المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

مشروع التعلّم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية

الرياضيات

الصف التاسع

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:
د. نواف عقيل العجارمة/ الأمين العام للشؤون التعليمية
د. نجوى ضيف الله القبيلات/ الأمين العام للشؤون الإدارية والمالية
د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية
د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج
د. زايد حسن العكور/ مدير الكتب المدرسية
د.عاصم مصطفى النمرات/ عضو مناهج الرياضيات

لجنة تأليف المادة التعليمية:
مهند إبراهيم العسود — رائد فرحان الزبيدي
رنــدا أحمد الجنيدي — مها يوسف الحلّوان

المتابعة والتنسيق: د. زبيدة حسن أبوشويمة / ر.ق المباحث المهنية

التحرير العلمي: د.عاصم مصطفى النمرات — التحرير اللغوي: ميسرة عيد الحلّيم صويص
التحرير الفني: نداء فـؤاد أبو شـنب — التصـــــميم: مـحـمـد راتب عبــاس
الرســـــــم: إبـراهيم محمد شــاكر — الإنتـــــاج: سليمان أحـمد الخلايلـة

دقق الطباعة و راجعها: د.عاصم مصطفى النمرات

الطبعة الأولى — ١٤٤٢هـ/ ٢٠٢١م

منهاجي
متعة التعليم الهادف

قائمةُ المحتوياتِ

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدّمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.
وبعد، فانطلاقًا من رؤية وزارة التربية والتعليم في تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحوٍ يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكيّف مع متطلّبات الحياة وتحدّياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعد على بناء شخصيّاتهم بصورة متوازنة؛ بني هذا المحتوى التعليمي وفق المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات للصف التاسع الذي يُشكّل أساس الكفاية العلمية لدى الطلبة، ويركز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالًا سلسًا من غير وجود
فجوة في التعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثفة ورشيقة بعيدًا عن التوسّع الأفقي والسرد وحشد المعارف؛ إذْ عُني بالتركيز على المهارات ، وإبراز دور الطالب في عملية التعلّم، بتفعيل استراتيجية التعلّم الذاتيّ، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم.

وقد اشتمل المحتوى التعليميّ على موضوعين، يتضمن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلّم مهارات الرياضيات، بأسلوب شائق ومركز.

لذا؛ بُني هذا المحتوى على تحقيق النتاجات العامة الآتية:

- يميز العدد النسبي والعدد غير النسبي، ويعرف مجموعة الأعداد الحقيقية.
- يكتب الأعداد الحقيقية و يحسبُ قيم مقادير عددية باستخدام الأسس و أولويات العمليات.
- يميز المقدار الجبري ويحدد عدد حدوده ويجد قيمتة عند قيم معطاة.
- يميز الاقتران الخطي والثابت من بين مجموعة من الاقترانات ويجد قاعدته.
- يحسب المتوسط الحسابي والمنوال لبيانات منظمة في جداول تكرارية ذي فئات.
- يميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.
- يتعرَّفُ بعضَ خصائصِ المثلَّثِ.

والله ولي التوفيق

العددُ الحقيقيُّ

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ عليها

المحورُ الأعدادُ الحقيقيَّةُ

العددُ غيرُ النسبيِّ

اختلفَ صديقانِ بينَهما في تصنيفِ العددِ π، ادّعى محمَّدٌ أنَّهُ عددٌ نسبيٌّ؛ لأنَّهُ يُمكنُ كتابتُهُ على صورةِ كسرٍ حيثُ: π = $\frac{٢٢}{٧}$ بينَما ادّعى محمودٌ أنَّهُ ليسَ عددًا نسبيًّا؛ لأنَّهُ يُمكنُ إيجادُهُ منَ الآلةِ الحاسبةِ، وهوَ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ.

حيثُ: π = ٣,١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٧٩٣٢٣٨٤٦٢٦٤٣٣٨٣٢٧٩٥....

أُحاولُ تفسيرَ كلامِهما وتحديدَ قيمةِ π ؛ هلْ هيَ عددٌ نسبيٌّ أمْ لا؟

معلومةٌ

الثابتُ π أوْ ثابتُ الدائرةِ هوَ ثابتٌ رياضيٌّ، عُرِفَ في الأصلِ على أنَّهُ نسبةُ محيطِ الدائرةِ إلى قطرِها.

والآنَ، لدى **π** تعريفاتٌ مختلفةٌ، تظهرُ في العديدِ منَ الصيغِ في مجالاتِ الرياضيّاتِ والفيزياءِ جميعِها.

وتُساوي **٣,١٤١٥٩ تقريبًا.**

مُثِّلَ بالحرفِ اليونانيِّ **π** منذُ منتصفِ القرنِ الثامنِ عشرَ، على الرغمِ منْ أنَّهُ يُكتبُ أحيانًا (Pi)، ويُسمّى أيضًا **ثابتَ أرخميدس**.

العددُ غيرُ النسبيِّ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أُميِّزُ العددَ النسبيَّ والعددَ غيرَ النسبيِّ.
- أتعرَّفُ مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيَّةِ.

أُميِّزُ العددَ غيرَ النسبيِّ منْ بينِ مجموعةٍ منَ الأعدادِ، وأُصنِّفُ مجموعةً منَ الأعدادِ ضمنَ الأعدادِ الحقيقيّةِ.

توجدُ مجموعةٌ منَ الأعدادِ لا يُمكنُني تحويلُها إلى صورةِ: $\frac{أ}{ب}$.

مثالٌ

١) ٢,١٥١١٥١١١٥...

كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ أيضًا؛ لذا، لا يُمكنُني تحويلُهُ إلى كسرٍ عاديٍّ. ومنْ ثمَّ، لا يُمكنُني تصنيفُهُ ضمنَ الأعدادِ النسبيَّةِ.

٢) لإيجادِ قيمةٍ تقريبيَّةٍ للعددِ $\sqrt{٥}$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ:

$\sqrt{٥}$ = ٢,٢٣٦٠٦٧٩٧٧٤٩٩٧٨٩٦٩٦٤٠٩١٧٣٦٦٨٧٣١٣...

أُلاحظُ أنَّهُ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ؛ لذا، لا يُمكنُني كتابتُهُ على صورةِ عددٍ نسبيٍّ.

٣) لإيجادِ قيمةٍ تقريبيَّةٍ للعددِ $\sqrt[٣]{٧}$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ:

$\sqrt[٣]{٧}$ = ١,٩١٢٩٢٩٩٤١٩٧٥٣٩٠٥١٤٠٩٥٨٧٩٧٩٠٢٨٠٢ ...

أُلاحظُ أنَّهُ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ؛ لذا، لا يُمكنُني كتابتُهُ على صورةِ عددٍ نسبيٍّ.

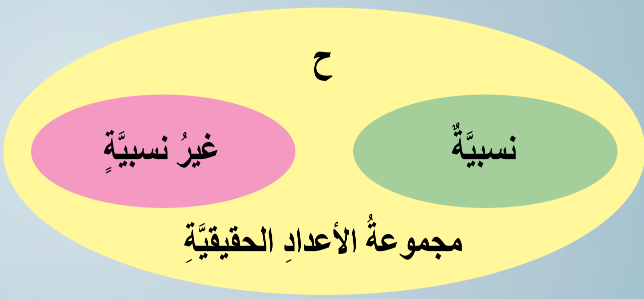
العددُ غيرُ النسبيُّ: كلُّ عددٍ **لا** يُمكنُ كتابتُهُ على صورةِ $\frac{أ}{ب}$، ومنْها:

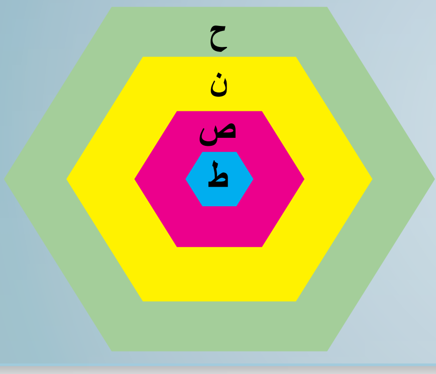
- الكسورُ العشريَّةُ غيرُ المنتهيةِ وغيرُ الدوريَّةِ.
- الجذورُ التربيعيَّةُ للأعدادِ التي ليستْ مربَّعاتٍ كاملةً.
- الجذورُ التكعيبيَّةُ للأعدادِ غيرِ المكعَّباتِ الكاملةِ.

أستنتجُ أنَّ الأعدادَ إمّا أنْ تكونَ نسبيةً، وإمّا أنْ تكونَ غيرَ نسبيَّةٍ.

نسبيَّةٌ | **غيرُ نسبيَّةٍ**

مجموعةُ الأعدادِ الحقيقيَّةِ: مجموعةُ الأعدادِ النسبيَّةِ وغيرِ النسبيَّةِ جميعِها، ويُرمزُ لها بـالرمزِ ح.





أُحاولُ

١) أصلُ بينَ العددِ في العمودِ الأوّلِ وما يناسبُهُ في العمودِ الثاني:

(إرشادٌ: قدْ نصلُ العددَ معَ أكثرَ منْ مجموعةٍ).

