الحسام في الرياضيات

تأسيس رياضيات

ج1

توجيهي - علمي

أ. حسام الكوفحي

إعداد / أ. حسام الكوفحي

قاعدة التجميع الجبرية

١ عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب

٢ عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب

٣ عدد موجب + عدد سالب

٤ عدد سالب + عدد موجب

تذكر : في الحالتين 3 ، 4 نجد الفرق بين العددين ونضع إشارة الأكبر للناتج

سؤال : جد ناتج ما يلي :

- $15 + {}^{-}12 =$
- $15 - 12 =$
- $-15 + 12 =$
- $-15 - -12 =$
- $-15 - {}^{-}12 =$
- $-15 + {}^{-}12 =$

قاعدة الضرب الجبرية

١ عدد موجب × عدد موجب = عدد موجب

٢ عدد سالب × عدد سالب = عدد موجب

٣ عدد موجب × عدد سالب = عدد سالب

٤ عدد سالب × عدد موجب = عدد سالب

سؤال : جد ناتج ما يلي :

- $\frac{0}{120} =$
- $\frac{19}{0} =$
- $2^{-3} =$
- $(\frac{2}{3})^{-2}$
- $1 - 30\%$
- $2 - 0.05$

- $(-10)(-6) =$
- $-10 * -6 =$
- $(-10)(-6) + 5 =$
- $\sqrt{64} * 4 =$
- $\sqrt{64} + 4 =$
- $\sqrt{10} * \sqrt{10} =$
- $X^{0} =$

الأعداد النسبية

العدد النسبي: عدد يمكن التعبير عنه كنسبة بين عددين صحيحين (a) و (b) مكتوب على صورة كسر بسط ومقام $(\frac{a}{b})$، حيث b= 0 .

يمكن أن يكون العدد النسبي
- كسر فعلي
- كسر غير فعلي
- كسر عشري
- عدد كسري أو عشري

أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة :

11 $-4\frac{3}{5}-(-2\frac{1}{3})$ _____

12 $4\frac{2}{5}-(-5\frac{1}{4})$ _____

13 $1\frac{1}{8}+2\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$ _____

14 $2\frac{1}{4}-\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$ _____

أجد ناتج الضرب بأبسط صورة :

1 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{10}$

2 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}$

3 $\frac{-2}{5}\times\frac{4}{9}$

4 $\frac{3}{9}\times\frac{-4}{10}$

5 $\left(\frac{-2}{6}\right)\times\left(\frac{-7}{12}\right)$

6 $\left(\frac{-6}{8}\right)\times\left(\frac{-4}{10}\right)$

7 $2\frac{1}{3}\times3\frac{2}{5}$

8 $5\frac{1}{2}\times6\frac{3}{7}$

9 $6\times4\frac{2}{10}$

10 $7\frac{1}{3}\times6$

11 $\left(-2\frac{1}{2}\right)\times\left(-6\frac{1}{2}\right)$

12 $\left(-1\frac{2}{3}\right)\times\left(3\frac{1}{3}\right)$

أبسط كلا مما يأتي :

1. $(9b + 2b^2 - 4) + (5b^2 - 6b)$ _____
2. $(2n^2 + 8n) - (6n - 3n^2 - 1)$ _____
3. $(3x^3 - 6y + 4) - (2y + 8x^3)$ _____
4. $(2c^3 + 5d) + (3d - 5c^3 + 9)$ _____

أجد ناتج الضرب ثم أجد القيمة العددية لكل مقدار مما يأتي عند القيم المعطاة :

5. $(x^2 + 4)(2y - x)$, $x = 1, y = 3$ _____
6. $(y^2 - 4)(x + 2y)$, $x = 5$, $y = -1$ _____
7. $(3x + 2y)^2$, $x = 1$, $y = -3$ _____
8. $(2x - y)^2$, $x = -3$, $y = 2$ _____

أحل كلا من المعادلات التالية وأتحقق من صحة الحل :

1. $\frac{2}{5}(x - 1) = 15$ ، $x =$ _____
2. $7(1 + 3m) = 49$ ، $m =$ _____
3. $5(3w - 4) = 40$ ، $w =$ _____
4. $5(2k + 7) = 13k + 2$ ، $k =$ _____
5. $3(4v - 3v) = -6(v + 10)$ ، $v =$ _____
6. $14(b - 3) + 12 = 8(2b - 1)$ ، $b =$ _____

