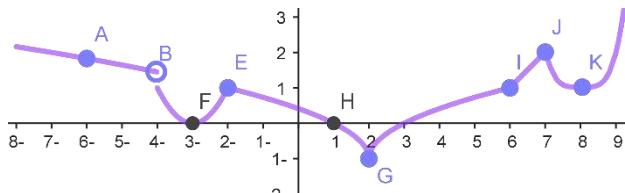


السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الاجابه الصحيحة فيما يلي:

☒ اذا كان منحنى الاقتران ( $m(x)$ ) كما في الشكل المخاور اجب عن الفقرتين (2,1)



a)  $B, E, G, J$

b)  $A, F, H, K$

c)  $A, F, H, J$

b)  $F, H, A, K$

c)  $F, E, H, G$

d)  $E, G, J, I$

-2 الاقتران ( $m(x)$ ) قابل للاشتباك عند قيمة او قيم ( $x$ )

a)  $\frac{2e-1}{2x} + \tan x$

b)  $\frac{e-1}{x} + \tan x$

-3 اذا كان الاقتران ( $h(x)$ ) ، فإن ( $h(x) = (\ln \frac{ex}{\sqrt{x}} + \ln \cos x)$  ) تساوي

c)  $\frac{1}{2x} + \tan x$

d)  $\frac{1}{x} + \tan x$

-4 اذا كان الاقتران ( $f(x) = e^{x^2+x}$ ) هو ، فإن ( $f(0)$ )

a)  $0$

b)  $e$

c)  $1$

d)  $-1$

-5 اذا كان الاقتران ( $f(x) = ae^x$ ) هو ، فإن ( $f(-2)$ )

a)  $-f(2)$

b)  $-f(-2)$

c)  $-f(-2)$

d)  $f(-2)$

-6 اذا كان الاقتران ( $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ) هو ، فإن ( $f(x)$ )

a)  $e^{-x} - xe^{-x}$

b)  $\frac{1-x}{e^x}$

c)  $xe^{-x} - e^{-x}$

d)  $\frac{x-1}{e^x}$

-7 اذا كان الاقتران ( $v(x) = \cos(2x)\sqrt{\cos 5x \sec 5x}$ ) هو ، فإن ( $v(x)$ )

a)  $\cos 2x$

b)  $2\sin 2x$

c)  $2 \cos 2x$

d)  $-2 \sin 2x$

-8 اذا كان الاقتران ( $u(x) = e^x(\ln x)^3$ ) هو ، فإن ( $u(1)$ )

a)  $1$

b)  $0$

c)  $e$

d)  $2e$

-9 اذا كان الاقتران ( $f(x) = \ln\left(\frac{e^{4\pi}e^{\ln e^x}}{x^2\pi^x}\right) + \cos\frac{\pi}{2}$ ) هو ، فإن ( $f(x)$ )

a)  $4\pi - \ln \pi$

b)  $-\ln \pi$

c)  $\ln \pi$

d)  $2x - \frac{2}{x} - \ln \pi$

-10 اذا كان الاقتران ( $y = e^{3x} \sin 2x$ ) هو ، فإن ( $y$ )

a)  $3e^x \sin 2x + 2e^{3x} \cos 2x$

c)  $6e^{3x} \sin 2x + 2e^{3x} \cos 2x$

b)  $3e^{3x} \sin 2x + 2e^{3x} \cos 2x$

d)  $3e^{3x} \sin 2x + 6e^{3x} \cos 2x$

a)  $e^x \sec x(1 + \tan x)$

c)  $e^x \sec x(1 - \tan x)$

b)  $e^x \sec x(\tan x + 1)$

d)  $e^x \sec x(\tan x - 1)$

a)  $1$

b)  $0$

c)  $2$

d)  $2a$

-13 اذا كان الاقتران ( $2ye^x = 3e^2$ ) ، فإن ( $y^{(2)}$ ) يساوي

a)  $-y$

b)  $y$

c)  $-\frac{3}{2}y$

d)  $\frac{3}{2}y$

-14 قيمة ( $\frac{d}{dx}(\ln(5^{\sin x} \tan^2 x))$ )

a)  $\ln 5 \cos x + 2 \sec x \csc x$

c)  $\ln 5 \sin x \cos x + 2 \sec x \csc x$

b)  $\ln 5 \cos x + \sec x \csc x$

d)  $\ln 5 \sin x \cos x + 2 \sec^2 x \tan^3 x$

-15 قيمة ( $\frac{d}{dx}(e^\pi + x^e \sin e^x)$ )

a)  $e^\pi \ln \pi + ex^{e-1} \sin e^x + e^{2x} \cos e^x$

c)  $ex^{e-1} \sin e^x + e^{x^2} \cos e^x$

a)  $16e^2$

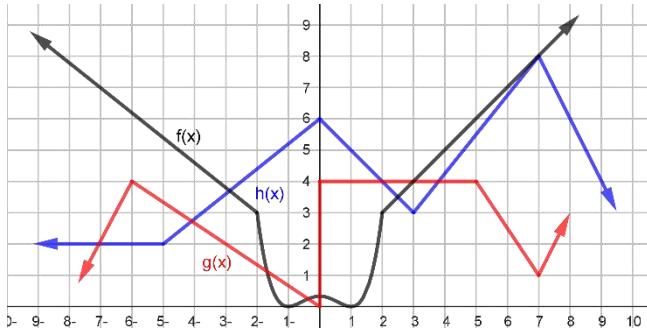
b)  $10e^2$

a)  $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

a)  $-e^x y$

b)  $\frac{-e^x y}{\sqrt{1-y^2}}$



a)  $-\frac{2}{5}$

b)  $\frac{2}{5}$

a)  $-1$

b)  $0$

$x$	$f(x)$	$f'(x)$	$u(x)$	$u'(x)$
0	9	-2	1	$\frac{1}{3}$
1	-3	$\frac{1}{5}$	-3	$-\frac{8}{3}$

a)  $-10$

b)  $10$

a)  $-\frac{1}{9}$

a)  $-12$

a)  $-\frac{11}{3}$

a)  $\frac{11}{5}$

a)  $9$

a)  $5$

b)  $ex^{e-1} \sin e^x + e^x \cos e^x$

d)  $ex^{e-1} \sin e^x + x^e e^x \cos e^x$

اذا كان الاقتران ( $y = x^2 e^x$ ) يساوي -16

c)  $8e^2$

d)  $14e^2$  قيمة  $(\frac{d}{dx}(\sin x))$  -17

c)  $\frac{-y}{\sqrt{1-y^2}}$

d)  $\sqrt{1-y^2}$  قيمة  $(\frac{d}{dx}(\cos e^x))$  -18

c)  $-e^x \sqrt{1-y^2}$

d)  $e^x \sqrt{1-y^2}$

يبين الشكل منحنيات الاقترانات ( $f(x), g(x), h(x)$ )

وكان ( $q(x) = \frac{f(x)}{h(x)}$ ) ، ( $P(x) = f(x) \cdot g(x)$ )

| (21, 20, 19) ، اجب عن الفقرات ( $u(x) = f(h(x))$ )

قيمة ( $P(4)$ ) هي -19

a) 1

b) 4

c) 5

d) 9

قيمة ( $q(-7)$ ) هي -20

c)  $-\frac{4}{5}$

d)  $\frac{4}{5}$

قيمة ( $u(-5)$ ) هي -21

c) 1

d) 2

مستعيناً بالجدول المقابل ، اجب عن الفقرات (22)

( $x = 0$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(\frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}})$ ) قيمة -22

b)  $\frac{4}{45}$

c)  $\frac{8}{9}$

d) 1

( $x = 0$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(f(1 - 5 \tan x))$ ) قيمة -23

a)  $-\frac{4}{45}$

c) 1

d) -1

( $x = 0$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(\frac{f(x)}{2+\cos x})$ ) قيمة -24

c)  $\frac{1}{9}$

d) -2

( $x = 1$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(10 \sin(\frac{\pi x}{2}) f^2(x))$ ) قيمة -25

a) 1

c)  $-15\pi$

d)  $45\pi$

( $x = 0$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(u(xu(x)) + f(x))$ ) قيمة -26

c)  $-\frac{5}{3}$

d) -2

( $x = 1$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(u(\sqrt{x}) f(x^3))$ ) قيمة -27

c)  $\frac{29}{5}$

d)  $-\frac{11}{5}$

( $x = 0$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(f(\frac{x}{x+1}))$ ) قيمة -28

c) -2

d)  $\frac{1}{10}$

( $x = 1$ ) عند ( $\frac{d}{dx}(\frac{f(x)}{(u(x))^2 + 1})$ ) قيمة -29

c)  $\frac{9}{50}$

d)  $\frac{1}{2}$

30- يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  $s(t) = 2(e^{2t} - e^{-2t})$  الازاحة بالأمتار و( $t$ ) الزمن بالثواني ، فإن تسارع الجسم في أي لحظة عددياً يساوي

a)  $s(t)$

b)  $2s(t)$

c)  $4s(t)$

d)  $8s(t)$

31- يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  $s(t) = 2(\cos 2t + \sin 2t)$  تقل بعد الجسم عن النقطة الثابتة ( $O$ ) بالأمتار و( $t$ ) الزمن بالثواني ، فإن تسارع الجسم عندما يكون الجسم على بعد (3m) من النقطة الثابتة ( $O$ )

a)  $-6m/s^2$

b)  $6m/s^2$

c)  $-12m/s^2$

d)  $12m/s^2$

يتتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  $s(t) = e^t - \ln(t^2 + 1)$ ,  $t > 0$  موقع الجسم بالأمتار و( $t$ ) الزمن بالثواني ، اجب عن الفقرات (34,33,32)

a)  $-1m$

b)  $0m$

c)  $1m$

d)  $2m$

-32 سرعته عند ( $t = 1s$ ) هي

a)  $0m/s$

b)  $e - 1m/s$

c)  $-1m/s$

d)  $e - \ln 4 m/s$

-33 تسارعه د هو ( $t = 2s$ )

a)  $1m/s^2$

b)  $em/s^2$

c)  $e - \frac{1}{2}m/s^2$

d)  $e - \frac{1}{4}m/s^2$

يتتحرك جسمان في خط مستقيم في آن واحد وفق الاقترانين ( $s_1(t) = 4 + \sin 2\pi t$ ,  $s_2(t) = 4 - \cos 2\pi t$ ,  $t \geq 0$ ) اجب عن الفقرات (37,36,35)

a)  $(\frac{3}{8}, \frac{7}{8})$

b)  $(\frac{1}{8}, \frac{5}{8})$

c)  $(\frac{1}{8}, \frac{3}{8})$

d)  $(\frac{5}{8}, \frac{7}{8})$

-35 الزمن الذي يكون تسارعهما متساوياً للصفر

a)  $(\frac{3}{8}, \frac{7}{8})$

b)  $(\frac{1}{8}, \frac{5}{8})$

c)  $(\frac{1}{8}, \frac{3}{8})$

d)  $(\frac{5}{8}, \frac{7}{8})$

-36 موقع الجسمان عند اقصى سرعة  $[(t, s_1)], [(t, s_2)]$

a)  $[(0, 4), (\frac{1}{2}, 4)], [(\frac{1}{4}, 4), (\frac{3}{4}, 4)]$

b)  $[(0, 3), (\frac{1}{2}, 5)], [(\frac{1}{4}, 4), (\frac{3}{4}, 4)]$

c)  $[(0, 3), (\frac{1}{2}, 5)], [(\frac{1}{4}, 5), (\frac{3}{4}, 3)]$

d)  $[(0, 4), (\frac{1}{2}, 4)], [(\frac{1}{4}, 3), (\frac{3}{4}, 5)]$

يتتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  $s(t) = t$  موقع الجسم بالأمتار و( $t$ ) الزمن بالثواني و( $v(t)$  السرعة، اجب عن الفقرات (39,38))

a)  $\frac{2}{3}m$

b)  $\frac{3}{2}m$

c)  $6m$

d)  $3m$

-38 موقع الجسم عندما ( $t = 2s$ ) هي

a)  $12m/s$

b)  $-12m/s$

c)  $\frac{16}{3}m/s$

d)  $-\frac{16}{3}m/s$

يتتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  $s(t) = \sqrt{2t^2 + 10}$  الازاحة بالأمتار و( $t$ ) الزمن بالثواني ، فإن بعده عندما تكون سرعته (1m/s) هو

a)  $\sqrt{5}m$

b)  $\sqrt{10}m$

c)  $2\sqrt{5}m$

d)  $5m$

-41 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = 2e^x - x - \ln \frac{x^2}{2}$ ) عند النقطة (-1,1) هي

a)  $y + 1 = \frac{4-e}{2e}(x + 1)$  b)  $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x - 1)$  c)  $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x - 1)$  d)  $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x + 1)$   
اذا كان منحنى الاقتران ( $f(x) = e^x + x^e$ ) معادله هي (44,43,42) ، اجب عن الفقرات