العمودُ الأوّلُ
٠,١٢١١٢١١١٢...
$\sqrt{٩}$
$-١\frac{١}{٣}$
٠,٣١
$\sqrt{٦}$

العمودُ الثاني
طبيعيٌّ (ط)
صحيحٌ (ص)
نسبيٌّ (ن)
غيرُ نسبيٍّ (غ ن)

٢) أُكملُ الجدولَ الآتيَ:

العددُ	نسبيٌّ	غيرُ نسبيٍّ	السببُ
-٢٣,٢٥٤١٠٠٠			
٠,١٣١٣١٣٠٠٠			
$\sqrt{١٢١}$			
$\sqrt{١٨}$			
$\sqrt{١٠٠٠}$			

التقويمُ الختاميُّ

١) أُميِّزُ العددَ π إنْ كانَ نسبيًّا أمْ غَيْرَ نسبيٍّ معَ ذكرِ السببِ.

٢) أُميِّزُ ناتجَ العمليةِ $(\sqrt{٢})^{٣}$ نسبيٌّ أمْ غيرُ نسبيٍّ.

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحورُ الأُسسُ والجذورُ والأعدادُ

(الأُسُّ و الأساسُ)	قوانينُ الأُسسِ الصحيحةِ
- أكتبُ الأعدادَ الحقيقيَّةَ باستخدامِ الأُسسِ	- أحسُبُ قِيَمَ مقاديرَ عدديَّةٍ باستخدامِ الأُسسِ وأولويّاتِ العمليّاتِ.
أُحلِّلُ الأعدادَ الآتيةَ إلى عواملِها الأوَّليَّةِ، ثمَّ أكتبُها باستخدامِ الأُسسِ. ١) ٤٠٠ ٢) ٦٤ ٣) ٤٨٤	أجدُ قيمةَ $(٣)^{٤} \times (٧)^{٢} =$

الأُسسُ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أكتبُ الأعدادَ الحقيقيَّةَ باستخدامِ الأُسسِ.
- أحسُبُ قِيَمَ مقاديرَ عدديَّةٍ باستخدامِ الأُسسِ وأولويّاتِ العمليّاتِ .

معرضٌ فنيٌّ يجري حضورُهُ عنْ طريقِ بطاقاتِ دعوةٍ، بحيثُ يحضرُ في اليومِ الأوَّلِ ٣ مدعوّينَ ويُعطى كلُّ شخصٍ ٣ بطاقاتِ دعوةٍ لليومِ التالي، وهكذا لمدَّةِ ٥ أيّامٍ. ما عددُ المدعوّينَ في اليومِ الرابعِ؟ في أيِّ يومٍ يكونُ عددُ المدعوّينَ ٢٤٣ شخصًا؟

اليومُ	عددُ المدعوّينَ	
الأوَّلُ	٣	٣
الثاني	٣×٣	٩
الثالثُ	٣×٣×٣	٢٧

يُمكنُني التعبيرُ عنِ الضربِ المتكرّرِ للعددِ في نفسِهِ باستخدامِ الأُسس، وعندئذٍ يُسمّى عددُ مرّاتِ تكرارِ الضربِ الأُسَّ (القوَّةَ)، أمّا العددُ نفسُهُ فيُسمّى الأساسَ.

$٦٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٦}$ ← الأُسُ

الأساسُ

أتذكَّرُ

يُقرأُ العددُ ٢^{٦} كما يأتي:
اثنانِ أُس ستّة،
أو اثنانِ قوّة ستّة، أو القوةُ السادسةُ للعددِ اثنَينِ.

مثالٌ

أُحلِّلُ الأعدادَ الآتيةَ، ثمَّ أكتبُها باستعمالِ الأُسس: ٣٢ ، ١٠٠

٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	قف

١٠٠	٢
٥٠	٢
٢٥	٥
٥	٥
١	قف

$٣٢ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٥}$

$١٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ = ٢^{٢} \times ٥^{٢}$

أُحاولُ

أُحلِّلُ الأعدادَ الآتيةَ إلى عواملِها الأوّليَّةِ، ثمَّ أكتبُها باستعمالِ الأُسس.

١) ١٠٠٠ ٢) ٣٦ ٣) ١٢١

أستخدمُ قواعدَ الضربِ والقسمةِ الآتيةَ؛ لأُبسِّطَ العباراتِ الأُسِّيَّةَ :

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	السببُ
ضربُ القوى: لضربِ قوّتَينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ؛ أجمعُ الأُسسَ.	$أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$	$أ^{٢} \times أ^{٣} = (أ\times أ) \times (أ\times أ\times أ) = أ^{٢+٣} = أ^{٥}$
قسمةُ القوى: لقسمةِ قوّتَينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ؛ أطرحُ الأُسسَ.	$\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$	$\frac{أ^{٥}}{أ^{٣}} = \frac{أ\times أ\times أ\times أ\times أ}{أ\times أ\times أ} = أ^{٢}$
قوّةُ القوّةِ: لإيجادِ قوّةِ القوّةِ؛ أضربُ الأُسسَ.	$(أ^{م})^{ن} = أ^{م\times ن}$	$(أ^{٤})^{٢} = (أ\times أ\times أ\times أ)\times(أ\times أ\times أ\times أ) = أ^{٨}$
قوّةُ حاصلِ الضربِ: لإيجادِ قوّةِ حاصلِ الضربِ؛ أجدُ قوّةَ كلِّ عددٍ ثمَّ أضربُ.	$(أب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(أب)^{٣} = (أ\times ب)\times(أ\times ب)\times(أ\times ب) = أ^{٣}\times ب^{٣}$
قوّةُ ناتجِ القسمةِ: لإيجادِ قوّةِ ناتجِ القسمةِ؛ أجدُ كلًّا منْ قوّةِ البسطِ والمقامِ، ثمَّ أقسِمُ.	$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$، $ب \neq ٠$	$(\frac{أ}{ب})^{٣} = \frac{أ}{ب}\times\frac{أ}{ب}\times\frac{أ}{ب} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$، $ب \neq ٠$
الأُسُّ الصفريُّ: أيُّ عددٍ غيرِ الصفرِ مرفوعًا للأُسِّ صفرٍ يُساوي ١.	$أ^{٠} = ١$	$\frac{أ^{٧}}{أ^{٧}} = أ^{٧-٧} = أ^{٠} = ١$
الأُسسُ السالبةُ: القوّةُ السالبةُ لأيِّ عددٍ غيرِ الصفرِ، هيَ مقلوبٌ للقوّةِ الموجبةِ. والقوّةُ الموجبةُ هيَ مقلوبٌ للقوّةِ السالبةِ.	$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$	$أ^{-٣} = أ^{-١}\times أ^{-١}\times أ^{-١} = \frac{١}{أ}\times\frac{١}{أ}\times\frac{١}{أ} = \frac{١}{أ^{٣}}$

مثالٌ أستخدمُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَمِ كلٍّ ممّا يأتي:

١) $٢^{٣} \times ٢^{٢} = ٢^{٣+٢} = ٢^{٥} = ٣٢$

قاعدةُ ضربِ القوى: أجمعُ الأُسسَ.

٢) $\frac{٧^{٨}}{٧^{٦}} = ٧^{٨-٦} = ٧^{٢} = ٤٩$

قاعدةُ قسمةِ القوى: أطرحُ الأُسسَ.

أُحاولُ

أستخدمُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَمِ كلٍّ ممّا يأتي:

١) $(-١٠)^{٤} \times (-١٠)^{٣}$

٢) $\frac{٦^{١٠}}{٦^{٩}}$

مثالٌ أستخدمُ قوانينَ الأسسِ؛ لإيجادِ قِيَمِ كلٍّ منْ:

١) $(٢^{٣})^{٢} = ٢^{٣×٢} = ٢^{٦} = ٦٤$

قاعدةُ قوَّةِ القوَّةِ: أضربُ الأُسسَ.

٢) $(٢ × ٥)^{٤} = ٢^{٤} × ٥^{٤} = ١٦ × ٦٢٥ = ١٠٠٠٠$

قاعدةُ قوَّةِ حاصلِ الضربِ: أجدُ قوَّةَ كلِّ عددٍ ثمَّ أضربُ.

٣) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{٤}{٩}$

قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

٤) $٧^{-٢} = \frac{١}{٧^{٢}} = \frac{١}{٤٩}$

قاعدةُ الأُسسِ السالبةِ.

أُحاولُ

أستعملُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَمِ كلٍّ ممّا يأتي:

١) $((-٣)^{٢})^{٢}$ **٢)** $(٣×٤)^{٣}$ **٣)** $٢^{-٣}$ **٤)** $(١٧)^{٠}$ **٥)** $\left(\frac{١}{٦}\right)^{٢}$

المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ المقاديرُ والمعادلاتُ والمتبايناتُ

المقدارُ الجبريُّ

- أُميِّزُ المقدارَ الجبريَّ.
- أُحدِّدُ عددَ حدودِ المقدارِ الجبريِّ.
- أجدُ قيمةَ المقدارِ الجبريِّ عندَ قِيَمٍ مُعطاةٍ.

مِمَّ يتكوَّنُ المقدارُ الجبريُّ؟

المقدارُ الجبريُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- **أُميِّزُ المقدارَ الجبريَّ.**
- **أجدُ القيمةَ العدديَّةَ لمقدارٍ جبريٍّ عندَ قيمةٍ مُعطاةٍ.**

ذهبَ عبدُ اللهِ إلى السوقِ واشترى ٥ دفاترَ و٤ أقلامٍ، ثمَّ دفعَ دينارًا واحدًا أجرةَ السيّارةِ التي أعادتْهُ إلى المنزلِ. أكتبُ المقدارَ الجبريَّ الذي يدلُّ على مجموعِ ما دفعَهُ.