منهاجي
متعة التعليم الهادف

التحليل

التحليل : هو تبسيط المقادير إلى عواملها الأولية

1) $6 = 2 * 3$ 2) $12 = 4 * 3 = 2 * 2 * 3$ 3) $X^2 = X * X$ 4) $A^2 = A * A$

طرق التحليل :

- **العامل المشترك :**

مثال : حلل كل من المقادير التالية :

1) $X^2 - 5X$ = **2)** $2X - 6$ **3)** $2X^2 - 8$

4) $3X^3 - 12X$ **5)** $2X^3 - 54$ **6)** $2X^4 - 32$

7) $X^3 + 4X^2 + 3X$ **8)** $X^2 + 8X + X$ **9)** $X^3 - 2X^2 - 15X$

- **فرق + مجموع (مربعين)**

$X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$ $X^2 + Y^2$ = لاتحلل	**EX :** $X^2 - 9$ Sol : $(X - 3)(X + 3)$

تدريب : حلل كل من المقادير التالية إن أمكن ذلك :

1) $X^2 - 1 =$ **2)** $25 - X^2 =$ **3)** $16X^2 - 81 =$

4) $(X + 1)^2 - 9 =$ **5)** $(3X + 1)^2 - 25 =$ **6)** $(2X + 1)^2 - 36 =$

7) $4 - (X + 1)^2 =$ **8)** $(3X + 1)^2 - (X+2)^2 =$ **9)** $X^2 + 1 =$

10) $9X^2 + 16 =$ **11)** $(X + 1)^2 + 25 =$ **12)** $X - 4 =$

13) $-X^2 + 1 =$ **14)** $-X^2 - 16 =$ **15)** $10 - X^2 + 6$

أ. حسام الكوفحي

- **فرق + مجموع (مكعبين)**

$X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$ $X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$	**EX : X3 – 27** Sol. : $X^3 - 3^3$ $=(X - 3)(X^2 + 3X + 9)$

تدريب : حلل كل من المقادير التالية :

2) $X^3 - 8 =$ 2) $27 - X^3 =$ 3) $X^3 + 1 =$

4) $X^3 - 125 =$ 5) $8X^3 - 27 =$ 6) $125X^3 + 1 =$

7) $1/8 + X^3 =$ 8) $27X^3 - 8 =$ 9) $(X+1)^3 - 8 =$

10) $(2X + 1)^3 + 27 =$ 11) $(3X + 2)^3 - 125 =$ 12) $(2X + 1)^3 - (X + 2)^3 =$

13) $-X^3 - 27 =$ 14) $-X^3 + 8 =$ 15) $4 + X^3 + 60$

- **فك الأقواس**

1) $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$	2) $(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$
3) $(X - Y)^3 = X^3 - 3X^2Y + 3XY^2 - Y^3$	4) $(X + Y)^3 = X^3 + 3X^2Y + 3XY^2 + Y^3$

تدريب : فك الأقواس التالية :

1) $(X + 3)^2 =$ 2) $(X - 2)^2 =$ 3) $(2X + 1)^2 =$

4) $(5X - 2)^2 =$ 5) $(X + 2)^3 =$ 6) $(2X + 1)^3 =$

أ. حسام الكوفحي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

- **العبارة التربيعية :**

الصورة العامة لها : $(aX^2 + bX + c)$

✓ يمكن استخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية وإيجاد اصفار الاقتران

مراجعةٌ	أختبرُ معلوماتي
أَحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ: $x^2 + 4x - 12 = 0$. لحَلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ: $a = 1, b = 4, c = -12$ القانونُ العامُّ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ بالتعويضِ والتبسيطِ $= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$ $x = \frac{-4 + 8}{2}$ ، $x = \frac{-4 - 8}{2}$ إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $x = 2, x = -6$	أُحدِّدُ عددَ حلولِ كلٍّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ: 1 $x^2 + 6x - 7 = 0$ 2 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 3 $x^2 - 2x + 7 = 0$ أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ: 4 $x^2 + x - 6 = 0$ 5 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 6 $x^2 + 2x - 5 = 0$

ويمكن بالتجريب من خلال ايجاد عددين حاصل ضربها c وجمعهم b .

