الوحدة الخامسة

القطوع المخروطية

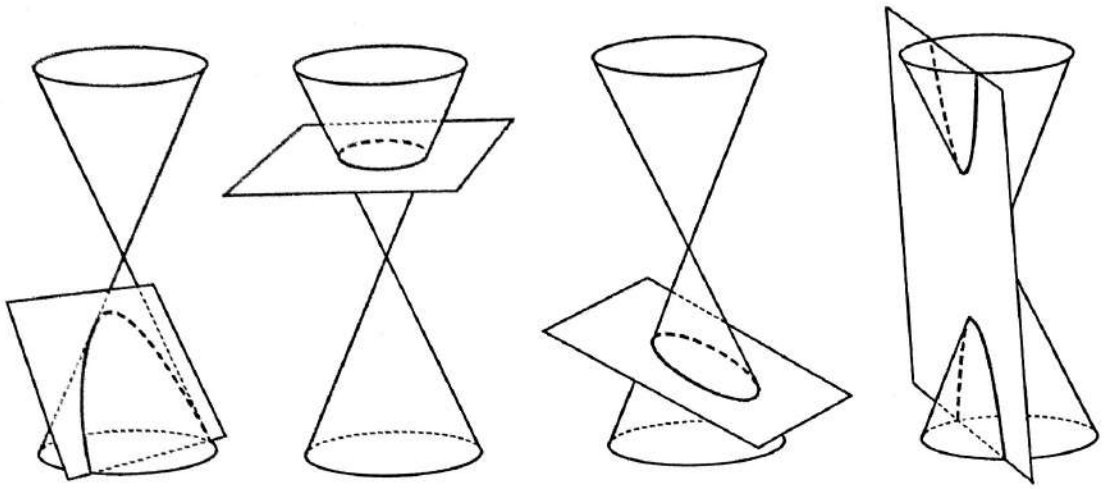
الثاني الثانوي العلمي

حل تمارين الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

١) اعتمادًا على الشكل (٥-٣)؛ اكتب اسم القطع المخروطي الناتج في كل حالة:



الشكل (٥-٣)

٢) اكتب اسم الشكل الناتج عن قطع مستوى لمخروط قائم مزدوج في كلٍّ من الحالات الآتية:

أ) إذا قطع المستوى فَرْعَي المخروط حيث لا يحتوي القطع على رأس المخروط.

( )

ب) إذا قطع المستوى المخروط بشكل عمودي على المحور، ولا يحوي رأس المخروط.

( )

جـ) إذا قطع المستوى المخروط بشكل مائل موازٍ لراسم المخروط بحيث يقطع أحدهما دون الآخر.

( )

د) إذا قطع المستوى المخروط بشكل مائل قليلًا عن المحور، بحيث يقطع أحد المخروطين دون الآخر.

( )

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تمارين ومسائل (المحل الهندسي)

١) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى ب (س،ص) التي تبعد بُعدًا ثابتًا مقداره (٧) وحدات، عن النقطة الثابتة ك(−٢ ، ٦).

٢) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ع (س،ص) التي تتحرك في المستوى، بحيث تبعد بُعدًا ثابتًا مقداره (٤) وحدات عن المستقيم الذي معادلته س= ١، وتمر أثناء حركتها بالنقطة (−٣ ، ٢)

٣) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة د(س ، ص) المتحركة في المستوى، التي يكون بُعدها عن النقطة هـ (٥ ،٣) مساويًا دائمًا لمثلَيْ بُعدها عن المستقيم الذي معادلته ص=٤.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١

الشكل الأول : قطع زائد .

الشكل الثاني : قطع ناقص .

الشكل الثالث : دائرة

الشكل الرابع : قطع مكافئ

س٢

(أ) قطع زائد .

(ب) دائرة .

(جـ) قطع مكافئ .

(د) قطع ناقص .

س٣

$\sqrt{(س-٥)^٢ + (ص-٣)^٢} = \frac{|ص-٤|٢}{\sqrt{١+٠}}$

$\sqrt{(س-٥)^٢ + (ص-٣)^٢} = ٢|ص-٤|$ بتربيع الطرفين

$(س-٥)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٤(ص-٤)^٢$

$س^٢ - ١٠س + ٢٥ + ص^٢ - ٦ص + ٩ = ٤(ص^٢ - ٨ص + ١٦)$

$س^٢ - ١٠س + ص^٢ - ٦ص + ٣٤ = ٤ص^٢ - ٣٢ص + ٦٤$

$س^٢ - ١٠س - ٣ص^٢ + ٢٦ص - ٣٠ = صفر$.