إذنْ:

أُلاحظُ منَ السؤالِ أنَّ ثمنَ كلٍّ منَ الدفترِ والقلمِ غيرُ معلومٍ؛ لذا، يجبُ أنْ نُعبِّرَ عنْها بمتغيِّراتٍ ولتكنْ **س، ص** على الترتيبِ. إذنْ:

ثمنُ ٥ دفاترَ = ٥س (هذا يُمثِّلُ حدًّا جبريًّا).

وثمنُ ٤ أقلامٍ = ٤ص (هذا يُمثِّلُ حدًّا جبريًّا).

كما أنَّ عبدَ اللهِ دفعَ دينارًا واحدًا أجرةَ السيّارةِ التي أوصلتْهُ إلى المنزلِ؛ أيْ إنَّ أجرةَ السيارةِ = ١ (هذا حدٌّ جبريٌّ)،

فيكونُ مجموعُ ما دفعَهُ هو: **٥ س + ٢ ص + ١**

وهذا مجموعُ ٣ حدودٍ جبريَّةٍ، وتُسمّى المقدارَ الجبريَّ.

أتذكَّرُ

الحدُّ الجبريُّ مكوَّنٌ منْ عددٍ ومتغيِّرٍ، أوْ حدٌّ ثابتٍ.

معلومةٌ

المقدارُ الجبريُّ يتكوَّنُ منْ حدٍّ جبريٍّ واحدٍ أوْ أكثرَ، ترتبطُ ببعضِها بعمليّاتِ جمعٍ أوْ طرحٍ.

عندَ عودةِ عبدِ اللهِ إلى المنزلِ سألَهُ أخوهُ: كمْ ثمنُ كلٍّ منَ الدفترِ والقلمِ؟ فأجابَهُ: ثمنُ الدفترِ الواحدِ ٠,٦٥ منَ الدينارِ، وثمنُ القلمِ الواحدِ ٠,٢٥ منَ الدينارِ.

الآنَ، أستطيعُ أنْ أعرفَ مقدارَ ما دفعَهُ تمامًا كما يأتي:

ثمنُ الدفترِ الواحدِ س = ٠,٦٥ إذنْ: ٥ س = ٥ × ٠,٦٥ = ٣,٢٥ دنانيرَ.

ثمنُ القلمِ الواحدِ ص = ٠,٢٥ إذنْ: ٤ ص = ٤ × ٠,٢٥ = دينارًا واحدًا.

مجموعُ ما دفعَهُ عبدُ اللهِ ٥ س + ٤ ص + ١ = ٣,٢٥ + ١ + ١ = ٥,٢٥ دنانيرَ.

وبذلكَ أكونُ قدْ وجدتُ القيمةَ العدديَّةَ للمقدارِ الجبريِّ (٥س + ٤ص + ١)
بعدَ أنْ عرفتَ أنَّ (س = ٠,٦٥) (ص = ٠,٢٥).

أُحاوِلُ

١) أُعبِّرُ عنِ الجملِ الآتيةِ بمقاديرَ جبريَّةٍ:

أ) مجموعُ ٣ أمثالِ عددٍ؛ مضافًا إليهِ ٦ أمثالِ عددٍ آخرَ.

ب) طرحُ عددٍ منْ مربَّعِ عددٍ آخرَ.

٢) أُعبِّرُ عنِ المقاديرِ الجبريَّةِ الآتيةِ بالكلماتِ:

أ) ٣ س +٤ ص

ب) س٢ – ص٢

٣) إذا كانَتْ س=٢، ص=٥، ع= –٣؛ فأجدُ القيمةَ العدديَّةَ للمقدارِ الجبريِّ

٣س٢ + ٥ ص – ع + ٦ ؟

المجالُ الأنماطُ والاقتراناتُ

المحورُ الاقتراناتُ

الاقترانُ

أصنِّفُ الحيواناتِ في العمودِ الأوَّلِ بإيجادِ علاقةٍ تربطُها بالصنفِ منَ العمودِ الثاني؛ وذلكَ بتوصيلِ خطٍّ بينَ كلِّ حيوانٍ وتصنيفِهِ.

الحيوانُ	التصنيفُ
الغزالُ	الثدييّاتُ
النسرُ	الطيورُ
التمساحُ	الزواحفُ
النمرُ	الحشراتُ
الدجاجةُ	
الثعبانُ	
الحصانُ	
النحلُ	

الاقترانُ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أُميِّزُ الاقترانَ منْ بينِ مجموعةٍ منَ العلاقاتِ.
- أستعملُ قاعدةَ الخطِّ الرأسيِّ لتمييزِ الاقترانِ.
- أجدُ قاعدةَ الاقترانِ.

يُراقبُ خالدٌ عمّالَ بناءٍ وهُم يبنونَ سورًا لإحدى المزارعِ، وكانَ العمّالُ يبنونَ ١٥ مترًا مربَّعًا كلَّ ساعةٍ.
أجدُ قاعدةَ الاقترانِ بينَ ساعاتِ العملِ والأمتارِ المربَّعةِ التي يبنيها العمّالُ.

الاقترانُ: علاقةٌ تربطُ كلَّ عنصرٍ منَ المجالِ بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

وعليهِ، يُمكنُني تمييزُ الاقترانِ بالطرائقِ الآتيةِ:

١) إذا كانَتِ العلاقةُ مجموعةَ أزواجٍ مرتَّبةٍ.

أُميِّزُ الاقترانَ إذا لمْ يكنْ أيُّ عنصرٍ منْ عناصرِ المجالِ مكرَّرًا.

مثالٌ

أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا؟ أذكرُ السببَ:

١) ع١ = {(١،٤)،(٢،٣)،(٤،٣)،(١،٧)}.

٢) ع٢ = {(٢،٣)،(٣،٣)،(٤،٥)}.

٣) ع٣ = {(٢، -١)،(-٢، -١)،(٣، -١)،(١، -١)}.

الحلُّ

الرقمُ	الإجابةُ	السببُ
١)	العلاقةُ ليستْ اقترانًا	العنصرُ ١ منَ المجالِ، له صورتانِ ٤، ٧.
٢)	اقترانٌ	كلُّ عنصرٍ منَ المجالِ، لهُ صورةٌ واحدةٌ فقطْ في المدى.
٣)	اقترانٌ	كلُّ عنصرٍ منَ المجالِ، لهُ صورةٌ واحدةٌ فقطْ في المدى.

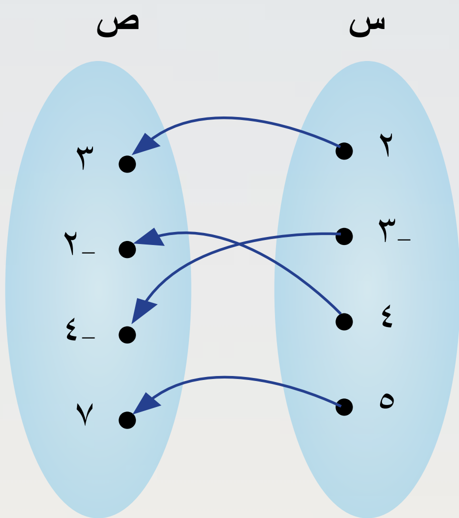
٢) إذا كانَتِ العلاقةُ ممثَّلةً بأشكالِ فنٍّ.

أُميِّزُ الاقترانَ إذا كانَ لكلِّ عنصرٍ في المجالِ، سهمٌ واحدٌ باتجاهِ المدى.

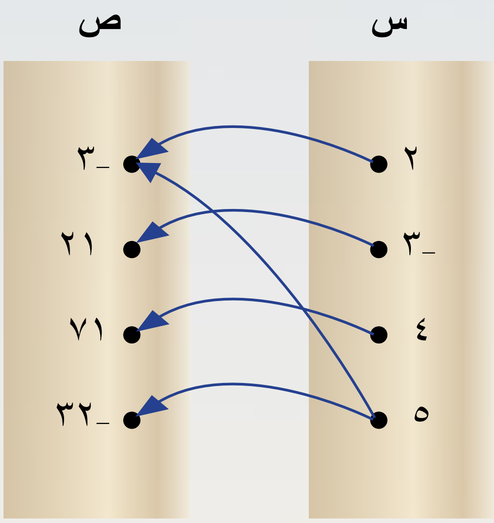
مثالٌ

أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا؟ أذكرُ السببَ.

١)



٢)



الشكلُ (١)

يُمثِّلُ اقترانًا السببُ:

كلُّ عنصرٍ منَ المجالِ، له صورةٌ واحدةٌ في المدى

(انطلقَ منَ المجالِ سهمٌ واحدٌ لكلِّ عنصرٍ باتجاهِ المدى).

الشكلُ (٢)

لا يُمثِّلُ اقترانًا السببُ:

يوجدُ عنصرٌ منَ المجالِ له صورتانِ في المدى

(انطلقَ منَ العنصرِ ٥ سهمانِ باتِّجاهِ عناصرِ المدى الـ -٣، -٣٢

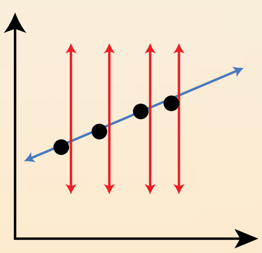
٣) إذا كانَتِ العلاقةُ تمثيلًا بيانيًّا.

أستخدمُ اختبارَ الخطِّ الرأسيِّ لمعرفةِ بيانِ العلاقةِ إذا كانَتْ تُمثِّلُ اقترانًا أم لا.

