بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٣٠ : ١ د س
الفـــرع : الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/١/٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علما بأن عدد الصفحات (٣).

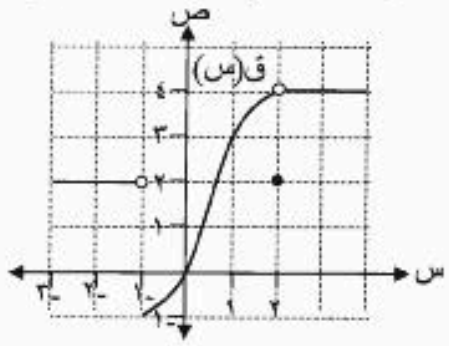
السـؤال الأول: (١٨ علامة)

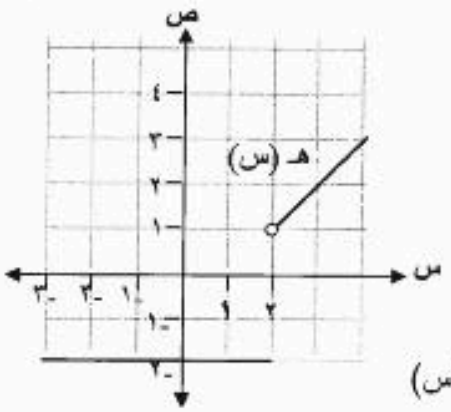
أ) جد قيمة كل مما يأتي: (٧ علامات)

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{١٦ - (٣س - ٥)^{٢}}{س^{٢} - ٩}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{س - ٥} + \frac{٢}{٤س + ١٠}}{٣س}$

ب) اعتماداً على الشكل الآتي الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق ، هـ ، أجب عما يأتي: (٦ علامات)





١) جد $\lim_{س \to ١} (٥ ق(س) - (هـ (س))^{٢} + ٦س)$

٢) جد $\lim_{س \to ٢} \frac{٣ ق(س)}{هـ (س)}$

ج) إذا كان ق(س) = $س^{٢} - ٩$ ، هـ (س) = $\begin{cases} س & ، \quad س > ٣ \\ صفر & ، \quad س = ٣ \\ -س & ، \quad س < ٣ \end{cases}$

وكان ل(س) = ق(س) × هـ (س)، فبيّن أن ل(س) متصل عند س = ٣ (٥ علامات)

يتبع الصفحة الثانية /..

السـؤال الثاني: (١٥ علامة)

أ) إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س = ٢ وكان ق(٢) = ٦ ،

$\lim_{س \to ٢}$ (ق(س) − ٤ هـ (س)) = −١٤ ،

فأجب عن كل مما يأتي: (٦ علامات)

١) جـد قيمة هـ (٢)

٢) جـد قيمة الثابت ل التي تجعل $\lim_{س \to ٢} \frac{(ق(س))^{٢} - ل}{هـ (س)} = ٤$

ب) جـد قيمة متوسط التغير في الاقتران ق حيث ق(س) = $س^{٢}$ − $(س - ٢)^{٣}$

عندما تتغير س من ٢ إلى ٥ (٤ علامات)

ج) باستخدام التعريف العام للمشتقة، جد المشتقة الأولى للاقتران (٥ علامات)

ق(س) = $\sqrt{س + ١}$ ، س ≥ −١

السـؤال الثالث: (١٧ علامة)

أ) إذا كان ص = ق(س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق(س) عندما تتغير س من (س) إلى (س+ هـ) هو Δص = ٣ $هـ^{٢}$ − ٦س هـ ، فجـد قَ(س) (٣ علامات)

ب) جـد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي: (٩ علامات)

١) ص = $هـ^{-٤س^{٢}}$ + $\frac{١}{٣س}$

٢) ص = $س^{٢}$ جـا٥س

٣) ص = ٤ع − $ع^{٢}$ ، ع = ٨ − ٢س

ج) جـد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س $(١ - ٣س)^{٦}$ عند س = ١ (٥ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