س٤

$س = ١ \Leftarrow س - ١ = صفر$

$ف = \left|\frac{س-١}{\sqrt{١+٠}}\right| = ٤ \Leftarrow |س-١| = ٤$

$س - ١ = ٤$ أو $س - ١ = -٤$

$س = ٥$ $س = -٣$

$(-٣، ٢)$ تقع على هذا المستقيم .

$(٥، ٢)$ لا تقع على هذا المستقيم

تمارين دروس المحل الهندسي

س١ نستخدم قانون المسافة بين نقطتين .

$\sqrt{(س+٢)^٢ + (ص-٦)^٢} = ٧$

$(س+٢)^٢ + (ص-٦)^٢ = ٤٩$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١) جد معادلة الدائرة في كلّ حالة من الحالات الآتية:

أ) مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٨ وحدات.

ب) مركزها النقطة (−٢ ، ١) وتمر بالنقطة (٥ ، ١).

جـ) مركزها النقطة (٣ ، −٧) وتمس محور السينات.

د) نهايتا قطر فيها هما النقطتان (٦ ، −١) ، (٤ ، ٣).

هـ) طول نصف قطرها يساوي (٥) وحدات، وتمس المحورين الإحداثيين، ويقع مركزها في الربع الرابع.

و) تمر بالنقطتين (٤ ، ٤) ، (٠ ، −٢) ويقع مركزها على محور السينات.

ز) تمر بالنقط (−٥ ، ٠) ، (−٣ ، ٤) ، (١ ، ٢).

ح) تمر بالنقطة (١ ، ٢) وتمس محور السينات عند النقطة (٧ ، ٠).

٢) جد إحداثيي المركز، وطول نصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي:

أ) $س^{٢} + ص^{٢} = ١٤٤$

ب) $(س + ١١)^{٢} = ١٣ - (ص+٤)^{٢}$

جـ) $س^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ٨١$

د) $س^{٢} + ص^{٢} - ٩ = ٨س + ٦ص$

هـ) $٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص - ٢٧ = ٠$

و) $(٢س - ٢)^{٢} + (٢ص + ١٠)^{٢} = ١٠٠$

ز) $(س + ٤)^{٢} + ص^{٢} - ١٦ = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته ص−٢س=٤ وتمس محور السينات عند النقطة (١ ، ٠).

٤) جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (−٢ ، −٢) وتمس المستقيم الذي معادلته ص=٣س+١٠

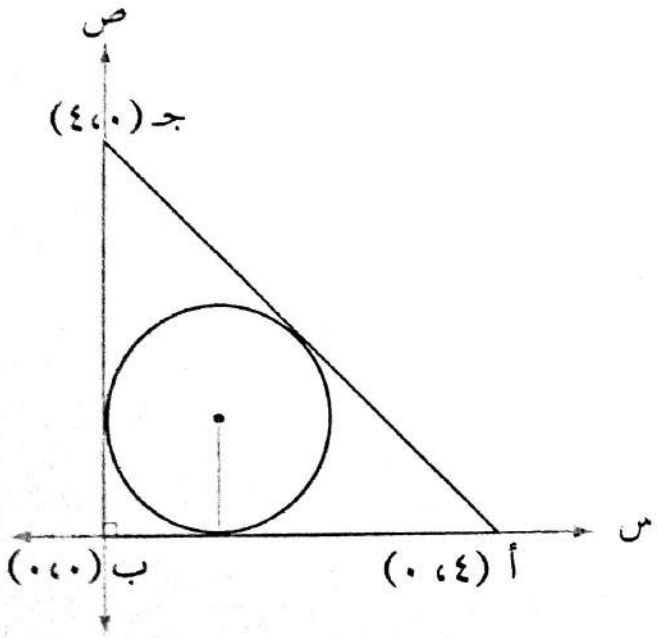
تمارين ومسائل (الدائرة)

٥) تتحرك النقطة ل(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س=٣+٢جاهـ ، ص=٤+٢جتاهـ حيث هـ زاوية متغيرة. جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ل، وبيّن نوعه.

