السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1- اذا كان $f(x) = -x^{-6} + \sqrt[3]{x^2} + 2$ ، فإن $\int f(x).dx$ هي

a) $-\frac{x^{-7}}{7}+\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+2x+c$ b) $\frac{x^{-7}}{7}+\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+2x+c$ c) $-\frac{x^{-5}}{5}+\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+2x+c$ d) $\frac{x^{-5}}{5}+\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+2x+c$

2- اذا كان $(f(x))$ اقتراناً متصلاً، وكان $\int f(x).dx = x^3-3x+5$ ، فإن $(f`(1))$ يساوي

a) 1 b) 0 c) 6 d) 3

3- ناتج $\int \frac{dx}{(4x-1)^2}$ هو

a) $-(\frac{x^5}{5}-x)^{-1}+c$ b) $(\frac{x^5}{5}-x)^{-1}+c$ c) $-\frac{1}{4}(4x-1)^{-1}+c$ d) $\frac{1}{4}(4x-1)^{-1}+c$

4- ناتج $\int \frac{(x^2-1)^2}{(x)^2}.dx$ هو

a) $\frac{x^3}{3}-2x+x^{-1}+c$ b) $\frac{x^3}{3}+2x-x^{-1}+c$ c) $\frac{x^3}{3}+2x+x^{-1}+c$ d) $\frac{x^3}{3}-2x-x^{-1}+c$

5- ناتج $\int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}.dx$ هو

a) $(3-2x)^{\frac{1}{2}}$ b) $-(3-2x)^{\frac{1}{2}}$ c) $-(3x-x^2)^{\frac{1}{2}}$ d) $(3-2x)^{\frac{1}{2}}$

6- ناتج $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx$ هو

a) 2 b) 0 c) $2x^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{2}}+c$ d) $2x^{\frac{1}{2}}+2x^{-\frac{1}{2}}+c$

7- ناتج $\int \frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}.dx$ هو

a) $\frac{x^2}{2}+x+c$ b) $\frac{x^2}{2}-x+c$ c) x^2-x+c d) x^2+x+c

☒ اذا كان $\int (f`(x)+x^2).dx = 2x^3+bx^2+2$ وكان $f`(1)=4$ ، $f(2)=6$ ، اجب عن الفقرات (8،9،10)

8- قيمة الثابت (b) هي

a) $-\frac{1}{2}$ b) -2 c) 2 d) $\frac{1}{2}$

9- قيمة ثابت التكامل (c) هي

a) $\frac{44}{3}$ b) $\frac{52}{3}$ c) $-\frac{22}{3}$ d) $\frac{22}{3}$

10- قيمة $(f(-1))$ هي

a) $\frac{-39}{6}$ b) $\frac{-45}{6}$ c) $\frac{-23}{3}$ d) $\frac{-52}{3}$

11- قاعدة الاقتران $(f(x))$ اذا كان $f`(x)=2x-1$ ويمر منحناه في النقطة $(1,4)$ هي

a) x^2-x+4 b) $2x^2-x+4$ c) x^2+x+4 d) $\frac{5}{2}x^2-x+4$

☒ بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من النقطة (B) مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية $(3m\backslash s)$ ، فإذاكان تسارعه في أي لحظة يساوي $(t\, m^2\backslash s)$ ، اجب عن الفقرتين (13،12)

12- سرعة الجسيم ب $(m\backslash s)$ بعد $(4s)$ من بدء حركته هي

a) 5 b) 11 c) 8 d) 4

13- المسافة ب (m) التي قطعها الجسيم بعد $(4s)$ هي

a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{36}{3}$ c) $\frac{68}{3}$ d) $\frac{100}{3}$

14- قذفت كرة راسياً الى اعلى من قمة برج ارتفاعه عن سطح الأرض $(45m)$ وكانت السرعة في اللحظة (t) هي $(-10t+40\ m\backslash s)$، فإن الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول الى سطح الأرض هو

a) $4s$ b) $8s$ c) $9s$ d) $13s$

15- اذا كان $\int_{1+3a}^{2+5a} 4.dx = 36$ ، فإن قيمة او قيم (a) هي

a) -8 b) 8 c) 4 d) -4

☒ اذا كان $\int_{3}^{6} 2f(x).dx = 10$ ، اجب عن الفقرتين (16،17)

16- قيمة $\int_{3}^{3} f(x).dx$ هي

a) 0 b) 5 c) 10 d) 30

17- قيمة $\int_{6}^{3} f(x).dx$ هي

a) 5 b) -5 c) 10 d) -10

☒ اذا كان $\int_{1}^{5} f(x).dx = 7$ ، اجب عن الفقرتين (18،19)

18- قيمة $\int_{5}^{1} (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1).dx$ هي

a) 4 b) -3 c) -12 d) -24

19- قيمة (a) اذا علمت ان $\int_{1}^{5} 2af(x).dx = 1$ هي

a) $\frac{-1}{14}$ b) $\frac{1}{14}$ c) $\frac{1}{7}$ d) 14

20- اذا كان $\int_{2}^{7} 3f(x).dx = 9$ ، $\int_{2}^{4} 5f(x).dx = 10$ ، فإن قيمة $\int_{4}^{7} 2f(x).dx$ هي

a) -1 b) -2 c) 1 d) 2

21- اذا كان $\int_{2}^{3} f(x).dx = 6$ ، $\int_{2}^{7} (4 + f(x)).dx = 30$ ، فإن قيمة $\int_{3}^{7} 2f(x).dx$ هي

a) 8 b) 16 c) 60 d) 12

22- قيمة $\int_{1}^{2} \sqrt{x^2 - 2x + 1}\,.dx$ هي

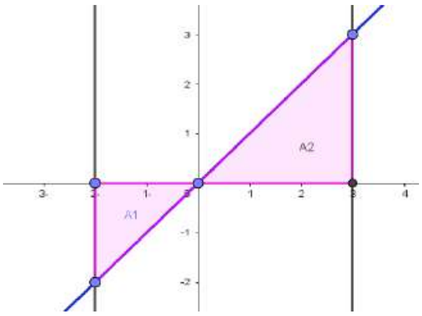
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1

