$	7	49	343

$f(1) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^1 = 1$ ، $f(2) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^2 =$

$f(0) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^0 = 7(1) = 7$ ، $7\left(\frac{1}{49}\right) = \frac{1}{7}$

$f(-1) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7(7)^1 = 49$

$f(-2) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7(7)^2 = (7)(49) = 343$



- مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
- مدى الاقتران $(0,\infty)$

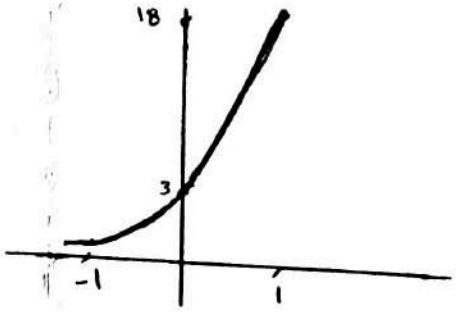
(10) $f(x) = 3(6)^x$

x	-1	0	1
f(x)	$\frac{1}{2}$	3	18

$f(-1) = 3(6)^{-1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$f(0) = 3(6)^0 = 3(1) = 3$

$f(1) = 3(6)^1 = 18$



مجال الاقتران مجموعة الاعداد الحقيقية R
مدى الاقتران $(0,\infty)$

أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران مما يأتي، ثم أحدد مجاله ومداه، بيّنًا إذا كان متناقصًا أم متزايدًا:

(11) $f(x) = 5^{x-1} + 2$

خط تقارب أفقي هو $y = 2$.
مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
مدى الاقتران هو $(2,\infty)$
الاقتران $f(x)$ متزايد.

---

(12) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 5$

خط تقارب أفقي هو $y = -5$.
مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
مدى الاقتران $(-5,\infty)$
الاقتران $f(x)$ متناقص.

---

(13) $f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^{x+5} - 6$.

خط تقارب أفقي هو $y = -6$.
مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
مدى الاقتران هو $(-6,\infty)$
الاقتران $f(x)$ متناقص.

---

(14) $f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$.

خط تقارب أفقي هو $y = 1$.
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
مدى الاقتران $(1,\infty)$
الاقتران $f(x)$ متزايد.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

التدريب وأحل المسائل

يمثل الاقتران $f(x) = 7000(1.2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في تجربة مخبرية حيث x الزمن بالساعات.

(15) أجد عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة.

الحل:
$$f(0) = 7000(1.2)^0$$
$$= 7000(1)$$
$$= 7000.$$

---

(16) أجد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة.

الحل:
$$f(12) = 7000(1.2)^{12}$$
$$\approx 62413$$

---

(17) بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية؟

الحل:
$$\frac{10080}{7000} = \frac{7000(1.2)^x}{7000}$$
$$(1.44) = (1.2)^x$$
$$(1.2)^2 = (1.2)^x$$
$$x = 2$$

∴ بعد ساعتين من بدء التجربة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية.

يمثل الاقتران: $f(x) = 100(0.97)^x$ النسبة المئوية للضوء المار خلال x من الألواح الزجاجية المتوازية

(18) أجد النسبة المئوية للضوء المار خلال لوح زجاجي واحد.

الحل:
$$f(1) = 100(0.97)^1$$
$$= 100(0.97)$$
$$= 97.$$

(19) أجد النسبة المئوية للضوء المار خلال 3 ألواح زجاجية.

الحل:
$$f(3) = 100(0.97)^3$$
$$= 100(.912673)$$
$$= 91.2673 \approx 91$$

يمثل الاقتران: $p(t) = 100(0.3)^t$ النسبة المئوية للمعافين من مرض سرطان البنكرياس ممن هم في المرحلة المتقدمة، حيث تعافوا بعد t سنة من التشخيص الأولي للمرض:

(20) أجد النسبة المئوية للمعافين بعد سنة من التشخيص الأولي للمرض.

الحل:
$$p(1) = 100(0.3)^1$$
$$= 100(0.3)$$
$$= 30$$

نسبة المعافين ممن عولجوا بعد سنة 30%.

---

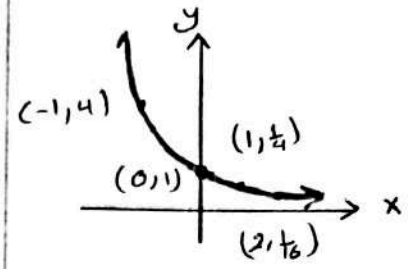
(21) بعد كم سنة تصبح النسبة المئوية للمعافين 9%؟

الحل:
$$\frac{9}{100} = \frac{100(0.3)^t}{100}$$
$$\frac{9}{100} = \left(\frac{3}{10}\right)^t$$
$$\left(\frac{3}{10}\right)^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^t$$
$$t = 2$$

بعد سنتين تصبح النسبة المئوية للمعافين 9%.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(22) يبين الشكل المجاور التمثيل البياني لمنحنى الاقتران : $f(x) = ab^x$.
أجد $f(3)$ مبررًا اجابتي.



الحل: من الشكل نلاحظ أن المقطع y هو ١ أي: عندما $x=0$ فإن $y=1$.

$f(0) = 1$

$ab^0 = 1$

$a(1) = 1 \longrightarrow \boxed{a=1}$

النقطة $(1, \frac{1}{4})$ تقع على منحنى الاقتران أي ان $f(1) = \frac{1}{4}$.

$f(1) = ab^1$

$\boxed{\frac{1}{4} = b}$

لكن $a=1$ ∴

$f(x) = (\frac{1}{4})^x$.

$f(3) = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$.

---

(23) أي الاقترانات الآتية مختلف، مبررًا اجابتي:

$y = 3^x$ ، $f(x) = 2(4)^x$

$f(x) = (\frac{1}{3})^x$ ، $y = 5(3)^x$.

الحل: الاقتران المختلف هو $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ لأنه الاقتران الوحيد المتناقص والاقترانات الاخرى متزايدة .

---

(24) اذا كان الاقتران: $f(x) = ab^x$ أسيًا فاثبت أن $\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$

الحل:

$f(x) = ab^x$

$f(x+1) = ab^{x+1}$

$\frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{ab^{x+1}}{ab^x}$,

$= \frac{b^{x+1}}{b^x}$

عند قسمة المتغيرات الأسس

$= b^{x+1-x} = b^1$

∴ $\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تبسيط المقادير الأسية صفحة 6

① $(16)^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$

② $\sqrt[3]{64\,a^6} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{a^6}$
$= 4 \times a^2 = 4a^2$

③ $\frac{20\,a^5 b^2}{12\,a\,b^{-3}} = \frac{20}{12}\, a^{5-1}\, b^{2-(-3)}$
$= \frac{5}{3}\, a^4 b^5$

حل المعادلات الأسية صفحة 6

④ $3^{x+1} = 27$
$3^{x+1} = 3^3$
$x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$
$-1 \quad -1$

⑤ $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$
$\left(5^{-1}\right)^x = 625$
$5^{-x} = 5^4$
$-x = 4 \Rightarrow x = -4$.