٦) جد قيم الثابت جـ التي تجعل المعادلة س^{٢} + ص^{٢} + ٨س − ٤ص + جـ = ٠ معادلة دائرة.

٧) جد معادلة الدائرة التي تمس كلًّا من المستقيمين س = ٠ ، ص = −٢ ، وتمر بالنقطة (٤ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الأول، وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين.

٨) معتمدًا الشكل (٥−١١) الذي يمثل دائرة مرسومة داخل المثلث أ ب جـ وتمس أضلاعه، جد معادلة هذه الدائرة.



الشكل (٥−١١)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١

أ) المركز (٠،٠) ، ر = ٤

$س^2 + ص^2 = ١٦$

ب) المركز (-٣، ١) ←

$(س+٣)^2 + (ص-١)^2 = ر^2$

تمر بالنقطة (٥، ١) ⇐

$(٥+٣)^2 + (١-١)^2 = ر^2$

$٤٩ + ٠ = ر^2 \Leftarrow ر^2 = ٤٩$

$(س+٣)^2 + (ص-١)^2 = ٤٩$

جـ) المركز (٣، -٧)

تمس محور السينات ⇐ ر = ٧

$(س-٣)^2 + (ص+٧)^2 = ٤٩$

د) المركز هو نقطة المنتصف لنهايتي القطر.

المركز = $\left(\frac{٦+٤}{٢} ، \frac{-١+٣}{٢}\right)$

$= (٥ ، ١)$

نصف القطر هو المسافة بين المركز وإحدى النقطتين.

$ر = \sqrt{(٦-٥)^2 + (-١-١)^2}$

$= \sqrt{١+٤} = \sqrt{٥}$.

$(س-٥)^2 + (ص-١)^2 = ٥$

هـ) ر = ٥ ، المركز في الربع الرابع (٥، -٥)

$(س-٥)^2 + (ص+٥)^2 = ٢٥$

و) $س^2 + ص^2 + ٢س + ب ص + جـ = ٠$

المركز $\left(-\frac{٢}{٢} ، -\frac{ب}{٢}\right)$

يقع المركز على محور السينات ⇐ $-\frac{ب}{٢} = ٠ \Leftarrow ب = ٠$

$(٠، ٣) \leftarrow ٠ + ٤ + ٠ + ٠ + جـ = ٠$

$\Leftarrow \boxed{جـ = -٤}$

$(٤، ٤) \leftarrow ١٦ + ١٦ + ٤٢ - ٤ = ٠$

$٣٢ + ٤٢ = ٠ \Leftarrow ٤٢ = -٣٢ \leftarrow \boxed{٢ = -٧}$

$س^2 + ص^2 - ٧س - ٤ = ٠$

ز) تمس محور السينات عند (٧، ٠) ←

المركز (٧، ر)

المعادلة $(س-٧)^2 + (ص-ر)^2 = ر^2$

تمر بالنقطة (١، ٢) ← $(١-٧)^2 + (٢-ر)^2 = ر^2$

$٣٦ + ٤ - ٤ر + ر^2 = ر^2 \Leftarrow$

$٤٠ - ٤ر = ٠ \Leftarrow ٤ر = ٤٠$

$\Leftarrow ر = ١٠$

المعادلة :

$(س-٧)^2 + (ص-١٠)^2 = ١٠٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨ ز) تمر بالنقط

(-١٠٥) ، (-٤٦٣) ، (٢٦١)

$س^٢ + ص^٢ + أ س + ب ص + جـ = ٠$

$(-١٠٥) \leftarrow ٢٥ + ١٠ - ٥أ + ٠ + جـ = ٠$

$$-٥أ + جـ = -٢٥ \quad \text{---} \quad (١)$$

$(-٤٦٣) \leftarrow ٩ + ١٦ - ٣أ + ٤ب + جـ = ٠$

$$-٣أ + ٤ب + جـ = -٢٥ \quad \text{---} \quad (٢)$$

$(٢٦١) \leftarrow ١ + ٤ + أ + ٢ب + جـ = ٠$

$$أ + ٢ب + جـ = -٥ \quad \text{---} \quad (٣)$$

بضرب المعادلة (٣) × ٢ + المعادلة (٢)

$$-٣أ + ٤ب + جـ = -٢٥$$
$$-٢أ - ٤ب - ٢جـ = ١٠$$
$$\overline{-٥أ + جـ = -١٥}$$

بالجمع مع معادلة (١)

$$-٥أ + جـ = -٢٥$$
$$-٥أ + جـ = -١٥$$
$$\overline{-١٠أ = -٤٠ \Leftarrow \boxed{أ = ٤}}$$