23- اذا كان $(f(x))$ كثير حدود بحيث ان $(f`(x) = 3x - 2)$ ، فإن قيمة $(f(3) - f(-1))$ هي

a) 9 b) 2 c) 4 d) 8

24- اذا كان $\int_{2}^{3} f(x).dx + \int_{3}^{5} f(x).dx - \int_{8}^{5} f(x).dx = \int_{m}^{n} f(x).dx$ ، فإن قيمة $2m + 3n$ هي

a) 24 b) 20 c) 28 d) 30

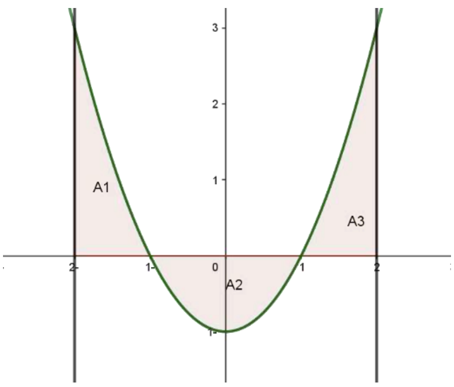


25- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ ، وكان $(A1, A2)$ عددان موجبان يمثلان مساحة المنطقة المظللة بين محور x ومنحنى الدالة $(f(x))$ والمستقيمين $(x = -2 , x = 4)$

فإن $\int_{-2}^{4} f(x).dx - \int_{0}^{4} 2f(x).dx$ يساوي

a) $-A1 - A2$ b) $2A1 - A2$

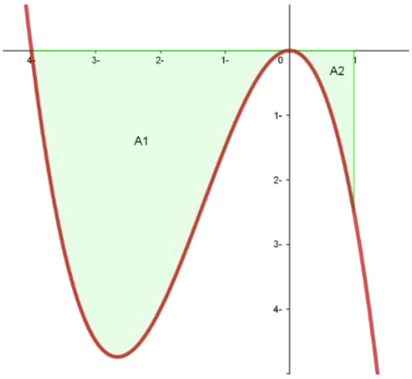
c) $A1 + A2$ d) $A1 - 2A2$



26- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ فإن مساحة المنطقة المحصورة بين بين محور x ومنحنى الدالة $(f(x))$ والمستقيمين $(x = -2 , x = 2)$ هي

a) $A1 + A3 - A2$ b) $A2$

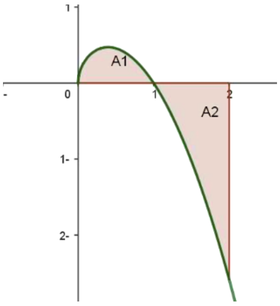
c) $A1 + A2 + A3$ d) $A1 + A3$



27- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة (($f(x)$)) فإن مساحة المنطقة المحصورة بين بين محور x ومنحنى الدالة ($f(x)$) والمستقيم ($x = 1$) هي

a) $\int_{-4}^{0} f(x).dx + \int_{0}^{1} f(x).dx$ b) $\int_{0}^{-4} f(x).dx + \int_{0}^{1} f(x).dx$

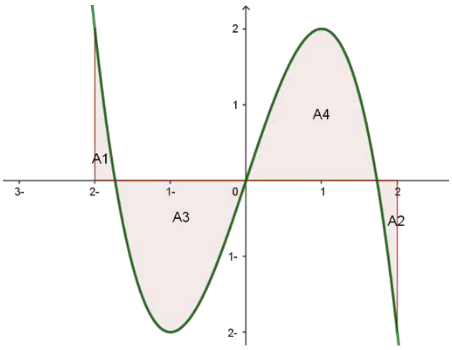
c) $-\int_{-4}^{0} f(x).dx + \int_{0}^{1} f(x).dx$ d) $-\int_{-4}^{0} f(x).dx - \int_{0}^{1} f(x).dx$



28- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة (($f(x)$))، اذاكان $\int_{0}^{1} f(x).dx = 0.33$ و $\int_{0}^{2} f(x).dx = -0.78$ فإن مساحة المنطقة $A2$ تساوي

a) $-0.45\,u^2$ b) $0.45u^2$

c) $-1.11u^2$ d) $1.11u^2$



☒ يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة (($f(x)$)) ، اجب عن الفقرتين(30،29)

29- مساحة المنطقة المحصورة بين بين محور x ومنحنى الدالة ($f(x)$) هي

a) $A3 + A4$ b) $A1 + A4$

c) $A2 + A3$ d) $A1 + A3$

30- قيمة $\int_{0}^{-2} f(x).dx$ هي

a) $A1 - A3$ b) $A1 + A3$

c) $A3 - A1$ d) $-A1 - A3$

السؤال الثاني: اوجد قيمة التكاملات الآتية:

1- $\int 3 + x(\sqrt{x}).dx$

2- $\int \frac{2x^3+5x^2-1}{x^2}.dx$

3- $\int_{0}^{1} 2x^n.dx \,, n > 0$

5- $\int_{0}^{1} x^n(1-x).dx \,, n > 0$

6- $\int_{0}^{1} x^n(1-x^2).dx \,, n > 0$

السؤال الثالث: اوجد قاعدة الاقتران (($f(x)$)) في الحالات الاتية:

1- اذا كان المستقيم $y = x + 2$ يمس منحنى الاقتران ($f(x)$) عند $x = 0$ وكان $f''(x) = 6x$.

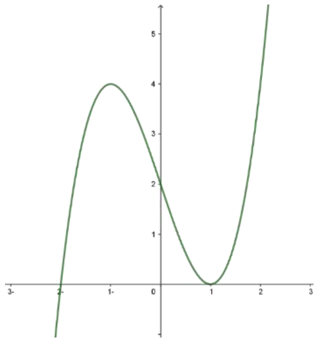
2- اذا كان منحنى الاقتران($f(x)$) يمر بالنقطتين $(-1,1)$، $(1,3)$ و $f''(x) = 12$.

3- اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عند أي نقطة هو $(x(2-3x))^{-1}$ وكان $f(2) = 5$.

4- اذا كان $f'(x) = ax - 3x^2$ والمستقيم $x + y = 4$ مماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عند النقطة $(1, f(1))$.

5- اذا كان منحنى الاقتران ($f(x)$) يمر بنقطة الأصل والنقطة $(1,2)$ و ميل المماس عند أي نقطة (x,y) هو $2\sqrt{a}$ ، حيث a ثابت و $a > 0$.

6- اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عند أي نقطة هو $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ و يمر بالنقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$.



7- اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقطة حرجة عند $(1,3)$ وكان $f``(x) = 2$.

8- اذا كان يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $((f(x))$ وكان $f`(x) = 3x^2 - 3$.

السؤال الرابع:

1- بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها ،فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة $v(t) = 3t^2 + 2t$ فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة .

2- قذفت كرة للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $64m/s$ من قمة برج ارتفاعه $80m$ ، اوجد اقصى ارتفاع من سطح الرض تصله الكرة اذا كان تسارعها $-32m/s^2$.