⑥ $4^{-x} = \frac{1}{256}$
$4^{-x} = \frac{1}{4^4}$
$4^{-x} = 4^{-4}$
$-x = -4$
$x = 4$.

ايجاد الاقتران العكسي

⑦ $f(x) = x + 3$
$y = x + 3$ نضع x مكان y و y مكان x
$x = y + 3$
$-3 \quad -3$ نحل y موضوعاً للقانون
$x - 3 = y$
$\therefore f^{-1}(x) = x - 3$

⑧ $f(x) = \frac{x}{4} + 1$.
$y = \frac{x}{4} + 1$
$x = \frac{y}{4} + 1$
$-1 \quad -1$
$\left(x - 1 = \frac{y}{4}\right) \times 4$
$4x - 4 = y$
$f^{-1}(x) = 4x - 4$.

⑨ $f(x) = 2x^3$
$y = 2x^3$ نضع x مكان y و y مكان x
$\frac{x}{2} = \frac{2y^3}{2}$ نحل y موضوعاً للقانون .
$\sqrt[3]{y^3} = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$ نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين
$y = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$
$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرس الاول: الاقترانات الأسية

① $f(2) = (13)^2 = 169$.

② $f(3) = 4(5)^3 = 4(125) = 500$

③ $f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{7}{8}$.

④ $f(4) = (-3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$.

⑤ $f(6) = (-2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$.

⑥ $f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12$

$= -\frac{767}{64}$.

---

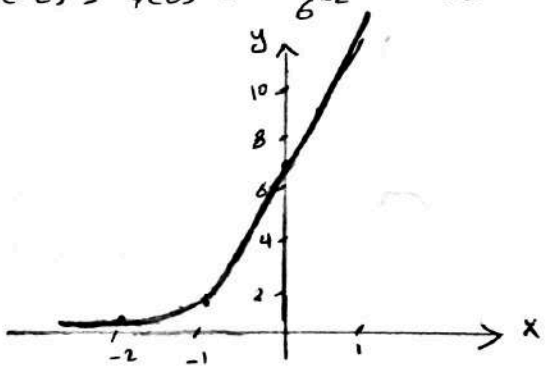
⑦ $f(x) = 7(6)^x$

$f(0) = 7(6)^0 = 7(1) = 7$

$f(1) = 7(6)^1 = 7(6) = 42$.

$f(-1) = 7(6)^{-1} = \frac{7}{6}$.

$f(-2) = 7(6)^{-2} = \frac{7}{6^{-2}} = \frac{7}{36}$.



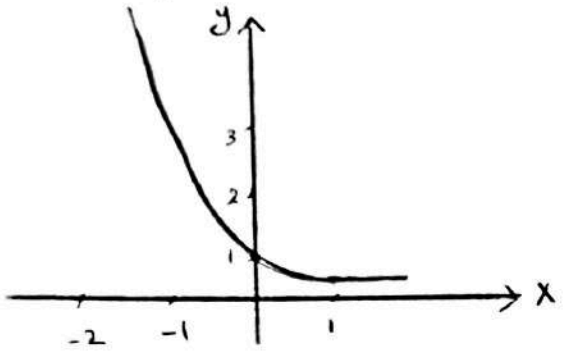
- مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.
- مدى الاقتران هو $(0,\infty)$.

---

⑧ $f(x) = (7)^{-x}$

$f(0) = 7^{-0} = 1$ ، $f(-1) = 7^1$

$f(1) = 7^{-1} = \frac{1}{7}$ ، $f(-2) = 7^2 = 49$.



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.

مدى هذا الاقتران هو $(0,\infty)$

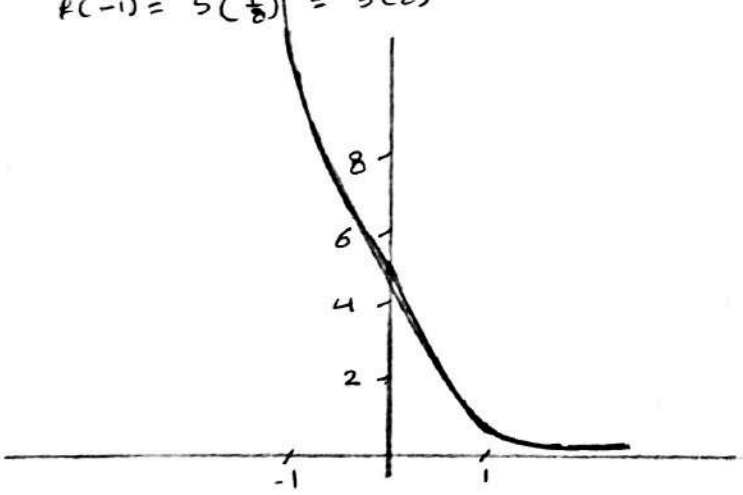
---

⑨ $f(x) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^x$.

$f(0) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^0 = 5(1) = 5$.

$f(1) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^1 = \frac{5}{8}$ ، $f(2) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{5}{64}$.

$f(-1) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} = 5(8) = 40$.



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R.

مدى هذا الاقتران هو $(0,\infty)$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

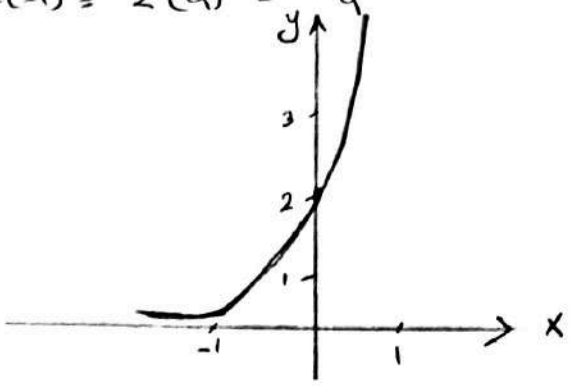
الدرس الأول: الاقترانات الأسية.

(10) $f(x) = 2(9)^x$

$f(0) = 2(9)^0 = 2(1) = 2$

$f(1) = 2(9)^1 = 18$

$f(-1) = 2(9)^{-1} = \frac{2}{9}$.



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.

مدى هذا الاقتران هو $(0,\infty)$.

---

(11) $f(x) = 7^{x-2} + 1$.

لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y=1$.

مجال الاقتران هو مجموعة الاعداد الحقيقية R.

مدى الاقتران $(1,\infty)$

الاقتران $f(x)$ متزايد.

---

(12) $f(x) = (\frac{1}{7})^{x+1} - 3$.

لهذا الاقتران خط تقارب افقي هو $y=-3$

مجال الاقتران مجموعة الاعداد الحقيقية R.