اختبارُ الخطِّ الرأسيِّ

ينصُّ على: تكونُ العلاقةُ اقترانًا إذا قطعَ أيُّ مستقيمٍ رأسيٍّ بيانَ العلاقةِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ.

مثالٌ

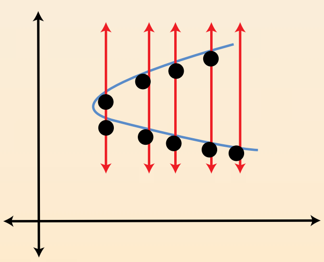


بيانُ العلاقةِ: تمثّلُ اقترانًا

حسبَ اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ

كلُّ مستقيمٍ عموديٍّ يقطعُ

الخطَّ المستقيمَ بنقطةٍ واحدٍ



بيانُ العلاقةِ: لا يُمثِّلُ اقترانًا

حسبَ اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ

كلُّ مستقيمٍ عموديٍّ يقطعُ

المنحى في أكثرَ من نقطةٍ.

قاعدةُ الاقترانِ

يمكنُ إيجادُ قاعدةٍ تربطُ عناصرَ المجالِ معَ عناصرِ المدى تُسمّى قاعدةَ الاقترانِ.

مثالٌ

أجدُ المجالَ والمدى وقاعدةَ الاقترانِ في كلٍّ ممّا يأتي:

ق = {(١،١)،(٢،٤)،(٣،٩)،(٤،١٦)،(٥،٢٥)}

الحلُّ

المجالُ س = {١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ٥}

المدى ص = { ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ }

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

قاعدةُ الاقترانِ ص = كلَّ عنصرٍ منَ المجالِ ضُرِبَ في نفسِهِ.

ص = س × س ← **قاعدةُ الاقترانِ هيَ: ص = س^{٢}**

مثالٌ

إذا كانَ ع (س) = ص = ٢س + ٣ فأجدُ ما يأتي: ع(٢) ، ع(٠) ، ع(-٣)

الحلُّ

ع(٢) = ٢×٢ + ٣ ← ع(٢) = ٤ + ٣ ← ع(٢) = ٧

ع(٠) = ٢×٠ + ٣ ← ع(٠) = ٠ + ٣ ← ع(٠) = ٣

ع(-٣) = ٢×(-٣) + ٣ ← ع(-٣) = -٦ + ٣ ← ع(-٣) = -٣

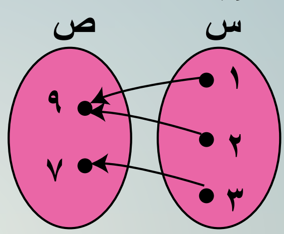
أُحاوِلُ

١) **أُميِّزُ الاقترانَ منْ بينِ العلاقاتِ الآتيةِ، وأذكرُ السببَ.**

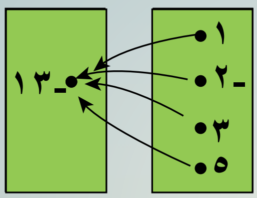
أ) ل = {(٠،٣)،(١،١)،(٢،٣)،(٣،١)،(٤،٣)}

ب) م = {(-١،١)،(١،٢)،(٢،٣)،(١،٥)}

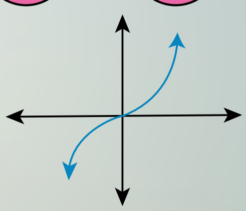
جـ)



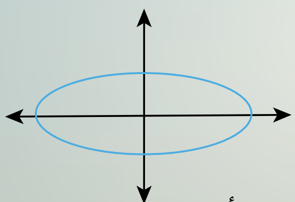
د)



هـ)



و)



٢) **إذا كانَ ق(س)= ٥ ـ ٣ س فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:**

أ) ق(-١) ب) ق(٠) جـ) ق(١)

٣) **إذا كانَ ق= { (١،١) ، (٢،٨) ، (٣،٢٧) ، (٤،٦٤) } فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:**

أ) المجالُ. ب) المدى. جـ) قاعدةُ الاقترانِ.

الاقترانُ الخطِّيُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أُميِّزُ الاقترانَ الخطِّيَّ منْ بينِ مجموعةٍ منَ الاقتراناتِ.
- أُميِّزُ الاقترانَ الثابتَ منْ بينِ مجموعةٍ منَ الاقتراناتِ.
- أستعملُ قاعدةَ الاقترانِ الخطِّيِّ؛ لإيجادِ صورِ العناصرِ منَ المجالِ.

اختلفَ مازنٌ وعمّارٌ حولَ الاقترانِ

ل(س) = $\frac{٣}{\text{س}}$ (س^{٢} - ٥)

مازنٌ يقولُ إنَّ الاقترانَ خطِّيٌّ، بينَما يقولُ عمّارٌ: إنَّهُ غيرُ خطِّيٍّ.

أُساعدُ مازنًا وعمّارًا على الحكمِ على الاقترانِ السابقِ.

الاقترانُ الخطِّيُّ هو:

اقترانٌ صورتُهُ العامَّةُ ق(س) = أس + ب ، حيثُ أ ، ب $\in$ ح

يُسمّى أ معاملَ س ويُسمّى ب الحدَّ الثابتَ أوِ الحدَّ المطلقَ. ويكونُ أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ = ١

مثالٌ أُميِّزُ الاقترانَ الخطِّيَّ منْ بينِ الاقتراناتِ الآتيةِ، وأُبيِّنُ السببَ.

الاقترانُ	خطِّيٌّ - غيرُ خطِّيٍّ	السببُ
ق(س) = ٢ س - ٣	خطِّيٌّ	أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ = ١
ل(س)= ٥ + ٣س	خطِّيٌّ	أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ = ١
هـ(س) = س(س-٣)	غيرُ خطِّيٍّ	بما أنَّهُ يوجدُ أقواسٌ؛ نُوزِّعُ ثمَّ نحكمُ. **هـ(س) = س^{٢} – ٣س** أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ =٢
ق(س) = $\frac{٣}{\text{س}}$ - ٥	غيرُ خطِّيٍّ	بما أنَّ المتغيِّرَ في المقامِ؛ نُحوِّلُ الاقترانَ للصورةِ العامَّةِ. **ق(س) =٣س$^{-١}$ – ٥** أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ $\neq$ ١
ق(س) = $\sqrt{\text{س}}$ + ٧	غيرُ خطِّيٍّ	بما أنَّ المتغيِّرَ تحتَ الجذرِ؛ نُحوِّلُ الاقترانَ للصورةِ العامَّةِ. **ق(س) = س$^{\frac{١}{٢}}$ + ٧** أكبرُ أسٍّ للمتغيِّرِ $\neq$ ١

مثالٌ أُحدِّدُ كلًّا منْ معاملاتِ الاقتراناتِ الخطِّيَّةِ الآتيةِ:

الرقمُ	الاقترانُ	معاملُ س	الحدُّ الثابتُ
١)	ق(س) = ٢س – ٤	٢	–٤
٢)	هـ(س) = ٦ – ٥س	–٥	٦
٣)	ل(س) = – س	–١	صفر
٤)	ق(س) = $\frac{س}{٣}$ – ٥	$\frac{١}{٣}$	–٥

مثالٌ اذا كانَ ل(س) = ٥س - ٣ ، وكانَ ل(س) = ١٢ ، فأجدُ قيمةَ س.

الحلُّ

٥س - ٣ = ١٢ ← ٥ س = ١٢ + ٣ ← ٣ س = ١٥ ← س= ٥

مثالٌ

إذا كانَ ق(س) =٣ س – ٤ ، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي: ق(٢)، ق(-٢)، ق(٠).

الحلُّ

ق(٢) = ٣×٢–٤ ← ق(٢) = ٦-٤ ← ق(٢) =٢

ق(-٢) = ٣×(-٢) -٤ ← ق(-٢)= -٦ -٤ ← ق(-٢)= -١٠

ق(٠) = ٣× ٠ -٤ ← ق(٠) = ٠-٤ ← ق(٠) = -٤

أُحاولُ

١) أيُّ الاقتراناتِ الآتيةِ خطِّيٌّ؟ أذكرُ السببَ.

١) ق(س) = ٢ $س^{٢}$ + ٣

٢) ل(س) = (س - ١) س

٣) هـ(س) = $\frac{س^{٣}}{٥}$ - ٧

٢) أجدُ كلًّا منَ أ، ب لكلِّ اقترانٍ خطِّيٍّ ممّا يأتي:

١) ق(س)= ٦س - ٨ ٢) ق(س)= ٩ – ٧س

٣) ق(س)= -١٣ س ٤) ق(س)= س

٣) إذا كانَ ق(س) = ٤ – ٣ س؛ فأجدُ: ق(-١)، ق(٠)، ق(٣).

حالةٌ خاصَّةٌ: **الاقترانُ الثابتُ**

إذا كانَ معاملُ س يُساوي صفرًا؛ فإنَّ الاقترانَ الخطِّيَّ تُصبحُ صورتُهُ العامَّةُ:

ق(س) = ب حيثُ ب ∈ ح ويُسمّى الاقترانَ الثابتَ.

مثالٌ

إذا كانَ ق(س) = -٣ ، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي: ق(١)، ق(-٣)، ق(٠)

الحلُّ

ق(١) = -٣ ، ق(-٣) = -٣ ، ق(٠) = -٣

بِما أنَّ الصورَ جميعَها هيَ نفسُها لأيِّ عددٍ؛ لذا، يُسمّى الاقترانَ الثابتَ.