3- سقطت كرة من وضعية السكون عمودياً للأسفل من ارتفاع $5m$ على الأرض، اذا كان تسارعها $10m/s^2$ اوجد

a) سرعة الكرة بعد $3s$ من بدء الحركة .

b) المسافة المقطوعة بعد $2s$ من بدء الحركة .

c) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض .

4- اثبت ان $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} . dx = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c , n = -1$.

السؤال الخامس:

1- اوجد المساحة المحصورة بين محور x ومنحى الاقتران $(f(x))$ في الحالات الاتية:

a) $f(x) = x + 1$ و المستقيمين $x = 2, x = 4$.

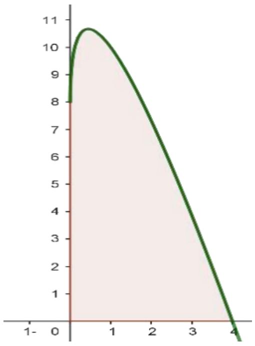
b) $f(x) = x^2 - 9$.

c) $f(x) = -\sqrt{x}$ ومحور y والمستقيم $x = 4$.

2- اوجد الحجم الناشئ عن دوران المساحة المحصورة بين محور x ومنحى الاقتران $(f(x))$ دورة كاملة حول محور x في الحالات الاتية:

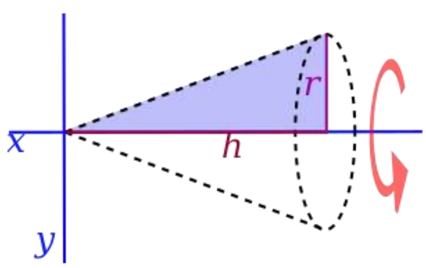
a) $f(x) = x + 1$ و المستقيمين $x = 2, x = 4$.

b) $f(x) = 4$ و محور y والمستقيم $x = 5$.



3- يمثل الشكل المجاور شكل سطح العلوي لجناح طائرة ممثلاً بالمعادلة $y = 8 + 8\sqrt{x} - 6x$ حيث : $0 \le x \le 4$ اوجد مساحة هذا السطح .

4- يمثل الشكل المجاور مخروط دائري قائم نصف قطره r وارتفاعه h باستخدام التكامل المحدود اثبت ان حجمه يساوي $v = \frac{\pi}{3} r^2 h$



منهاجي
متعة التعليم الهادف

مع تحيات لؤي مرعي

الإجابات

السؤال الأول

1-

$$f(x) = -x^{-6} + \sqrt[3]{x^2} + 2$$
$$\int f(x).dx = -\int x^{-6}.dx + \int x^{\frac{2}{3}}.dx + \int 2.dx$$
$$\therefore \int f(x).dx = -\left(\frac{x^{-6+1}}{-6+1}\right) + \left(\frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}}\right) + (2x) = -\left(\frac{x^{-5}}{-5}\right) + \left(3\frac{x^{\frac{5}{3}}}{5}\right) + (2x) = \frac{x^{-5}}{5} + \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{5} + 2x + c \qquad (d)$$

2–

$$\int f(x).dx = x^3 - 3x + 5$$
$$\therefore \frac{d}{dx}\int f(x).dx = \frac{d}{dx}(x^3 - 3x + 5) = f(x)$$
$$\therefore f(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f`(x) = 6x$$
$$\therefore f`(1) = 6 \times 1 = 6 \qquad (c)$$

3–

$$\int \frac{dx}{(4x-1)^2} = \int (4x-1)^{-2}.dx = \frac{(4x-1)^{-1}}{4 \times -1} = \frac{(4x-1)^{-1}}{-4} = -\frac{1}{4}(4x-1)^{-1} + c \qquad (c)$$

4–

$$\int \frac{(x^2-1)^2}{(x)^2}.dx = \int (\frac{x^2-1}{x})^2.dx = \int (\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x})^2.dx = \int (x - \frac{1}{x})^2.dx = \int (x - x^{-1})^2.dx$$
$$= \int (x^2 + x^{-2} - 2).dx = \int x^2.dx + \int x^{-2}.dx - \int 2.dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{-1}}{-1} - 2x = \frac{x^3}{3} - x^{-1} - 2x + c \qquad (d)$$

5–

$$\int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}.dx = \int \frac{1}{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}.dx = \int (3-2x)^{-\frac{1}{2}}.dx = \frac{(3-2x)^{-\frac{1}{2}+1}}{-2 \times \left(-\frac{1}{2}+1\right)} = \frac{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}{-2 \times \frac{1}{2}} = \frac{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}{-1}$$
$$= -(3-2x)^{\frac{1}{2}} + c \qquad (b)$$

6–

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx = \int \frac{x-1}{x^{\frac{3}{2}}}.dx = \int (x-1)(x^{-\frac{3}{2}}).dx = \int x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}.dx = \int x^{-\frac{1}{2}}.dx - \int x^{-\frac{3}{2}}.dx$$
$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = 2x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} + c \qquad (d)$$

7−

$$\int \frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}\,.dx = \int \frac{(x-1)(x^2+2x+1)}{(x-1)(x+1)}\,.dx = \int \frac{(x-1)(x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}\,.dx = \int x+1\,.dx$$

$$=\frac{x^2}{2}+x+c \qquad (a)$$

$$\int (f`(x)+x^2).dx = 2x^3+bx^2+2 \quad ,f(2)=6\ ,f`(1)=4 \quad ,(8,9,10)$$

8−

$$\int (f`(x)+x^2).dx = 2x^3+bx^2+2 \quad ,f(2)=6\ ,f`(1)=4$$

$$\therefore \int (f`(x)+x^2).dx = \int f`(x).dx + \int x^2.dx = f(x)+\frac{x^3}{3}+c$$

$$\therefore f(x)+\frac{x^3}{3}+c = 2x^3+bx^2+2 \Rightarrow f(x) = 2x^3+bx^2+2-\frac{x^3}{3}-c$$

$$\therefore f(x)=\tfrac{5}{3}x^3+bx^2+2-c \Rightarrow \therefore f(2)=\tfrac{5}{3}\times 8+4b+2-c=6 \Rightarrow \tfrac{40}{3}+4b-c=4$$

$$\therefore f`(x)=\frac{15x^2}{3}+2bx \Rightarrow f`(x)=5x^2+2bx \Rightarrow f`(1)=5+2b=4 \Rightarrow 2\text{b}=-1 \Rightarrow \text{b}=-\frac{1}{2} \qquad (a)$$