السـؤال الرابع: (١٦ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = لـــو(س^{٢} – ٣س + ١)، فجد قَ(س) (٥ علامات)

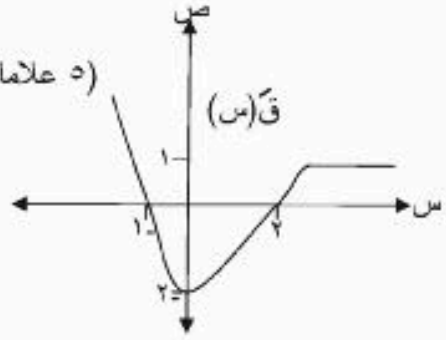
ب) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٣} – ٤ن^{٢} + ٨ن، حيث ف المسافة التي يقطعها الجُسيم بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جـد المسافة التي يقطعها الجُسيم عندما يكون تسارعه ٤م/ث^{٢}.
(٥ علامات)

ج) ينتج مصنع س من أجهزة الحاسوب في الشهر ويبيع الجهاز الواحد بمبلغ(٢٦٠ – س) ديناراً. إذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج س من الأجهزة تعطى بالعلاقة ك(س) = ٤٠٠ + ٦٠س + س^{٢} ديناراً، فما عدد الأجهزة التي يجب أن ينتجها ويبيعها المصنع شهرياً حتى يكون ربحه أكبر ما يمكن. (٦ علامات)

السـؤال الخامس: (١٤ علامة)

أ) جـد القيم العظمى والصغرى (إن وجدت) للاقتران ق(س) = س^{٣} – ١٢س (٦ علامات)

ب) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية، أجب عما يأتي:
(٥ علامات)



١) جـد قيم س الحرجة للاقتران ق.
٢) جـد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق.
٣) جـد ميل المماس المرسوم لمنحنى الاقتران ق عند س = ٠

ج) بيّن أن الاقتران ق(س) = س^{٥} + ٢س متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية. (٣ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧/الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان: ٣ د ٣٠ د

الفرع : الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي — التاريخ : ٣ / ١ / ٢٠١٧

الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (١٨ علامة)

رقم الصفحة في الكتاب

٣١

P) ١) $\lim_{س \to ٣} \frac{١٦ - (٣س - ٥)^٢}{س^٢ - ٩} = \frac{١٦ - (٣ \times ٣ - ٥)^٢}{٩ - ٩}$ ① عند التعويض

٧

$= \frac{١٦ - ١}{٥} = \frac{١٥}{٥} = ٣$ ① ⊕ ⊕

٣٥

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س - ٥} + \frac{٤}{س^٢ + ١٠س} = \lim_{س \to ٠} \frac{٤س + ١٠ + ٢(س - ٥)}{(س - ٥)(س + ١٠)س}$ ①

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٦س}{٣س(س - ٥)(س + ١٠)}$ ① $= \lim_{س \to ٠} \frac{٢}{(س - ٥)(س + ١٠)}$ ① $= \frac{٢}{-٥٠} = -\frac{١}{٢٥}$

٥٤

ب) ١) $\lim_{س \to ١} (٥هـ(س) - (هـ(س))^٢ + ٦س) = \lim_{س \to ١} ٥هـ(س) - \lim_{س \to ١} (هـ(س))^٢ + \lim_{س \to ١} ٦س$

٦

$= ٥ \times ٣ - (-٢)^٢ + ١ \times ٦ = ١٥ - ٤ + ٦ = ١٧$ ① ⊕ ⊕ ⊕

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{٣هـ(س)}{هـ(س) + ٥} = \frac{\lim_{س \to ٢} ٣هـ(س)}{\lim_{س \to ٢} هـ(س)} = \frac{٤ \times ٣}{١}$ ① ⊕ ⊕