مدى الاقتران $(-3,\infty)$

الاقتران $f(x)$ متناقص.

---

(13) $f(x) = 5(\frac{1}{4})^{x+3} - 7$.

لهذا الاقتران خط تقارب افقي هو $y=-7$

مجال الاقتران هو الاعداد الحقيقية R.

مدى الاقتران $(-7,\infty)$

الاقتران $f(x)$ متناقص.

---

(14) $f(x) = 7(4)^{x+5} + 3$

خط تقارب الأفقي هو $y = 3$ / المجال R

المدى $(3,\infty)$ / الاقتران متزايد

---

(15) $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$

$f(0) = 400(2)^0 = 400(1) = 400$

---

(16) $f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4$

$= 400(16) = 6400$.

---

(17) $\frac{102400}{400} = \frac{400}{400}(2)^{\frac{x}{3}}$

$256 = 2^{\frac{x}{3}}$

$2^8 = 2^{\frac{x}{3}}$

$\frac{x}{3} = 8 \longrightarrow x = (3)(8)$

$x = 24$

يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 hr

---

(18) $f(1) = 2(0.75)^1$

$= 1.5\ m^3$

---

(19) $\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$

$\frac{9}{16} = (0.75)^x$

$(\frac{3}{4})^2 = (\frac{3}{4})^x$

$x = 2$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرس الثاني : النمو والاضمحلال الأسي

مسألة اليوم صفحة 18 : بلغ عدد سكان المملكة الأردنية الهاشمية نحو 10.8 ملايين نسمة عام 2020 . إذا كانت نسبة النمو السكاني ترابة 2.6% سنوياً فأجد العدد التقريبي للسكان عام 2030 .

الحل:

$t = 2030 - 2020$

$t = 10.$

$A(t) = a(1+r)^t$

$A(10) = 10.8(1+0.026)^{10}$

$= 10.8(1.026)^{10}$

$= 13.96$ باستخدام الآلة الحاسبة

العدد التقريبي للسكان عام 2030 هو 13960000 نسمة .

أتحقق من فهمي صفحة 19 :

في دراسة شملت إحدى مزارع الابقار تبين أن عدد الأبقار في المزرعة يزداد بنسبة 18% سنوياً .

a) أكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد الأبقار بعد (t) سنة ، علماً بأن عددها في المزرعة عند بدء الدراسة هو 327 بقرة .

الحل:

$A(t) = a(1+r)^t.$

$A(t) = 327(1+0.18)^t.$

$A(t) = 327(1.18)^t.$

b) أجد عدد الأبقار بعد 3 سنوات من بدء الدراسة .

$A(t) = 327(1.18)^t$

$A(3) = 327(1.18)^3$

$= 537.$ باستخدام الآلة الحاسبة

عدد الأبقار بعد 3 سنوات هو 537 بقرة .

أتحقق من فهمي صفحة 21 :

اشترت سوسن سيارة هجينة قابلة للشحن بمبلغ 28500 JD . اذا كان ثمن السيارة يقل بنسبة 5% سنوياً . فأجيب عن السؤالين الآتيين :

a) أكتب اقتران الاضمحلال الأسي لثمن السيارة بعد t سنة.

$A(t) = a(1-r)^t.$

$A(t) = 28500(1-0.05)^t$

$= 28500(0.95)^t.$

b) أجد ثمن السيارة بعد 4 سنوات.

$A(4) = 28500(0.95)^4.$

$\approx 23213.$

ثمن السيارة بعد 4 سنوات يصبح 23213 دينار .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرس الثاني: النمو والاضمحلال الأسي:

أتحقق من فهمي صفحة 22:

استثمرت تهاني مبلغ 5000 JD في شركة، بنسبة ربح مركب تبلغ 2.25% وتضاف كل 6 أشهر. أجد جملة المبلغ بعد 5 سنوات.

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}.$$

$$= 5000\left(1 + \frac{0.0225}{2}\right)^{2\times5}$$

$$= 5591.85 \text{ JD}$$

جملة المبلغ بعد 3 سنوات.

أتحقق من فهمي صفحة 23:

أودعت سارة مبلغ 6300 JD في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 3.2%. أجد جملة المبلغ بعد 9 سنوات.

$$A = Pe^{rt}$$

$$= 6300\ e^{0.032\times9}.$$

$$= 8402.67 \text{ JD}$$

جملة المبلغ بعد 9 سنوات.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتدرب وأحل المسائل:

يبلغ عدد المشاركين في مؤتمر طبي 150 طبيباً هذه السنة، ويُتوقع زيادة هذا العدد بنسبة 8% كل سنة:

① اكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد المشاركين بعد t سنة.

$A(t) = a(1+r)^t$

$A(t) = 150(1 + 0.08)^t$

$A(t) = 150(1.08)^t$.

---

② أجد عدد المشاركين المتوقع بعد 5 سنوات.

$A(5) = 150(1.08)^5$

≈ 220

عدد المشاركين بعد 5 سنوات.

استخدم 50 ألف شخص موقعاً الكترونياً تعليمياً سنة 2019 م، ثم ازداد عدد مستخدمي الموقع بنسبة 15% كل سنة

③ اكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.

$A(t) = a(1+r)^t$

$A(t) = 50000(1 + 0.15)^t$

$A(t) = 50000(1.15)^t$

---

④ أجد عدد مستخدمي الموقع سنة 2025 م.

$t = 2025 - 2019$

$t = 6$.

$A(6) = 50000(1.15)^6$.

≈ 115653.

يتناقص ثمن سيارة سعرها 17350 JD بنسبة 3.5% سنوياً.

⑤ اكتب اقتران الاضمحلال الأسي لثمن السيارة بعد t سنة.

$A(t) = a(1-r)^t$

$A(t) = 17350(1 - 0.035)^t$.

$A(t) = 17350(0.965)^t$

---

⑥ أجد ثمن السيارة بعد 3 سنوات.

$A(3) = 17350(0.965)^3$

≈ 15591.27

منهاجي
متعة التعليم الهادف

يتناقص عدد الخلايا البكتيرية في عينة مخبرية بنسبة 27% كل ساعة بعد اضافة مضاد حيوي إلى العينة.

(7) أكتب اقتران الاضمحلال الأسي الذي يمثل عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة علماً بأن عددها عند اضافة المضاد الحيوي هو 15275 خلية.

$A(t) = a(1-r)^t$.

$A(t) = 15275(1-0.27)^t$

$= 15275(0.73)^t$.

(8) أجد عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 7 ساعات.

$A(7) = 15275(0.73)^7$.

$= 1687$.

(9) ينفق الدجاج في مزرعة للدواجن بنسبة 25% يومياً نتيجة إصابته بمرض ما. أجد العدد المتبقي منه بعد 5 أيام من بدء المرض علماً بأن عدده الأولي في المزرعه 1550 دجاجة.