9−

$$\therefore f(x)=\tfrac{5}{3}x^3+bx^2+2-c \Rightarrow \therefore f(2)=\tfrac{5}{3}\times 8+4\times -\tfrac{1}{2}+2-c=6 \Rightarrow \tfrac{40}{3}-2+2-c=6$$

$$\Rightarrow \frac{40}{3}-c=6 \Rightarrow -c=6-\frac{40}{3} \Rightarrow -c=\frac{18-40}{3} \Rightarrow -c=\frac{-22}{3} \Rightarrow \ \therefore c=\frac{22}{3} \qquad (d)$$

10−

$$\therefore f(x)=\tfrac{5}{3}x^3-\tfrac{1}{2}x^2+2-\tfrac{22}{3} \Rightarrow \therefore f(x)=\tfrac{5}{3}x^3-\tfrac{1}{2}x^2+\tfrac{6-22}{3}$$

$$\therefore f(x)=\frac{5}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{16}{3} \Rightarrow \therefore f(-1)=-\frac{5}{3}-\frac{1}{2}-\frac{16}{3}=\frac{-10-3-32}{6}=\frac{-45}{6} \qquad (b)$$

11−

$$f`(x)=2x-1\,,(1,4)\in f(x)$$

$$\therefore f(x)=\int f`(x).dx=\int 2x-1\,.dx=\int 2x\,.dx-\int 1\,.dx=\frac{2x^2}{2}-x=x^2-x+c$$

$$\therefore f(1)=4 \Rightarrow 1-1+\text{c}=4 \Rightarrow \text{c}=4$$

$$\therefore f(x)=x^2-x+4 \qquad (a)$$

☒ بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من النقطة (B) مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية ($3\text{m}\backslash\text{s}$) ، فإذاكان تسارعه في أي لحظة يساوي ($t\ m^2\backslash s$) ، اجب عن الفقرتين (13،12)

12–

$$v(t) \rightarrow t = 4s$$

$$v(t) = \int a(t).dt = \int t.dt = \frac{t^2}{2} + c$$

$$v(t) = \frac{t^2}{2} + c \,, v(0) = 3m\backslash s \Rightarrow 3 = 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$v(t) = \frac{t^2}{2} + 3 \Rightarrow v(4) = \frac{4^2}{2} + 3 = 8 + 3 = 11m/s \qquad (b)$$

13–

$$s(t) \rightarrow t = 4s, v(t) = \frac{t^2}{2} + 3$$

$$s(t) = \int v(t).dt = \int \frac{t^2}{2} + 3.dt = \frac{t^3}{6} + 3t + c \,, s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + c = 0$$

$$s(t) = \frac{t^3}{6} + 3t \Rightarrow s(4) = \frac{4^3}{6} + 3 \times 4 = \frac{64}{6} + 12 = \frac{32}{3} + 12 = \frac{32 + 36}{3} = \frac{68}{3} \qquad (c)$$

14–

$v(t) = -10t + 40\frac{m}{s}$, $s(0) = 0m$, $v(t) = 0$ عند اقصى ارتفاع , $s = -45m$ عند سطح الارض

$$s(t) = \int v(t).dt = \int -10t + 40\,.dt = \frac{-10t^2}{2} + 40t = -5t^2 + 40t + c \quad , s(0) = 0m$$

$$\therefore 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\therefore s(t) = -5t^2 + 40t \Rightarrow -45 = -5t^2 + 40t \Rightarrow 0 = -5t^2 + 40t + 45 \Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (t + 1)(t - 9) = 0$$

$\therefore t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1s$ مرفوض $\quad or\ t - 9 = 0 \Rightarrow t = 9s \qquad$ (c)

15–

$$\int_{1+3a}^{2+5a} 4.dx = 4x\Big|_{1+3a}^{2+5a} = 4(2 + 5a) - 4(1 + 3a) = 8 + 20a - 4 - 12a = 4 - 8a$$

$$\int_{1+3a}^{2+5a} 4.dx = 36 \Rightarrow 4 - 8a = 36 \Rightarrow -8a = 32 \Rightarrow a = \frac{32}{-8} = -4 \qquad (d)$$

$$\int_{3}^{6} 2f(x).dx = 10 \quad (16،17)$$

16-

$$\int_{3}^{3} f(x).dx = 0 \qquad (a)$$

17–

$$\int_{3}^{6} 2f(x).dx = 10 \Rightarrow 2\int_{3}^{6} f(x).dx = 10 \Rightarrow \int_{3}^{6} f(x).dx = \frac{10}{2} = 5$$

$$\int_{6}^{3} f(x).dx = -\int_{3}^{6} f(x).dx = -5 \qquad (b)$$

$$\int_{1}^{5} f(x).dx = 7 \qquad (18،19)$$

18–

$$\int_{5}^{1} (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1).dx = 2\int_{5}^{1} f(x).dx - \int_{5}^{1} \frac{1}{2}x.dx + \int_{5}^{1} 1.dx = 2\int_{5}^{1} f(x).dx - \frac{x^2}{2\times 2}\Big|_5^1 + x\Big|_5^1$$

$$\int_{5}^{1} (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1).dx = 2(-\int_{1}^{5} f(x).dx) - \frac{x^2}{4}\Big|_5^1 + x\Big|_5^1 = 2(-7) - \left(\frac{1}{4} - \frac{25}{4}\right) + (1-5)$$

$$= -14 - \left(\frac{-24}{4}\right) - 4 = -14 + 6 - 4 = -12 \qquad (c)$$

19–

$$\int_{1}^{5} 2af(x).dx = 1 \Rightarrow 2a\int_{1}^{5} f(x).dx = 1 \Rightarrow \int_{1}^{5} f(x).dx = \frac{1}{2a} \Rightarrow 7 = \frac{1}{2a} \Rightarrow 14a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{14} \qquad (b)$$

20–

$$\int_{2}^{7} 3f(x).dx = 9 \Rightarrow 3\int_{2}^{7} f(x).dx = 9 \Rightarrow \int_{2}^{7} f(x).dx = 3$$

$$\int_{2}^{4} 5f(x).dx = 10 \Rightarrow 5\int_{2}^{4} f(x).dx = 10 \Rightarrow \int_{2}^{4} f(x).dx = 2$$

$$\therefore \int_4^7 2f(x).dx = 2(\int_4^7 f(x).dx) = 2(\int_4^2 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx)$$

$$\therefore \int_4^7 2f(x).dx = 2\left(-\int_2^4 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) = 2(-2+3) = 2(1) = 2 \quad (d)$$