(إذا كان معامل c موجب فإن اشارة العددين متشابهة واذا كان سالب فإن اشارة العددين مختلفة).

مثال : حلل كل من التالية :

عندما a=1

1) $X^2 - 5X + 6 =$ **2) $X^2 + 4X + 4$** **3) $X^2 - X - 6$**

4) $X^2 - 3X - 4$ **5) $X^2 + 12X + 20$** **6) $X^2 + 6X + 8$**

7) $X^2 + 9X + 18$ **8) $X^2 + 8X + 16$** **9) $X^2 - 2X - 15$**

عندما a≠1

1) $2X^2 - 3X - 5 =$ **2) $3X^2 + 5X + 2$** **3) $3X^2 + X - 14$**

4) $2X^2 - 5X - 3$ **5) $5X^2 - X - 6$** **6) $2X^2 - X - 3$**

منهاجي
متعة التعليم الهادف

- **القسمة التركيبية**

تستخدم عندما لا يمكن تحليلها بالطرق السابقة

أمثلة :

$X^5 - 1$, $X^7 - 1$, $3X^3 + X^2 - X - 3$, $2X^5 + 4X^2 - 4$

مثال : استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج ما يلي :

$$(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$$

الحل:

4	2	-13	26	-24
	↓	8	-20	24
	2	-5	6	0

ناتج القسمة هو $2x^2 - 5x + 6$ والباقي 0.

تدريب : حلل كل من التالية :

1) $X^3 + 4X^2 + X - 6 =$ **2)** $X^3 + X^2 - 4X - 4$

3) $X^3 + 4X^2 + 5X + 2$ **4)** $X^5 - 1$

- **التحليل النوني :**

$$X^n - Y^n = (X - Y)(X^{n-1}Y^0 + X^{n-2}Y^1 + X^{n-3}Y^2 + \dots + X^0Y^{n-1})$$

تدريب : حلل كل من المقادير التالية :

2) $X^5 - Y^5 =$ **2)** $X^7 - Y^7$ **3)** $X^5 - 32$

4) $X^7 - 1 =$ **5)** $X^8 - 1$ **6)** $16X^4 - 81$

تعميم : $X^n - 1 = (X - 1)(X^{n-1} + X^{n-2} + X^{n-3} + \dots + 1)$

تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $-3(2x-2y-4)$
2. $(4a+b)+2(a-3b)$
3. $5x^2(2x-5)$
4. $(x-3)^2+11x$

التعبيرُ عنْ مُتغيِّرٍ بدلالةِ الآخرِ.

أَجِدُ قيمةَ x بدلالةِ y في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $y=4x-7$
2. $y=3-5x$
3. $y=x^2-5$
4. $y=\dfrac{1}{2x-1}$

حَلُّ المعادلاتِ الخطّيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الخطّيةِ الآتيةِ:

1. $5x+5=4-7x$
2. $2(1-2x)=8x-3$
3. $3(4x-2)=8(x+6)$

إيجادُ ناتجِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $8x(3x-2)$
2. $(x-6)(x+4)$
3. $(x-7)(x+7)$

مراجعةٌ

أَحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ: $x^2+4x-12=0$.

لحَلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ:

$a=1, b=4, c=-12$

القانونُ العامُّ: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

بالتعويضِ والتبسيطِ: $=\dfrac{-4\pm\sqrt{64}}{2}$

$x=\dfrac{-4-8}{2}, \quad x=\dfrac{-4+8}{2}$

إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $x=-6, x=2$

أختبرُ معلوماتي

أُحدِّدُ عددَ حلولِ كلٍّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $x^2+6x-7=0$
2. $x^2-4x+4=0$
3. $x^2-2x+7=0$

أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

4. $x^2+x-6=0$
5. $x^2+4x-1=0$
6. $x^2+2x-5=0$

أحل كلا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام الحذف او التعويض ؟

1. $5x + 2y = 4$
   $4x - y = 11$

2. $3x + 5y = 15$
   $x + 3y = 7$

✓ أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

1. $16^{\frac{1}{4}}$
2. $36^{\frac{3}{2}}$
3. $32^{-\frac{3}{5}}$
4. $(81)^{\frac{1}{4}}$
5. $(-27)^{\frac{2}{3}}$
6. $(-64)^{\frac{2}{3}}$
7. $1^{-\frac{4}{9}}$
8. $25^{-\frac{3}{2}}$