-42 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = x = 1$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

a)  $y = 2ex + e - 1$

b)  $y = 2ex - e - 1$

c)  $y = 2ex + e + 1$

d)  $y = 2ex - e + 1$

-43 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) عند النقطة (1, 0) هي

- a)  $y = 2ex + 2e$       b)  $y = 2ex - 2e$       c)  $y = -2ex + 2e$       d)  $y = -2ex - 2e$

-44 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) اذا كان المماس يقطع محور ( $y$ ) هي

- a)  $y = x$       b)  $y = -x$       c)  $y = 0$       d)  $x = 0$

اذا كان منحنى الاقتران ( $f(x)$ ) معادله هي ( $\sin x$ ) ، اجب عن الفقرات ☒

-45 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) اذا كان المماس موازٍ لمحور ( $x$ ) هي

- a)  $y = x$       b)  $y = -1$       c)  $y = \pm 1$       d)  $y = 1$

-46 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) اذا كان المماس يقطع محور ( $x$ ) هي

- a)  $y = x, y = \pi - x$       b)  $y = x, y = \pi + x$       c)  $y = x, y = -\pi + x$       d)  $y = x, y = -\pi - x$

-47 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) اذا كان المماس يقطع محور ( $y$ ) هي

- a)  $y = x - 1$       b)  $y = x + 1$       c)  $y = -x$       d)  $y = x$

اذا كان منحنى الاقتران ( $f(x)$ ) معادله هي ( $\sin x - \cos x$ ) ، اجب عن الفقرات ☒

-48 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

- a)  $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\sin 1$       b)  $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\cos 1$   
c)  $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\sin 1$       d)  $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\cos 1$

-49 معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

- a)  $y = \frac{1-x}{\cos 1+\sin 1} + \sin 1 + \cos 1$       b)  $y = \frac{1+x}{\cos 1+\sin 1} + \sin 1 - \cos 1$   
c)  $y = \frac{1-x}{\cos 1+\sin 1} + \sin 1 - \cos 1$       d)  $y = \frac{1+x}{\cos 1+\sin 1} + \sin 1 + \cos 1$

اذا كان منحنى الاقتران ( $f(x)$ ) معادله هي ( $\sin x + \cos x$ ) ، اجب عن الفقرات ☒

-50 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

- a)  $y = x\cos 1 + x\sin 1 + 2\cos 1$       b)  $y = x\cos 1 - x\sin 1 - 2\sin 1$   
c)  $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\sin 1$       d)  $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\sin 1$

-51 معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x)$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

- a)  $y = \frac{1+x-\cos 2}{\cos 1-\sin 1}$       b)  $y = \frac{1+x+\cos 2}{\cos 1-\sin 1}$       c)  $y = \frac{1-x+\cos 2}{\cos 1-\sin 1}$       d)  $y = \frac{1-x-\cos 2}{\cos 1-\sin 1}$

-52 قيم ( $x$ ) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = 9x^3 - 8 \ln x$ ) موازٍ لمحور ( $x$ ) هي

- a)  $-\frac{2}{3}$       b)  $-\frac{3}{2}$       c)  $\frac{2}{3}$       d)  $\frac{3}{2}$

-53 معادلة المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = 3e^{x^2}$ ) عندما ( $x = 1$ ) هي

- a)  $y = 6ex + 9e$       b)  $y = 6ex - 3e$       c)  $y = 6ex + 3e$       d)  $y = 6ex - 9e$

-54 قيم ( $x$ ) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = xe^{-2x}$ ) افقياً

- a)  $\frac{1}{2}$       b) 1      c) 2      d)  $-\frac{1}{2}$

-55 قيم ( $x$ ) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = x^2 e^{-2x}$ ) افقياً

- a) 0      b) -1      c) 4      d) 1

-56 ميل المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = x^2 \sin x \cos x$ ) عندما ( $x = \frac{\pi}{2}$ ) هي

- a)  $\frac{\pi^2}{4}$       b)  $-\frac{\pi^2}{4}$       c)  $\frac{\pi}{4}$       d)  $-\frac{\pi}{4}$

-57 ميل المماس لمنحنى الاقتران ( $f(x) = \frac{x}{x\sqrt{x}}$ ) عند النقطة (2, 4) هي

- a)  $\frac{1}{4\sqrt{2}}$       b)  $\frac{1}{8\sqrt{2}}$       c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       d)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

-58 معادلة العمودي على المماس لنقطة تقع على منحنى الاقتران ( $f(x) = 3e^x$ ) احداثيها على محور ( $x$ ) هو (-1)

- a)  $y = \frac{e}{3}x - \frac{e^2+9}{3e}$       b)  $y = \frac{-e}{3}x + \frac{e^2+9}{3e}$       c)  $y = \frac{-e}{3}x - \frac{e^2+9}{3e}$       d)  $y = \frac{-e}{3}x - \frac{e^2-9}{3e}$

-59 النقطة التي تقع على منحني الاقتران ( $y + x = 1$ ) بحيث يكون العمودي على المماس عندها موازياً للمسقط (f(x) =  $\frac{x}{x^2+1}$ )

a)  $-\sqrt{3}$

b)  $\sqrt{3}$

c)  $\pm\sqrt{3}$

d) 0

-60 النقطة التي تقع على منحني الاقتران ( $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ) بحيث يكون المماس عندها موازياً للمسقط (2y - xy - 1 = 0)

a) 1

b) -1

c)  $-\frac{3}{4}$

d)  $\frac{3}{4}$

-61 معادلة المماس لمنحني الاقتران ( $f(x) = \ln \frac{e}{x} + \ln 2\sqrt{x}$ ) عند النقطة (-1, 1)

a)  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

b)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

c)  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

d)  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

-62 معادلة العمودي على المماس لمنحني الاقتران ( $f(x) = e^{2x} \cos x$ ) عندما ( $x = 0$ ) هي ( $y = 0$ )

a)  $2y + x = 2$

b)  $x - y = 2$

c)  $2x + y = 2$

d)  $y + x = 2$

-63 اذا كان ( $f(\tan x) = 3x^2 + 5$ ) ، فإن ( $f$ ) ، فإن ( $f(\tan x) = 3x^2 + 5$ )

a)  $(\frac{5\pi}{7}, \frac{2\pi}{7})$

b)  $(\frac{\pi}{7}, \frac{12\pi}{7})$

c)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

d)  $(\frac{3\pi}{4}, \frac{15\pi}{4})$

-64 اذا كان ( $f^{(15)}(x) = ae^x + bx^2e^x$ ) عددان ثابتان، وكان ( $f(x) = xe^x$ ) و كان ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) هو ( $a + b$ ) ، فإن ( $f^{(15)}(x) = ae^x + bx^2e^x$ )

a) 15

b) 11

c) 16

d) 13

-65 اذا كان ( $y = \sin x$ ) ، فإن ( $\frac{dy}{dx}$ ) هو

a)  $\sqrt{1-x^2}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

d)  $\sqrt{x^2-1}$

-66 اذا كان ( $y = \cos \theta$ ) ، ( $x = \csc \theta$ ) ، ( $x = \sin \theta$ ) هو ( $\frac{dy}{dx}$ ) |  $x = 1$  ، فإن ( $y = \cos \theta$ ) ، ( $x = \csc \theta$ ) ، ( $x = \sin \theta$ )

a) -1

b) 1

c) 0

d)  $\frac{\pi}{4}$

-67 اذا كان ( $y = \cos \theta$ ) ، ( $x = \sin \theta$ ) هو ( $\frac{d^2y}{dx^2}$ ) |  $x = \frac{\pi}{4}$  ، فإن ( $y = \cos \theta$ ) ، ( $x = \sin \theta$ )

a)  $-\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt{2}$

c)  $3\sqrt{2}$

d)  $-2\sqrt{2}$

-68 اذا كان ( $y = x^x$ ) ، فإن قيمة المقدار ( $y^{(2)} - x^x(1 + \ln x)^2$ ) هو ( $y = x^x$ )

a)  $\frac{y}{x}$

b)  $\frac{2y}{x^3}$

c)  $\frac{2y^2}{x}$

d)  $\frac{-x}{y}$

-69 اذا كان ( $y = \sin(\pi^2 x)$ ) ، فإن ( $\frac{dy}{dx}$ ) هو

a)  $2\pi \cos \pi^2 x$

b)  $\pi^2 \cos \pi^2 x$

c)  $\cos \pi^2 x$

d)  $\pi^2 \cos x$

-70 معادلة المماس لمنحني الاقتران ( $y = 2 + \ln y \ln x = x^2 + y$ ) عند النقطة التي احداثيها على محور ( $x$ ) هو (1) هي

a)  $2x + y = 0$

b)  $2x \mp y = 3$

c)  $-2x + y = 3$

d)  $x - 2y = 3$

-71 اذا كانت ( $f(0) \cdot f'(0)$ ) ، فإن ( $f(x) = \ln(x^2 + 1)^2 + e^{\sin x}$ ) هو

a) 0

b)  $e$

c) 1

d)  $1 + e$

-72 اذا كان ( $\frac{d^2y}{dx^2} = 3$ ) ، فإن قيمة ( $a$ ) هي ( $\frac{dy}{dx} = \sqrt{ay}$ )

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

-73 اذا كان الاقتران ( $f(x) = \sec^2 x - \tan^2 x$ ) ، فإن ( $f'(1)$ ) هو

a) -1

b) 0

c) 1

d) 2

-74 ميل المماس لمنحني الاقتران ( $\cos \sqrt{\pi y} = 3x + 1$ ) هو ( $-\frac{1}{3}, \frac{\pi}{4}$ )

a)  $-3\sqrt{2}$

b)  $3\sqrt{2}$

c) 3

d) -3

-75 اذا كان ( $\frac{dy}{dx} = ay^x$ ) ، فإن ( $a^y = b^x$ ) ، ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

a)  $\log_a b$

b)  $\log_b a$

c)  $\log \frac{a}{b}$

d)  $\log \frac{b}{a}$

-76 اذا كان ( $\frac{dy}{dx} = y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$  ،  $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$ )

a)  $\sin \theta$

b)  $\cos \theta$

c)  $\sin 2\theta$

d)  $\tan \theta$

77 - قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المحنى  $(y^2 + 2x^2 = 6)$  عند النقطة (1, 2) مع الاتجاه الموجب لمحور (x) هو

a)  $\frac{\pi}{4}$

b)  $\frac{3\pi}{4}$

c)  $\frac{7\pi}{12}$

d)  $\frac{5\pi}{12}$

78 - ميل المماس للمنحنى  $(x^y - y^x = 0)$  عند النقطة (1, 1) الواقع عليه هو

a) -1

b) 0

c) 1

d) 2

79 - اذا كان الاقتران  $(h(x))$  ، فإن  $(h'(x))$  يساوي

a)  $-e^{-2x}$

b)  $e^{-x}$

c)  $-e^{-x}$

d)  $e^{-2x}$

80 - اذا كان الاقتران  $(p(x))$  ، فإن  $(p''''(x))$  يساوي

a)  $-\pi^4 \sin \pi x$

b)  $\pi^4 \sin \pi x$

c)  $-\pi^4 \cos \pi x$

d)  $\pi^4 \cos \pi x$

81 - اذا كان الاقتران  $(\frac{d^2y}{dx^2})$  يساوي  $(x = (1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4))$

a)  $-56y^6$

b)  $\frac{-y^{-7}}{9}$

c)  $\frac{-7y^{-15}}{64}$

d)  $\frac{7y^6}{8}$

82 - في الشكل المقابل اذا كان  $(\angle BAC)$  ينصف  $(\overline{AD})$  ، فإن  $(\frac{dy}{dx})$  هو

a)  $-\csc 2x \cot 2x$

b)  $-2 \csc x \cot x$

c)  $-2 \csc 2x$

d)  $-2 \csc 2x \cot 2x$

83 - اذا كان  $((h \circ g)'(x))$  و كان  $(h(x) = \tan x)$  ، فإن  $(g'(x))$  يساوي

$$g'(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

a)  $\sec^2 x$

b)  $\sec^2 x \tan^2 x$

c) 1

d)  $\cos^2 x$

84 - اذا كان  $(y^{(2020)})$  ، فإن  $(y = \cos ax)$  هو

a)  $a^{(2020)} y$

b)  $a^{(2020)} \sin ax$

c)  $-a^{(2020)} y$

d)  $-a^{(2020)} \sin ax$

85 - صفيحة مربعة الشكل تتمدد بانتظام ، اذا كان معدل ازدياد مساحة سطحها  $75\text{cm}^2/\text{s}$  ، فإن معدل زيادة طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها 5cm هو

a) 2.5

b) 7.5

c) 5

d) 15

86 - معدل تغير حجم كرة الى مساحة سطحها عندما يكون طول نصف قطرها 2cm هو

a)  $\frac{1}{2}$

b) 1

c)  $\frac{3}{2}$

d) 4

87 - اذا كان  $(y = \sin^n x)$  ، فإن  $(\frac{dy}{dx})$  هو

a)  $n \sin^{n-1} x$

b)  $n y \tan x$

c)  $n \sin x \cot x$

d)  $n y \cot x$

88 - اذا كان  $(y = 2 \cos(3x + 1))$  ، فإن  $(\frac{d^2y}{dx^2})$  هو

a)  $9y$

b)  $18y$

c)  $-9y$

d)  $-18y$

89 - سقط حجر في بحيرة ساكنة فتولدت موجة دائرية يتزايد طول نصف قطرها بمعدل 4cm/s ، فإن معدل التغير في مساحة سطح الموجة في نهاية الثانية الخامسة هو

a)  $120\pi$

b)  $140\pi$

c)  $160\pi$

d)  $180\pi$

90 - معدل تغير  $(x)$  بالنسبة الى  $(x - \sin x)$  هو

a)  $\frac{2}{3}$

b)  $2\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{3}$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