$= ١٢$

٥٢

ج) $ل(س) = \begin{cases} س(س^٢ - ٩) & س > ٣ \\ صفر & س = ٣ \\ -س(س^٢ - ٩) & س < ٣ \end{cases}$ ①

٥

$\lim_{س \to ٣^+} ل(س) = \lim_{س \to ٣^+} -س(س^٢ - ٩) = -٣ \times ٠ = ٠$ ①

$\lim_{س \to ٣^-} ل(س) = \lim_{س \to ٣^-} س(س^٢ - ٩) = ٣ \times ٠ = ٠$ ①

اذن $\lim_{س \to ٣} ل(س) = ٠$ ، $ل(٣) = ٠$ ①

① ل(س) متصل عند س = ٣ لأن $\lim_{س \to ٣} ل(س) = ل(٣)$

سنة ٢٠١٣م

٤) ١) تعويض ①

تبسيط ①

إجابة نهائية ①

٢) كما ورد : تعويض صحيح دون أن يكمل : علامة ①

ب) ١) كما ورد .

٢) كما ورد .

كتب : $\lim_{س \to ٢^+} ه(س) = ٢$ ، $\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = ١$ ① علاقة .

كتب : $\lim_{س \to ٢^-} \frac{٣ه(س)}{هـ(س)} = \frac{٣ \times ٤}{٢}$ ① علامة .

كتب : $٣ \times ٤ = ١٢$ ، أو ١٢ : علامة ②

جـ) إذا أوجد : $\lim_{س \to ٣^+} ه(س) \times \lim_{س \to ٣^+} هـ(س) = \ldots$ علاقة كاملة ⑤

من السيارة

الصورة

القرار :

* ه متصل (كثيرحدود) ①

لجب هـ ووجده متصل :

ل = ه × هـ : متصل × متصل = متصل ①

* ه متصل (كثيرحدود) ① ← دراسة اتصال هـ : ①

لجب هـ ووجده غير متصل ← ه × هـ غير متصل .

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٥ علامة)

٥٦

أ) ١) $\lim_{س \to ٢} (ه(س) - ٤هـ(س)) = -١٤$

$\lim_{س \to ٢} ه(س) - \lim_{س \to ٢} ٤هـ(س) = -١٤$

$\lim_{س \to ٢} ه(س) - ٤ \lim_{س \to ٢} هـ(س) = -١٤$

$٦ - ٤ \lim_{س \to ٢} هـ(س) = -١٤$، $٦ - ٤هـ(٢) = -١٤$ لأن هـ متصل عند س = ٢

$٤هـ(٢) = ٢٠$ ومنه $هـ(٢) = ٥$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{ه(س) - ل}{هـ(س)} = ٤$، $\frac{ه(٢) - ل}{هـ(٢)} = ٤$

$\frac{٣٦ - ل}{٥} = ٤$، $٣٦ - ل = ٢٠$، $ل = ٣٦ - ٢٠ = ١٦$

٦٧

ب) متوسط التغير $= \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{ه(٥) - ه(٣)}{٥ - ٣}$

$= \frac{٥٢ - (٣)^٢ - (٤)}{٣} = \frac{٢٥ - ٢٧ - ٤}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$

٧١

هـ) $ه'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{س + هـ + ١} - \sqrt{س + ١}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{س + هـ + ١} - \sqrt{س + ١}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س + هـ + ١} + \sqrt{س + ١}}{\sqrt{س + هـ + ١} + \sqrt{س + ١}}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ + ١) - (س + ١)}{هـ (\sqrt{س + هـ + ١} + \sqrt{س + ١})} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ (\sqrt{س + هـ + ١} + \sqrt{س + ١})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{١}{\sqrt{س + هـ + ١} + \sqrt{س + ١}} = \frac{١}{٢\sqrt{س + ١}}$

↑ لتعويض هـ بالصفر

ل الثاني :

أ) ١) هـ(٢) - ٤هـ(٢) = -١٤ ①

* أخطأ في غير علامته .

٢) كما ورد .

ب) متوسط تغير هـ : المتوسط تغير س٤ : قانونه ①

صاب ①

متوسط تغير $(س-٢)^{٣}$ ①

الطرح : ①

* خطأ في نقل معلومة من السؤال : يصحح من ③

* كتب : $\frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥-٢} = -٢$ ← قانونه + التعويض ②

ج) كما ورد .

$هـ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$

لتعتمد .

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث: (١٧ علامة)

١٠٠

أ) $ق'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٣هـ^٢ - ٦س هـ}{هـ}$ ①

٣

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٣هـ(هـ - ٢س)}{هـ}$ ① $= \text{نهـا}_{هـ \to 0} ٣(هـ - ٢س) = -٦س$ ①

١٠٢

ب) ١) $\frac{ص}{س} = -٤هـ + \frac{١}{٣} \left(\frac{-١}{س^٤}\right)$ ① ← ①

٩

$= -٤هـ - \frac{١}{٣س^٤}$ ①

٢) $\frac{ص}{س} = (س^٢)(٥ جتاه س) + (جاه س)(٢س)$ ① ①

$= ٥س^٢ جتاه س + ٢س جاه س$ ①

علامتان على لقانون (على الجمع)

٣) $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \cdot \frac{ع}{س} = (٤ - ٤ع)(-٢)$ ① ①

$= ٨ع - ٨ = ٤(٨ - ٢س) - ٨ = ٣٢ - ٨س$ ①

٩٥

جـ) $ق'(س) = س(٢ \times ٣ - ٣(١ - ٣س))^٢ + (١ - ٣س)^٢$ ① ①

٥

$= -٦س(١ - ٣س) + (١ - ٣س)^٢$

ميل المماس $= ق'(١) = -٦ \times ٢ + (-٢)^٢ = ١٦$ ①

نقطة التماس $(١، ٤-)$ ①

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٤ = ١٦(س - ١)$ ①

$ص = ١٦س - ١٢$

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع: (١٦ علامة)

٨٢

أ) $هـ(س) = \frac{٢س - ٣}{س^٢ - ٣س + ١}$ ①

$هـ'(س) = \frac{(س^٢ - ٣س + ١)(٢) - (٢س - ٣)(٢س - ٣)}{(س^٢ - ٣س + ١)^٢}$ ① ①

$= \frac{٢س^٢ - ٦س + ٢ - (٤س^٢ - ١٢س + ٩)}{(س^٢ - ٣س + ١)^٢} = \frac{٦س - ٢س^٢ - ٧}{(س^٢ - ٣س + ١)^٢}$ ①

٨٨

ب) ع = ف'(ن) = $٣ن^٢ - ٨ن + ٨$ ①

ت = ف''(ن) = $٦ن - ٨$ ①

$٦ن - ٨ = ٤$ ① ، $٦ن = ١٢$ ، إذن ن = ٢ ثانية

ف(٢) = $٢^٣ - ٤ \times ٢^٢ + ٨ \times ٢$ ① لتعويض

$= ٨ - ١٦ + ١٦ = ٨$ م

١٢٢

ج) الربح = الإيراد - التكلفة ①

ر(س) = $س(٦٠ - س) - (٤٠٠ + ٦٠س + س^٢)$

$= ٦٠س - س^٢ - ٤٠٠ - ٦٠س - س^٢$

$= -٢س^٢ - ٤٠٠$ ①

ر'(س) = $-٤س - ٢٠٠$ ①

$-٤س - ٢٠٠ = ٠$ ① ، $-٤س = ٢٠٠$ ، إذن س = ٥٠ جهازاً ①

ر''(س) = $-٤ < ٠$

يكون ربح المنع أكبر ما يمكن عندما ينتج ٥٠ جهازاً شهرياً. ①

الاختبار + القرار

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس: (١٤ علامة)

١١٧

م) هـ(س) = س^{٣} − ١٢س

هـ(س) = ٣س^{٢} − ١٢ ①

٣س^{٢} − ١٢ = ٠ ⇐ ٣(س^{٢} − ٤) = ٠ ⇐ س = −٢ ، ٢ ①

من جدول الإشارات :