$A(t) = a(1-r)^t$

$A(5) = 1550(1-0.25)^5$

$= 1550(0.75)^5$

≈ 368

العدد المتبقي من الدجاج بعد 5 أيام من المرض 368 دجاجة.

* استثمر ربح مبلغ 1200 JD في شركة، بنسبة ربح مركب تبلغ 10% وتضاف كل شهر:

(10) أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة.

$A = P(1+\frac{r}{n})^{nt}$.

$= 1200(1+\frac{0.10}{12})^{12t}$.

(11) أجد جملة المبلغ بعد 5 سنوات.

$A = 1200(1+\frac{0.10}{12})^{12\times5}$

≈ 1974.37. جملة المبلغ بعد 5 سنوات.

استثمرت هند مبلغ 6200 JD في شركة، بنسبة ربح مركب تبلغ 8.4% وتضاف كل يوم.

(12) أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة.

$A = P(1+\frac{r}{n})^{nt}$.

$= 6200(1+\frac{0.084}{365})^{365t}$

(13) أجد جملة المبلغ بعد 6 سنوات.

$A = 6200(1+\frac{0.084}{365})^{365\times6}$

≈ 10262.45

جملة المبلغ بعد 6 سنوات.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(14) أودع حسام مبلغ JD 9000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 3.6%. أجد جملة المبلغ بعد 7 سنوات.

$A = pe^{rt}$

$= 9000\ e^{0.036 \times 7}$

≈ 11579.36 JD.

جملة المبلغ بعد 7 سنوات

---

(15) أودعت ليلى مبلغ JD 8200 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 4.9%. أجد جملة المبلغ بعد 9 سنوات.

$A = pe^{rt}$.

$= 8200\ e^{0.049 \times 9}$

≈ 12744.94 JD

جملة المبلغ بعد 9 سنوات.

---

(16) أعد باحث دراسة عن تأثر ذباب الفاكهة وتوصل إلى أنه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران $P(t) = 20\ e^{0.03t}$ حيث P عدد الذباب بعد t ساعة. أجد عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة تقريباً إجابتي إلى أقرب عدد صحيح.

$P(t) = 20\ e^{0.03t}$

$P(72) = 20\ e^{0.03 \times 72}$

$= 173$

---

(17) أوجد رامي جملة مبلغ مقداره JD 250 بعد إيداعه في حساب بنكي بعد 3 سنوات، بنسبة ربح مركب تبلغ 1.25% وتضاف كل 3 أشهر كما يأتي:

$A = 250\left(1 + \frac{1.25}{4}\right)^{4(3)}$

$= 6533.29$

اكتشف الخطأ في حل رامي، ثم أصححه.

الحل: الخطأ الذي ارتكبه رامي أنه كتب معدل الفائدة السنوية 1.25 وكان ينبغي كتابته

$0.0125 = \frac{1.25}{100}$

$A = 250\left(1 + \frac{0.0125}{4}\right)^{(4)(3)}$.

≈ 259.54.

---

(18) اكتب اقتراناً يمثل عدد الصابين بالأنفلونزا الموسمية بعد t أسبوعاً، علماً بأن العدد يتضاعف بمقدار 3 مرات كل أسبوع.

الحل: النسبة المئوية للزيادة 200% فيكون

عامل النمو $= (1 + 2) = \left(1 + \frac{200}{100}\right) = 3$

إذا كان عدد الإصابات في البداية يساوي N فإن عددها بعد t أسبوعاً هو

$A(t) = N(1+r)^t$

$= N\ 3^t$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

اجابات كتاب التمارين

الدرس الثاني: النمو والإضمحلال:

استقدم 35 ألف شخص موقع اليرموك تعليمياً هذه السنة، ومن المتوقع أن يزداد هذا العدد بنسبة 2% كل سنة:

① أكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.

الحل:

$A(t) = a(1+r)^t$

$A(t) = 35000(1+0.02)^t$

$= 35000(1.02)^t$.

② أجد عدد مستخدمي الموقع بعد 7 سنوات.

$A(7) = 35000(1.02)^7$.

$\simeq 40204$

في دراسة علمية تناولت درجة تأثير التلوث في عدد الأسماك التي تعيش في إحدى البحيرات، توصل الباحثون إلى أن عدد الأسماك في البحيرة يقل بنسبة 20% كل سنة

③ أكتب اقتران الإضمحلال الأسي الذي يمثل عدد الأسماك في البحيرة بعد t سنة علماً بأن عددها عند بدء الدراسة هو 12000 سمكة.

$A(t) = a(1-r)^t$

$A(t) = 12000(1-0.2)^t$

$A(t) = 12000(0.8)^t$.

④ أجد عدد الأسماك في البحيرة بعد 3 سنوات.

$A(t) = 12000(0.8)^3 \simeq 6144$.

بلغ عدد سكان لواء المؤتمر 84370 نسمة تقريباً سنة 2015م. اذا كانت نسبة النمو السكاني في اللواء 2.4% سنوياً فاجب عن السؤالين الآتيين:

⑤ أكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد سكان اللواء بعد t سنة.

$A(t) = a(1+r)^t$

$= 84370(1+0.024)^t$

$= 84370(1.024)^t$.

⑥ أجد العدد التقريبي لسكان اللواء سنة 2030.

$2030 - 2015 = 15$.

$A(15) = 84370(1.024)^{15}$

$\simeq 120417$.

يتناقص ثمن سيارة سعرها 19725 JD بنسبة 3% سنوياً

⑦ أكتب اقتران الإضمحلال الأسي لثمن السيارة بعد t سنة.

$A(t) = a(1-r)^t$.

$= 19725(1-0.03)^t$

$= 19725(0.97)^t$

⑧ أجد ثمن السيارة بعد 4 سنوات.

$A(4) = 19725(0.97)^4$

$\simeq 17462$ JD.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرس الثاني: النمو والإضمحلال:

استثمر عادل مبلغ JD 8000 في شركة صناعية، بنسبة ربح مركب تبلغ 5.5% وتضاف كل شهر:

(9) أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة.

$$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}.$$

$$A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12t}.$$

(10) أجد جملة المبلغ بعد 3 سنوات.

$$A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12\times 3}.$$

$$\approx 9431.59 \text{ JD}.$$

(11) أودعت ليلى مبلغ JD 60000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 6%. أجد جملة المبلغ بعد 17 سنة.

$$A = Pe^{rt}.$$

$$A = 60000\ e^{0.06\times 17}$$

$$A \approx 166391.69 \text{ JD}.$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية:

مسألة اليوم صفحة 26:

ليستعمل الاقتران: $R = \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$ لحساب قوة زلزال وفق مقياس ريختر حيث I شدة الزلزال المراد قياسه و I_0 أقل شدة للزلزال الذي يمكن للانسان الإحساس به. ما دليل الرمز log في هذا الاقتران؟

الحل: الرمز log هو اختصار كلمة (لوغاريتم) وهو معكوس الاقتران الأسي فإذا كان $b^x = a$ فنقول أن لوغاريتم a للأساس b هو x وبالرموز نكتب $\log_b a = x$.