أُحاولُ

١) إذا كانَ ق(س) = -٦ فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

ق(-١) ، ق(٠) ، ق(-٦)

٢) إذا كانَ ق(س) = م ، وكانَ ق(١) = ٢ ، ق(٣) =٢ ، ق(٥) =٢ ؛ فأجدُ قيمةَ م.

المجالُ تحليلُ البياناتِ والاحتمالاتِ

المحورُ مقاييسُ النزعةِ المركزيّةِ والتشتُّتِ

المنوالُ	المتوسِّطُ الحسابيُّ
- أجدُ المنوالَ.	- أحسُبُ المتوسِّطَ الحسابيَّ لبياناتٍ منظَّمةٍ في جداولَ تكراريَّةٍ ذاتَ فئاتٍ.
بعدَ ما نظَّمتُ البياناتِ: ١٥، ١٢، ١٣، ٢٦، ٢٣، ١٨، ١٦، ٢٠، ٢٢، ٢٠، ١٦،٢٣ في جدولٍ تكراريٍّ، أجدُ المنوالَ.	**أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تكراريٍّ فئتُهُ الأولى (١٠-١٥)، ثمَّ أجدُ المتوسِّطَ الحسابيَّ: ١٢، ١٥، ١٣، ١٦، ١٨، ٢٣، ٢٦، ٢٢، ٢٠، ١٦، ٢٣، ٢٠**

المتوسِّطُ الحسابيُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- **أتعرَّفُ مقياسَ النزعةِ المركزيَّةِ.**
- **أجدُ المتوسِّطَ الحسابيَّ.**
- **أجدُ المنوالَ.**

أرادَ عمرُ عملَ دراسةٍ على عددِ الساعاتِ التي يقضيها طلبةُ الصفِّ التاسعِ في متابعةِ مواقعِ التواصلِ الاجتماعيِّ في الأسبوعِ الواحدِ، وبعدَ تفريغِ نتائجِ الاستبانةِ كانت كما يأتي: ٦، ٣، ١٢، ١٦، ١٤، ٣، ١٥، ١٢، ١١، ٢٢، ١٣، ١٠، ١٢، ٥، ١٤، ٩، ١٥، ١١، ١٠، ١٢، ٧، ١٨، ١٣، ٩، ١٧

ثمَّ سألَ والدتَهُ التي تعملُ في دائرةِ الإحصاءاتِ العامَّةِ: كيفَ أُنظِّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ؛ لتسهُلَ عليَّ دراستُها؟

الأُمُّ: يُمكنُكَ يا عمرُ أنْ تُنظِّمَ هذِهِ البياناتَ في جدولٍ تكراريٍّ.

عمرُ: وممّ يتكوَّنُ الجدولُ التكراريُّ؟

الأُمُّ: منْ فئاتٍ وتكرارِ هذِهِ الفئاتِ، ولتكنِ الفئةُ الأولى لجدولِكَ منْ (١-٥)، فما عددُ الطلبةِ الذينَ يقضونَ منْ ساعةٍ إلى ٥ ساعاتٍ في متابعةِ مواقعِ التواصلِ الاجتماعيِّ؟

أجابَ عمرُ: ٣ طلبةٍ.

الأُمُّ: إذنْ: تكراراتُ هذِهِ الفئةِ ٣، ثمَّ نحسُبُ طولَ الفئةِ. طولُ الفئةِ = الحدَّ الأعلى – الحدِّ الأدنى + ١

عمرُ: الحدُّ الأعلى في الفئةِ الأولى ٥ والحدُّ الأدنى ١، صحيحٌ يا أُمّي؟

الأُمُّ: أحسنتَ يا عمرُ، أكملْ يا بنيَّ.

عمرُ: طولُ الفئةِ = ٥ ـ ١ + ١ = ٥

الأُمُّ: نَعَم، ومنَ المهمِّ عندَ بناءِ الجدولِ التكراريِّ أنْ يكونَ طولُ الفئةِ متساويًا لفئاتِ الجدولِ التكراريِّ جميعِها، وبمعرفتِنا لطولِ الفئةِ يُمكنُ أنْ نُحدِّدَ بقيةَ الفئاتِ ونضعُها في جدولٍ تكراريٍّ كالآتي:

الفئاتُ	١ ـ ٥	٦ ـ ١٠	١١ ـ ١٥	١٦ ـ ٢٠	٢١ ـ ٢٥
التكرارُ	٣	٦	١٢	٣	١

عمرُ: وبعدَ أنْ نظَّمْنا هذِهِ البياناتِ في جدولٍ كيفَ ندرسُها؟

الأُمُّ: يُمكنُ أنْ ندرسَها عن طريقِ مقاييسِ النزعةِ المركزيَّةِ، وأشهرُ هذِهِ المقاييسِ وأكثرُها استعمالًا **المتوسِّطُ الحسابيُّ**.

عمرُ: أذكرُ أنَّنا درسْنا المتوسِّطَ الحسابيَّ في الصفِّ الثامنِ، وهوَ: **مجموعُ القِيَمِ مقسومًا على عددِها ويُرمزُ لهُ بالرمزِ $\bar{س}$.**

ودرسْنا أيضًا منْ مقاييسِ النزعةِ المركزيَّةِ الوسيطَ والمنوالَ.

الأُمُّ: ما شاءَ اللهُ ذاكرتُكَ جيِّدةٌ يا عمرُ، ولكنَّنا هُنا سنحسُبُ هذِهِ المقاييسَ بطريقةٍ أُخرى غيرِ التي تعلَّمتَها في الصفِّ الثامنِ، ولنبدأْ بالمتوسِّطِ الحسابيِّ.

أوَّلًا: علَيْنا تحديدُ مراكزِ الفئاتِ، ونرمزُ لمركزِ الفئةِ بالرمزِ س.

$$\text{مركزُ الفئةِ} = \frac{\text{الحدَّ الأعلى} + \text{الحدَّ الأدنى}}{٢}$$

مقاييسُ النزعةِ المركزيَّةِ تصفُ مركزَ البياناتِ.

عمرُ: $\text{مركزُ الفئةِ الثانيةِ} = \frac{(٦+١٠)}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$.

الأُمُّ: وهكذا نحتاجُ في الجدولِ التكراريِّ إلى عمودَينِ جديدَينِ: الأوَّلُ مركزُ الفئةِ والثاني (مركزُ الفئةِ × التكرارِ) وبالرموزِ (س × ت) فنحنُ نرمزُ للتكرارِ بالرمزِ (ت)؛ فيُصبحُ الجدولُ كالآتي:

الفئاتُ	التكرارُ (ت)	مركزُ الفئةِ (س)	مركزُ الفئةِ × التكرارِ (س × ت)
١ـ٥	٣	٣	٩
٦ـ١٠	٦	٨	٤٨
١١ـ١٥	١٢	١٣	١٥٦
١٦ـ٢٠	٣	١٨	٥٤
٢٠ـ٢٥	١	٢٣	٢٣
المجموعُ	٢٥		٢٩٠

$\overline{\text{س}} = \frac{٢٩٠}{٢٥} = ١١,٦$

إذنْ: المتوسِّطُ الحسابيُّ = ١١,٦.

وقانونُهُ:

المتوسِّطُ الحسابيُّ للبياناتِ المبوَّبةِ في جدولٍ تكراريٍّ = $\frac{\text{(مجموعَ حواصلِ ضربِ مراكزِ الفئاتِ في تَكرارِها)}}{\text{(مجموعِ التَّكراراتِ)}}$

وبالرموزِ: $\overline{\text{س}} = \frac{\text{(مجموعَ (س×ت))}}{\text{(مجموعَ ت)}}$

ويُمكنُنا أيضًا يا عمرُ، إيجادُ **المنوالِ** بتحديدِ الفئةِ المنواليَّةِ؛ وهيَ الفئةُ التي تُقابلُ أكبرَ تكرارٍ ويكونُ مركزُها هوَ المنوالُ، ويُسمّى (المنوالَ التقريبيَّ).

عمرُ: الفئةُ المنواليَّةُ في هذا الجدولِ التكراريِّ هيَ: ١١ـ١٥ ومركزُها ١٣، **إذنْ:** المنوالُ = ١٣.

أُحاولُ

في المثالِ السابقِ، أُنظِّمُ عددَ الساعاتِ التي يقضيها طلبةُ الصفِّ التاسعِ في متابعةِ مواقعِ التواصلِ الاجتماعيِّ في الأسبوعِ الواحدِ في جدولٍ تكراريٍّ؛ إذا كانَتِ الفئةُ الأولى (١ـ٨)، ثمَّ أجدُ المتوسِّطَ الحسابيَّ والمنوالَ.

المعادلاتُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ

المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ المقاديرُ والمعادلاتُ

المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَين

- أُميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ، عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.

أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ معادلةٌ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ؟

٣ ص^{٢} + ٨ س^{٢} + ١٠ = ٠

٧س + ٨ ص - ١٩ = ٠

٦ ص = ٧ س - ٩

حلُّ نظامٍ مكوَّنٍ منْ معادلتَينِ خطيِّتَينِ بمتغيِّرَينِ

- أحلُّ نظامًا مكوَّنًا منْ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ بطرائقَ متنوِّعةٍ، هيَ (الحذفُ، والتعويضُ).

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي:

ص + ٤ س = ٣

س - ١٢ = ص

أوَّلًا: المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أُميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرين، عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.

اتفقتْ هديلُ معَ أُختِها هُدى على شراءِ هديَّةٍ لوالدتِهما بمبلغِ ١٠ دنانيرَ، فإذا دفعتْ هديلُ س دينارٍ، وهُدى ص دينارٍ؛ فما المعادلةُ التي تُعبِّرُ عنِ المبلغِ؟

الصورةُ العامَّةُ للمعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرينِ س، ص هيَ:

أ س + ب ص + جـ = ٠ حيثُ أ ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ أ، ب $\neq$ صفرًا.

يُسمّى أ معامِلُ س، ب معامِلُ ص، بينَما جـ يُسمّى حدًّا ثابتًا.

مثالٌ

أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ:

١) ١٥ س = ٢ - ٤ ص　　٢) ص^{٢} = ٣ س^{٢} - ٧　　٣) ٧ص - ٢ س = ٨ + ص

٤) ٧ س ص - ٦ = ٥　　٥) ٠,٥ س = ٦ ص　　٦)٧ص^{٣} = ٢ س - ١

المعادلاتُ ١ ، ٣ ، ٥ معادلاتٌ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ؛ لأنَّهُ يُمكنُني كتابتُها بالصورةِ العامَّةِ للمعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ أ س + ب ص + جـ = ٠ ، بينَما ٢ ، ٤ ، ٦ معادلاتٌ غيرُ خطِّيَّةٍ.

أكتبُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ، بحيثُ أنقلُ الحدودَ جميعَها إلى الطرفِ الأيمنِ ليصبحَ الطرفُ الأيسرُ صفرًا حيثُ تتغيَّرُ إشارةُ الحدِّ عندَ نقلِهِ منْ طرفٍ إلى آخرَ، ثمَّ نجمعُ الحدودَ المتشابهةَ معَ بعضِها.

١) ١٥ س = ٢ – ٤ ص ⟵ ١٥ س + ٤ ص - ٢ = ٠ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ.

٣) ٧ ص – ٢ س = ٨ + ص ⟵ ٧ ص - ٢ س – ٨ – ص =٠ ⟵ - ٢ س + ٦ص - ٨ = ٠

٥) ٠,٥س = ٦ ص ⟵ ٠,٥ س - ٦ ص = ٠ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ.

ألاحظُ أنَّ المعادلاتِ ٢، ٤ ، ٦ معادلاتٌ غيرُ خطِّيَّةٍ. ص^{٢} = ٣ س^{٢} - ٧ ؛ لأنَّ ص مرفوعةٌ للقوَّةِ ٢ و س مرفوعةٌ للقوَّةِ ٢؛ فهيَ غيرُ خطِّيَّةٍ. ٧ س ص - ٦ = ٥ ؛ لأنَّهُ يوجدُ حاصلُ ضربِ س في ص.

٧ ص^{٣} = ٢ س – ١ ؛ لأنَّ ص مرفوعةٌ للقوَّةِ ٣.

أُحاوِلُ

أضعُ دائرةً حولَ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ:

١) ص^{٢} + ٥ س^{٢} - ٨ س ص + ١٠ = ٠

٢) ٧س + ٢ ص - ١٨ = ٠

٣) ٦ ص = ٢ س - ٩

٤) ص^{٣} = ٧س^{٣}

أُحاوِلُ

أكتبُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ الآتيةَ بالصورةِ العامَّةِ:

أ س + ب ص + جـ = ٠

١) ٢ ص + ٥س - ٤ ص =٧

٢) ٣س + ٢ص = ١٦

٣) ٧ص = ١٢س - ٥

٤) ١٤ص = ٧س

بالرجوعِ إلى المسألةِ في مقدِّمةِ الدرسِ، أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

١) هلْ يُمثِّلُ المقدارُ الجبريُّ الذي يُمثِّلُ المسألةَ معادلةً خطِّيَّةً بمتغيِّرَينِ؟

نعم. س + ص = ١٠

٢) أقترحُ زوجًا مرتَّبًا يُمثِّلُ المبلغَ المدفوعَ منْ هديلَ وهُدى.

(١ ، ٩) ، (٧ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٢,٧٥ ، ٧,٢٥) ، (٤,٥ ، ٥,٥) .

٣) ما عددُ الأزواجِ المرتَّبةِ التي تُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ؟

عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلُولِ.

يُسمّى الزوجُ المرتَّبُ منَ الأعدادِ الحقيقيَّةِ، الذي يُحقِّقُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ حلًّا للمعادلةِ، ومجموعةُ حلِّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ، هيَ مجموعةٌ غيرُ منتهيةٍ منَ الأزواجِ المرتَّبةِ.

مثالٌ

أيُّ الزوجَينِ الآتيَين (ـ ٥ ، ١) ، (٦ ، ـ ١) يُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ الخطِّيَّةِ
س + ٤ ص ـ ٢ = ٠؟

أُعوِّضُ كلَّ زوجٍ في المعادلةِ، ثمَّ أختبرُ تساوي الطرفَينِ.

س + ٤ ص ـ ٢ = ٠
ـ ٥ + ٤ × ١ ـ ٢ = ٠
ـ ٥ + ٤ ـ ٢ = ٠
ـ ٣ ≠ ٠
إِذنْ: (ـ ٥ ، ١) ليسَ حلًّا للمعادلةِ.

س + ٤ ص ـ ٢ = ٠
٦ + ٤ × (ـ ١) ـ٢ = ٠
٦ + (ـ ٤) ـ٢ = ٠
٠ = ٠
إذنْ: (٦ ، – ١) حلٌّ للمعادلةِ.

أُحاولُ

أضعُ دائرةً حولَ الأزواجِ المرتَّبةِ التي تُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ: ص = ٧س ـ ٩

(٠ ، – ٩) ، (١ ، – ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٢٣) ، (– ١ ، – ١٦).

تُمثِّلُ المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ أ س + ب ص + جـ = ٠ قانونًا جبريًّا تعتمدُ فيه قِيَمُ أحدِ المتغيِّرَينِ على الآخرِ، وعندَ وضعِ (ص) في المعادلةِ بدلالةِ (س) نُسمّي (ص) موضوعًا للقانونِ، ونُسمّي عمليَّةَ كتابةِ أحدِ المتغيِّرَينِ بدلالةِ الآخرِ تغييرَ موضوعِ القانونِ.

مثالٌ

أكتبُ المعادلةَ ٦ س + ٣ ص = ٩، بحيثُ أجعلُ ص موضوعًا للقانونِ.

٦ س + ٣ ص = ٩
ـ ٦ س ـ ٦ س أطرحُ منَ الطرفَينِ ٦ س.
٣ ص = ٩ – ٦ س أقسِمُ الطرفَينِ على معامِلِ ص. (العدد ٣)
ص = ٣ – ٢ س

أُحاولُ

أكتبُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ الآتيةَ بحيثُ أجعلُ ص موضوعًا للقانونِ.

١) ٢ ص + ٨ س = ٦ ٢) ٣٢ س – ٤ ص = ١٦ ٣) ٥ س – ص ـ ٧ = ٠

ثانياً: حلُّ نظامٍ مكوَّنٍ منْ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أحلُّ نظامَ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ بطرائقَ متنوِّعةٍ: (الحذفُ، التعويضُ).

حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ مُحيطها ٢٠٠م، والفرقُ بينَ بُعدَيْها ٢٠م، ما بُعدا الحديقةِ؟

لإيجادِ بُعدَي الحديقةِ؛ أُعبِّرُ عنِ المسألةِ الكلاميَّةِ بتعابيرَ جبريَّةٍ.

محيطُ المستطيلِ = ٢ × الطولِ + ٢ × العرضِ، أفترضُ أنَّ الطولَ (س) والعرضَ (ص).

إذنْ: ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ .... (١) هذه المعادلةُ الأولى.

الفرقُ بينَ بُعدَيْها ٢٠ (كلمةُ الفرقِ يُقصدُ بها طرحُ أحدِ بُعدَيْها منَ الآخرِ).

الطولُ – العرضِ = ٢٠

إذنْ: س - ص = ٢٠ .... (٢)

أصبحَ لدَيْنا معادلتانِ خطيَّتانِ بمتغيِّرَينِ (تُسمّى هاتانِ المعادلتانِ نظامَ المعادلتَينِ الخطيَّتَينِ).

٢ س + ٢ ص =٢٠٠ .... (١)

س - ص = ٢٠ .... (٢)

أستطيعُ إيجادَ حلِّ نظامِ المعادلتَينِ الخطيَّتينِ بطريقتين (التعويضُ، الحذفُ).

أوَّلًا: **طريقةُ التعويضِ**. أجعلُ إحدى المعادلتَينِ موضوعًا للقانونِ، ثمَّ أُعوِّضُها في المعادلةِ الأُخرى.

لأجعلَ ص موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ (١)

٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ نطرحُ منْ طرفَي المعادلةِ ٢ س.

٢ س + ٢ ص = ٢٠٠

- ٢ س - ٢ س ← ٢ ص = ٢٠٠ – ٢ س

أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على ٢ ← ص = ١٠٠ – س

أصبحتْ (ص) موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ الأولى.

أُعوِّضُ قيمةَ ص والتي هيَ (١٠٠ – س) في المعادلةِ الثانيةِ.

س – ص = ٢٠ ← س - (١٠٠ – س) = ٢٠ أوزِّعُ الطرحَ على ما في داخلِ القوسِ، ثمَّ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ س – ١٠٠ + س = ٢٠ ← ٢ س - ١٠٠ = ٢٠

أجمعُ للطرفَينِ ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠

تصبحُ المعادلةُ ٢س = ١٢٠. أقسِمُ الطرفَين على ٢ لتصبحَ س = ٦٠ .

أُعوِّضُ في المعادلةِ ص = ١٠٠ – س لإيجادِ قيمةِ ص،

فتكونُ قيمةُ ص = ١٠٠ – ٦٠ = ٤٠.

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ {(٦٠ ، ٤٠)}.

ثانيًا: **طريقةُ الحذفِ**. أكتبُ المعادلتَينِ أسفلَ بعضِهما، ثمَّ أضربُ إحدى المعادلتَينِ بعددٍ لتسهُلَ عمليَّةُ حذفِ المتغيِّرِ عندَ جمعِ المعادلتَينِ. ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ .... (١)

س - ص = ٢٠ .... (٢)

أضرِبُ المعادلةَ بالعددِ ٢ ← ٢ س – ٢ ص = ٤٠

أجمعُ المعادلةَ ١ معَ المعادلةِ ٢: ٢ س + ٢ ~~ص~~ = ٢٠٠ ....(١)

\+ ٢ س – ٢ ~~ص~~ = ٤٠ ....(٢)

٤ س = ٢٤٠

أُلاحظُ أنَّ (ص) قدْ حُذفِتْ لأنَّنا جعلنا المعامِلَ في المعادلةِ ٢، معكوسًا للمعامِلِ في المعادلةِ ١

أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على العددِ ٤ ← س = ٦٠

أُعوِّضُ قيمةَ س =٦٠ في إحدى المعادلتَينِ لأجدَ قيمةَ ص ← ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠

٢ × ٦٠ + ٢ ص = ٢٠٠

١٢٠ + ٢ ص = ٢٠٠

أطرحُ منْ طرفَي المعادلةِ العددَ ١٢٠ ـ ١٢٠ ـ ١٢٠

أقسِمُ الطرفَينِ على ٢ ، فتصبحُ المعادلةُ ٢ ص = ٨٠

ص = ٤٠

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ {(٦٠ ، ٤٠)}.

مثالٌ

أجدُ مجموعةَ حلّ نظامِ المعادلاتِ الآتي باستعمالِ التعويضِ:

٥س + ١٥ص = ٦٠ ....(١)

٣ص = ٣س - ١٢ ....(٢)

أجعلُ (ص) موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ ٢، بحيثُ أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على ٣

ص = س – ٤، ثمَّ أُعوِّضُ قيمةَ (ص= س – ٤ في المعادلةِ ١).

ينتج معادلة بمتغير واحد: ٥ س + ١٥ (س – ٤) = ٦٠

أُوزِّعُ العددَ ١٥ على ما في داخلِ القوسِ: ٥س + ١٥ س - ٦٠ = ٦٠،

ثمَّ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ: ٢٠ س – ٦٠ = ٦٠

أُضيفُ ٦٠ للطرفَينِ: + ٦٠ + ٦٠

لتصبحَ ٢٠ س = ١٢٠ أقسِمُ على ٢٠ ← س = ٦،

أُعوِّضُ في إحدى المعادلتَينِ بقيمة (س) لأجدَ قيمةَ (ص):

٥س + ١٥ص = ٦٠ ← ٥ × ٦ + ١٥ ص = ٦٠

٣٠ + ١٥ ص = ٦٠ ← ١٥ ص = ٦٠ - ٣٠ ← ١٥ ص = ٣٠

← ص = ٢

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ {(٦ ، ٢)}.

أُحاولُ

أستعملُ طريقةَ التعويضِ في حلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

١) ص + ٤س = ٣ ٢) س - ١٢ = ص

مثالٌ

أُكوِّنُ نظامَ معادلاتٍ منَ المسألةِ الآتيةِ، ثمَّ أستعملُ طريقةَ الحذفِ في حلِّها:

عددانِ مجموعُهما ١١ ويزيدُ ٣ أمثالِ أحدِهما على مثلَي الآخرِ بمقدارِ ٣، فَما هُما العددانِ؟

أفترضُ أنَّ العددَينِ هما (س) و (ص) إذنْ: س + ص = ١١،

٣ س – ٢ ص = ٣

أضرِبُ المعادلةَ الأولى بـ ٢، ثمَّ أحذفُ ٢ص مع - ٢ص

ناتجُ جمعِ المعادلتَينِ ٢س + ~~٢ ص~~ = ٢٢ .....(١)

٣ س – ~~٢ ص~~ = ٣ .....(٢) ← ٥س = ٢٥

أجدُ قيمةَ (س) بقسمةِ الطرفينِ على ٥ ← س = ٥

أُعوِّضُ في إحدى المعادلتَينِ لأجدَ قيمةَ (ص): ٢×٥ + ٢ ص = ٢٢ ← ٢ص= ٢٢ - ١٠

٢ ص=١٢ ← ص = ٦

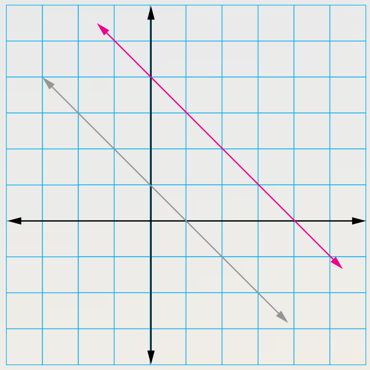
إذنْ: مجموعةُ حلِّ النظامِ هيَ: {(٥ ، ٦)}.

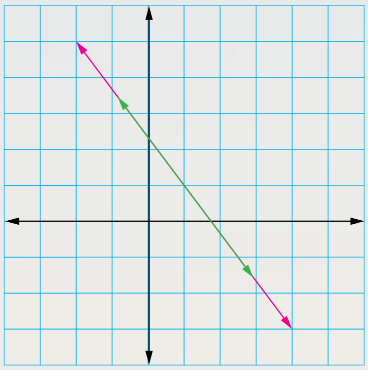
أُحاولُ

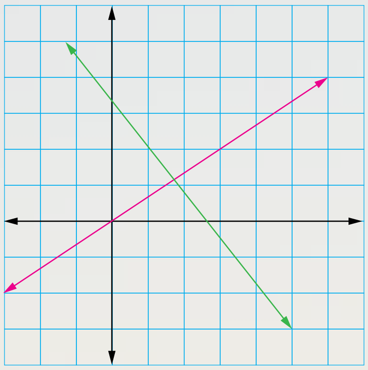
أكوّنُ نظامَ معادلاتٍ مرتبطًا بهذِهِ المسألةِ، ثمَّ أستعملُ طريقةَ الحذفِ في إيجادِها: عددانِ مجموعُهُما ١٠، والفرقُ بينَهما ٢، ما العددانِ؟

أُلاحظُ ممّا سبقَ، أنَّ حلولَ أنظمةِ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ الواردةِ في الأمثلةِ، كانتْ حلًّا وحيدًا (نقطةَ تقاطعٍ مشتركةً). فهلْ توجدُ حالاتٌ أُخرى؟ ماذا لو كانَ المستقيمانِ متوازيَّينِ؟ أوْ متطابقَينِ؟

أتأمَّلُ الصورَ الآتيةَ:


الشكلِ١


الشكلِ٢


الشكلِ٣

ألاحظُ منَ الشكلِ ١، أنَّهُ لا يوجدُ حلٌّ لنظامِ المعادلتَينِ؛ لأنَّهُ لا يوجدُ نقاطُ تقاطعٍ بينَ المعادلتَينِ. تكونُ عندَها مجموعةُ الحلِّ فاي Ø، أمّا في الشكلِ ٢، فنُلاحظُ تطابَقَ المستقيمَينِ؛ لذا، تكونُ مجموعةُ الحلِّ غيرَ منتهيةٍ (عددًا لا نهائيًّا منَ الحلُّولِ). بينَما في الشكل ٣، توجدُ نقطةُ تقاطعٍ واحدةٌ، فتكونُ هيَ حلُّ النظامِ.

عندَ حلِّ نظامِ المعادلتَينِ ص = ١ - س أُلاحظُ أنّ مجموعةَ الحلِّ Ø لا يوجدُ حلولٌ في الشكلِ ١ يُمثِّلُها.

ص = ٤ - س

أمّا عنَد حلِّ نظامِ المعادلتَينِ ص = ٢ – س ، ٣ص + ٣س = ٦ فنُلاحظُ أنَّهُ يوجدُ عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلُّولِ، والشكلُ ٢ يُمثِّلُها.

أمّا النظامُ ص= ٠,٥ س ، ص = ٣ – س فلهُ حلٌّ وحيدٌ وهوَ النقطةُ (٢ ، ١) والشكلُ ٣ يُمثِّلُها .

خلاصةٌ

في نظامِ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ على صورةِ ص = أ س + ب ، ص = م س + جـ

١) يكونُ للنظامِ حلٌّ وحيدٌ إذا كانَتْ أ ≠ م

٢) لا يوجدُ حلٌّ للنظامِ إذا كانَتْ أ = م

٣) يوجدُ عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلُّولِ إذا كانَتْ أ = م ، ب = جـ

التقويمُ الختاميُّ

١) باستعمالِ طريقةِ الحذفِ، أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي:

٥ ص + ٤ س = ١٥

٣ص + س = ٢

٢) ما الأزواجُ المرتَّبةُ التي تُمثِّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الآتي:

٣ص + س = ٠

ص = ٢ + س

أ) (-١,٥ ، ٠,٥) **ب)** (-٣ ، ١) **جـ)** (١ ، ٣)

خصائصُ المثلَّثاتِ

المجالُ الهندسةُ والقياسُ

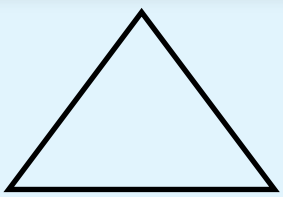
المحورُ المستقيماتُ والزوايا والمضلَّعاتُ

خصائصُ المثلَّثِ

- أتعرَّفُ بعضَ خصائصِ المثلَّثِ.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الضلعَين.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ.

ما نتائجُ إنزالِ عمودٍ منْ رأسِ مثلَّثٍ متطابقِ الضلعَينِ على قاعدتِهِ؟

التعلُّمُ القبليُّ



١) أستعملُ المنقلةَ لقياسِ زوايا المثلَّثِ في الشكلِ المجاورِ:

٢) ما مجموعُ زوايا المثلَّثِ؟

٣) ٣ قطعٍ مستقيمةٍ أطوالُها ٣سم، ٦سم، ٥سم. هلْ يُمكنُني تشكيلُ مثلَّثٍ منْ هذِهِ القطعِ المستقيمةِ؟

٤) المثلَّثُ أ ب جـ فيهِ أ ب = ٤سم، أجـ = ٦سم، ب جـ = ٣سم، وكانتْ قياساتُ زواياهُ (منْ دونِ ترتيبٍ) ٧٠، ٨٠، ٣٠. ما قياس كلٍّ منَ الزوايا أ ، ب ، جـ؟

أتذكَّرُ

المثلَّثُ متطابقُ الأضلاعِ أوْ متطابقُ الضلعَينِ أوْ مختلفُ الأضلاعِ.

المثلَّثُ منفرجُ الزاويةِ أوْ قائمُ الزاويةِ أوْ حادُّ الزوايا.

مجموعُ زوايا المثلَّثِ ١٨٠°

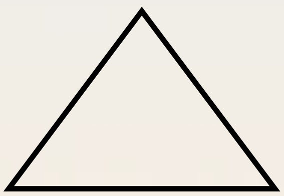
الضلعُ الأطولُ في المثلَّثِ يُقابلُ الزاويةَ الكبرى.

مساحةُ المثلَّثِ = نصفَ طولِ القاعدةِ × الارتفاعِ

محيطُ المثلَّثِ = مجموعَ أطوالِ أضلاعِهِ

خصائصُ المثلَّثِ

أوَّلًا: المثلَّثُ المتطابقُ الأضلاعِ



ماذا سأتعلَّمُ؟

- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ.

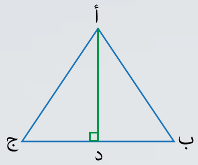
كيفَ يُمكنُني أنْ أعرفَ قياساتِ بعضِ زوايا المثلَّثِ وأطوالَ أضلاعِهِ؛ عنْ طريقِ بعضِ المعطياتِ عنِ المثلَّثِ، ومنْ دونِ استعمالِ أدواتِ القياسِ؟

ما قياسُ زاويةِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ؟

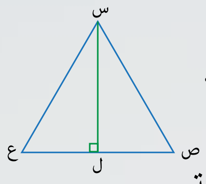
أعرفُ أنَّ أطولَ ضلعٍ في المثلَّثِ يُقابلُ الزاويةَ الأكبرَ فيهِ. وبما أنَّ أطوالَ أضلاعِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ متساويةٌ؛ فإنَّ قياساتِ زواياهُ متساويةٌ. وبما أنَّ مجموعَ قياساتِ أيِّ مثلَّثٍ هوَ ١٨٠ درجةً؛ فإنَّ قياسَ الزاويةِ الواحدةِ في المثلَّثِ المتساوي الأضلاعِ هوَ ١٨٠ ÷ ٣ = ٦٠ درجةً.

إذنْ: قياسُ أيِّ زاويةٍ في المثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ هوَ ٦٠°

إذا أنزلتُ عمودًا منْ رأسِ المثلَّثِ أ ب جـ المتطابقِ الأضلاعِ على قاعدتِهِ، وقستُ طولَ ب د وطولَ د جـ فسأجدُ أنَّهما متساويتانِ، ومنْ ذلكَ أستنتجُ ما يأتي:



العمودُ النازلُ منْ رأسِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ على قاعدتِهِ؛ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.

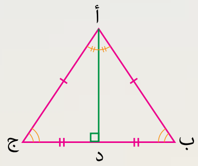


مثالٌ: المثلثُ س ص ع متطابقُ الأضلاعِ وطولُ ضلعِهِ ٦سم، أُنزِلَ عمودٌ منْ رأسِ المثلَّثِ على قاعدتِهِ في النقطةِ (ل) كَما في الشكلِ المجاورِ. أجدُ قياسَ الزاويةِ ص س ل وطولَ ص ل.

الحلُّ: بِما أنَّ المثلَّثَ متطابقُ الأضلاعِ؛ فإنَّ قياسَ زاويةِ الرأسِ ص س ع = ٦٠°،

وبِما أنَّ العمودَ النازلَ منْ زاويةِ الرأسِ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ؛ فإنَّ قياسَ الزاويةِ ص س ل = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠ وطولَ ص ل = ٦ ÷ ٢ = ٣سم.

ثانيًا: المثلَّثُ المتطابقُ الضلعَينِ



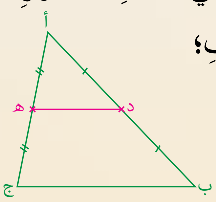
المثلَّثُ المتطابقُ الضلعَينِ يتشابهُ كثيرًا معَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ؛ ففي الشكلِ المجاورِ، المثلَّثُ أ ب جـ مثلَّثٌ متطابقُ الضلعَينِ فيه أب = أجـ.

وبِما أنَّهما متساويانِ؛ فإنَّ الزوايا المقابلةَ لهُما أيضًا متساويةُ القياسِ.

أيْ إنَّ قياسَ زاويتَي القاعدةِ (الزاويةِ ب والزاويةِ جـ) متساوٍ.

وكذلكَ عندَ إنزالِ عمودٍ منْ رأسِ المثلَّثِ على قاعدتِهِ؛ فإنَّهُ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.

ثالثًا: قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ منتصفَي ضلعَي مثلَّثٍ

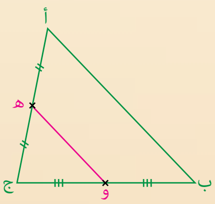


أرسمُ المثلَّثَ (أ ب جـ)، ثمَّ أُنصِّفُ الضلعَينِ (أب)، (أجـ) في النقطتينِ (دهـ)، وأصلُ بينَهما كَما في الشكلِ المجاورِ.

بهذِهِ الطريقةِ، أكونُ كأنَّني قمتُ بتصغيرِ المثلَّثِ (أ ب جـ) إلى المثلَّثِ (أ د هـ) بمقدارِ النصفِ؛ لأنَّ (أ ب) مِثلا (أ د)، و (أ جـ) مِثلا (أ هـ) فيكونُ بالضرورةِ (ب جـ) مثلَي (د هـ).

إذا قستُ الأضلاعَ بالمِسطرةِ؛ سأتأكَّدُ منْ صحَّةِ هذِهِ الاستنتاجاتِ، وحتّى إنْ استعملتُ مثلَّثاتٍ مختلفةً فستكونُ النتيجةُ نفسُها في كلِّ مرَّةٍ. ومنْ ذلكَ أستنتجُ القاعدةَ الآتيةَ:

طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ منتصفَي ضلعَي أيِّ مثلَّثٍ، يُساوي نصفَ طولِ الضلعِ الثالثِ.



مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ طولُ أ ب = ١٠سم، فَما قياسُ و هـ؟

الحلُّ: بِما أنَّ النقطةَ (و) هي منتصفُ (ب جـ)، والنقطةُ (هـ) هي منتصفُ (أ جـ)؛

إذنْ: طولُ (أ ب) مِثلا طولِ (و هـ). أيْ إنَّ (و هـ) = ١٠ ÷ ٢ = ٥سم.

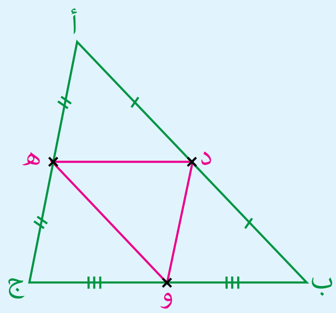
التقويمُ الختاميُّ

١) في الشكلِ المجاورِ،

إذا كانَتْ أطوالُ القطعِ المستقيمةِ كَما يأتي:

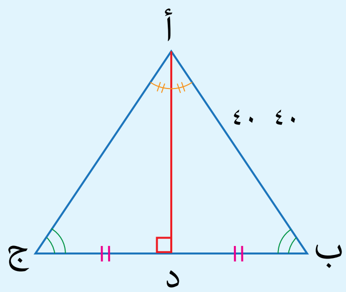
أ ب = ٨سم، ب جـ = ٦سم، د و= ٢سم،

فأجدُ محيطَ المثلَّثِ ودهـ.



٢) المثلَّثُ في الشكلِ المجاورِ،

هلْ هوَ متطابقُ الأضلاعِ أمْ متطابقُ الضلعَينِ؟ لِماذا؟



انتهى بحمدِ اللّهِ