21–

$$\int_2^3 f(x).dx = 6$$

$$\int_2^7 (4+f(x)).dx = 30 \Rightarrow \int_2^7 4.dx + \int_2^7 f(x).dx = 30 \Rightarrow 4x\Big|_2^7 + \int_2^7 f(x).dx = 30$$

$$\Rightarrow 4(7-2) + \int_2^7 f(x).dx = 30 \Rightarrow 20 + \int_2^7 f(x).dx = 30 \Rightarrow \int_2^7 f(x).dx = 30 - 20 = 10$$

$$\therefore \int_3^7 2f(x).dx = 2\left(\int_3^7 f(x).dx\right) = 2\left(\int_3^2 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) = 2\left(-\int_2^3 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right)$$

$$\therefore \int_3^7 2f(x).dx = 2(-6+10) = 2(4) = 8 \quad (a)$$

22–

$$\int_1^2 \sqrt{x^2-2x+1}\,.dx = \int_1^2 (x^2-2x+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{(x^2-2x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^2 = \frac{2(x^2-2x+1)^{\frac{3}{2}}}{3}\Bigg|_1^2$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{(x^2-2x+1)^3}\,\Big|_1^2 = \frac{2}{3}\left(\sqrt{(4-4+1)^3} - \sqrt{(1-2+1)^3}\right) = \frac{2}{3}(\sqrt{1} - \sqrt{0}) = \frac{2}{3}(1-0) = \frac{2}{3} \quad (b)$$

23–

$$f`(x) = 3x - 2 \Rightarrow \int 3x - 2.dx = \int 3x.dx - \int 2.dx = \frac{3x^2}{2} - 2x + c$$

$$f(3) - f(-1) = \left(\frac{3x^2}{2} - 2x + c\right)\Big|_{-1}^{3}) = \left(\frac{27}{2} - 6 + c\right) - \left(\frac{3}{2} + 2 + c\right) = \left(\frac{27-12}{2} + c\right) - \left(\frac{3+4}{2} + c\right)$$

$$\therefore f(3) - f(-1) = \left(\frac{25}{2} + c\right) - \left(\frac{7}{2} + c\right) = \frac{25}{2} + c - \frac{7}{2} - c = \frac{18}{2} = 9 \quad (a)$$

24–

$$\int_{2}^{3} f(x).dx + \int_{3}^{5} f(x).dx - \int_{8}^{5} f(x).dx = \int_{m}^{n} f(x).dx$$

$$\int_{2}^{3} f(x).dx + \int_{3}^{5} f(x).dx - (-\int_{5}^{8} f(x).dx) = \int_{2}^{5} f(x).dx + \int_{5}^{8} f(x).dx = \int_{2}^{8} f(x).dx = \int_{m}^{n} f(x).dx$$

$\therefore m = 2, n = 8 \Rightarrow 2m + 3n = (2 \times 2) + (3 \times 8) = 4 + 24 = 28 \quad (c)$

25–

$$\int_{-2}^{4} f(x).dx - \int_{0}^{4} 2f(x).dx = \int_{-2}^{4} f(x).dx - 2\int_{0}^{4} f(x).dx = \int_{-2}^{0} f(x).dx + \int_{0}^{4} f(x).dx - 2\int_{0}^{4} f(x).dx$$

$= -A1 + A2 - 2A2 = -A1 - A2 \quad (a)$

26–

$A = A1 + |A2| + A3 = A1 + A2 + A3 \quad (c)$

27–

$$A = |A1| + |A2| = -\int_{-4}^{0} f(x).dx - \int_{0}^{1} f(x).dx \qquad (d)$$

28–

$$\int_{0}^{1} f(x).dx = 0.33 = A1 \qquad , \int_{0}^{2} f(x).dx = -0.78 \Rightarrow A = |-0.78| = 0.78$$

$\therefore A2 = A - A1 = 0.78 - .33 = 0.45u^2 \quad (b)$

29–

$A = A3 + A4 \quad (a)$

30–

$$\int_{0}^{-2} f(x).dx = -\int_{-2}^{0} f(x).dx = -(A1 - A3) = A3 - A1 \qquad (c)$$

السؤال الثاني:

$$1 - \int 3 + x(\sqrt{x}).dx = \int 3 + x(x^{\frac{1}{2}}).dx = \int 3.dx + \int x^{\frac{3}{2}}.dx = 3x + \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} = 3x + \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + c$$

$$2 - \int \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2}.dx = \int \frac{2x^3}{x^2}.dx + \int \frac{5x^2}{x^2}.dx - \int \frac{1}{x^2}.dx = \int 2x.dx + \int 5.dx - \int x^{-2}.dx$$

$$\int \frac{2x^3+5x^2-1}{x^2}.dx = \frac{2x^2}{2}+5x+\frac{x^{-1}}{-1} = x^2+5x-x^{-1}+c$$

$$3-\int_0^1 2x^n.dx\,, n>0 = \frac{2x^{n+1}}{n+1}\Big|_0^1 = \frac{2\times 1^{n+1}}{n+1}-\frac{2\times 0^{n+1}}{n+1} = \frac{2\times 1}{n+1}-\frac{2\times 0}{n+1} = \frac{2}{n+1}-0 = \frac{2}{n+1}$$

$$4-\int_0^1 x^n(1-x).dx\,, n>0 = \int_0^1 x^n-x^{n+1}.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}-\frac{x^{n+2}}{n+2}\Big|_0^1$$
$$=\left(\frac{1^{n+1}}{n+1}-\frac{1^{n+2}}{n+2}\right)-\left(\frac{0^{n+1}}{n+1}-\frac{0^{n+2}}{n+2}\right)=\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)-0=\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$5-\int_0^1 x^n(1-x^2).dx\,, n>0 = \int_0^1 x^n-x^{n+2}.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}-\frac{x^{n+3}}{n+3}\Big|_0^1$$

$$=\left(\frac{1^{n+1}}{n+1}-\frac{1^{n+3}}{n+3}\right)-\left(\frac{0^{n+1}}{n+1}-\frac{0^{n+3}}{n+3}\right)=\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right)-0=\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right)$$

السؤال الثالث:

1- اذا كان المستقيم $y = x+2$ يمس منحنى الاقتران $(f(x))$ عند $x=0$ وكان $f''(x)=6x$.