أتحقق من فهمي صفحة 27:

أكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي في صورة أسية:

ⓐ $\log_2 16 = 4 \Leftrightarrow 2^4 = 16$

ⓑ $\log_7 7 = 1 \Leftrightarrow 7^1 = 7$

ⓒ $\log_3\left(\frac{1}{243}\right) = -5 \Leftrightarrow 3^{-5} = \frac{1}{243}$

ⓓ $\log_9 1 = 0 \Leftrightarrow 9^0 = 1$

أتحقق من فهمي صفحة 27:

أكتب كل معادلة أسية مما يأتي في صورة لوغاريتمية:

ⓐ $7^3 = 343 \Leftrightarrow \log_7 343 = 3$

ⓑ $49^{\frac{1}{2}} = 7 \Leftrightarrow \log_{49} 7 = \frac{1}{2}$.

ⓒ $(2)^{-5} = \frac{1}{32} \Leftrightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5$

ⓓ $17^0 = 1 \Leftrightarrow \log_{17} 1 = 0$.

أتحقق من فهمي صفحة 29:

أجد قيمة كل مما يأتي دون استخدام الآلة الحاسبة:

a) $\log_2 1 = y \Rightarrow 2^y = 1$

$2^y = 2^0 \Rightarrow y = 0$

b) $\log_{32} \sqrt{32} = x \Rightarrow 32^x = \sqrt{32}$

$\Rightarrow 32^x = 32^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

c) $\log_9 9 = z \Rightarrow 9^z = 9^1 \Rightarrow z = 1$

d) $8^{\log_8 13} = 13$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي صفحة 28 :

أجد قيمة كل مما يأتي دون استعمال الآلة الحاسبة :

a) $\log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$

b) $\log_8 \sqrt{8} = \log_8 8^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

c) $\log_{81} 9 = x \Rightarrow 81^x = 9$

$(9^2)^x = 9^1 \Rightarrow 9^{2x} = 9^1$

$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

d) $\log_3 \frac{1}{27} = \log_3 \frac{1}{3^3} =$

$\log_3 3^{-3} = -3.$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي 31 :

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانياً ثم أحدد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الاحداثيين وخطوط تقاربه جبرياً اذا كان متناقصاً أم متزايداً.

a) $f(x) = \log_3 x.$

نكون جدول الاقتران

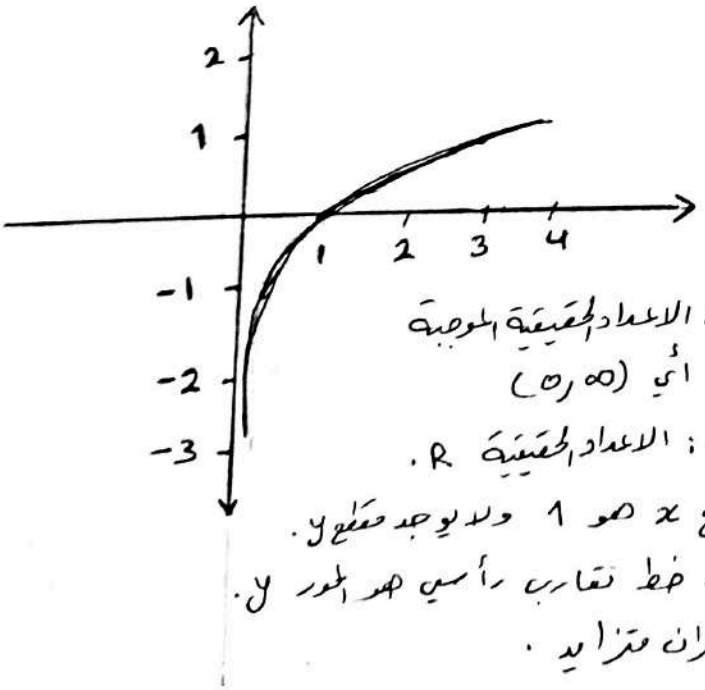
$f(x) = 3^x.$

x	1	2	0	-2	-1
y	3	9	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$

نبدل x مكان y و y مكان x .

x	3	9	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$
y	1	2	0	-2	-1

هذا جدول $f(x) = \log_3 x$



مجاله : الاعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

المدى : الاعداد الحقيقية R .

المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y .

يوجد خط تقارب رأسي هو المحور y .

الاقتران متزايد .

أتحقق من فهمي صفحة 31 :

b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

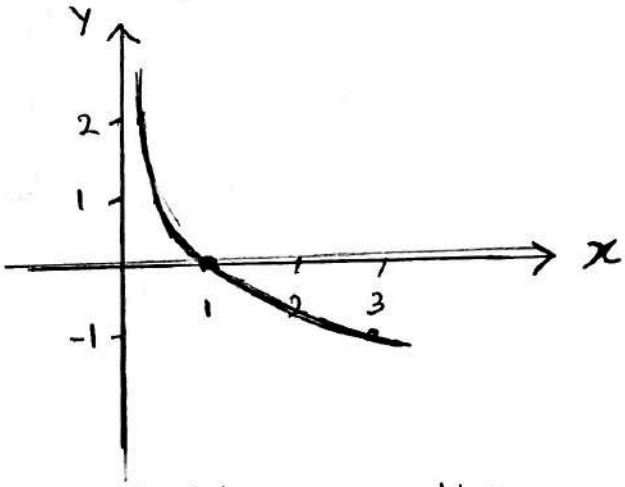
نكون جدول الاقتران $f(x) = (\frac{1}{3})^x$

x	1	2	0	-1
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	1	3

نبدل x مكان y و y مكان x .

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	1	3
y	1	2	0	-1

هذا جدول $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$



مجال الاقتران : الاعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

المدى : الاعداد الحقيقية R .

المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y .

يوجد خط تقارب رأسي هو المحور y.

الاقتران متناقص .

أتحقق من فهمي صفحة 33 :

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي:

a) $f(x) = \log_7 (5-x)$.

الحل $5 - x > 0 \rightarrow (-x > -5) * -1$

$-5 \quad -5$

$x < 5$

عند ضرب المتباينة في سالب تنقلب اشارة المتباينة.

إذن مجال الاقتران هو $(-\infty, 5)$

---

b) $f(x) = \log_5 (9+3x)$

$9 + 3x > 0 \Rightarrow \frac{3x}{3} > \frac{-9}{3}$

$-9 \quad -9$

$x > -3$

المجال هو

$(-3, \infty)$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتدرب وأحل المسائل:

أكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي في صورة أسية:

① $\log_7 343 = 3 \Rightarrow 7^3 = 343$

② $\log_4 256 = 4 \Rightarrow 4^4 = 256.$

③ $\log_{125} 5 = \frac{1}{3} \Rightarrow 125^{\frac{1}{3}} = 5$

④ $\log_{36} 6 = 0.5 \Rightarrow 36^{0.5} = 6$

⑤ $\log_9 1 = 0 \Rightarrow 9^0 = 1$

⑥ $\log_{57} 57 = 1 \Rightarrow 57^1 = 57.$

أكتب كل معادلة أسية مما يأتي في صورة لوغاريتمية:

⑦ $2^6 = 64 \Rightarrow \log_2 64 = 6$

⑧ $4^{-3} = \frac{1}{64} \Rightarrow \log_4 \frac{1}{64} = -3$

⑨ $6^3 = 216 \Rightarrow \log_6 216 = 3$

⑩ $5^{-3} = 0.008 \Rightarrow \log_5 0.008 = -3$

⑪ $(51)^1 = 51 \Rightarrow \log_{51} 51 = 1.$

⑫ $9^0 = 1 \Rightarrow \log_9 1 = 0.$

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

⑬ $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4.$

⑭ $\log_{25} 5 = x \Rightarrow 25^x = 5 \Rightarrow$

$(5^2)^x = 5^1 \Rightarrow 5^{2x} = 5^1$

$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}.$

⑮ $\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \log_2 2 = 5$

⑯ $\log_{49} 343 = y \Rightarrow 49^y = 343$

$(7^2)^y = 7^3$

$7^{2y} = 7^3$

$\frac{2}{2}y = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

⑰ $\log_{10} 0.001 = x \Rightarrow 10^x = 0.001$

$10^x = \frac{1}{1000} \Rightarrow 10^x = \frac{1}{10^3}$

$10^x = 10^{-3} \Rightarrow x = -3.$

⑱ $\log_{\frac{3}{2}} 1 = 0$

⑲ $\log_{\frac{1}{4}} 4 = x \Rightarrow (\frac{1}{4})^x = 4$

$(4^{-1})^x = 4^1$

$4^{-x} = 4^1$

$-x = 1 \Rightarrow x = -1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتدرب وأحل المسائل:

(20) $(10)^{\log_{10}\frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$.

---

(21) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2^7}} = x$

$\log_2 \frac{1}{2^{\frac{7}{2}}} = x$

$2^x = 2^{\frac{7}{2}} \Rightarrow x = \frac{7}{2}$.

---

(22) $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} =$

$\frac{1}{5}\log_a a = \frac{1}{5}$

---

(23) $\log_{10}(1\times 10^{-9}) = \log_{10} 10^{-9} =$

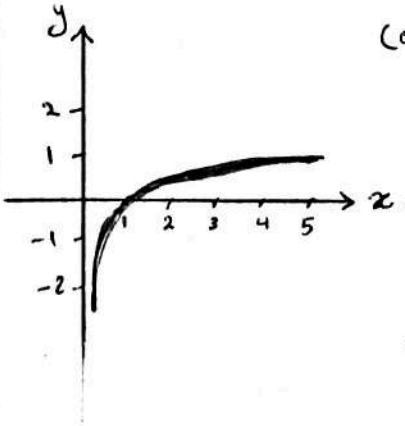
$-9\log_{10} 10 = -9$.

---

(24) $8^{\log_8 5} = 5$.

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانياً، ثم أحدد مجاله ومداه وتقطعه من المحورين الاحداثيين وخطوط تقاربه مبيناً اذا كان متناقصاً أم متزايداً:

(25) $f(x) = \log_5 x$.



المجال: R^+ أو $(0,\infty)$

المدى: R

مقطع x هو 1

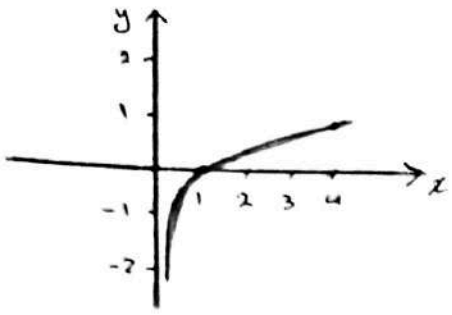
لا يوجد مقطع y

يوجد خط تقارب رأسي هو محور y

الاقتران متزايد

---

(26) $g(x) = \log_4 x$.



المجال: R^+ أو $(0,\infty)$

المدى: R

مقطع x هو 1

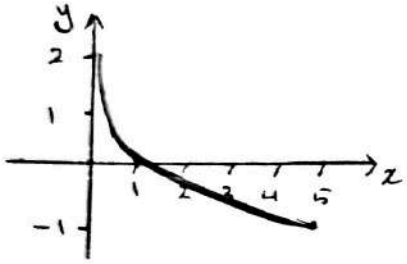
لا يوجد مقطع y

خط تقارب رأسي هو محور y

الاقتران متزايد

---

(27) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$.



المجال: R^+

المدى: R

مقطع x هو 1

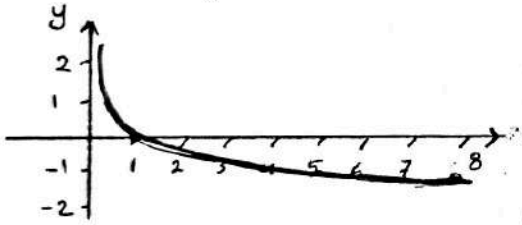
لا يوجد مقطع y

خط تقارب رأسي هو محور y

الاقتران متناقص.

---

(28) $r(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$



المجال: R^+

المدى: R

مقطع x هو 1

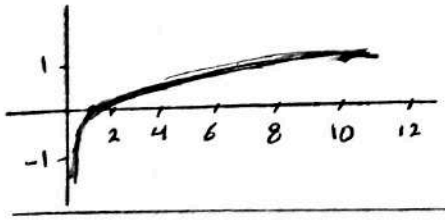
لا يوجد مقطع y

خط تقارب رأسي هو محور y

الاقتران متناقص.

---

(29) $f(x) = \log_{10} x$.



المجال: R^+

المدى: R

مقطع x هو 1.

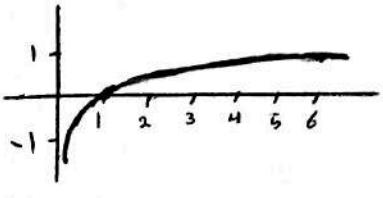
لا يوجد مقطع y.

خط تقارب رأسي هو محور y.

الاقتران متزايد.

---

(30) $g(x) = \log_6 x$.



المجال: R^+

المدى: R

مقطع x هو 1

لا يوجد مقطع y

خط تقارب رأسي هو محور y.

الاقتران متزايد.

أتدرب وأحل المسائل

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي:

(31) $f(x) = \log_3(x-2)$.

$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$ (+2 +2)

المجال $(2, \infty)$.

---

(32) $f(x) = 5 - 2\log_7(x+1)$.

$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$ (-1 -1)

المجال $(-1, \infty)$

---

(33) $f(x) = -3\log_4(-x)$.

$(-x > 0) \times -1$ عند الضرب في سالب تتغير اشارة المتباينة.

$x < 0$

المجال $(-\infty, 0)$

---

(34) أجد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_a x$ يمر بالنقطة $(32, 5)$

الحل: $f(32) = 5 \Leftarrow f(32) = \log_a 32$

$5 = \log_a 32 \Rightarrow a^5 = 32$

$a^5 = 2^5 \Leftarrow a = 2$.

---

(35) أجد قيمة c التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_c x$ يمر بالنقطة $(\frac{1}{4}, -4)$.

الحل: $f(\frac{1}{4}) = -4 \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = \log_c \frac{1}{4}$

$-4 = \log_c \frac{1}{4} \Rightarrow$

$c^{-4} = \frac{1}{4} \Rightarrow$

$\frac{1}{c^4} = \frac{1}{4} \Rightarrow c^4 = 4$ نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$c^2 = 2 \Rightarrow c = \pm\sqrt{2}$

ولأن أساس اللوغاريتم لا يكون سالبا فان $c = \sqrt{2}$

يمثل الاقتران: $P(a) = 10 + 20\log_5(a+1)$ مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من منتج جديد حيث a المبلغ (بمئات الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات المنتج وتعني العبارة: $P(1) = 19$ أن إنفاق 100 JD على الإعلانات يحقق ايرادات قيمتها 19000 JD من بيع المنتج.

(36) أجد $P(4)$، $P(24)$، $P(124)$.

الحل:

$P(4) = 10 + 20\log_5(4+1)$

$= 10 + 20\log_5 5$.

$= 10 + 20 \times 1 = 10 + 20 = 30$.

$P(24) = 10 + 20\log_5(24+1)$

$= 10 + 20\log_5 25$

$= 10 + 20\log_5 5^2$.

$= 10 + 20 \times 2 = 10 + 40 = 50$

$P(124) = 10 + 20\log_5(124+1)$

$= 10 + 20\log_5(125)$

$= 10 + 20\log_5 5^3 = 10 + 20 \times 3$

$= 10 + 60 = 70$.

(37) أفسر بعض القيم التي أوجدتها في الفرع السابق.

العبارة $P(4) = 30$ تعني أن انفاق 400 JD على الاعلانات يحقق ايراداً قيمته 30000 JD من بيع المنتج.

العبارة $P(24) = 50$ تعني أن انفاق 2400 JD على الاعلانات يحقق ايراداً قيمته 50000 JD من بيع المنتج.

العبارة $P(124) = 70$ تعني أن انفاق 12400 JD على الاعلانات يحقق ايراداً قيمته 70000 JD من بيع المنتج.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

اكتب بجانب كل اقتران ما يأتي رمز تمثيله البياني المناسب ، مبررًا اجابتي:

(38) $f(x) = \log_3(x)$ (c)

لأن مجال الاقتران هو $(0,\infty)$ وهو متزايد ويمر بحثناه بالنقطة $(3,1)$ حيث

$f(3) = \log_3 3 = 1$

---

(39) $f(x) = \log(-x)$ (b)

لأن مجال الاقتران هو $(-\infty,0)$ ويمر بحثناه بالنقطة $(-3,1)$ حيث

$f(-3) = \log_3(--3) = \log_3 3 = 1$

---

(40) $g(x) = -\log_3 x$ (a)

لأن مجال الاقتران هو $(0,\infty)$ وهو متناقص ويمر بحثناه بالنقطة $(3,-1)$ حيث

$f(3) = -\log_3 3 = -1$.

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي، محددًا خط (خطوط) تقاربه الرأسي:

(41) $f(x) = \log_3(x^2)$

بما أن $x^2 > 0$ لجميع الاعداد الحقيقية ماعدا الصفر فان مجال هذا الاقتران هو $R - \{0\}$.

خط التقارب الرأسي هو $x = 0$ أي المحور y.

---

(42) $f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$

$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0$

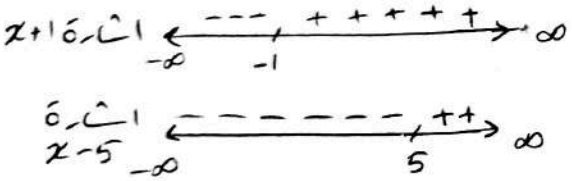
$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ (+2 +2) / $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ (−1 −1)

اشارة الاقتران التربيعي الذي له جذران مختلفان:
بين الجذرين عكس اشارة x^2 وبباقي نفس اشارة x^2.
∴ الاقتران موجب في الفترتين $(-\infty,-1)$ و $(2,\infty)$
خطا التقارب الرأسيان هما $x = 2$ و $x = -1$
وهما جذرا المعادلة $x^2 - x - 2 = 0$

---

(43) $f(x) = \log_3\left(\frac{x+1}{x-5}\right)$

لكون $\frac{x+1}{x-5} > 0$ عندما يكون البسط والمقام موجبان معًا أو سالبان معًا



نلاحظ ان $x+1$ و $x-5$ لهما نفس الاشارة في الفترتين
$(-\infty,-1)$ و $(5,\infty)$
خطا التقارب الرأسيين هما $x = 5$ و $x = -1$ وهما جذرا المعادلتين $x+1=0$ و $x-5=0$.

---

(44) كتبت عن المعادلة الأسية $4^{-3} = \frac{1}{64}$ في صورة لوغاريتمية كما يأتي $\log_4(-3) = \frac{1}{64}$
اكتشف الخطأ وصححه.

الحل: الكتابة الصحيحة للصورة اللوغاريتمية هي

$\log_4 \frac{1}{64} = -3$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أجب عن كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

(13) $\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$

(14) $\log_{81} 9 = x \Rightarrow 81^x = 9 \Rightarrow$

$9^{2x} = 9^1 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

(15) $\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$.

(16) $\log_{25} 125 = y \Rightarrow 25^y = 125$

$5^{2y} = 5^3 \Rightarrow \frac{2}{2}y = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$.

(17) $\log_{10} 0.0001 = x \Rightarrow$

$10^x = 0.0001 \Rightarrow 10^x = \frac{1}{10000}$

$10^x = \frac{1}{10^4} \Rightarrow 10^x = 10^{-4} \Rightarrow x = -4$

(18) $\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$.

(19) $\log_{\frac{1}{6}} 6 = z \Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^z = 6$

$(6^{-1})^z = 6 \Rightarrow 6^{-z} = 6^1 \Rightarrow$

$-z = 1 \Rightarrow z = -1$

(20) $10^{\log_{10} \frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$.

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي في صورة أسية:

(1) $\log_3 729 = 6 \Rightarrow 3^6 = 729$

(2) $\log_5 625 = 4 \Rightarrow 5^4 = 625$

(3) $\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \Rightarrow 64^{\frac{1}{3}} = 4$

(4) $\log_{64} 8 = 0.5 \Rightarrow 64^{0.5} = 8$

(5) $\log_7 1 = 0 \Rightarrow 7^0 = 1$

(6) $\log_{43} 43 = 1 \Rightarrow 43^1 = 43$.

أكتب كل معادلة أسية مما يأتي في صورة لوغاريتمية:

(7) $4^5 = 1024 \Rightarrow \log_4 1024 = 5$

(8) $3^{-4} = \frac{1}{81} \Rightarrow \log_3 \frac{1}{81} = -4$

(9) $7^3 = 343 \Rightarrow \log_7 343 = 3$

(10) $5^{-2} = 0.04 \Rightarrow \log_5 0.04 = -2$

(11) $(32)^1 = 32 \Rightarrow \log_{32} 32 = 1$

(12) $8^0 = 1 \Rightarrow \log_8 1 = 0$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(21) $\log_{3} \frac{1}{\sqrt{3^6}} = x \Rightarrow$

$3^x = \sqrt{3^6} \Rightarrow 3^x = 3^{\frac{6}{2}} \Rightarrow$

$3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2.$

(22) $\log_b \sqrt[7]{b} = y \Rightarrow b^y = \sqrt[7]{b} \Rightarrow$

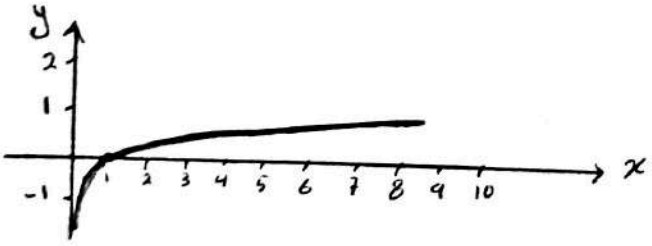
$b^y = b^{\frac{1}{7}} \Rightarrow y = \frac{1}{7}.$

(23) $\log_{10}(1 \times 10^{-5}) = \log_{10} 10^{-5} = -5.$

(24) $4^{\log_4 3} = 3.$

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانياً، ثم أحدد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه مبيناً إذا كان متناقصاً أم متزايداً:

(25) $f(x) = \log_8 x.$



المجال: الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0,\infty)$

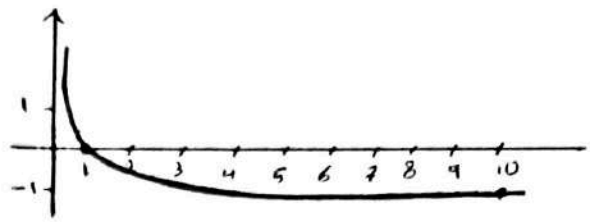
المدى: الأعداد الحقيقية R أي $(-\infty,\infty)$

المقطع x هو (1) ولا يوجد مقطع y.

يوجد خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد.

(26) $g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x.$



مجال الاقتران هو الأعداد الحقيقية الموجبة $R^+ \leftarrow (0,\infty)$

المدى: الأعداد الحقيقية R.

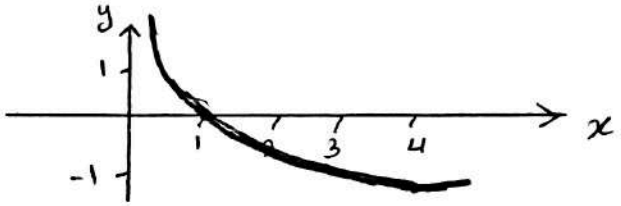
المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y.

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y.

الاقتران متناقص.

---

(27) $h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x.$



المجال: الاعداد الحقيقية الموجبة R^+.

المدى: الأعداد الحقيقية R.

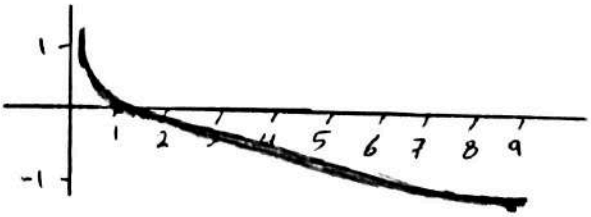
المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y.

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y.

الاقتران متناقص.

---

(28) $r(x) = \log_{\frac{1}{9}} x.$



المجال: R^+ / المدى: R

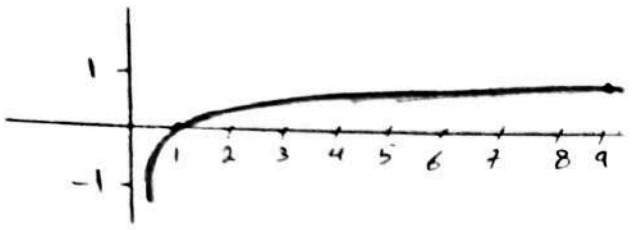
مقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y.

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متناقص.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(29) $f(x) = \log_9 x$.



المجال : R^+ / المدى : R

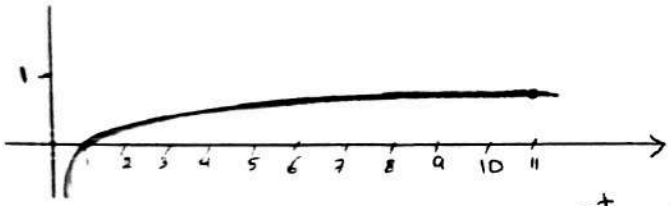
المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y .

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y .

الاقتران متزايد .

---

(30) $g(x) = \log_{11} x$.



المجال : R^+ / المدى : R

المقطع x هو 1 ولا يوجد مقطع y .

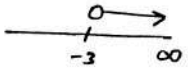
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y .

الاقتران متزايد .

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي :

(31) $f(x) = \log_2 (x+3)$

$x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

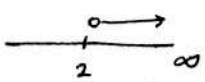


المجال $(-3, \infty)$.

---

(32) $f(x) = 7 + 2\log_5 (x-2)$

$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$

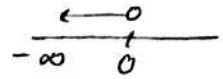


المجال $(2, \infty)$

---

(33) $f(x) = -5\log_7 (-x)$

$-x > 0 \rightarrow x < 0$



المجال $(-\infty, 0)$

---

(34) تمثل المعادلة : $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125x$ العلاقة بين شدة الضوء I بوحدة lumen والعمق x بالأمتار في احدى البحيرات . كم تبلغ شدة الضوء عند عمق 10m ؟

الحل:

$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125(10)$

$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.125$

$10^{-0.125} = \frac{I}{12}$

$I = 12 \times 10^{-0.125}$.

≈ 118.5 lumen.

منهاجي
متعة التعليم الهادف