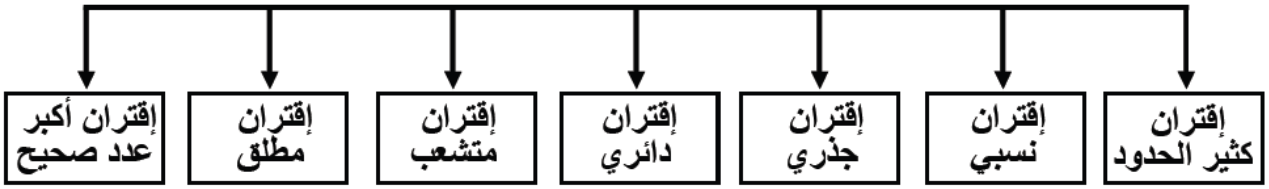
✓ أحل كلا من المعادلات الآتية :

1. $64 = (16)^{5x+7}$
2. $49 = (343)^{7x+1}$
3. $16^{2x+3} = 4^{x+1}$

الاقترانات

الاقتران : هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بصورة واحدة فقط في المدى

هنالك 7 أنواع من الاقترانات :



الفترات :

الفترة المحدودة : (الفترة المفتوحة ، الفترة نصف المفتوحة ، الفترة نصف المغلقة ، الفترة المغلقة)

الفترة المفتوحة : أطرافها خارج المجال (الفترة)

(a ، b) تدل على جميع الأعداد المحصورة بين a و b

حيث أن : a ← خارج الفترة وهو بدايتها (الأصغر)

b ← خارج الفترة وهو نهايتها (الأكبر)

سؤال : مثل باقي الفترات الممكنة ؟

مثال : لنفترض لدينا مجموعة تحتوي على الاعداد من 2 إلى 3 ماهي حالات الفترات الممكنة :

$2 < X < 3$	$2 < X \leq 3$	$2 \leq X < 3$	$2 \leq X \leq 3$
$(2 , 3)$	$(2 , 3]$	$[2 , 3)$	$[2 , 3]$
فترة المفتوحة	الفترة نصف مفتوحة	الفترة نصف مغلقة	الفترة المغلقة

الفترات الغير محدودة :

تدريب : اعط مثال على الفترات الغير محدودة ؟

سوف نتعرف على هذه الاقترانات بشكل سريع ثم نفصل خصائصهم داخل المادة :

- اقتران كثير الحدود :

$$F(X) = aX^n + bX^{n-1} + cX^{n-2} + \ldots + d$$

أ. حسام الكوفحي

شروط : 1) القوة : أعداد طبيعية 2) المعاملات : أي عدد حقيقي 3) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

تدريب : أي من التالية إقتران كثير حدود

1) $f(X) = 5X^3 + 3X^2 + 2X + 1$ ( ) 2) $f(X) = 5X^2 + 3$ ( )

3) $f(X) = \sqrt{3X^2 + 2X + 1}$ ( ) 4) $f(X) = |3X^2 + 2X + 5|$ ( )

5) $f(X) = [2X + 1]$ ( ) 6) $f(X) = 2X^{-3} + 5X^2 + 1$ ( )

7) $f(X) = 2X^{1/2} + X^2 + 1$ ( ) 7) $f(X) = 5$ ( )

أ. حسام الكوفحي

- **أنواع كثير الحدود :**

1) الاقتران الثابت : $f(X) = A$

2) الاقتران الخطي : $f(X) = AX + B$

1) الاقتران التربيعي : $f(X) = aX^2 + bX + c$

2) الاقتران التكعيبي : $f(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

➢ الاقتران النسبي :

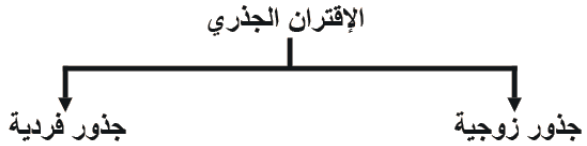
التعريف $F(X) = \frac{L(X)}{H(X)}$ مجاله : $R - \{\ \}$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