نقطة التماس هي $(0,2)$ $\quad y=x+2 \Rightarrow y=0+2=2$

وميل المستقيم عند نقطة التماس نفس ميل منحنى الاقتران عند نقطة التماس ويساوي المشتقة الأولى للاقتران

$$f'(x)=m=y'=1$$

$$\therefore f'(x)=\int f''(x).dx=\int 6x.dx==\frac{6x^2}{2}=3x^2+c \Rightarrow f'(0)=1 \Rightarrow 0+c=1 \Rightarrow c=1$$
$$\Rightarrow \therefore f'(x)=\int 3x^2+1$$
$$\therefore f(x)=\int f'(x).dx=\int 3x^2+1\,.dx=\frac{3x^3}{3}+x=x^3+x+c$$

نقطة التماس$(0,2)$ تقع على منحنى الاقتران وتحقق معادلته

$$\therefore f(0)=2 \Rightarrow 0+0+c=2 \Rightarrow c=2 \Rightarrow \therefore f(x)=x^3+x+2$$

2- اذا كان منحنى الاقتران$(f(x))$ يمر بالنقطتين $(-1,1)$، $(1,3)$ و $f''(x)=12$.

$$\therefore f'(x)=\int f''(x).dx=\int 12\,.dx=12x+c1$$
$$\therefore f(x)=\int f'(x).dx=\int 12x+c1\,.dx=\frac{12x^2}{2}+c1x+c2=6x^2+c1x+c2$$
$$f(1)=3\,, f(-1)=1$$
$$\therefore 6+c1+c2=3 \Rightarrow [c1+c2=-3\ (1)]\ \ , 6-c1+c2=1 \Rightarrow [-c1+c2=-5\ \ (2)]$$

بجمع المعادلتين (1) و(2)

$2c2=-8 \Rightarrow c2=-4 , \therefore\ c1+c2=-3 \Rightarrow c1=-3-c2=-3-(-4)=-3+4=1$

$\therefore f(x)=6x^2+x-4$

3- اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $(x(2-3x))^{-1}$ وكان $f(2)=5$.

حاصل ضرب ميل المملس والعمودي على الماس =(-1)

$$m\mathcal{T}\times m\perp\mathcal{T}=-1 \Rightarrow m\mathcal{T}=\frac{-1}{m\perp\mathcal{T}}=\frac{-1}{(x(2-3x))^{-1}}=-1(x(2-3x))^{1}=-1\left(x(2-3x)\right)$$

$\therefore m\mathcal{T}=-1(2x-3x^2)=-2x+3x^2=3x^2-2x=f`(x)$

$\therefore f(x)=\int f`(x)\,.dx=\int 3x^2-2x\,.dx=\frac{3x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}=x^3-x^2+c$

$\therefore f(2)=5 \Rightarrow 8-4+c=5 \Rightarrow 4+c=5 \Rightarrow c=5-4=1 \Rightarrow c=1$

$\therefore f(x)=x^3-x^2+1$

4- اذا كان $f`(x)=ax-3x^2$ والمستقيم $x+y=4$ مماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند النقطة $(1,f(1))$.

$\because$المستقيم $x+y=4$ مماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند النقطة التماس $(1,f(1))$

$\therefore$ ميل المستقيم $x+y=4$ نفس ميل منحنى الاقتران عند نقطة التماس ويساوي المشتقة الأولى للاقتران

عند نقطة التماس$(1,f(1))$ $\quad x+y=4 \Rightarrow y=4-x \Rightarrow 4-1=3 \Rightarrow f(1)=3$

$y=4-x \Rightarrow y`=-1 \Rightarrow \therefore f`(x)=-1 \Rightarrow f`(x)=ax-3x^2=-1$

$\therefore f`(1)=-1 \Rightarrow a-3=-1 \Rightarrow a=2 \Rightarrow f`(x)=2x-3x^2$

$f(x)=\int f`(x).dx=\int 2x-3x^2\,.dx=\frac{2x^2}{2}-\frac{3x^3}{3}+c=x^2-x^3+c$

$\therefore f(1)=3 \Rightarrow 1-1+c=3 \Rightarrow c=3 \Rightarrow \therefore f(x)=x^2-x^3+3$

5- اذا كان منحنى الاقتران $(f(x))$ يمر بنقطة الأصل والنقطة $(1,2)$ و ميل المماس عند أي نقطة (x,y) هو $2\sqrt{a}$

، حيث a ثابت و $a>0$.

$f`(x)=2\sqrt{a} \Rightarrow f(x)=\int f`(x)\,.\mathrm{d}x \Rightarrow \int 2\sqrt{a}\,.\mathrm{d}x \Rightarrow 2\sqrt{a}x+\mathrm{c}$

$f(0)=0\,,f(1)=2$

$f(0)=0 \Rightarrow 0+c=0 \Rightarrow c=0 \Rightarrow f(x)=2\sqrt{a}x$

$f(1)=2 \Rightarrow f(1)=2\sqrt{a}=2 \Rightarrow \sqrt{a}=1 \Rightarrow a=1$

$\therefore f(x)=2x$

6- اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ و يمر بالنقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$.

$\therefore f`(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=x^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}=x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}$

$$f(x)=\int f`(x)\,.dx=\int x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}.dx=\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}=\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}+\frac{2x^{\frac{1}{2}}}{1}=\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}+2x^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+2\sqrt{x}+c$$

$$f(1)=\frac{2}{3}\ \Rightarrow \frac{2}{3}\sqrt{1^3}+2\sqrt{1}+c=\frac{2}{3}+2+c=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2+6}{3}+c=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{8}{3}+c=\frac{2}{3} \Rightarrow c=\frac{2}{3}-\frac{8}{3}=\frac{-6}{3}$$

$$\therefore c=-2 \Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+2\sqrt{x}-2$$

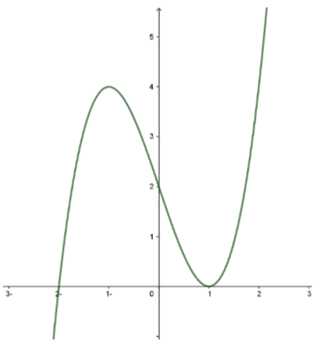
7- اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقطة حرجة عند $(1,3)$ وكان $f``(x)=2$.