91 - المنحنى  $(x, y)$  له مماس رأسي عند النقطة

a)  $(1, 1)$

b)  $(0, 0)$

c)  $(1, 0)$

d)  $(2, e^2)$

92 - اذا كان  $(z)$  فإن  $(\sqrt{y} = \tan z)$  ،  $(x = \sec z)$  هو

a) 1

b) 2

c)  $2 \tan z \sec z$

d)  $\tan^2 z \sec^2 z$

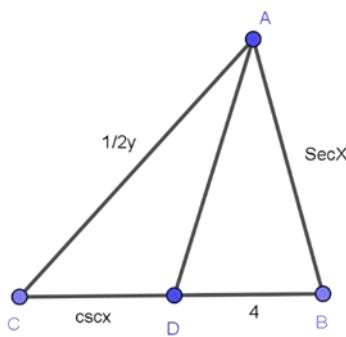
93 - اذا كان  $(g^{(800)}(x))$  ، فإن  $(g(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2})$  هو

a)  $\sin x$

b)  $\cos x$

c)  $-\sin x$

d)  $-\cos x$



-94 اذا كان  $(h(x) = \cos x^{\cos x})$  ، فإن  $(h'(0))$  هو

a) 0

b) -1

c) 1

d) غير موجودة

-95 اذا كان  $(y = e^x \sin x - \cos x)$  ، فإن  $(\frac{d^2y}{dx^2})$  هو

a)  $2e^x \sin x - \cos x$

b)  $2e^x \sin x + \cos x$

c)  $\cos(x)(2e^x - 1)$

d)  $\cos(x)(2e^x + 1)$

-96 معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $(y = x^{\sec x})$  عند  $(x = \pi)$  هي

a)  $y = \pi^{-2}x$

b)  $y = -\pi^2x + \pi^3 + \pi^{-1}$

c)  $y = -x + \pi + \pi^{-1}$

d)  $y = \pi^2x - \pi^3 + \pi^{-1}$

### السؤال الثاني:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى لما يلي:

1-  $y = x^{\cos x} \cos^{\sin x} x$

2-  $y = \frac{2 \tan x \sec^2 x}{(\tan x)^2}$

3-  $y = \tan^4(\sin^2 x(x^2 + 2x))$

4-  $\cos(x^2 + y^2) = 2x$

5-  $\frac{\sin x}{\cos y} = \sin(x - y)$

6-  $\sqrt{yx^2 - xy^2} = 0$

7-  $x = y\sqrt{1 - y^2}$

ثانياً: اوجد المشتقة الثانية لما يلي:

1-  $f(x) = \cos mx \sin nx$  ،  $n, m$ : ثوابت

2-  $y = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$

3-  $y = \sin 3t$  ،  $x = \sin 2t$  ،  $0 \leq t \leq 2\pi$  ،  $t = \frac{\pi}{6}$

4-  $y^2 = \ln x^y$

ثالثاً: اوجد معادلة المماس والعمودي عليه للمنحنيات فيما يلي:

1-  $y = 2 \sin x + 4 \cos y$  ،  $(0, \frac{\pi}{2})$

2-  $e^y = \cos x$  ،  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  ،  $x = \frac{\pi}{4}$

3-  $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$  ،  $(0, 1)$

4-  $y = \sin^{\frac{\pi}{\theta}} \theta$  ،  $x = \cos^{\frac{\pi}{\theta}} \theta$  ،  $\theta = \frac{\pi}{6}$

رابعاً: يقطع المماس والعمودي عليه للمنحنى  $(x^2 - 3xy + y^2 + 1 = 0)$  عند النقطة  $(1, 1)$  محور  $(x)$  في النقطتين  $(a, b)$  على التوالي ، اوجد

2- مساحة المثلث  $(abc)$

1- معادلتي المماس والعمودي على المماس

### السؤال الثالث:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى باستخدام الاشتتقاق اللوغاريتمي لما يلي:

1-  $y = x^{e^x} \ln x^e$

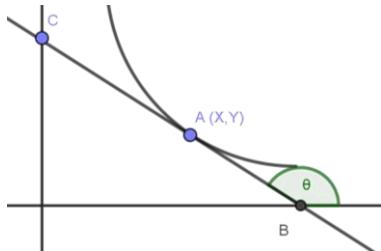
2-  $y = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$

ثانياً: اوجد معادلة المماس في الحالتين التاليتين:

1- اذا كان المنحنى الاقتران  $(x^2 + y^2 = 16)$  واذا كان المماس يصنع مع محوري الاحداثيات في الربع الأول مثلثاً متساوياً متساوياً الساقين .

2- اذا مر المماس لمنحنى الاقتران  $(x^2 - y^2 = 16)$  بالنقطة  $(2, -2)$  .

ثالثاً: اذا كان  $(\frac{dy}{dx} \Big|_{x = \frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4})$  جد قيمة  $y = 4x \sin x \cos x \cos 2x$  رابعاً بالاستعارة بالشكل المجاور اثبت ان مجموع الجزئين المقطوعين من محوري الاحداثيات لأي ماس للمنحنى  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a$ ,  $a \neq 0$  دائمًا مقدار ثابت.



مع تحيات نؤي مرعي الزرقاء للاستفسار والتواصل ٠٧٨٨١٤١٥٣٧



1-

يكون الاقتران  $m(x)$  متصلًا وغير قابل للاشتغال عند قيم  $(x)$  وهي  $(E, G, J, I)$  كونها رأس مدبب او زاوية حادة  
الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(d)$

2-

الاقتران  $m(x)$  قابل للاشتغال عند قيم  $(x)$  وهي  $(A, F, H, K)$  كونها منحى املس  
الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(b)$

$$3- h(x) = (\ln \frac{ex}{\sqrt{x}} + \ln \cos x) = (\ln ex - \ln \sqrt{x}) + \ln \cos x = ((\ln e + \ln x) - \ln \sqrt{x}) + \ln \cos x$$

$$\Rightarrow h'(x) = \left( \left( \mathbf{0} + \frac{1}{x} \right) - \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \right) + \frac{\sin x}{\cos x} = \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} \right) + \tan x = \frac{1}{2x} + \tan x \Rightarrow \frac{d}{dx} h(x) = \frac{1}{2x} + \tan x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(c)$

$$4- f(x) = e^{x^2+x} \Rightarrow f'(x) = (2x+1)(e^{x^2+x}) \Rightarrow f'(0) = (2 \times \mathbf{0} + 1)(e^{0^2+0}) = (0+1)(e^0) = \mathbf{1} \times \mathbf{1} = \mathbf{1}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(c)$

$$5- f(x) = ae^x \Rightarrow f'(x) = ae^x \Rightarrow f'(-2) = ae^{-2} = f(-2)$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(d)$

$$6- (x) = \frac{x}{e^x} \Rightarrow f'(x) = \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(1-x)}{e^{2x}} = \frac{1-x}{e^x}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(b)$

$$7- v(x) = \cos(2x)\sqrt{\cos 5x \sec 5x} = \cos(2x)\sqrt{\cos 5x \times \frac{1}{\cos 5x}}, \sec 5x = \frac{1}{\cos 5x}$$

$$\Rightarrow v(x) = \cos(2x)\sqrt{1} = \cos(2x) \Rightarrow v'(x) = -2 \sin 2x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(d)$

$$8- u(x) = e^x(\ln x)^3 \Rightarrow u'(x) = e^x(\ln x)^3 + \frac{3e^x(\ln x)^2}{x} \Rightarrow u'(1) = e^1(\ln 1)^3 + \frac{3e^1(\ln 1)^2}{1} = e \times \mathbf{0}^3 + \frac{3e \times \mathbf{0}^2}{1}$$

$$= \mathbf{0} + \frac{0}{1} = \mathbf{0} + \mathbf{0} = \mathbf{0}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(b)$

$$9- f(x) = \ln \left( \frac{e^{4\pi} e^{\ln e^x^2}}{x^2 \pi^x} \right) + \cos \frac{\pi}{2} = \left( \ln(e^{4\pi} \ln e^{\ln e^x^2}) \right) - \left( \ln(x^2 \ln \pi^x) \right) + \cos \frac{\pi}{2}$$

$$= \left( \ln(x^2 e^{4\pi}) \right) - \left( \ln(x^2 \ln \pi^x) \right) + \cos \frac{\pi}{2} = (2 \ln x + 4\pi \ln e) - (2 \ln x + \ln \pi^x) + \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \left( 2 \frac{1}{x} + \mathbf{0} \right) - \left( 2 \frac{1}{x} + \frac{\pi^x \ln \pi}{\pi^x} \right) + \mathbf{0} = \frac{2}{x} - \frac{2}{x} - \ln \pi = -\ln \pi$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(b)$

$$10- y = e^{3x} \sin 2x \Rightarrow \frac{d}{dx}(e^{3x} \sin 2x) = (3e^{3x} \sin 2x) + (2e^{3x} \cos 2x)$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي  $(b)$

11-  $y = e^x \sec x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (e^x \sec x) + (e^x \sec x \tan x) = (e^x \sec x)(1 + \tan x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

12-  $\frac{d}{dx} (a^{\log_a x^2}) = a^{\log_a x^2} \ln a \cdot \frac{2x}{x^2 \ln a} = a^{\log_a x^2} \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} |_{x=1} = a^{\log_a 1} \frac{2}{1} = 2a^0 = 2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

13-  $\because 2ye^x = 3e^2 \Rightarrow y = \frac{3e^2}{2e^x} \Rightarrow y' = \frac{(0 \times 2e^x) - (3e^2 \cdot 2e^x)}{(2e^x)^2} = \frac{-(3e^2 \cdot 2e^x)}{4e^{2x}} = \frac{-3}{2} e^2 e^{-x}$

$$\Rightarrow y^{(2)} = \frac{-3}{2} (0 \times e^x) + \left(-\frac{3}{2} e^2 e^{-x}\right) = \frac{3}{2} e^2 e^{-x} = \frac{3e^2}{2e^x} = y$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

14-  $\frac{d}{dx} \ln(5^{\sin x} \tan^2 x) = \frac{d}{dx} (\ln 5^{\sin x} + \ln \tan^2 x) = \left(\frac{5^{\sin x} \ln 5 \cos x}{5^{\sin x}}\right) + \left(\frac{2 \tan x \sec^2 x}{\tan^2 x}\right)$   
 $= \ln 5 \cos x + \frac{2 \sec^2 x}{\tan x} = \ln 5 \cos x + \frac{2 \left(\frac{1}{\sin x}\right)}{\frac{\cos x}{\cos^2 x}} = \ln 5 \cos x + \left(\frac{2}{\cos^2 x} \times \frac{\cos x}{\sin x}\right)$   
 $= \ln 5 \cos x + \left(\frac{2}{\cos x} \times \frac{1}{\sin x}\right) = \ln 5 \cos x + 2 \sec x \csc x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

15-  $\frac{d}{dx} (e^x + x^e \sin e^x) = 0 + ((ex^{e-1} \sin e^x) + (x^e \cos e^x e^x \ln e)) = ex^{e-1} \sin e^x + x^e e^x \cos e^x$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

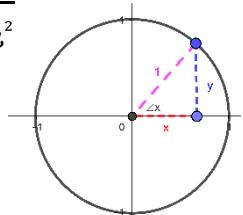
16-  $y = x^2 e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (2xe^x) + (x^2 e^x \ln e) = 2xe^x + x^2 e^x$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = (2e^x + 2xe^x \ln e) + (2xe^x + x^2 e^x) = 2e^x + 2xe^x + 2xe^x + x^2 e^x$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}(2) = 2e^2 + (2 \times 2e^2) + (2 \times 2e^2) + 2^2 e^2 = 2e^2 + 4e^2 + 4e^2 + 4e^2 = 14e^2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

17-  $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x = \frac{x}{1}, 1 = y^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 1 - y^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{1 - y^2} = \sqrt{1 - y^2}$



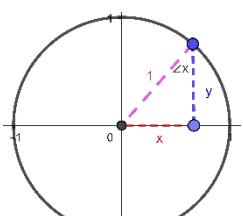
$$\therefore \cos x = \sqrt{1 - y^2}$$

$$\text{or } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x = \sqrt{1 - y^2}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