2) $f(X) = \frac{X+3}{X^2-2X}$ 2) $f(X) = \frac{X+2}{(2X+1)^2-9}$ 3) $f(X) = \frac{X}{X^3-3X^2+2X}$

4) $(5X - 2)^2 =$ 5) $(X + 2)^3 =$ 6) $(2X + 1)^3 =$

الاقتران الجذري :



1- الجذر الزوجي : $\sqrt{\quad}$ $\sqrt[4]{\quad}$) = f(X) مجاله : جميع قيم X التي تجعل تحت الجذر ≤ 0

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

1) $f(X) = \sqrt{X+2}$

2) $f(X) = \sqrt{10-2X}$

3) $f(X) = \sqrt{X2+9}$

4) $f(X) = \sqrt{20X-2X}$

2- الجذر الفردي : $\sqrt[5]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$) = f(X) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

جد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة x المعطاة وبين فيما اذا كان الاقتران اسي أم لا:

1. $f(x) = 4^x$, x = 3

2. $f(x) = (\frac{1}{5})^x$, x = -2

3. $f(x) = 3^x$, x = 4

4. $f(x) = (\frac{1}{3})^x$, x = -1

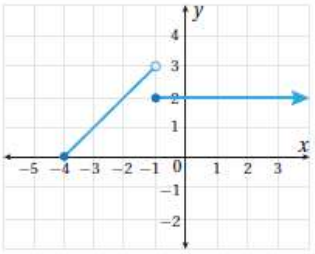
5. $f(x) = -4^x$, x = ½

6. $f(x) = 1^x$, x = 4

أ. حسام الكوفحي

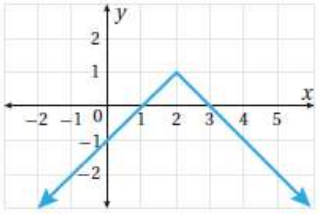
منهاجي
متعة التعليم الهادف

مجال الاقتــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:



a) $[-4, \infty)$
b) $[4, \infty)$
c) $(-\infty, -4]$
d) $(-\infty, 4]$

مــدى الاقتــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

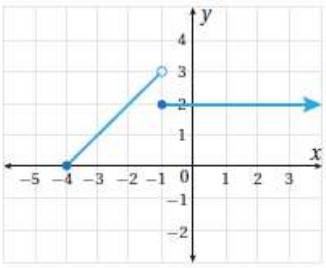


a) $(-\infty, 1]$
b) $(-\infty, 1)$
c) $(-\infty, 2]$
d) $(-\infty, 2)$

إذا كان: $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ,x \geq 2 \\ 2x+1 & ,x < 2 \end{cases}$ فإنَّ قيمة $f(-1)$ هي:

a) -4
b) -1
c) 3
d) -3

مــدى الاقتــران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:



a) $[-4, \infty)$
b) $[4, 3)$
c) $(-4, 3]$
d) $[0, 3)$

إذا كان: $f(x) = \begin{cases} -4 & ,-3 \leq x < 1 \\ x-3 & ,x \geq 1 \end{cases}$ فــإنَّ قيمــة $f(1)$ هي:

a) -4
b) 0
c) -2
d) 4

إذا كان: $f(x) = -|2x+1| + 2$، فإنَّ قيمة $f(-1)$ هي:

a) 0
b) 1
c) -1
d) 3

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أجد مشتقة الاقترانات التالية حسب قواعد الاشتقاق :

9 $y=\frac{1}{3}x+1$

10 $y=8-3x$

11 $y=\frac{1}{2}x^2+5x+7$

12 $y=\frac{2x^3+4x+1}{4x}$

13 $y=\sqrt{8}+3\sqrt{x}$

14 $y=5\sqrt[3]{x^2}+\frac{4}{x^3}$

15 $y=\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x^2}+4$

16 $y=\frac{\sqrt[5]{x^7}+4x-1}{2}$

إذا كان الاقتران: $f(x)=2x^3+9x^2-12x+8$، فأستعمل المشتقة لإيجاد كلٍّ ممّا يأتي:

a) النقاط الحرجة للاقتران f.

b) تصنيف النقاط الحرجة إلى عظمى محلية، وصغرى محلية.

أ. حسام الكوفحي

منهاجي
متعة التعليم الهادف