$\because$ النقطة $(1,3)$ نقطة حرجة لمنحنى الاقتران فإن $f`(1)=0\ ,\ f(1)=3$

$$f`(x)=\int f``(x).dx=\int 2.dx=2x+c \Rightarrow f`(1)=0 \Rightarrow \therefore 2+c=0 \Rightarrow c=-2 \Rightarrow \ \therefore f`(x)=2x-2$$

$$f(x)=\int f`(x).dx=\int 2x-2.dx=\frac{2x^2}{2}-2x+c=x^2-2x+c \Rightarrow f(1)=3 \Rightarrow \therefore 1-2+c=3 \Rightarrow$$
$$-1+c=3 \Rightarrow c=4 \Rightarrow \therefore f(x)=x^2-2x+4$$

8- اذا كان يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $(f(x))$ وكان $f`(x)=3x^2-3$.



$$f(x)=\int f`(x).dx=\int 3x^2-3.dx=\frac{3x^3}{3}-3x=x^3-3x+c$$

من المنحنى النقطة $(1,0)$ تحقق معادلة الاقتران

$$f(1)=0 \Rightarrow 1-3+c=0 \Rightarrow -2+c=0 \Rightarrow \therefore c=2$$
$$\therefore f(x)=x^3-3x+2$$

السؤال الرابع:

1- بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها ،فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة $v(t)=3t^2+2t$ فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة .

$$s(t)=\int v(t).dt=\int 3t^2+2t.dt=\frac{3t^3}{3}+\frac{2t^2}{2}=t^3+t^2+c$$
$$\therefore s(t)=t^3+t^2+c \Rightarrow s(0)=0 \Rightarrow 0+0+c=0 \Rightarrow \ \therefore c=0$$
$$\therefore s(t)=t^3+t^2 \Rightarrow s(2)=8+4=12m$$

2- قذفت كرة للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $64m/s$ من قمة برج ارتفاعه $80m$ ، اوجد اقصى ارتفاع من سطح الرض تصله الكرة اذا كان تسارعها $-32m/s^2$.

$$v(t)=\int a(t).dt=\int -32.dt=-32t+c$$
$$v(0)=64 \Rightarrow -32(0)+c=64 \Rightarrow \therefore c=64$$
$$\therefore v(t)=-32t+64 \Rightarrow$$

عند اقصى ارتفاع $v(t)=0$

$$\therefore v(t)=-32t+64 \Rightarrow v(t)=0 \Rightarrow -32t+64=0 \Rightarrow -32t=-64 \Rightarrow t=2s$$
$$s(t)=\int v(t).dt=\int -32t+64.dt=\frac{-32t^2}{2}+64t=-16t^2+64t+c$$
$$\therefore \ s(0)=80 \Rightarrow 0+0+c=80 \Rightarrow \ \therefore c=80$$
$$\therefore s(t)=-16t^2+64t+80 \Rightarrow s(2)=-16(4)+64(2)+80=-64+128+80=144m$$

3– سقطت كرة من وضعية السكون عمودياَ للأسفل من ارتفاع $5m$ على الأرض، اذا كان تسارعها $10m/s^2$ اوجد

a) سرعة الكرة بعد $3s$ من بدء الحركة .

سرعة الكرة لحظة السقوط هي $(0m/s)$ و المسافة المقطوعة لحظة السقوط هي$(0m)$لأنها سقطت من وضعية السكون

$$v(t) = \int a(t)\,.\,\mathrm{d}t = \int 10.\,\mathrm{d}t = 10t + \mathrm{c}$$

$$v(t) = 0 \Rightarrow v(0) = 0 \Rightarrow 10(0) + \mathrm{c} = 0 \Rightarrow \therefore \mathrm{c} = 0$$

$$\therefore v(t) = 10t \Rightarrow v(3) = 10 \times 3 = 30m\backslash s$$

b) المسافة المقطوعة بعد $2s$ من بدء الحركة .

$$s(t) = \int v(t)\,.\,dt = \int 10t\,.\,dt = \frac{10t^2}{2} = 5t^2 + c$$

$$\therefore\ s(0) = 0 \Rightarrow 0 + c = 0 \Rightarrow\ \therefore c = 0$$

$$\therefore s(t) = 5t^2 \Rightarrow s(2) = 5(4) = 20m$$

c) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض .

نجد زمن السقوط من ارتفاع $(5m)$ للوصول للارض

$$\therefore s(t) = 5t^2 \Rightarrow 5 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow t = 1s$$

$$\therefore v(t) = 10t \Rightarrow v(1) = 10 \times 1 = 10m\backslash s$$

4– اثبت ان $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}.dx = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c\,, n = -1$.

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}.dx = \int \frac{1}{(ax+b)^{\frac{1}{2}}}.dx = \int (ax+b)^{-\frac{1}{2}}.dx = \frac{(ax+b)^{-\frac{1}{2}+1}}{a(-\frac{1}{2}+1)} = \frac{(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{(\frac{1}{2})a} = \frac{2(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{a}$$

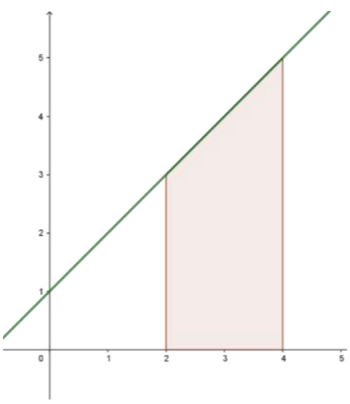
$$\therefore \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}.dx = \frac{2(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{a} = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الخامس:

1– اوجد المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران $(f(x))$ في الحالات الاتية:

a) $f(x) = x + 1$ و المستقيمين $x = 2, x = 4$.



لحل المسائل من هذا ينصح بالرسم

ولرسم الاقتران الخطي نجد نقاط التقاطع المنحنى مع المحور x والمحور y

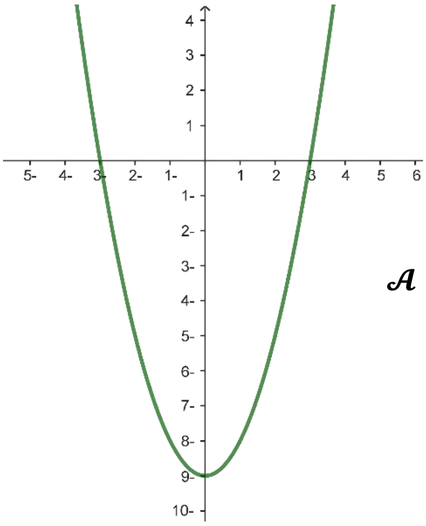
$$if\ x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \quad (0,1)$$

$$if\ y = 0 \Rightarrow 0 = x + 1 = 1 \Rightarrow x = -1 \quad (-1,0)$$

لمعرفة حدود المساحة على محور x $\quad f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1\,, -1 \notin [2,4]$$

$$\mathcal{A} = \int_2^4 f(x).\,dx = \int_2^4 x + 1.\,dx = \frac{x^2}{2} + x\Big|_2^4 = \left(\frac{16}{2} + 4\right) - \left(\frac{4}{2} + 2\right) = (8 + 4) - (2 + 2) = 12 - 4 = 8u^2$$



b) $f(x) = x^2 - 9$.