س	−∞	−٢	٢	∞+
هـ(س)	+++++	− − − −	+++++	
هـ(س)	↗	↘	↗	

للاقتران هـ(س) قيمة عظمى عند س = −٢ وهي هـ(−٢) = ١٦ ①

للاقتران هـ(س) قيمة صغرى عند س = ٢ وهي هـ(٢) = −١٦ ①

١١٩

ب) ١) −١ ، ٢ ①

٢) متزايد في (−∞ ، −١] ، [٢ ، ∞) ①

متناقص في [−١ ، ٢] ①

٣) ميل المماس = هـ(٠) = −٢ ①

١١٣

ج) هـ(س) = ٥س^{٤} + ٢ ①

٥س^{٤} ≥ ٠ لجميع قيم س الحقيقية ①

اذن هـ(س) = ٥س^{٤} + ٢ ≥ ٠ لجميع قيم س الحقيقية ①

أي أنه هـ متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية.

(٦)

السؤال الأول :

أ) ١) بعويضين ①

تبسيط ①

إجابة نهائية ①

٢) كما ورد : بعويضين صيغ دون أن يكمل : علامة ①

ب) ١) كما ورد .

٢) كما ورد .

كتب : $\begin{cases} \lim_{س \to ٢^+} ه(س) = ٣ \\ \lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = ١ \end{cases}$ ① علامة .

كتب : $\lim_{س \to ٢^-} \frac{٣ه(س)}{هـ(س)} = \frac{٤ \times ٣}{٢}$ ① علامة .

كتب : $٤ \times ٣ = ١٢$ ، أو ١٢ : علامة ②

جـ) إذا أوجد : $\lim_{س \to ٣^+} ه(س) \times \lim_{س \to ٣^+} هـ(س) = \ldots$ علامة كاملة ⑤

صيغة البيان

الصورة

القرار :

* ه متصل (كثيرحدود) ①

لجب هـ ووجده متصل :

ل = ه × هـ : متصل × متصل = متصل ①

* ه متصل (كثيرحدود) ① ← دراسة اتصال هـ : ①

لجب هـ ووجده غير متصل ← ه × هـ غير متصل .

الإجابة النموذجية

السؤال الثاني :

أ) ١) هـ(٢) - ٤ هـ(٢) = -١٤ ①

* أي خطأ لغير علامته .

٢) كما ورد .

ب) متوسط تغير هـ : لمتوسط تغير س٤ : قانونه ①

صـ ب ①

متوسط تغير $(س-٢)^{٣}$ ①

الطرح : ①

* خطأ في نقل معلومة من السؤال : يصحح من ③

* كتب : هـ $\frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$ = -٢ ← قانونه + التعويض ②

ج) كما ورد .

$هـ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$

لعتمد .

السؤال الثالث : (٨)

أ) كما ورد

ب) ١) كما ورد

٢) ٢ س × ٥ جتا س : ① فقط .

٣) $\begin{cases} \frac{د ص}{د ع} = ٤ - ٢ ع \\ \frac{د ع}{د س} = -٢ \end{cases}$ ①

عوض ع ، واحسبه : كامل .

جـ) كما ورد .

الإجابة في الأول

السؤال الخامس :

أ) ١) استخدام اختبار المشتقة الثانية :

قَ (س) = ٦ س . ①

قَ (-٢) = -١٢ < . ← قـ (-٢) قيمة عظمى . ①

قَ (٢) = ١٢ > . ← قـ (٢) قيمة صغرى . ①

ب) ٢) الفترة المفتوحة : لا تحتوي علامات .

لتوضيح فترات التزايد والتناقص على خط الأعداد : يأخذ علامة السؤال .

جـ) لتوضيح التزايد على خط الأعداد وإشارة قَ (س) :

يأخذ العلامة كاملة .