18-  $\frac{d}{dx} (\cos e^x) = -e^x \ln e \sin e^x = -e^x \sin e^x = -e^x \frac{x}{1} = -e^x x = -e^x \sqrt{1 - y^2}$



$$\text{or } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -e^x \sin e^x = -e^x \sqrt{1 - y^2}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

19-  $\mathcal{P}(x) = f(x) \cdot g(x) \Rightarrow \mathcal{P}^*(x) = (f^*(x) \cdot g(x)) + (f(x) \cdot g^*(x))$

$$\mathcal{P}^*(4) = (f^*(4) \cdot g(4)) + (f(4) \cdot g^*(4))$$

$$\because f^*(x) = mf(x) = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 = f^*(4), g^*(x) = mg(x) = \frac{4-4}{4-0} = \frac{0}{4} = 0 = g^*(4)$$

$$\mathcal{P}^*(4) = 1 \times 4 + 5 \times 0 = 4$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

20-  $q(x) = \frac{f(x)}{h(x)} \Rightarrow q^*(x) = \frac{(f(x) \cdot h(x)) - (f(x) \cdot h^*(x))}{h^2(x)}$

$$\Rightarrow q^*(-7) = \frac{(f^*(-7) \cdot h(-7)) - (f(-7) \cdot h^*(-7))}{h^2(-7)}$$

$$\because f^*(x) = mf(x) = \frac{7-3}{-7-(-2)} = \frac{4}{-5} = f^*(-7), h^*(x) = mh(x) = \frac{2-2}{-7-(-6)} = \frac{0}{-1} = 0 = h^*(-7)$$

$$q^*(-7) = \frac{\left(\frac{4}{-5} \times 2\right) - (7 \times 0)}{2^2} = \frac{\frac{8}{-5}}{4} = \frac{-2}{5}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

21-  $u(x) = f(h(x)) \Rightarrow u^*(x) = f^*(h(x)) \cdot h^*(x) \Rightarrow u^*(-5) = f^*(h(-5)) \cdot h^*(-5) = f^*(2) \cdot h^*(-5)$

$$\because f^*(x) = mf(x) = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 = f^*(2), h^*(x) = mh(x) = \frac{2-2}{-7-(-5)} = \frac{0}{-2} = 0 = h^*(-5)$$

$$\Rightarrow u^*(-5) = f^*(2) \cdot h^*(-5) = 1 \times 0 = 0$$

22-  $\frac{d}{dx} \left( \frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}} \right) = \frac{f'(u(x)) \cdot u'(x) \cdot \sqrt{f(x)} - (f(u(x)) \cdot \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}})}{(\sqrt{f(x)})^2}$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}} \right)_{|x=0} = \frac{(f(u(0)) \cdot u'(0) \cdot \sqrt{f(0)}) - (f(u(0)) \cdot \frac{f'(0)}{2\sqrt{f(0)}})}{(\sqrt{f(0)})^2}$$

$$= \frac{(f(1) \cdot u'(0) \cdot \sqrt{f(0)}) - (f(1) \cdot \frac{f'(0)}{2\sqrt{f(0)}})}{(\sqrt{f(0)})^2} = \frac{(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \sqrt{9}) - (-3 \times \frac{-2}{2\sqrt{9}})}{(\sqrt{9})^2}$$

$$= \frac{(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 3) - (-3 \times \frac{-2}{2 \times 3})}{(3)^2} = \frac{\frac{1}{5} - 1}{9} = \frac{\frac{-4}{5}}{9} = \frac{-4}{45}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

23-  $\frac{d}{dx} (f(1 - 5 \tan x)) = f^*(1 - 5 \tan x) \times (0 - 5 \sec^2 x) \Rightarrow \frac{d}{dx} (f(1 - 5 \tan x))|x=0$

$$= f^*(1 - 5 \tan 0) \times (0 - 5 \sec^2 0) = f^*(1 - 0) \times (0 - 5 \times 1) = f^*(1) \times -5 = \frac{1}{5} \times -5 = -1$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

24-  $\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{2+\cos x} \right) = \frac{(f(x) \times (2+\cos x)) - (f(x) \times (0-\sin x))}{(2+\cos x)^2} \Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{2+\cos x} \right) |x=0 = \frac{(f(0) \times (2+\cos 0)) - (f(0) \times (0-\sin 0))}{(2+\cos 0)^2}$

$$= \frac{(-2 \times (2+1)) - (9 \times (0-0))}{(2+1)^2} = \frac{-6-0}{9} = \frac{-2}{3}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

25-  $\frac{d}{dx} (10 \sin(\frac{\pi x}{2}) f^2(x)) = (10 \cos(\frac{\pi x}{2}) \times \frac{\pi}{2} \times f^2(x)) + (10 \sin(\frac{\pi x}{2}) \times 2f(x) \times f'(x))$   
 $\frac{d}{dx} (10 \sin(\frac{\pi x}{2}) f^2(x))|_{x=1} = (10 \cos(\frac{\pi \times 1}{2}) \times \frac{\pi}{2} \times f^2(1)) + (10 \sin(\frac{\pi \times 1}{2}) \times 2f(1) \times f'(1))$   
 $= (10 \times 0 \times \frac{\pi}{2} \times 9) + (10 \times 1 \times 2(-3) \times \frac{1}{5}) = 0 - 12 = -12$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

26-  $\frac{d}{dx} (u(xu(x)) + f(x)) = ((u'(xu(x)) \times (x(u'(x))) + (1 \times u(x)))) + f'(x)$   
 $\frac{d}{dx} (u(xu(x)) + f(x))|_{x=0} = (u'(0 \times u(0)) \times (0(u'(0))) + (1 \times u(0)))) + f'(0)$   
 $= (u'(0) \times (0+1)) - 2 = \frac{1}{3} - 2 = \frac{-5}{3}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

27-  $\frac{d}{dx} (u(\sqrt{x})f(x)^3) = (u'(\sqrt{x}) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \times f(x)^3) + (u(\sqrt{x}) \times f'(x)^3 \times 3x^2)$   
 $\frac{d}{dx} (u(\sqrt{x})f(x)^3)|_{x=1} = (u'(\sqrt{1}) \times \frac{1}{2\sqrt{1}} \times f(1)^3) + (u(\sqrt{1}) \times f'(1)^3 \times 3 \times 1^2)$   
 $= (\frac{-8}{3} \times \frac{1}{2} \times -3) + (-3 \times \frac{1}{5} \times 3 \times 1) = 4 + \frac{-9}{5} = \frac{20-9}{5} = \frac{11}{5}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

28-  $\frac{d}{dx} (f(\frac{x}{x+1})) = f'(\frac{x}{x+1}) \times \frac{(1 \times (x+1)) - (x \times 1)}{(x+1)^2} = f'(\frac{x}{x+1}) \times \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = f'(\frac{x}{x+1}) \times \frac{1}{(x+1)^2}$   
 $\Rightarrow \frac{d}{dx} (f(\frac{x}{x+1}))|_{x=0} = f'(\frac{0}{0+1}) \times \frac{1}{(0+1)^2} = -2 \times \frac{1}{1} = -2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

29-  $\frac{d}{dx} (\frac{f(x)}{(u(x))^2 + 1}) = \frac{(f'(x) \times ((u(x))^2 + 1)) - (f(x) \times (2u(x) \times u'(x) + 0))}{((u(x))^2 + 1)^2} = \frac{(f'(x) \times ((u(x))^2 + 1)) - (f(x) \times (2u(x) \times u'(x)))}{((u(x))^2 + 1)^2}$   
 $\frac{d}{dx} (\frac{f(x)}{(u(x))^2 + 1})|_{x=1} = \frac{(f'(1) \times ((u(1))^2 + 1)) - (f(1) \times (2u(1) \times u'(1)))}{((u(1))^2 + 1)^2} = \frac{(\frac{1}{5} \times (9+1)) - (-3 \times 2 \times -3 \times \frac{-8}{3})}{(9+1)^2} = \frac{2+48}{100} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

30-  $s(t) = 2(e^{2t} - e^{-2t}) \Rightarrow v(t) = s'(t) = 2((2e^{2t}) - (-2e^{-2t})) = 2 \times 2(e^{2t} + e^{-2t}) = 4(e^{2t} + e^{-2t})$   
 $a(t) = v'(t) = 4((2e^{2t}) + (-2e^{-2t})) = 4 \times 2(e^{2t} - e^{-2t}) = 8(e^{2t} - e^{-2t}) = 8s(t)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

31-  $s(t) = 2(\cos 2t + \sin 2t) \Rightarrow v(t) = s'(t) = 2(-2 \sin 2t + 2 \cos 2t) = 4(\cos 2t - \sin 2t)$   
 $\Rightarrow a(t) = v'(t) = 4(-2 \sin 2t - 2 \cos 2t) = -8(\cos 2t + \sin 2t) = -4 \times 2(\cos 2t + \sin 2t)$   
 $= -4s(t), s(t) = 3m \Rightarrow a(t) = -4 \times 3 = -12m/s^2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

32-  $s(t) = e^t - \ln(t^2 + 1) \Rightarrow s(0) = e^0 - \ln(0^2 + 1) = 1 - \ln 1 = 1 - 0 = 1m$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

33-  $s(t) = e^t - \ln(t^2 + 1) \Rightarrow v(t) = s'(t) = e^t - \frac{2t}{t^2 + 1} \Rightarrow v(1) = e^1 - \frac{2 \times 1}{1^2 + 1} = e - 1m/s$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

34-  $v(t) = e^t - \frac{2t}{t^2 + 1} \Rightarrow a(t) = v'(t) = e^t - \frac{(2 \times (t^2 + 1)) - ((2t \times (2t)))}{(t^2 + 1)^2} \Rightarrow a(2) = e^1 - \frac{(2 \times (1^2 + 1)) - (2 \times 1 \times (2 \times 1))}{(1^2 + 1)^2}$   
 $a(2) = e^1 - \frac{4 - 4}{4} = e$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

- 35-  $s_1(t) = 4 + \sin 2\pi t$ ,  $s_2(t) = 4 - \cos 2\pi t \Rightarrow v_1(t) = s_1'(t)$ ,  $v_2(t) = s_2'(t)$   
 $\Rightarrow v_1(t) = 2\pi \cos 2\pi t$ ,  $v_2(t) = -2\pi(-\sin 2\pi t) = 2\pi \sin 2\pi t \Rightarrow a_1(t) = v_1'(t)$ ,  
 $a_2(t) = v_2'(t) \Rightarrow a_1(t) = -4\pi^2 \sin 2\pi t$ ,  $a_2(t) = 4\pi^2 \cos 2\pi t$   
 $a_1(t) = 0$ ,  $a_2(t) = 0 \Rightarrow a_1(t) = a_2(t) \Rightarrow -4\pi^2 \sin 2\pi t = 4\pi^2 \cos 2\pi t \Rightarrow -\sin 2\pi t = \cos 2\pi t$   
 $\Rightarrow \frac{-\sin 2\pi t}{\cos 2\pi t} = 1 \Rightarrow \tan 2\pi t = -1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{8}s, \frac{7}{8}s$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 36-  $v_1(t) = 0$ ,  $v_2(t) = 0 \Rightarrow v_1(t) = v_2(t) \Rightarrow 2\pi \cos 2\pi t = 2\pi \sin 2\pi t \Rightarrow \cos 2\pi t = \sin 2\pi t$   
 $\Rightarrow \frac{\sin 2\pi t}{\cos 2\pi t} = 1 \Rightarrow \tan 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{8}s, \frac{5}{8}s$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 37-  $\max(v_1(t)) = |a_1| = 2\pi$ ,  $\max(v_2(t)) = |a_2| = 2\pi$   
 $\Rightarrow 2\pi \cos 2\pi t = 2\pi \Rightarrow \cos 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = 0, \pi \Rightarrow t = 0s, \frac{1}{2}s \Rightarrow (t, s_1) = ((0, 4), (\frac{1}{2}, 4))$   
 $\Rightarrow 2\pi \sin 2\pi t = 2\pi \Rightarrow \sin 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{4}s, \frac{3}{4}s \Rightarrow (t, s_2) = ((\frac{1}{4}, 4), (\frac{3}{4}, 4))$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 38-  $s(t) \cdot v(t) = t \Rightarrow s(2) \times v(2) = 2 \Rightarrow s(2) \times 3 = 2 \Rightarrow s(2) = \frac{2}{3}m$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 39-  $s(t) \cdot v(t) = t \Rightarrow s(t) \cdot v'(t) + s'(t) \cdot v(t) = 1 \Rightarrow s(t) \cdot a(t) + v(t) \cdot v(t) = 1$   
 $\Rightarrow a(t) = \frac{1-(v^2(t))}{s(t)} = a(2) = \frac{1-(v^2(2))}{s(2)} = \frac{1-9}{\frac{2}{3}} = \frac{8}{\frac{2}{3}} = \frac{24}{2} = 12 m/s^2$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 40-  $s(t) = \sqrt{2t^2 + 10} \Rightarrow v(t) = s'(t) = \frac{4t}{2\sqrt{2t^2+10}} \Rightarrow v(t) = 1 = \frac{4t}{2\sqrt{2t^2+10}} \Rightarrow 4t = 2\sqrt{2t^2 + 10}$   
 $\Rightarrow 2t = \sqrt{2t^2 + 10} \Rightarrow 4t^2 = 2t^2 + 10 \Rightarrow 2t^2 = 10 \Rightarrow t^2 = 5 \Rightarrow t = \sqrt{5}s$
- $\therefore s(\sqrt{5}) = \sqrt{2(\sqrt{5})^2 + 10} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}m$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 41-  $f(x) = 2e^x - x - \ln \frac{x^2}{2} = 2e^x - x - \ln \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = 2e^x - 1 - (\frac{1}{2} \times \frac{1}{x}) = 2e^x - 1 - \frac{1}{2x} = m \Rightarrow \Rightarrow$   
 $\Rightarrow m(-1, 1) = f'(-1) = 2e^{-1} - 1 - \frac{1}{2 \times -1} = \frac{2}{e} - \frac{1}{2} = \frac{4-e}{2e} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $\Rightarrow y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x - (-1)) \Rightarrow y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x + 1)$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 42-  $f(x) = e^x + x^e \Rightarrow f'(x) = e^x + ex^{e-1} = m \Rightarrow m = f'(1) = e^1 + e \cdot 1^{e-1} = e + e = 2e$   
 $\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y_1 = f(1) = e^1 + 1^e = e + 1 \Rightarrow y - (e + 1) = 2e(x - 1)$   
 $\Rightarrow y - e - 1 = 2ex - 2e \Rightarrow y = 2ex - 2e + e + 1 \Rightarrow y = 2ex - e + 1$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 43-  $f(x) = e^x + ex^{e-1} = m, (1, 0) \Rightarrow m = e^1 + e \cdot 1^{e-1} = 2e \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $\Rightarrow y - 0 = 2e(x - 1) \Rightarrow y = 2ex - 2e$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 44-  $f(x) = e^x + ex^{e-1} = m, (0, y_1) \Rightarrow m = f'(0) = 1 + 0 = 1 \Rightarrow y_1 = 0$   
 $\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) = y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

- 45-  $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x = m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow f'(x) = \cos x = 0 \Rightarrow x = x_1 = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$   
 $\Rightarrow y = y_1 = 1, -1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 0(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = 1, y - (-1) = 0(x - \frac{3\pi}{2})$   
 $\Rightarrow y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow y = \pm 1$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 46-  $f(x) = \cos x, (x_1, 0) \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = x_1 = 0, \pi \Rightarrow m = 1, -1$   
 $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x, y - 0 = -1(x - \pi) \Rightarrow y = \pi - x$   
 $\Rightarrow y = x, y = \pi - x$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 47-  $f(x) = \cos x, (0, y_1) \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y = \sin 0 = 0 \Rightarrow m = \cos 0 = 1$   
 $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x \therefore y = x$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 48-  $f(x) = \sin x - \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos x - (-\sin x) = \cos x + \sin x = m \Rightarrow m = f'(1)$   
 $\Rightarrow m = \cos 1 + \sin 1, y_1 = \sin 1 - \cos 1$   
 $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (\sin 1 - \cos 1) = \cos 1 + \sin 1 (x - 1)$   
 $\Rightarrow y - \sin 1 + \cos 1 = x \cos 1 + x \sin 1 - \cos 1 - \sin 1$   
 $\Rightarrow y = x \cos 1 + x \sin 1 - \cos 1 - \sin 1 + \sin 1 - \cos 1 \Rightarrow y = x \cos 1 + x \sin 1 - 2 \cos 1$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 49-  $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\cos 1 + \sin 1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $\Rightarrow y - (\sin 1 - \cos 1) = \frac{-1}{\cos 1 + \sin 1}(x - 1) \Rightarrow y - \sin 1 + \cos 1 = \frac{-x}{\cos 1 + \sin 1} + \frac{1}{\cos 1 + \sin 1}$   
 $\Rightarrow y = \frac{1-x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 - \cos 1$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 50-  $f(x) = \sin x + \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x = m \Rightarrow m = f'(1)$   
 $\Rightarrow m = \cos 1 - \sin 1, y_1 = \sin 1 + \cos 1$   
 $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (\sin 1 + \cos 1) = \cos 1 - \sin 1 (x - 1)$   
 $\Rightarrow y - \sin 1 - \cos 1 = x \cos 1 - x \sin 1 - \cos 1 + \sin 1$   
 $\Rightarrow y = x \cos 1 - x \sin 1 - \cos 1 + \sin 1 + \cos 1 \Rightarrow y = x \cos 1 - x \sin 1 + 2 \sin 1$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 51-  $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $\Rightarrow y - (\sin 1 + \cos 1) = \frac{-1}{\cos 1 - \sin 1}(x - 1) \Rightarrow y - \sin 1 - \cos 1 = \frac{-x}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{1}{\cos 1 - \sin 1}$   
 $\Rightarrow y = \frac{1-x}{\cos 1 - \sin 1} + \sin 1 + \cos 1 \Rightarrow y = \frac{1-x}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{(\sin 1 \cos 1) - \sin^2 1}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{\cos^2 1 - (\sin 1 \cos 1)}{\cos 1 - \sin 1}$   
 $\Rightarrow y = \frac{1-x + (\sin 1 \cos 1) - \sin^2 1 + \cos^2 1 - (\sin 1 \cos 1)}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y = \frac{1-x - \sin^2 1 + \cos^2 1}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y = \frac{1-x + \cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 52-  $f(x) = 9x^3 - 8 \ln x \Rightarrow f'(x) = 27x^2 - \frac{8}{x} = m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow f'(x) = 27x^2 - \frac{8}{x} = 0 \Rightarrow \frac{27x^3 - 8}{x} = 0$   
 $27x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 53-  $(f(x) = 3e^{x^2}, x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 3e^{1^2} = 3e \Rightarrow f'(x) = 3e^{x^2} \times 2x = 6xe^{x^2} = m)$   
 $\Rightarrow m = f'(1) = 6 \times 1e^{1^2} = 6e \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3e = 6e(x - 1)$   
 $\Rightarrow y - 3e = 6e(x - 1) \Rightarrow y - 3e = 6ex - 6e \Rightarrow y = 6ex - 3e$
- الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

- 54-  $f(x = xe^{-2x}, T \parallel x \Rightarrow f(x) = (1 \times e^{-2x}) + (x \times -2e^{-2x}) = e^{-2x} - 2xe^{-2x} = m \Rightarrow m = 0$   
 $\Rightarrow e^{-2x} - 2xe^{-2x} = 0 \Rightarrow e^{-2x} = 2xe^{-2x} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 55-  $f(x = x^2 e^{-2x}, T \parallel x \Rightarrow f(x) = (2x \times e^{-2x}) + (x^2 \times -2e^{-2x}) = 2xe^{-2x} - 2x^2 e^{-2x} = m \Rightarrow m = 0$   
 $\Rightarrow 2xe^{-2x} - 2x^2 e^{-2x} = 0 \Rightarrow 2xe^{-2x} = 2x^2 e^{-2x} \Rightarrow x = 1$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 56-  $f(x) = x^2 \sin x \cos x \Rightarrow f(x) = (2x \times \sin x \cos x) + (x^2 \times (\cos x \cos x + (-\sin x \sin x)))$   
 $= (2x \sin x \cos x) + (x^2 \times (\cos^2 x - \sin^2 x)) = (2x \sin x \cos x) + x^2 \cos 2x$   
 $m = f(x) \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(2 \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right) = (\pi \times 1 \times 0) + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \times (-1) = -\frac{\pi^2}{4}$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 57-  $f(x) = \frac{x}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(x) = -\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x^2} = \frac{1}{x\sqrt{x}} \Rightarrow m = f(x) \Rightarrow m = f(2) = \frac{1}{2 \times 2 \times \sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)
- 58-  $f(x) = 3e^x, x_1 = -1, \therefore y_1 = 3e^{-1} = \frac{3}{e} \Rightarrow f(x) = m \Rightarrow f(x) = 3e^x \Rightarrow f(-1) = 3e^{-1} = \frac{3}{e}$   
 $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\frac{3}{e}} = \frac{-e}{3} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \frac{3}{e} = \frac{-e}{3}(x - (-1))$   
 $\Rightarrow y = \frac{-e}{3}x - \frac{e}{3} + \frac{3}{e} \Rightarrow y = \frac{-e}{3}x - \frac{e^2 + 9}{3e}$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)
- 59-  $m \perp = m(y + x = 1) \Rightarrow y = 1 - x \Rightarrow m \perp = y = 0 - 1 = -1$   
 $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m = \frac{-1}{-1} = 1$   
 $\Rightarrow f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \Rightarrow f(x) = \frac{(1 \times (x^2 + 1)) - (x \times 2x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{x^4 + 2x^2 + 1} = m$   
 $\frac{1 - x^2}{x^4 + 2x^2 + 1} = 1 \Rightarrow x^4 + 2x^2 + 1 = 1 - x^2 \Rightarrow x^4 + 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 + 3) = 0 \Rightarrow x = 0$   
 $, x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-3}$  (الجذر السالب مرفوض)  
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)
- 60-  $\Rightarrow f(x) = \frac{x}{x+1} \Rightarrow f(x) = \frac{(1 \times (x+1)) - (x \times 1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2 + 2x + 1} = m$   
 $m = m(y \mp xy - 1 = 0) \Rightarrow y + xy - 1 = 0 \Rightarrow y + xy = 1 \Rightarrow y(1+x) = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{1+x}$   
 $y = \frac{1}{1+x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(1+x)^2} = \frac{-1}{x^2 + 2x + 1} = m$   
 $\therefore \frac{-1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{x^2 + 2x + 1} \Rightarrow x^2 + 2x + 2 = -x^2 - 2x - 1$   
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$   
 الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)
- 61-  $f(x) = \ln \frac{e}{x} + \ln 2\sqrt{x} = \ln e - \ln x + \ln 2x^{\frac{1}{2}} = 1 - \ln x + \frac{1}{2} \ln 2x$   
 $\Rightarrow f(x) = 0 - \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{2x}\right) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{-2+1}{2x} = \frac{-1}{2x} = m \Rightarrow m = f(-1) = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x - (-1)) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

$$\begin{aligned}
 62- \quad f(x) &= e^{2x} \cos x \Rightarrow f'(x) = (2e^{2x} \cos x) + (-e^{2x} \sin x) = (2e^{2x} \cos x) - (e^{2x} \sin x) = m \\
 &\Rightarrow m = f'(0) = (2e^{2 \times 0} \cos 0) - (e^{2 \times 0} \sin 0) = (2 \times 1) - (1 \times 0) = 2 \\
 &\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{2}, y_1 = e^{2 \times 0} \cos 0 = 1 \times 1 = 1 \Rightarrow (x_1, y_1) = (0, 1) \\
 &\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}(x - 0) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}(x) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}x \\
 &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1
 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

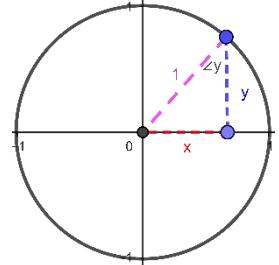
$$\begin{aligned}
 63- \quad f(\tan x) &= 3x^2 + 5 \Rightarrow f'(\tan x) \sec^2 x = 6x \Rightarrow f'(1) = f'(\tan x) \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\
 &\Rightarrow f'(1) = f'(\tan \frac{\pi}{4}) = \frac{6 \times \frac{\pi}{4}}{\sec^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{4}, f'(1) = f'(\tan \frac{5\pi}{4}) = \frac{6 \times \frac{5\pi}{4}}{\sec^2 \frac{5\pi}{4}} = \frac{\frac{15\pi}{2}}{2} = \frac{15\pi}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15\pi}{4} \\
 &\therefore f'(1) = \frac{3\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}
 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

$$\begin{aligned}
 64- \quad f(x) &= xe^x \Rightarrow f^{(1)}(x) = (1 \times e^x) + (xe^x) = e^x + xe^x \\
 &\Rightarrow f^{(2)}(x) = e^x + e^x + xe^x = 2e^x + xe^x \Rightarrow f^{(3)}(x) = 2e^x + e^x + xe^x = 3e^x + xe^x \\
 &f^{(15)}(x) = 15e^x + xe^x = ae^x + be^x, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 15, b = 1 \Rightarrow a + b = 15 + 1 = 16
 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

$$\begin{aligned}
 65- \quad x &= \sin y \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{d}{dy}(\sin y) \Rightarrow 1 = \cos y \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} \\
 &\Rightarrow \cos y = y \Rightarrow 1 = y^2 + x^2 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - x^2} \\
 &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\
 &\text{or } \cos^2 y = 1 - \sin^2 y \Rightarrow \cos y = \pm \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - x^2} \\
 &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}
 \end{aligned}$$



الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

$$\begin{aligned}
 66- \quad y &= \cos \theta \Rightarrow \frac{dy}{d\theta} = -\sin \theta, x = \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \\
 &\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{-\sin \theta}{\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}} = -\sin \theta \times \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} = -\cos^2 \theta, x = \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{\cos \theta} \\
 &\Rightarrow \cos \theta = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}|_{x=1} = -(\cos \theta)^2 = -(1)^2 = -1
 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

$$\begin{aligned}
 67- \quad y &= \cos \theta \Rightarrow \frac{dy}{d\theta} = -\sin \theta, x = \sin \theta \Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = \cos \theta \\
 &\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{-\sin \theta}{\cos \theta} = -\tan \theta, \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{d\theta}(\frac{dy}{dx})}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{-\sec^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{-1}{\cos^3 \theta} = \frac{-1}{\cos^3 \frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^3} = \frac{-1}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} = -2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

$$\begin{aligned}
 68- \quad (y = x^x \Rightarrow \ln y = \ln x^x \Rightarrow \ln y = x \ln x \Rightarrow \frac{d}{dx}(\ln y) = \frac{d}{dx}(x \ln x) \Rightarrow \frac{dy}{y} = (1 \times \ln x) + (x \times \frac{1}{x}) \\
 &\Rightarrow \frac{dy}{y} = \ln x + 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y(\ln x + 1) = x^x(\ln x + 1) \Rightarrow \ln \frac{dy}{dx} = \ln x^x(\ln x + 1) \\
 &\Rightarrow \ln y' = \ln x^x + \ln(\ln x + 1) \Rightarrow \ln y' = x \ln x + \ln(\ln x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{y^{(2)}}{y} = (\ln x + 1) + \frac{\frac{1}{x}}{\ln x + 1} = (\ln x + 1) + \frac{1}{x(\ln x + 1)} \Rightarrow y^{(2)} = y(\ln x + 1)((\ln x + 1) + \frac{1}{x(\ln x + 1)})$$

$$y^{(2)} = y(\ln x + 1)^2 + \frac{y(\ln x + 1)}{x(\ln x + 1)} = y(\ln x + 1)^2 + \frac{y}{x} =$$

$$\therefore y^{(2)} - x^2(1 + \ln x)^2 = y(\ln x + 1)^2 + \frac{y}{x} - x^2(1 + \ln x)^2 = y(\ln x + 1)^2 + \frac{y}{x} - y(1 + \ln x)^2 = \frac{y}{x}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

69-  $y = \sin(\pi^2 x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \pi^2 \cos \pi^2 x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

70-  $2 + \ln y \ln x = x^2 + y \Rightarrow \frac{d}{dx}(2 - \ln x \ln y) = \frac{d}{dx}(y + x^2)$   
 $0 - ((\frac{1}{x} \ln y) + (\frac{1}{y} \ln x)) = 2x + \frac{dy}{dx} \Rightarrow -\frac{\ln y}{x} - \frac{\ln x}{y} - 2x = \frac{dy}{dx} = m$   
 $\because x = 1 \Rightarrow y + 1 = 2 + (\ln y \ln 1) \Rightarrow y + 1 = 2 + (\ln y \times 0) \Rightarrow y + 1 = 2 + 0 \Rightarrow y = 1$   
 $\Rightarrow (1, 1), m = -\frac{\ln 1}{1} - \frac{\ln 1}{1} - 2 = 0 - 0 - 2 = -2 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $\Rightarrow y - 1 = -2(x - 1) \Rightarrow y - 1 = -2x + 2 \Rightarrow y = -2x + 3 \Rightarrow y + 2x = 3$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

71-  $f(x) = \ln(x^2 + 1)^2 + e^{\sin x} = 2 \ln(x^2 + 1) + e^{\sin x} \Rightarrow f'(x) = 2 \frac{(2x)}{(x^2 + 1)} + \cos x e^{\sin x}$   
 $f(0) = \ln(0 + 1)^2 + e^{\sin 0} = 0 + e^0 = 1, f'(0) = 2 \frac{(2 \times 0)}{(0+1)} + \cos 0 e^{\sin 0} = 0 + 1 = 1$   
 $\Rightarrow f(0) \cdot f'(0) = 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

72-  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{ay}, \frac{d^2y}{dx^2} = 3 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{a \frac{dy}{dx}}{2\sqrt{ay}} = \frac{a \sqrt{ay}}{2\sqrt{ay}} = \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

73-  $f(x) = \sec^2 x - \tan^2 x \Rightarrow f'(x) = 2 \sec x \sec x \tan x - 2 \tan x \sec^2 x$   
 $\Rightarrow f'(x) = 2 \sec^2 x \tan x - 2 \tan x \sec^2 x = 0 \Rightarrow f'(1) = 0$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

74-  $\cos \sqrt{\pi y} = 3x + 1, (-\frac{1}{3}, \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\cos \sqrt{\pi y}) = \frac{d}{dx}(3x + 1) \Rightarrow -\sin \sqrt{\pi y} \times \frac{\frac{\pi}{2} \frac{dy}{dx}}{2\sqrt{\pi y}} = 3$   
 $\Rightarrow -\sin \sqrt{\pi y} \times \pi \frac{dy}{dx} = 3 \times 2\sqrt{\pi y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{\pi y}}{-\pi \sin \sqrt{\pi y}} = m \Rightarrow m = \frac{6\sqrt{\frac{\pi}{4}}}{-\pi \sin \sqrt{\frac{\pi}{4}}} = \frac{6\sqrt{\frac{\pi^2}{4}}}{-\pi \sin \sqrt{\frac{\pi^2}{4}}} = \frac{\frac{6\pi}{2}}{-\pi \sin \frac{\pi}{2}}$   
 $\Rightarrow m = \frac{3\pi}{-\pi} = -3$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

75-  $\frac{d}{dx} a^y = \frac{d}{dx} b^x \Rightarrow a^y \frac{dy}{dx} \ln a = b^x \ln b \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{b^x \ln b}{a^y \ln a} = \frac{\ln b}{\ln a} = \log_a b$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

76-  $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta), x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$

$$\frac{dy}{d\theta} = a(\cos \theta - ((\cos \theta) + (-\theta \sin \theta))) = a(\cos \theta - \cos \theta + \theta \sin \theta) = a(\theta \sin \theta)$$

$$\frac{dx}{d\theta} = a(-\sin \theta + ((\sin \theta) + (\theta \cos \theta))) = a(-\sin \theta + \sin \theta + \theta \cos \theta) = a(\theta \cos \theta)$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{a(\theta \sin \theta)}{a(\theta \cos \theta)} = \tan \theta$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

77-  $m = \tan \theta = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{d}{dx}(y^2) + \frac{d}{dx}(2x^2) = \frac{d}{dx}(6) \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} + 4x = 0 \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} = -4x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-4x}{2y}$

$$\therefore m = \frac{-4}{4} = -1 = \tan \theta, \tan \theta = |-1| = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}, \theta = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

الزاوية تقع في الربع الثاني أو الرابع  
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

78-  $m = \frac{dy}{dx} \Rightarrow x^y = y^x \Rightarrow \ln x^y = \ln y^x \Rightarrow y \ln x = x \ln y \Rightarrow \frac{d}{dx}(y \ln x) = \frac{d}{dx}(x \ln y)$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \ln x + \frac{y}{x} = \ln y + \frac{x \frac{dy}{dx}}{y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \ln x - \frac{dy}{dx} \times \frac{x}{y} = \ln y - \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} (\ln x - \frac{y}{x}) = \ln y - \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\ln y - \frac{y}{x}}{\ln x - \frac{y}{x}} \Rightarrow m = \frac{\ln 1 - \frac{1}{1}}{\ln 1 - \frac{1}{1}} = 1$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

79-  $h(x) = \frac{1}{e^x} \Rightarrow h'(x) = \frac{-e^x \ln e}{e^{2x}} = \frac{-1}{e^x} = -e^{-x}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

80-  $p(x) = \cos \pi x \Rightarrow p'(x) = -\pi \sin \pi x \Rightarrow p''(x) = -\pi^2 \cos \pi x \Rightarrow p'''(x) = \pi^3 \sin \pi x$

$$\Rightarrow p''''(x) = \pi^4 \cos \pi x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

81-  $x = (1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4) = (1-y^2)(1+y^2)(1+y^4) = (1-y^4)(1+y^4) = (1-y^8)$

$$\Rightarrow y^8 + x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}(y^8) + \frac{d}{dx}(x) - \frac{d}{dx}(1) = \frac{d}{dx}(0) \Rightarrow 8y^7 \frac{dy}{dx} + 1 - 0 = 0 \Rightarrow 8y^7 \frac{dy}{dx} + 1 = 0$$

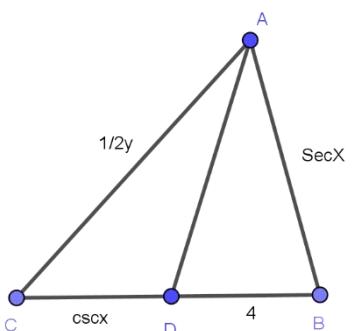
$$\Rightarrow 8y^7 \frac{dy}{dx} = -1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{8y^7} \Rightarrow \frac{d}{dx}(\frac{dy}{dx}) = \frac{d}{dx}(\frac{-1}{8y^7}) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{56y^6 \times \frac{dy}{dx}}{64y^{14}} = \frac{56y^6 \times \frac{-1}{8y^7}}{64y^{14}} = \frac{-7y^{-15}}{64}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

82-  $\overline{AD} \text{ ينصف } \angle BAC \Rightarrow \Delta ABD \cong \Delta ACD \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \Rightarrow \frac{\sec x}{\frac{1}{2}y} = \frac{4}{\csc x}$

$$\Rightarrow 2y = \sec x \csc x \Rightarrow y = \frac{1}{2} \sec x \csc x = \frac{1}{2 \cos x \sin x} = \frac{1}{\sin 2x} = \csc 2x$$

$$y = \csc 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2 \csc 2x \cot 2x$$



الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

83-  $(h \circ g)'(x) = h'(g(x)) \times g'(x) = \sec^2 x \times \frac{1}{\tan^2 x + 1} = \sec^2 x \times \frac{1}{\sec^2 x}, \tan^2 x + 1 = \sec^2 x$

$$\therefore (h \circ g)'(x) = 1$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

84-  $y = \cos ax \Rightarrow y' = -a \sin ax \Rightarrow y'' = -a^2 \cos ax \Rightarrow y''' = a^3 \sin ax \Rightarrow y'''' = a^4 \cos ax$

$$\therefore y^n = a^n \cos ax, n: (4) \stackrel{(2020)}{\Rightarrow} y = a^{(2020)} \cos ax = a^{(2020)} y$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

85-  $S = x, A = y \Rightarrow y = x^2, \frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}, \text{معدل زيادة طول الصفيحة}$

$$\Rightarrow 75 = 2 \times 5 \times \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{75}{10} = 7.5$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

86-  $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{dr} = 4\pi r^2, \mathcal{A} = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dr} = 8\pi r \Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{d\mathcal{A}} = \frac{d\mathcal{V}}{dr} \div \frac{d\mathcal{A}}{dr} = \frac{4\pi r^2}{8\pi r} = \frac{r}{2} \Rightarrow \frac{d\mathcal{V}}{d\mathcal{A}}|_{r=2} = 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

87-  $y = \sin^n x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n \sin^{n-1} x \cos x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n \frac{\sin^{n-1} x}{\sin x} x \cos x = ny \frac{\cos x}{\sin x} = ny \cot x$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

88-  $y = 2 \cos(3x + 1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2 \sin(3x + 1) \times 3 = -6 \sin(3x + 1) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -18 \times \cos(3x + 1)$   
 $\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -2 \times 9 \times \cos(3x + 1) = -18y$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

89-  $\mathcal{A} = y \Rightarrow y = \pi r^2, \frac{dy}{dt} = \text{معدل زيادة نصف قطر الموجة مساحة السطح}$   
 $r \frac{dr}{dt}|_{t=1} = 1 \times 4 = 4 \text{ cm}, r \frac{dr}{dt}|_{t=5} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

90-  $y = x - \sin x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 - \cos x, z = 1 - \cos x \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sin x$   
 $\therefore \frac{d}{dx} \left( \frac{y}{z} \right) = \frac{dy}{dx} \div \frac{dz}{dx} = \frac{1-\cos x}{\sin x} \Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \frac{y}{z} \right) \Big|_{x=\frac{\pi}{3}} = \frac{1-\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