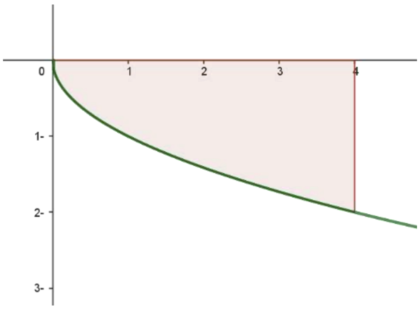
ولرسم الاقتران التربيعي نرسم الاقتران الأساسي $f(x) = x^2$ مع انسحاب للأسفل بمقدار 9 وحدات

لمعرفة حدود المساحة على محور x $\quad f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \,, \Rightarrow x = \pm 3 \quad , [-3.3]$$

$$\mathcal{A} = \int_{-3}^{3} f(x).dx = \int_{-3}^{3} x^2 - 9.dx = \frac{x^3}{3} + 9x \Big|_{-3}^{3} = \left(\frac{27}{3} + 27\right) - \left(\frac{-27}{3} - 27\right)$$

$$= (9 + 27) - (-9 - 27) = 36 - (-36) = 36 + 36 = 72u^2$$



c) $f(x) = -\sqrt{x}$ ومحور y والمستقيم $x = 4$.

ولرسم الاقتران الجذري نرسم الاقتران الأساسي $f(x) = \sqrt{x}$ مع انعكاس حول محور x

لمعرفة حدود المساحة على محور x $\quad f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow -\sqrt{x} = 0 \Rightarrow -x = 0 \,, \Rightarrow x = 0 \quad , [0.4]$$

$$\mathcal{A} = \int_{0}^{4} f(x).dx = \int_{0}^{4} -\sqrt{x}.dx = \int_{0}^{4} -x^{\frac{1}{2}}.dx = -\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = -\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\Bigg|_{0}^{4} = -\frac{2\sqrt{x^3}}{3}\Bigg|_{0}^{4} = \left(-\frac{2\sqrt{4^3}}{3}\right) - \left(-\frac{2\sqrt{0^3}}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{2\sqrt{64}}{3}\right) - \left(-\frac{2\sqrt{0}}{3}\right) == \left(-\frac{2 \times 8}{3}\right) - \left(-\frac{2 \times 0}{3}\right) = \frac{-16}{3} - \frac{-0}{3} = \frac{-16}{3} - 0 = \frac{-16}{3} = \left|\frac{-16}{3}\right| = \frac{16}{3}u^2$$

2- اوجد الحجم الناشئ عن دوران المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران $(f(x))$ دورة كاملة حول محور x في الحالات الاتية:

a) $f(x) = x + 1$ و المستقيمين $x = 2, x = 4$.

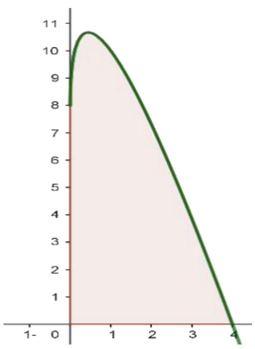
$$\mathcal{V} = \int_a^b \pi(f(x))^2.dx = \int_2^4 \pi(x+1)^2.dx = \frac{\pi(x+1)^3}{3}\Big|_2^4 = \frac{\pi}{3}\left((4+1)^3 - (2+1)^3\right)$$

$$= \frac{\pi}{3}(125 - 27) = \frac{98\pi}{3}u^3$$

b) $f(x) = 4$ و محور y والمستقيم $x = 5$. محور y يعني $x = 0$

$$\mathcal{V} = \int_{a}^{b} \pi(f(x))^2.dx = \int_{0}^{5} \pi(4)^2.dx = \int_{0}^{5} \pi 16.dx = \pi 16x \Big|_{0}^{5} = 16\pi(5 - 0) = 80\pi u^3$$

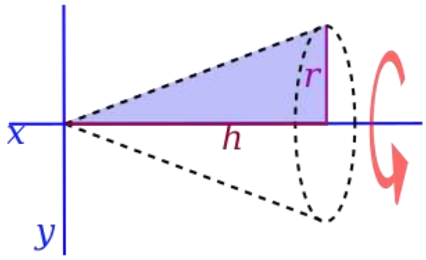
3- يمثل الشكل المجاور شكل سطح العلوي لجناح طائرة ممثلاً بالمعادلة $y = 8 + 8\sqrt{x} - 6x$ حيث : $0 \le x \le 4$ اوجد مساحة هذا السطح .



$$\mathcal{A} = \int_{0}^{4} f(x).dx = \int_{0}^{4} 8 + 8\sqrt{x} - 6x.dx = \int_{0}^{4} 8 + 8x^{\frac{1}{2}} - 6x.dx$$

$$= 8x + \frac{8x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 6x^2\Bigg|_{0}^{4} = 8x + \frac{16x^{\frac{3}{2}}}{3} - 6x^2\Bigg|_{0}^{4} = \left(32 + \frac{16 \times 8}{3} - 6 \times 16\right) - 0$$

$$= 32 + \frac{128}{3} - 96 = -64 + \frac{128}{3} = \frac{-192 + 128}{3} = \frac{-64}{3} = \left|\frac{-64}{3}\right| = \frac{64}{3} u^2$$



4- يمثل الشكل المجاور مخروط دائري قائم نصف قطره r وارتفاعه h

باستخدام التكامل المحدود اثبت ان حجمه يساوي $v = \frac{\pi}{3} r^2 h$

حدود التكامل في الفترة $[0. h]$

معادلة المستقيم الذي يمثله الوتر المار بالنقطتين $(0,0)$ و $(h. r)$هو

$$y - y1 = m(x - x1) \Rightarrow y - r = \frac{r}{h}(x - h) \Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - \frac{rh}{h} \Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - r$$
$$\Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - r \Rightarrow y = \frac{rx}{h} - r + r \Rightarrow y = \frac{rx}{h}$$

$$V = \int_a^b \pi (y)^2 . dx = \int_0^h \pi (\frac{rx}{h})^2 . dx = \int_0^h \pi \frac{r^2 x^2}{h^2} . dx = \pi \frac{r^2 x^3}{3h^2} \Big|_0^h$$
$$= \pi \frac{r^2}{3h^2}(h^3 - 0) = \pi \frac{r^2}{3h^2}(h^3) = \pi \frac{r^2 h}{3} u^3$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف