بسم الله الرحمن الرحيم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢٧٤

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ / الدورة الصيفية

وثيقة محمية
[محدود]

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)

INHAJI.NET

مدة الامتحان : ٠٠ د : ٢ س
اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠٠٨/٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٣)

السؤال الأول : (١٦ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان ق اقتراناً متصلاً على ح ، وكان ق (س) د س = س^{٢} – جتا س + ٢
فإن ق$'$ (٠) =

أ) ٣ ب) ٢ ج) ١ د) صفر

٢) $\int \frac{\text{د س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س} - ١} =$

أ) – ظتا س + جـ ب) ظا س + جـ ج) ظتا س + جـ د) – ظا س + جـ

٣) $\int_{١}^{٣} [٤ - \frac{١}{٢}\text{س}] \text{ د س} =$

أ) ١٠ ب) ٦ ج) ٧ د) ٥

٤) قطع ناقص مساحته (٤٠π) وحدة مربعة، ومركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر ينطبق على محور الصادات، وطول محوره الأصغر (١٠ وحدات طول). جد معادلة هذا القطع.

أ) $\frac{\text{س}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٠٠} = ١$ ب) $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٦٤} = ١$

ج) $\frac{\text{س}^{٢}}{١٠} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$ د) $\frac{\text{س}^{٢}}{٦٤} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} = ١$

٥) القطع المخروطي الذي معادلته ٩ س^{٢} – ٤ ص^{٢} = ٣٦ يكون اختلافه المركزي يساوي :

أ) $\frac{٥}{٩}$ ب) $\frac{\sqrt{٥٧}}{٣}$ ج) $\frac{١٣}{٤}$ د) $\frac{\sqrt{١٣٧}}{٢}$

يتبع الصفحة الثانية ...

٦) معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} + ٤ س – ٨ = ٠ هي :

أ) س = ١ ب) س = ٣ ج) ص = ١ د) ص = ٣

٧) ما العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية ؟

(١) إذا تقاطع مستويان مختلفان فإن تقاطعهما مستوى.

(٢) إذا توازى مستقيمان مختلفان فإن عدد المستويات التي تحويهما معاً غير منتهٍ.

(٣) إذا تقاطعت ثلاثة مستقيمات مختلفة في ثلاث نقاط مختلفة فإنها لا يمكن أن تقع في مستوى واحد.

(٤) المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفراغ متوازيان.

أ) ٤ ب) ٢ ج) ٣ د) ١

٨) س ، ص ، ع ثلاث نقاط مختلفة تقع على استقامة واحدة. ما عدد جميع المستويات التي يمر كل منها بالنقاط الثلاث معاً ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) عدد لا نهائي

السـؤال الثاني : (٢٢ علامة)

أ) جـد كلاً من التكاملين التاليين :

١) $\int \frac{س}{قا^{٢} س} \, د س$ (٧ علامات)

٢) $\int_{١}^{هـ} \frac{٢}{س (لـو_{هـ} س - ٢) (لـو_{هـ} س - ٣)} \, د س$ (٩ علامات)

ب) حل المعادلة التفاضلية : $\frac{س}{س^{٢} - ١} \frac{د ص}{د س} = هـ^{-ص} (س + ٢)$ (٦ علامات)

السـؤال الثالث : (١٥ علامة)

أ) إذا كانت ص = أ هـ^{٢س} + جـا(لـو$_{هـ}$ س) حيث أ ثابت، وكان $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س = ١} = هـ^{٣} + ١$

فجـد قيمة أ (٥ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = – س^{٣} ، د (س) = ٨ ، ل (س) = س

فجـد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة. (١٠علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الرابع : (١٦ علامة)

أ) جـد معادلة المحل الهندسي للنقطة م (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره (٣) وحدات عن المستقيم الذي معادلته ٣ س + ٤ ص = ٥ وتمر أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٩$ (٨ علامات)

ب) جـد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته ص – ٢ س = ٤ وتمس محور السينات عند النقطة (١ ، ٠) (٨ علامات)

السـؤال الخامس : (١٦ علامة)

أ) جـد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (٨ ، ٦) ، (٤ ، -٢) ومحوره المستقيم الذي معادلته س = ٢ (٩ علامات)

ب) برهن أنه إذا تقاطع مستويان ورسم في أحدهما مستقيم يوازي المستوى الآخر، فإن هذا المستقيم يوازي خط تقاطع المستويين. (٧ علامات)

السـؤال السادس : (١٥ علامة)

أ) أ ب جـ د مستطيل طوله ٨ سم، وعرضه ٦ سم، أقيم على مستواه عمود من د ثم أخذت النقطة ن على العمود بحيث أن د ن = ٢ $\sqrt{١١}$ سم. احسب طول $\overline{ن ب}$ (٧ علامات)

ب) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، $\overline{س د} \perp$ مستوى المثلث س ص ع ، ورسمت $\overline{د ص}$ ، $\overline{د ع}$ فإذا كان س د = س ص فجـد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين س ص ع ، د ص ع (٨ علامات)

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

INHAJI.NET

د	س
—	٢

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي ✓ الإدارة المعلوماتية / المسار ٢

مدة الامتحان :
التاريخ : ٢٠٠٨/٦/٢٩

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

إجابة السؤال الأول (٦٠ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة الصحيحة لها	P	د	ب	ب	ج	ب	P	ج

لكل إجابة صحيحة علامتان

إجابة السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

P : (١)

$\int \frac{س}{قاس}$ س = $\int$ س ظتا س قاس س = $\int$ س $(\frac{1}{جتا^2 س} - ظا س)$ س

(٧ علامات)

$= \frac{1}{2}$ $\int$ (س + س ظتا س) قاس س

$= \frac{1}{2}$ $\int$ س قاس س + $\frac{1}{2}$ $\int$ س ظتا س قاس س

$= \frac{1}{2} \times \frac{س^2}{2} + \frac{1}{2}$ $\int$ س ظتا س قاس س

نجد $\int$ س ظتا س قاس س

نفرض ف = س ⟸ ق ف = ق س

ق ظ = ظتا س قاس س ⟸ ظ = $\frac{1}{2}$ ظا س

$\therefore$ $\int$ س ظتا س قاس س = $\frac{1}{2}$ س ظا س − $\frac{1}{2}$ $\int$ ظا س قاس س

$= \frac{1}{2}$ س ظا س − $\frac{1}{2} \times$ − ظتا س + ط

$\therefore$ $\int \frac{س}{قاس}$ س = $\frac{س^2}{4} + \frac{1}{4}$ س ظا س + $\frac{1}{8}$ ظتا س + ط + ١

(٩ علامات)

(٢)

$\int_{1}^{ه}$ $\frac{س}{(لو س - ٢)(لو ه - ٣)}$ س

نفرض أن ص = لو س ⟸ $\frac{1}{س}$ = $\frac{ق ص}{ق س}$ ⟸ ق س = س ق ص

$\therefore$ التكامل المطلوب = $\int_{2}^{1}$ $\frac{س \times س \, ق ص}{(ص - ٢)(ص - ٣)}$ = $\int_{2}^{1}$ $\frac{ق ص}{(ص - ٢)(ص - ٣)}$

يتبع

رقم الصفحة في الكتاب

INHAJI.NET

١ $\frac{ح}{(ص-٢)(ص-٣)} = \frac{ب}{ص-٣} + \frac{ا}{ص-٢} = \frac{ا(ص-٣)+ب(ص-٢)}{(ص-٢)(ص-٣)}$

$= \frac{ص(ا+ب)+(-٣ا-٢ب)}{(ص-٢)(ص-٣)}$

بالمقارنة نجد أن $ا+ب=٠$ ⇐ $-٢ا-٢ب=٠$ (١)

$-٢ا-٢ب=-٢$ (٢)

١ وبجمع المعادلتين (١)، (٢) ينتج أن $ب=٢$

١ $ا=-١$

$\therefore \int \frac{٢ د ص}{(ص-٢)(ص-٣)} = \int \frac{-١ د ص}{ص-٢} + \int \frac{٢ د ص}{ص-٣}$

١+١ $= -٢ \ln|ص-٢| + ٢ \ln|ص-٣|$

$= -٢(\ln ٣ - \ln ٢) + ٢(\ln ٤ - \ln ٣)$

$= ٤ \ln ٢ - ٢ \ln ٣ = \ln \frac{١٦}{٩}$ ✻

ب) (٦ علامات) $\frac{س}{س^٢-١} = \frac{د ص}{د س} \Rightarrow د ص = (س+٢) د س$

١ $\therefore ص د ص = (س+٢)(س^٢-١) د س$

١ $\therefore \frac{د ص}{ص} = \frac{(س+٢)(س^٢-١)}{س} د س$

$\therefore \int ص د ص = \int \frac{س^٢ - س + ٢ س^٢ - ٢}{س} د س$

١ $\therefore \int ص د ص = \int (س^٢ - ١ + ٢س - \frac{٢}{س}) د س$

١+١+١ $\therefore ص = \frac{س^٣}{٣} - س + س^٢ - ٢ \ln|س| + ح$ ✻

إجابة السؤال الثالث: (٥ علامات)

١+١ $\frac{د ص}{د س} = ٢ ص^{س} + (\ln ص) \times \frac{١}{س}$ (٥ علامات)

يتبع ص ٣ ⇐

رقم الصفحة في الكتاب

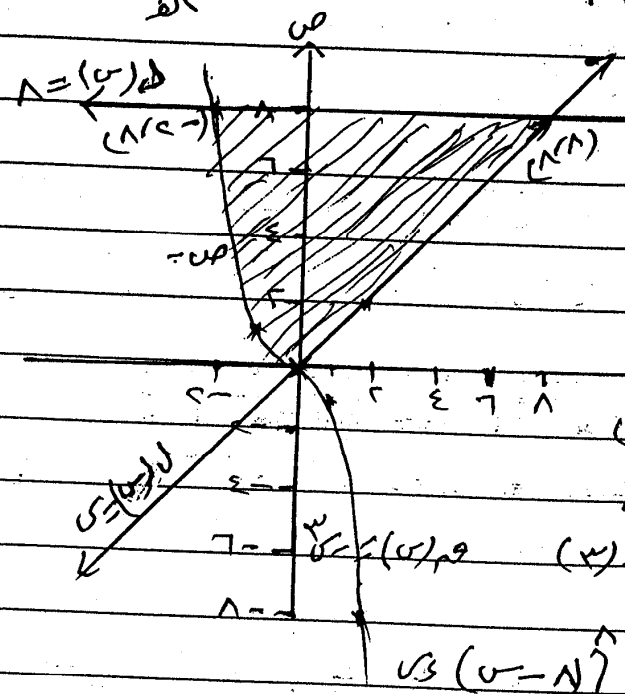
INHAJI.NET

$= ٢ ف_{ص}^{س} + \text{ثابت}$

$\left|\frac{ص}{س}\right| = ٢ ف_{ص}^{س} + ١ = ٢ هـ^{٢} + ١$

$\therefore$ عند $س = ١$ ،

$٢ هـ^{٢} = ٢ ف_{ص}^{س} = ٢ \Leftarrow م = \frac{ص}{س} = \frac{هـ^{٢}}{هـ^{٢}}$ ✗



ب - نجد نقاط تقاطع المنحنيات الثلاث

$س = ٨$ ---- (١)

$س = -ص \Leftarrow ص + س = ٠$

$\Leftarrow س (١ + ٤) = ٠ ، س \Leftarrow$

$\Leftarrow س = ٠$ ---- (٢)

$ص = -س \Leftarrow ص = -٨ \Leftarrow س = ٨$

$ص = ٣ س = ٣ (-٢) = -٦$ ---- (٣)

∴ المساحة المطلوبة

$= \int_{-٦}^{٠} [(٨ - س) - (-س)] \, دس + \int_{٠}^{٨} [(٨ - س) - \frac{س}{٣}] \, دس$

$= [٨س + \frac{س^{٢}}{٢}]_{-٦}^{٠} + [٨س - \frac{س^{٢}}{٦}]_{٠}^{٨}$

$= ٠ - (-٤٨ + ١٨) + (٦٤ - \frac{٣٢}{٣}) - ٠$

$= ٣٠ + ٣٢ \frac{٢}{٣} = ٦٢ \frac{٢}{٣}$ وحدة مساحة ✗

إجابة السؤال الرابع : (١٦ علامة)

أ - بما أن النقطة $ب$ تتحرك بحيث تبعد بعداً ثابتاً عن مستقيم

$\therefore$ المحل الهندسي الذي ترسمه هو خط مستقيم يوازي المستقيم (٨ علامات)

المعطاة معادلته و يبعد عنه ٣ وحدات

$\therefore \left|\frac{٣س + ٤ص - ٥}{٥}\right| = ٣ \Leftarrow |٣س + ٤ص - ٥| = ١٥$

$\Leftarrow$ إما $٣س + ٤ص - ٥ = ١٥$ أو $٣س + ٤ص - ٥ = -١٥$

$٣س + ٤ص - ٢٠ = ٠$ أو $٣س + ٤ص + ١٠ = ٠$

يتبع ←

رقم الصفحة في الكتاب

INHAJI.NET

ولكن النقطة المتحركة تمر بـ (٤ ، ٢) وهذه النقطة تحقق
١ المعادلة $س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٤ص - ٢ = ٠$ ، ولا تحقق المعادلة
$س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٤ص + ١٠ = ٠$ ،
∴ معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة هي
١ $س^٢ + ص^٢ - ٤س + ٤ص - ٢ = ٠$ ✗

ملحوظة : توجد الحلول الصحيحة بالطريقة الأخرى

ب - نفرض أن مركز الدائرة هو (ن ، هـ) (٨ علامات)
وهو واقع على الخط ص - س + ٤ = ٠
وبما أنه م ∈ على محور السينات
١ ∴ ن = ١ الاحداثي السيني لمركز الدائرة
١ ∴ المركز (١ ، هـ)
وبما أنه (١ ، هـ) تقع على
الخط المستقيم الذي معادلته ص - س + ٤ = ٠
∴ تحقق معادلته ∴ هـ - ١ + ٤ = ٠ ⟸ هـ = ٦
١+١ ∴ مركز الدائرة (١ ، ٦)
١ $ر = \sqrt{(١-١)^٢ + (٦-٠)^٢} = ٦$ وحدات
٢ ∴ معادلة الدائرة هي $(س-١)^٢ + (ص-٦)^٢ = ٣٦$ ✗

إجابة السؤال الخامس :

(٦ علامات)

أ - من المعلومات المعطاة بالسؤال
(علامتان) يتضح أن الشكل المجاور يمثل
شكلا تقريبيا للقطع
١ ∴ المعادلة على الصورة
١ $(س - ن)^٢ = ٤ ر (ص - هـ)$ حيث
(ن ، هـ) احداثيات رأس القطع المكافئ ، وبما أنه
١ معادلة المحور هي س = ٢ ∴ ن = ٢

يتبع ص ٥

رقم الصفحة في الكتاب

INHAJI.NET

∴ المعادلة $(س-٢)^{٢} = ٤ ب (ص-هـ)$ ... (١)

بتعويض النقطة (٦، ٨) في معادلة (١) ينتج أنه $٣٦ = ٤ ب (٦-هـ)$

$٩ = ب (٦-هـ)$ ... (٢)

وبتعويض النقطة $(٤، -٢)$ ينتج أنه $٤ ب (-٢-هـ) = ١$ ... (٣)

بالقسمة $\frac{٩}{١} = \frac{ب(٦-هـ)}{٤ ب (-٢-هـ)}$

$٩ ب + ٩ هـ = ٤ ب - ٦ ب$

$٥ ب = -٩ هـ$

$ب = \frac{١}{٨}$ بعد البدء من الرأس

∴ $٨ = ب ٨ \Leftarrow ب = ١$

∴ $٩ = ٦ - هـ \Leftarrow هـ = ٣$

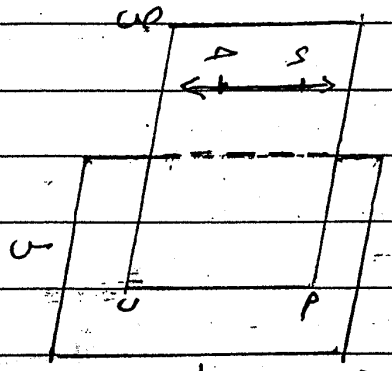
∴ معادلة القطع هي $(س-٢)^{٢} = ٤ (ص+٣)$ ✗

ب - المعطيات: المستويان س ، ص

(الإثبات) يتقاطعان في $\overleftrightarrow{ب ج}$ ، $\overleftrightarrow{د هـ}$ يقع في المستوى ص ، $\overleftrightarrow{د هـ} \parallel$ س

المطلوب: إثبات أنه $\overleftrightarrow{ب ج} \parallel \overleftrightarrow{د هـ}$

البرهان:



الركن ١

١ + ١

$\overleftrightarrow{د هـ}$ يقع خارج المستوى س وموازٍ لـ $\overleftrightarrow{ب ج}$

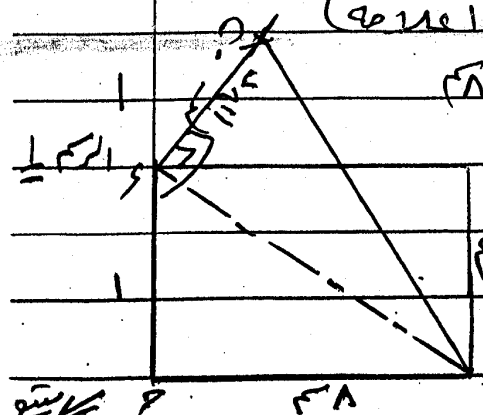
لا يتقاطع مع المستوى س .

وحيث أنه $\overleftrightarrow{ب ج}$ يقع في المستوى س ∴ $\overleftrightarrow{ب ج}$ لا يتقاطع مع $\overleftrightarrow{د هـ}$

ولكنه $\overleftrightarrow{د هـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ج}$ يقعان في المستوى ص ∴ $\overleftrightarrow{ب ج} \parallel \overleftrightarrow{د هـ}$ ✗

إجابة السؤال السادس:

(٥ علامات)



أ - المعطيات: $\triangle ب ج د$ مستطيل فيه $ب ج = ٦$ سم ، $ج د = ٨$ سم

(٧ علامات) ، $د ب$ أحد أضلاع المستطيل ، $د ب = ١١$ سم

المطلوب: إيجاد $ب ب$

العمل: نصل $ب ج$

الحل: بما أنه $ج د$ أحد أضلاع المستطيل $ب ب د ج$

رقم الصفحة في الكتاب

INHAJI.NET

١+١ ، ب ك واقع في مستوى المستطيل ب ء د ∴ ب ك ⊥ ب ء

١ (ب ء)² = (ب د)² + (د ء)² = (٨)² + (٦)² = ١٠ ⇐ ب د = ١٠ سم

١ (ب ك)² = (ب ء)² + (ء ك)² = ١٠٠ + ٤٤ = ١٤٤

١ ∴ ب ك = √١٤٤ = ١٢ سم

ب - المعطيات :

(الشكل) س ص ع مثلث قائم الزاوية

في ص ، س ك ⊥ مستوى المثلث س ص ع ،

س ك = س ص

المطلوب : إيجاد قياس الزاوية الزوجية

بين المستويين س ص ع ، ء ص ع

البرهان :

١ ء ص ⊥ ك ص وقطا المثلث ك ص ع المستوى

١ س ص ع (لأن ء ص ⊥ ك ص) ، س ص ⊥ ص ع الواقع في

١ المستوى س ص ع ∴ المائل ء ص ⊥ ص ع (عكس نظرية المائل)

كذلك ص ع ⊥ س ص

١ ∴ ص ع ⊥ المستوى ء ص س

١ ∴ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين = قياس الزاوية

المستوية ء ص س .

وبما أن Δ ء س ص قائم الزاوية في س

١ ∴ ظا س ص ء = ء س / س ص = ١ ⇐ ق(∠ ء ص س) = ٤٥°

١ ∴ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين = ٤٥°

انتهت الاجابات

ملاحظات م ر / العلمي

س) أ [1] كلما ورد في الإجابة النموذجية مبرر علامة كاملة عن أي خطأ مبرر.

ب [2] إذا لم يذكر الأساس (هـ) خلال عملية التعويض والتصحيح (خطأ غير مبرر)

إذا فرض ص = لو(س-٢) واشتقه دليل صحيح ما لم تحسم علامة الاشتقاق فقط وينطبق ذلك على كل صيغة ص = لو(س-٣) وإذا كتب الفرضية معًا تحاسب على واحدة منهما فقط.

~~ص = لو(س-٢)~~

ب) $ص = \frac{س^٣}{٣} - س^٢ + س - ٤ لو|س+٢|$

$= \frac{١}{٣}$ $\quad$ $\frac{١}{٢}$ $\quad$ $\frac{١}{٢}$

* أي خطأ آخر غير مبرر يحسم علامة الجزئية *

ملاحظات السؤال الثاني

م / ع / العلمي

INHAJI.NET

شيخ ملاحظات الفصل م/٤

(٣ س) ٩ كما مرر من النموذج ٣.

٧ إذا حسب ساعة الجزء الثاني (الملك) مع الملك (٤×٥=٢٠) يحصل على ياقوته واحدة (العلامات الخاصة بهذا الجزء ٣ علامات)

- الكلمة الوحيدة ياقوت العلامة إذا كتب الصيغة الصحيحة (٣٠+١٠) او (٤٤).

السؤال الثالث / مرتفاع

م/٤/ الفصل

ش) ٩) - اذا لم يشر الى نوع الحل الهندسي وبدأ
س ا | يأخذ العلامة صحيحاً .

- اذا عوض في المعادلة الصحيحة فقط فيأخذ العلامة كاملاً ، شرط أن يذكر أنه معادلة الحل الهندسي هي ٣ س + ٤ ص - ٢٠ = صفر .

حل آخر :

- اذا كتب ان الحل الهندسي هو المستقيم الذي يوازي المستقيم ٣ س + ٤ ص = ٥ [٢] علامتان
- اذا ذكر ان الميل = $\frac{-٣}{٤}$ [١] علامة واحدة
- يمر بالنقطة (٤ ، ٢) [٢] علامتان

~~وغير ذلك حدد مرور الدائرة~~

- المعادلة ص - ٢ = $\frac{-٣}{٤}$ (س - ٤)
(١) (١) (١)

ب) كما ورد في الاجابة النموذجية

ملاحظات السؤال الرابع م ٤ / العلمي .

تتبع ملاحظات م/ع/ العلمي.

ش) م) اذا اعتبر معادلة القطع على الصورة

(ص - ه)² = ٤ م (س - ك) يصبح المحور م ه

ن) كما ورد في الاجابة النموذجية.

ملاحظة ← اذا لم يرسم كما صحيحا

وجد المطلوب بصورة صحيحة يأخذ علامة المطلوب المعطيات ضمنا.

حلول

السؤال الخامس

م/ع/ علمي

INHAJI.NET

سيغ مذوقات العلمي ص ٤٣

م) اذا رسم رسما صحيحا يأخذ علامة العطيات ضمنا

ن) العلامة الاخيرة يأخذها ضمنا اذا اشار الى مقياس الرسم التوضيحي = المعنوية

ملاحظات

السؤال السادس/

م ٤/ العلمي

السؤال الثاني / حلول أخرى

فرع (P) جزء (١)

$$\int \frac{س}{\text{قا}^2 س}\, د س = \int س \text{ جتا}^2 س \, د س \quad ①$$

نفرض أن $س = 0 \Leftarrow د س = 0$ د

$$د ص = \text{جتا}^2 س \, د س \Leftarrow ص = \int \frac{1}{2}(\text{جتا } 2س + 1)\, د س \quad ①$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\text{جا } 2س}{2} + س\right) \quad ①$$

$$\int ص \, د ص = 0 \cdot ص - \int ص \, د ص$$

$$= س\left(\frac{\text{جا } 2س}{4} + \frac{س}{2}\right) - \int \left(\frac{\text{جا } 2س}{4} + \frac{س}{2}\right) د س \quad ①$$

$$= \frac{س \text{ جا } 2س}{4} + \frac{س^2}{4} + \frac{\text{جتا } 2س}{8} + ص$$

① ① ①

فرع (P) جزء (١)

$$\int \frac{س}{\text{قا}^2 س}\, د س = \int س \text{ جتا}^2 س \, د س \quad ①$$

نفرض أن $ص = \text{جتا}^2 س \Leftarrow د ص = -2 \text{ جا } س \text{ جتا } س \, د س$ ①

$$د ع = س \, د س \Leftarrow ع = \frac{1}{2} س^2$$

$$\int ص \, د ع = ص \cdot ع - \int ع \, د ص$$

$$= \frac{1}{2} س^2 \text{ جتا}^2 س + \int س^2 \text{ جا } س \text{ جتا } س \, د س \quad ①$$

$$ع = س^2 \Leftarrow د ع = 2س \, د س \quad ، \quad د ص = \text{جا } س \text{ جتا } س \Leftarrow ص = -\frac{1}{4}\text{جتا } 2س$$

$$\int \ldots = \frac{1}{4} س^2 \text{ جتا}^2 س + \left[-\frac{1}{4} س^2 \text{ جتا } 2س + \int \frac{1}{2} س \text{ جتا } 2س \, د س\right] \quad ①$$

$$ع = س \Leftarrow د ع = د س \quad ، \quad د ص = \text{جتا } 2س \Leftarrow ص = \frac{1}{2}\text{جا } 2س$$

$$\int \ldots = \frac{1}{4} س^2 \text{ جتا}^2 س - \frac{1}{4} س^2 \text{ جتا } 2س + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} س \text{ جا } 2س - \int \frac{1}{2} \text{ جا } 2س \, د س\right) \quad ①$$

$$= \frac{1}{4} س^2 \text{ جتا}^2 س - \frac{1}{4} س^2 \text{ جتا } 2س + \frac{1}{4} س \text{ جا } 2س + \frac{1}{8} \text{ جتا } 2س + ص$$

السؤال الثاني / حلول أخرى

فرع (P) جزء (٢)

$$\int_{1}^{e^2} \frac{2}{x(\ln x - 2)(\ln x - 3)}\,dx$$

نفرض أن $y = \ln x - 2 \Leftarrow dy = \frac{1}{x}dx$ ①

$x = x\,dy$

$y = \ln x - 2 \Leftarrow \ln x - 3 = y - 1$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2}{(y-1)y}\,dy \overset{①}{=} \int_{-2}^{-1} \frac{2}{y(y-1)}\,dy$$

$$\frac{2}{y(y-1)} = \frac{P}{y} + \frac{Q}{y-1} = \frac{P(y-1) + Qy}{y(y-1)}$$

① $2 = P(y-1) + Qy$

عندما $y = 1 \Leftarrow Q = 2$ ①

عندما $y = 0 \Leftarrow P = -2$ ①

عندما $x = 1 \Leftarrow y = -2$ ، عندما $x = e^2 \Leftarrow y = -1$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2\,dy}{y(y-1)} = \int_{-2}^{-1} \frac{-2}{y}\,dy + \int_{-2}^{-1} \frac{2}{y-1}\,dy$$

$$= \left[\ln|y| \overset{①}{\cdot} -2\right]_{-2}^{-1} + \left[2\ln|y-1| \overset{①}{\cdot}\right]_{-2}^{-1}$$

$$= -2(\ln 1 - \ln 2) + 2(\ln 3 - \ln 2) \quad ①$$

$$= 4\ln 2 - 2\ln 3 = \ln \frac{16}{9}$$

السؤال الثاني / حلول غير مكتملة

فرع (P) جزء (1)

* اذا غيّر السؤال على الصورة $\int \frac{1}{\text{قتا}^2 س}$ دس = ظا س + جتا س دس

يصحح من ٣ علامات

* اذا غيّر السؤال على الصورة $\int \frac{س}{\text{قتا}^2 س}$ دس = س ظا س + جتا س دس

واكمل بشكل صحيح يأخذ ٥ علامات

* اذا كتب $\int \frac{س}{\text{قتا}^2 س}$ دس = س ظا س دس واكمل بشكل صحيح يأخذ ٥ علامات

* اذا كتب $\int \frac{س}{\text{قتا}^2 س}$ دس = س ظا س + جتا س دس واكمل بشكل صحيح يأخذ ٣ علامات

INHAJI.NET

السؤال الثاني/ حلول أخرى

فرع (ب)

$$\text{ص} = \int \frac{(\text{س}+2)(\text{س}^2-1)}{\text{س}} \, \text{د س}$$

$$\text{ص} = \int (1 + \frac{2}{\text{س}})(\text{س}^2 - 1) \, \text{د س} \quad ①$$

$$\text{ع} = \text{س}^2 - 1 \Leftarrow \text{د ع} = 2\,\text{س}\,\text{د س}$$

$$\text{ه} = \text{س} + 2 \ln|\text{س}| \Leftarrow \text{د ه} = (1 + \frac{2}{\text{س}})\,\text{د س} \quad ①$$

$$\text{ص} = (\text{س}^2 - 1)(\text{س} + 2\ln|\text{س}|) - \int 2\text{س}(\text{س} + 2\ln|\text{س}|)\,\text{د س} \quad ①$$

$$= (\text{س}^2 - 1)(\text{س} + 2\ln|\text{س}|) - \int (2\text{س}^2 + 4\text{س}\ln|\text{س}|)\,\text{د س} \quad ①$$

$$\text{ه} = \ln|\text{س}| \Leftarrow \text{د ه} = \frac{1}{\text{س}}\,\text{د س} \quad ①$$

$$\text{د ع} = 2\,\text{س}\,\text{د س} \Leftarrow \text{ع} = \text{س}^2$$

$$\text{ص} = (\text{س}^2 - 1)(\text{س} + 2\ln|\text{س}|) - \frac{2}{3}\text{س}^3 - 4\int \text{س}^2 \ln|\text{س}| \, \text{د س} \quad ①$$

$$= \text{س}^3 + 2\text{س}^2 \ln|\text{س}| - \text{س} - 2\ln|\text{س}| - \frac{2}{3}\text{س}^3 - \text{س}^2 \ln|\text{س}| + \text{ج}$$

السؤال الرابع / حلول أخرى

فرع (أ)

مركز الدائرة (د، هـ) تحقق معادلة المستقيم ص - ٢س = ٤ ①

① هـ - ٢د = ٤ ... (١)

① نعوض (١، ٠)

(١، ٠) نقطة التماس تحقق معادلة الدائرة

① (س - د)^٢ + (ص - هـ)^٢ = نق^٢

① أي أ ب^٢ = (١ - د)^٢ + (٠ - هـ)^٢ = هـ^٢

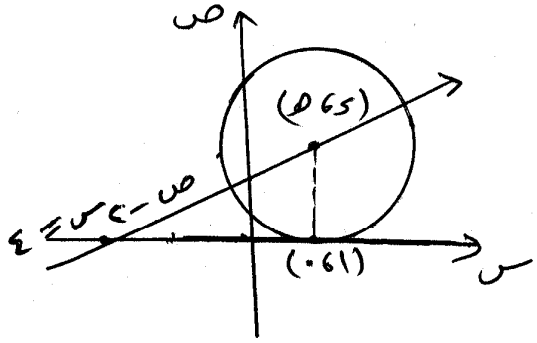
① (١ - د)^٢ = ٠ ⟸ د = ١

بالتعويض في معادلة (١) ①

هـ - ٢ = ٤ ⟸ هـ = ٦ ⟸ نق = ٦

معادلة الدائرة:

① (س - ١)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٣٦



السؤال الرابع / حلول أخرى

فرع (أ)

المعادلة العامة للدائرة :

$س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + ح = 0$ ①

(أ،1) تحقق المعادلة ⇐ $1 + 2ل + ح = 0$ ومنه $2ل = -ح - 1$ ①

مركز الدائرة : $(-ل، -ك)$ تحقق معادلة المستقيم $ص - 2س = 4$

اذن $-ك + 2ل = 4$ ①

(أ،2)

باستقامة معادلة الدائرة :

$2س + 2ص \cdot صَ + 2ل + 2ك \cdot صَ = 0$ ①

$صَ = \frac{-2س - 2ل}{2ص + 2ك}$

$صَ \Big|_{(أ،1)} = \frac{-2 - 2ل}{2ك} = 0$ ① ⇐ $ل = -1$ ①

بالتعويض في المعادلة (1) ينتج

$-2 = -ح - 1$ ⇐ $ح = 1$ ①

بالتعويض في معادلة (2) ينتج

$-ك - 2 = 4$ ومنه $ك = -6$ ①

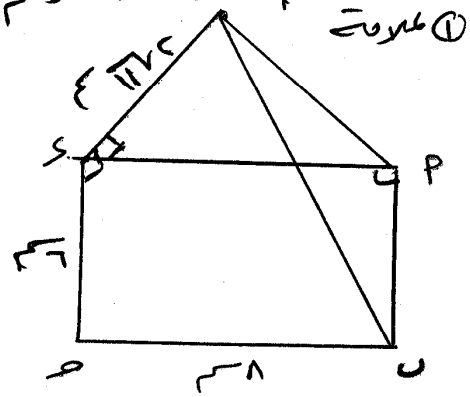
معادلة الدائرة : $س^2 + ص^2 - 2س - 12ص + 1 = صفر$

INHAJI.NET

السؤال الثاني / حلول أخرى

فرع (P)

ترجمة المعطيات على الرسم ① للرسم ① علامات



$\overline{NK} \perp$ مستوى المستطيل PNصك

إذن $\overline{NK} \perp$ على كل مستقيم في المستوى PNصك ①

وضح المثلث PكN قائم الزاوية في ك ①

نظرية فيثاغورس $(NP)^2 = (Pك)^2 + (كN)^2$

$= (\overline{١١٦ك})^2 + ٨^2$

$(NP) = ١٠٨$ ①

$\overline{PN}$ عمودي على $\overline{PO}$ ، $\overline{PK}$ مسقط $\overline{NP}$ ويعامد $\overline{PO}$ ①

إذن $\overline{NP} \perp \overline{PO}$ عكس نظرية الأعمدة الثلاث

إذن المثلث NPO قائم الزاوية في P

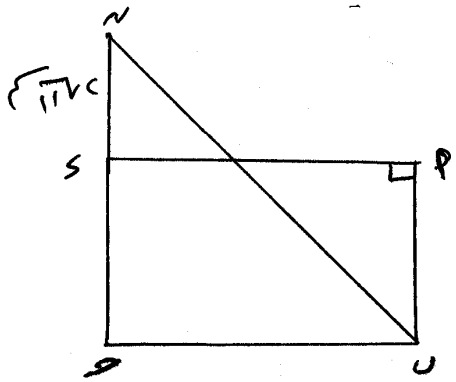
نظرية فيثاغورس $(NO)^2 = (PN)^2 + (PO)^2$

$= ١٠٨ + ٣٦ = ١٤٤$

إذن $NO = ١٢$ سم ①

INHAJI.NET

السؤال الثاني / حلول غير كاملة



فرع (أ) :

اذا اعتبر $\overline{نم}$ على امتداد $\overline{هـ}$ وطبقه نظرية فيثاغورس

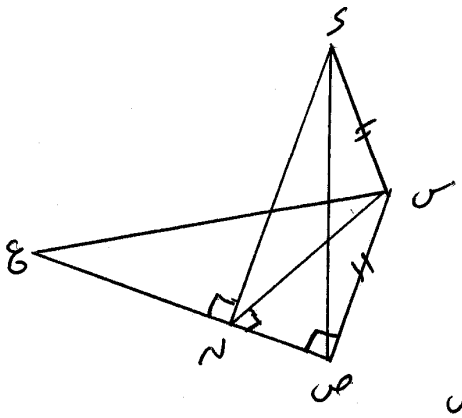
$(ن م)^2 = (ن هـ)^2 + (هـ م)^2$

واكمل بأخذ ٣ علامات

① علامات للمعطيات المترجمة على الرسم

② علامة لتطبيق نظرية فيثاغورس لشكل صحيح

فرع (ب)



اذا رسم $\overline{نم} \perp \overline{صع}$ ثم وصل $\overline{نه}$

وكتب

$\overline{سن}$ منصف للمثلث $\overline{ن}$

$\overline{سم} \perp \overline{ع ص}$ (بالعمل)

اذ $\overline{نه} \perp \overline{سن}$

فيكون قياس الزاوية المطلوبة $= م(\angle نهس)$

$= ٤٥^\circ$

يصحح هذا ٤ علامات ① للمعطيات المترجمة على الرسم

① للرسم

② المثلث $\perp \overline{صع}$ ، فيكون قياس الزاوية المطلوبة

$= ٤٥^\circ$