91-  $y - e^{xy} + x = 0 \Rightarrow m = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{d}{dx}(y) - \frac{d}{dx}(e^{xy}) + \frac{d}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(0)$   
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} - (e^{xy} \left( (y) + (x \frac{dy}{dx}) \right)) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} - (ye^{xy} + xe^{xy} \frac{dy}{dx}) = -1$   
 $\Rightarrow \frac{dy}{dx} - ye^{xy} - xe^{xy} \frac{dy}{dx} = -1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} - xe^{xy} \frac{dy}{dx} = ye^{xy} - 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} (1 - xe^{xy}) = ye^{xy} - 1$   
 $\frac{dy}{dx} = \frac{ye^{xy}-1}{1-xe^{xy}}$

للمنحني ماس رأسي عندما يكون الميل غير معروف أي المقام مساوياً للصفر و بتعويض النقاط المعطاه في السؤال يكون الماس الرأسي عند النقطة (1, 0)  
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

92-  $\sqrt{y} = \tan z \Rightarrow y = \tan^2 z \Rightarrow \frac{dy}{dz} = 2 \tan z \sec^2 z, x = \sec z \Rightarrow \frac{dx}{dz} = \sec z \tan z$   
 $\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \div \frac{dx}{dz} = \frac{2 \tan z \sec^2 z}{\sec z \tan z} = 2 \sec z \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dz} \left( \frac{dy}{dx} \right) \div \frac{dx}{dz} = \frac{2 \sec z \tan z}{\sec z \tan z} = 2$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

93-  $g(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin 2 \frac{x}{2} = \sin x \Rightarrow g'(x) = \cos x \Rightarrow g''(x) = -\sin x \Rightarrow g'''(x) = -\cos x$   
 $\Rightarrow g^{(4)}(x) = \sin x \therefore g^n(x) = a^n \cos ax, n: (4) \Rightarrow g^{(800)}(x) = \sin x$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

94-  $h(x) = \cos x^{\cos x} \Rightarrow \ln h(x) = \ln \cos x^{\cos x} \Rightarrow \ln h(x) = \cos x \ln \cos x$   
 $\Rightarrow \frac{h'(x)}{h(x)} = (-\sin x \ln \cos x) + (\cos x \times \frac{-\sin x}{\cos x}) \Rightarrow \frac{h'(x)}{h(x)} = (-\sin x \ln \cos x) + (-\sin x)$   
 $\Rightarrow h'(x) = h(x)(-\sin x \ln \cos x - \sin x) \Rightarrow h'(x) = \cos x^{\cos x} (-\sin x \ln \cos x - \sin x)$   
 $\Rightarrow h'(0) = \cos 0^{\cos 0} (-\sin 0 \ln \cos 0 - \sin 0) = 1^1 (-0 \times \ln 1 - 0) = 1(0 - 0) = 0$   
الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

95-  $y = e^x \sin x - \cos x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (e^x \sin x + e^x \cos x) - (-\sin x) = e^x \sin x + e^x \cos x + \sin x$   
 $\frac{d^2y}{dx^2} = e^x \sin x + e^x \cos x + (-e^x \sin x + e^x \cos x) + \cos x$   
 $\frac{d^2y}{dx^2} = e^x \sin x + e^x \cos x - e^x \sin x + e^x \cos x + \cos x = 2e^x \cos x + \cos x = \cos x(2e^x + 1)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

96-  $y = x^{\sec x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\sec x} = \ln y = \sec x \ln x \Rightarrow \frac{y'}{y} = \sec x \tan x \ln x + \frac{\sec x}{x}$   
 $\Rightarrow y' = y(\sec x \tan x \ln x + \frac{\sec x}{x}) = x^{\sec x}(\sec x \tan x \ln x + \frac{\sec x}{x}) = m$   
 $\Rightarrow m \Big|_{x=\pi} = \pi^{\sec \pi}(\sec \pi \tan \pi \ln \pi + \frac{\sec \pi}{\pi}), \sec \pi = \frac{1}{\cos \pi} = \frac{1}{-1} = -1$   
 $\therefore m \Big|_{x=\pi} = \pi^{-1}(-1 \times 0 \times \ln \pi + \frac{-1}{\pi}) = \pi^{-1}\left(0 + \frac{-1}{\pi}\right) = -\pi^{-2}$   
 $\therefore m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{-\pi^{-2}} = \pi^2, y|_{x=\pi} = \pi^{\sec \pi} = \pi^{-1}$   
 $\therefore y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \pi^{-1} = \pi^2(x - \pi) \Rightarrow y = \pi^2x - \pi^3 + \pi^{-1}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

السؤال الثاني:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى لما يلي:

1-  $y = x^{\cos x} \cos^{\sin x} x \Rightarrow \ln y = \ln x^{\cos x} \cos^{\sin x} x \Rightarrow \ln y = \ln x^{\cos x} + \ln \cos^{\sin x} x$

$$\ln y = \cos x \ln x + \sin x \ln \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\ln y) = \frac{d}{dx}(\cos x \ln x) + \frac{d}{dx}(\sin x \ln \cos x)$$

$$\frac{y'}{y} = ((-\sin x \ln x) + (\frac{\cos x}{x})) + ((\cos x \ln \cos x) + (\sin x \times \frac{-\sin x}{\cos x}))$$

$$\frac{y'}{y} = (-\sin x \ln x + \frac{\cos x}{x} + \cos x \ln \cos x - \sin x \tan x)$$

$$\frac{y'}{y} = (-\sin x \ln x - \sin x \tan x + \frac{\cos x}{x} + \cos x \ln \cos x)$$

$$\frac{y'}{y} = (-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln \cos x))$$

$$y' = y(-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln \cos x))$$

$$y' = x^{\cos x} \cos^{\sin x} x (-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln \cos x))$$

2-  $y = \frac{2 \tan x \sec^2 x}{(\tan x)^2} = \frac{2 \sec^2 x}{\tan x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(4 \sec x \sec x \tan x \tan x) - (2 \sec^2 x \sec^2 x)}{\tan^2 x} = \frac{4 \sec^2 x \tan^2 x - 2 \sec^4 x}{\tan^2 x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 \sec^2 x \tan^2 x}{\tan^2 x} - \frac{2 \sec^2 x}{\tan^2 x} = \frac{dy}{dx} = 4 \sec^2 x - \left(\frac{2 \sec^4 x}{\tan^2 x}\right) = 4 \sec^2 x - \left(\frac{2 \frac{1}{\cos^4 x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = 4 \sec^2 x - \left(2 \frac{1}{\cos^4 x} \times \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right) = \frac{4}{\cos^2 x} - \left(\frac{2}{\cos^2 x \sin^2 x}\right) = \frac{4 \sin^2 x - 2}{\cos^2 x \sin^2 x}$$

3-  $y = \tan^4(\sin^2 x(x^2 + 2x)) = \tan^4(\sin^2(x^3 + 2x^2))$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4 \tan^3(\sin^2(x^3 + 2x^2)) \sec^2(\sin^2(x^3 + 2x^2)) 2 \sin(x^3 + 2x^2) \cos(x^3 + 2x^2) (3x^2 + 4x)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 8(3x^2 + 4x) \tan^3(\sin^2(x^3 + 2x^2)) \sec^2(\sin^2(x^3 + 2x^2)) \sin(x^3 + 2x^2) \cos(x^3 + 2x^2)$$

$$4- \cos(x^2 + y^2) = 2x \Rightarrow \frac{d}{dx}(\cos(x^2 + y^2)) = \frac{d}{dx}(2x) \Rightarrow (-\sin(x^2 + y^2))(2x + 2y \frac{dy}{dx}) = 2$$

$$\Rightarrow (2x + 2y \frac{dy}{dx}) = \frac{2}{-\sin(x^2 + y^2)} \Rightarrow (2y \frac{dy}{dx}) = \frac{2}{-\sin(x^2 + y^2)} - 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2}{-\sin(x^2 + y^2)} - 2x}{2y}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{-2x \sin(x^2 + y^2) - 2}{\sin(x^2 + y^2)}}{2y} = \frac{-2x \sin(x^2 + y^2) - 2}{2y \sin(x^2 + y^2)} = \frac{-x \sin(x^2 + y^2) - 1}{y \sin(x^2 + y^2)}$$

$$5- \frac{\sin x}{\cos y} = \sin(x - y) \Rightarrow \sin x = \cos y \sin(x - y) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\sin x) = \frac{d}{dx}(\cos y \sin(x - y))$$

$$\Rightarrow \cos x = (-\sin y \sin(x - y)) + (\cos y \cos(x - y))(1 - \frac{dy}{dx})$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x + \sin y \sin(x - y)}{\cos y \cos(x - y)} = 1 - \frac{dy}{dx} \Rightarrow 1 - \frac{\cos x + \sin y \sin(x - y)}{\cos y \cos(x - y)} = \frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\cos x + \tan y \sin x}{\cos y \cos(x - y)} = \frac{dy}{dx}$$

$$6- \sqrt{yx^2 - xy^2} = 0 \Rightarrow yx^2 - xy^2 = 0 \Rightarrow \text{بتربيع الطرفين} \Rightarrow yx^2 = xy^2 \Rightarrow \frac{d}{dx}(yx^2) = \frac{d}{dx}(xy^2)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}x^2 + 2xy = y^2 + 2x \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx}x^2 - 2x \frac{dy}{dx} = y^2 - 2xy \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x^2 - 2x) = y^2 - 2xy$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 2xy}{x^2 - 2x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 2xy}{x^2 - 2x}$$

$$7- x = y\sqrt{1 - y^2} \Rightarrow x^2 = y^2(1 - y^2) = x^2 \Rightarrow y^2 = y^4 \Rightarrow \frac{d}{dx}(x^2) = \frac{d}{dx}(y^2) - \frac{d}{dx}(y^4)$$

$$\Rightarrow 2x = 2y \frac{dy}{dx} - 4y^3 \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x = \frac{dy}{dx}(2y - 4y^3) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2y - 4y^3} = \frac{2x}{2y(1 - 2y^2)} = \frac{\sqrt{1 - y^2}}{(1 - 2y^2)}$$

ثانياً: اوجد المشتقة الثانية لما يلي:

$$1- f(x) = \cos mx \sin nx , n, m: \text{ ثوابت}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\sin mx \sin nx + \cos mx \cos nx$$

$$\Rightarrow f''(x) = (-\cos mx \sin nx + -\sin mx \cos nx) + (-\sin mx \cos nx + -\cos mx \sin nx)$$

$$\Rightarrow f''(x) = -\cos mx \sin nx - \sin mx \cos nx - \sin mx \cos nx - \cos mx \sin nx$$

$$\Rightarrow f''(x) = -2 \cos mx \sin nx - 2 \sin mx \cos nx$$

$$\Rightarrow f''(x) = -2 \cos mx \sin nx - 2 \sin mx \cos nx$$

$$2- y = \frac{1-\cos x}{1+\cos x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(\sin x(1+\cos x)) - ((1-\cos x)(-\sin x))}{(1+\cos x)^2} = \frac{(\sin x + \sin x \cos x) - (-\sin x + \sin x \cos x)}{(1+\cos x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2 \cos x(1+\cos^2 x + 2 \cos x) - (2 \sin x \times (2+2\cos x) \times -\sin x))}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2 \cos x + 2 \cos^3 x + 4 \cos^2 x) - (4 \sin x + 4 \sin x \cos x) \times -\sin x}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(2 \cos x + 2 \cos^3 x + 4 \cos^2 x) - (-4 \sin^2 x - 4 \sin^2 x \cos x)}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2 \cos x + 2 \cos^3 x + 4 \cos^2 x + 4 \sin^2 x + 4 \sin^2 x \cos x}{(1+\cos x)^4} = \frac{2 \cos x + 2 \cos^3 x + 4 + 4 \sin^2 x \cos x}{(1+\cos x)^4}$$

$$3- y = \sin 3t , x = \sin 2t , 0 \leq t \leq 2\pi , t = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{dy}{dt} = 3 \cos 3t , \frac{dx}{dt} = 2 \cos 2t \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \div \frac{dx}{dt} = \frac{3 \cos 3t}{2 \cos 2t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dx} \right) \div \frac{dx}{dt} = \frac{-18 \sin 3t \cos 2t + 12 \sin 2t \cos 3t}{4 \cos^3 2t} = \frac{-9 \sin 3t}{2 \cos^2 2t} + \frac{3 \sin 2t \cos 3t}{\cos^3 2t}$$

$$4- y^2 = \ln x^y \Rightarrow \ln y^2 = \ln \ln x^y \Rightarrow 2 \ln y = \ln y \ln x \Rightarrow 2 \ln 2y = \ln y + \ln \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(2 \ln y) = \frac{d}{dx}(\ln y + \ln \ln x) \Rightarrow \frac{2y'}{y} = \frac{y'}{y} + \frac{1}{x \ln x} \Rightarrow y' = \frac{y}{x \ln x} \Rightarrow y'' = \frac{y' x \ln x - (y(\ln x + 1))}{(x \ln x)^2}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{y' x \ln x - y \ln x - y}{(x \ln x)^2} = \frac{\frac{y}{x \ln x} x \ln x - y \ln x - y}{(x \ln x)^2} = \frac{y - y \ln x - y}{(x \ln x)^2} = \frac{-y \ln x}{(x \ln x)^2} = \frac{-y}{x \ln x} = \frac{-\sqrt{\ln x^y}}{x \ln x}$$

ثالثاً: اوجد معادلة المماس والعمودي عليه للمنحنيات فيما يلي:

$$1- \quad y = 2 \sin x + 4 \cos y, (0, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{d}{dx}(y) = \frac{d}{dx}(2 \sin x) + \frac{d}{dx}(4 \cos y) \Rightarrow y' = 2 \cos x - 4y' \sin y \Rightarrow y' + 4y' \sin y = 2 \cos x$$

$$\Rightarrow y'(1 + 4 \sin y) = 2 \cos x \Rightarrow y' = \frac{2 \cos x}{1 + 4 \sin y} = m \Rightarrow m(0, \frac{\pi}{2}) = \frac{2 \cos 0}{1 + 4 \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{2}{1 + 4} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = \frac{2}{5}(x - 0) \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = \frac{2}{5}x \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m \perp = \frac{-1}{m} \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\frac{2}{5}} = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m \perp (x - x_1) \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = \frac{-5}{2}(x - 0) \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = \frac{-5}{2}x \Rightarrow y = \frac{-5}{2}x + \frac{\pi}{2}$$

$$2- \quad e^y = \cos x, 0 < x < \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \ln e^y = \ln \cos x \Rightarrow y \ln e = \ln \cos x \Rightarrow y = \ln \cos x$$

$$y' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x = m = -1, y = \ln \cos \frac{\pi}{4} = \ln \frac{1}{\sqrt{2}} = \ln 1 - \ln \sqrt{2} = -\ln \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + \ln \sqrt{2} = -1 \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow y + \ln \sqrt{2} = -x + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow y = -x + \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$$

$$\therefore m \perp = \frac{-1}{m} \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m \perp (x - x_1) \Rightarrow y + \ln \sqrt{2} = 1 \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow y + \ln \sqrt{2} = x - \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow y = x - \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$$

$$3- \quad f(x) = \frac{1+e^x}{-1-e^x}, (0, -1) \Rightarrow f'(x) = \frac{(e^x(1-e^x)) - (-e^x(1-e^x))}{(-1-e^x)^2} = \frac{e^x - e^{2x} + e^x - e^{2x}}{(-1-e^x)^2} = \frac{2e^x}{(-1-e^x)^2} = m$$

$$\Rightarrow m(0, 1) = \frac{2e^0}{(-1-e^0)^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 1 = \frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow y + 1 = \frac{1}{2}x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\therefore m \perp = \frac{-1}{m} \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m \perp (x - x_1) \Rightarrow y + 1 = -2(x - 0) \Rightarrow y + 1 = -2x \Rightarrow y = -2x - 1$$

$$4- \quad y = \sin^{\frac{\pi}{\theta}} \theta, x = \cos^{\frac{\pi}{\theta}} \theta, \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{\theta} \theta \sin^{\frac{\pi}{\theta}-1} \theta \cos \theta, \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{\theta} \cos^{\frac{\pi}{\theta}-1} \theta \sin \theta \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{\pi}{\theta} \theta \sin^{\frac{\pi}{\theta}-1} \theta \cos \theta}{-\frac{\pi}{\theta} \cos^{\frac{\pi}{\theta}-1} \theta \sin \theta}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\tan^{\frac{\pi}{\theta}-1} \theta \cot \theta = m \Rightarrow m = -\tan^5 \frac{\pi}{6} \cot \frac{\pi}{6} = -\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 \times \sqrt{3} = -\frac{1}{9\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = -\frac{1}{9}$$

$$y = \sin^{\frac{\pi}{\theta}} \theta = \sin^6 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

$$\therefore y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \frac{1}{64} = -\frac{1}{9}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow y - \frac{1}{64} = -\frac{1}{9}x + \frac{\pi}{54} \Rightarrow y = -\frac{1}{9}x + \frac{\pi}{54} + \frac{1}{64}$$

$$\therefore m \perp = \frac{-1}{m} \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{-\frac{1}{9}} = 9$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m \perp (x - x_1) \Rightarrow y - \frac{1}{64} = 9\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow y - \frac{1}{64} = 9x + \frac{9\pi}{6} \Rightarrow y = 9x + \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{64}$$

رابعاً: يقطع المماس والعمودي عليه للمنحنى  $(x^2 - 3xy + y^2 + 1 = 0)$  عند النقطة  $(-1, 1)$  في النقاطين  $(b, c)$  على التوالي ، اوجد

-1- معادلتي المماس والعمودي على المماس

$$\begin{aligned} & x^2 - 3xy + y^2 + 1 = 0, \quad a(-1, 1) \\ & \Rightarrow \frac{d}{dx}(x^2) \frac{d}{dx}(-3xy) + \frac{d}{dx}(y^2) + \frac{d}{dx}(1) = \frac{d}{dx}(0) \Rightarrow 2x - 3(y + x \frac{dy}{dx}) + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \\ & \Rightarrow 2x - 3y - 3x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -3x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = -2x + 3y \\ & \Rightarrow \frac{dy}{dx}(2y - 3x) = -2x + 3y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x+3y}{2y-3x} = m \Rightarrow m = \frac{-2 \times -1 + 3 \times 1}{2 \times 1 - 3 \times -1} = \frac{2+3}{2+3} = \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = 1(x + 1) \Rightarrow y - 1 = x + 1 \Rightarrow y = x + 2$$

$$\therefore m \perp = \frac{-1}{m} \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\Rightarrow y - y_1 = m \perp (x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -1(x + 1) \Rightarrow y - 1 = -x - 1 \Rightarrow y = -x$$

-2- مساحة المثلث  $(abc)$

$$\Rightarrow y = 0, \therefore 0 = x + 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow b(-2, 0)$$

$$\Rightarrow y = 0, \therefore 0 = -x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow c(0, 0)$$

$$bc = 0 - -2 = 2u, h = 1u \Rightarrow A = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1u^2$$

السؤال الثالث:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي لما يلي:

$$1- \quad y = x^{ex} \ln x^e \Rightarrow \ln y = \ln x^{ex} \ln x^e \Rightarrow \ln y = \ln x^{ex} \ln \ln x^e \Rightarrow \ln y = \ln x^{ex} + \ln \ln x^e$$

$$\ln y = x \ln x^e + \ln \ln x^e \Rightarrow \frac{y'}{y} = \left( (\ln x^e + \frac{exx^{e-1}}{x^e}) + (\frac{ex^{e-1}}{\ln x^e}) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{x^e (\ln x^e)^2 + exx^{e-1} \ln x^e + \frac{x^e ex^{e-1}}{x^e}}{x^e \ln x^e} = \frac{x^e (\ln x^e)^2 + ex^e \ln x^e + ex^{e-1}}{x^e \ln x^e}$$

$$\Rightarrow y' = y \frac{x^e (\ln x^e)^2 + ex^e \ln x^e + ex^{e-1}}{x^e \ln x^e} = x^{ex} \ln x^e \left( \frac{x^e (\ln x^e)^2 + ex^e \ln x^e + ex^{e-1}}{x^e \ln x^e} \right)$$

$$\Rightarrow y' = x^{ex} \left( \frac{x^e ((\ln x^e)^2 + e \ln x^e + ex^{-1})}{x^e} \right) \Rightarrow y' = x^{ex} ((\ln x^e)^2 + e \ln x^e + ex^{-1})$$

$$2- \quad y = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow \ln y = \ln \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow \ln y = \ln(x-1)(x+2) - (\ln(x+1)(x-2))$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln(x-1) + \ln(x+2) - (\ln(x+1) + \ln(x-2))$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} - \left( \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} \right) \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2}$$

$$\Rightarrow y' = y \left( \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2} \right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \left( \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2} \right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \left( \frac{(x+1) - (x-1)}{(x-1)^2} + \frac{(x-2) - (x+2)}{(x-2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \left( \frac{(x+1-x+1)}{(x-1)^2} + \frac{(x-2-x-2)}{(x-2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \left( \frac{(2)}{(x-1)^2} + \frac{(-4)}{(x-2)^2} \right)$$

ثانياً:

$$\Rightarrow y' = \frac{2(x-1)(x+2)}{(x-1)^2(x+1)(x-2)} - \frac{4(x-1)(x+2)}{(x-2)^2(x+1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} - \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-2)^2}$$

1- اذا كان المحنى الاقتران ( $x^2 + y^2 = 16$ ) و اذا كان المماس يصنع مع محوري الاحداثيات في الربع الأول مثلثا متساويا الساقين .

: المحنى يمثل دائرة نصف قطرها ( $r = 4U$ ) و مركزها نقطة الأصل ( $0, 0$ ) ، واذا رسم عمودي على المماس من نقطة الأصل على نقطة

التماس ( $a, b$ ) فإنه ينصف الزاوية القائمة ويكون قياسها ( $\theta = \frac{\pi}{4}$ )

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}, \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}, (a, b) = (2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$$

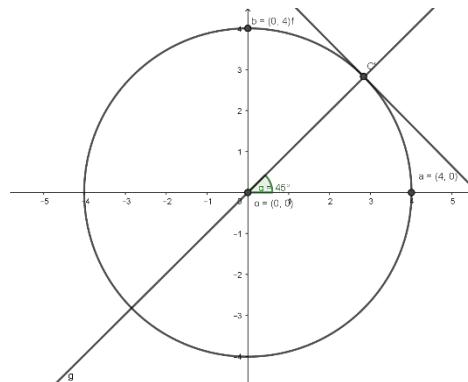
$$\therefore m \perp = \tan \theta = 1 \Rightarrow m \times m \perp = -1$$

$$\Rightarrow m = \frac{-1}{m \perp} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\Rightarrow y - 2\sqrt{2} = -1(x - 2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow y - 2\sqrt{2} = -x + 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = -x + 4\sqrt{2}$$



2- اذا مر المماس لمنحنى الاقتران ( $x^2 - y^2 = 16$ ) بالنقطة ( $(2, -2)$ )

لائق المحنى( $x^2 - y^2 = 16$ ),  $(2, -2) \Rightarrow 4 - 4 \neq 16 \Rightarrow (2, -2)$

$$x^2 - y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = x^2 - 16 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(x^2) - \frac{d}{dx}(16)$$

$$\Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} = 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y} = m = \frac{a}{b}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{y + 2}{x - 2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b + 2}{a - 2}$$

بتعييض نقطة التمسك

بتعييض نقطة التمسك( $a, b$ )

$$\Rightarrow b^2 + 2b = a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - b^2 = 2a + 2b, (a, b)$$

$$\Rightarrow b^2 + 2b = (8 - b)^2 - 2(8 - b) \Rightarrow b^2 + 2b = b^2 - 16b + 64 + 2b - 16$$

$$\Rightarrow b^2 + 2b = b^2 - 14b + 48 \Rightarrow b^2 + 2b - b^2 + 14b = 48 \Rightarrow 16b = 48 \Rightarrow b = \frac{48}{16} = 3$$

$$\Rightarrow a + 3 = 8 \Rightarrow a = 5$$

$$\therefore m = \frac{a}{b} = \frac{5}{3}, (5, 3) \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = \frac{5}{3}(x - 5) \Rightarrow y - 3 = \frac{5}{3}x - \frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{25}{3} + 3 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{25 + 9}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{16}{3} \Rightarrow 3y = 5x - 16$$

ثالثاً: اذا كان ( $y = 4x \sin x \cos x \cos 2x$ ) جد قيمة ( $y$ )

$$y = 4x \sin x \cos x \cos 2x = 2x(2 \sin x \cos x \cos 2x) = 2x(\sin 2x \cos 2x)$$

$$x(2 \sin 2x \cos 2x) = x \sin 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sin 4x + 4x \cos 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \sin 4 \frac{\pi}{4} + 4 \frac{\pi}{4} \cos 4 \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \sin \pi + \pi \cos \pi = 0 + (-\pi) = -\pi$$

رابعاً: بالاستعانة بالشكل المجاور اثبت ان مجموع الجزئين المقطوعين من محوري الاحداثيات لأي ماس للمنحنى  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a$ ,  $a \neq 0$  دائما مقدار ثابت.

$$\begin{aligned}\sqrt{x} + \sqrt{y} = a &\Rightarrow \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) + \frac{d}{dx}(\sqrt{y}) = \frac{d}{dx}(a) \\ \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{y}} \frac{dy}{dx} &= 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}} \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{y}}} \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= -\frac{1}{2\sqrt{x}} \times \frac{2\sqrt{y}}{1} = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = m, \Rightarrow m = \tan \theta = -\frac{C}{B} \\ \therefore -\frac{C}{B} &= -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \Rightarrow C = \sqrt{y}, B = \sqrt{x}, \Rightarrow B + C = \sqrt{x} + \sqrt{y} = a\end{aligned}$$