بالتعويض في (١)

$-٥أ + جـ = -٢٥ \leftarrow -٢٠ + جـ = -٢٥$

$$\Leftarrow \boxed{جـ = -٥}$$

بالتعويض في (٣)

$$أ + ٢ب + جـ = -٥$$
$$٤ + ٢ب - ٥ = -٥ \Leftarrow$$
$$٢ب = -٤ \Leftarrow \boxed{ب = -٢}$$

المعادلة:

$$س^٢ + ص^٢ + ٤س - ٢ص - ٥ = ٠$$

س٩

(أ) $س^٢ + ص^٢ = ١٤٤$

المركز $(٠، ٠)$ ، $ر = \sqrt{١٤٤} = ١٢$

(ب) $(س + ١١)^٢ = ١٣ - (ص + ٤)^٢$

$(س + ١١)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ١٣$

المركز $(-١١، -٤)$ ، $ر = \sqrt{١٣}$

(جـ) $س^٢ + (ص - ٧)^٢ = ٨١$

المركز $(٠، ٧)$ ، $ر = \sqrt{٨١} = ٩$

(د) $س^٢ + ص^٢ - ٩ = ٨س + ٦ص$

$س^٢ + ص^٢ - ٨س - ٦ص - ٩ = ٠$

المركز $\left(\frac{-٨}{٢}، \frac{-٦}{٢}\right) = (٤، ٣)$

$ر = \sqrt{٤^٢ + ٣^٢ - (-٩)} = \sqrt{١٦ + ٩ + ٩}$

$ر = \sqrt{٣٤}$

(هـ) $٣س^٢ + ٣ص^٢ + ٦ص - ٢٧ = ٠$ $(\div ٣)$

$س^٢ + ص^٢ + ٢ص - ٩ = ٠$

المركز $(٠، -١)$ ، $ر = \sqrt{٠ + ١ + ٩} = \sqrt{١٠}$

(و) $(٢س - ٢)^٢ + (٢ص + ١٠)^٢ = ١٠٠$

$٤(س - ١)^٢ + ٤(ص + ٥)^٢ = ١٠٠$ $(\div ٤)$

$(س - ١)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٢٥$ المركز $(١، -٥)$

$ر = ٥$

(ز) $(س + ٤)^٢ + ص^٢ - ١٦ = ٠$

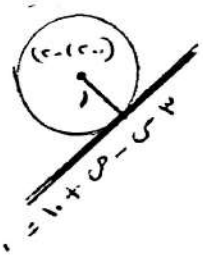
$(س + ٤)^٢ + ص^٢ = ١٦$

المركز $(-٤، ٠)$ ، $ر = \sqrt{١٦} = ٤$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣ :
بما أن محور السينات عند النقطة (١، ٠) ←
المركز (١، ر) يقع على المستقيم ص = -٢س + ٤
← ر = -٢ + ٤ ← ر = ٦
المعادلة : $(س-١)^{٢} + (ص-٦)^{٢} = ٣٦$

س٤ المركز (-٢، ٦) ، س المستقيم
٣س - ص + ١٠ = صفر



نصف القطر هو المسافة بين المركز والمستقيم

$$ر = \left| \frac{٣ \times -٢ - ٦ + ١٠}{\sqrt{٣^{٢} + (-١)^{٢}}} \right|$$

$$= \left| \frac{-٦ + ٢ + ١٠}{\sqrt{١٠}} \right| = \frac{٦}{\sqrt{١٠}}$$

المعادلة :
$$(س+٢)^{٢} + (ص+٦)^{٢} = \frac{٣٦}{١٠}$$

س٥ $س = ٣ + ٢ جا هـ \Leftarrow \frac{س-٣}{٢} = جا هـ$

$\Leftarrow جا^{٢} هـ = \frac{(س-٣)^{٢}}{٤}$.

$ص = ٤ + ٢ جتا هـ \Leftarrow \frac{ص-٤}{٢} = جتا هـ$

$\Leftarrow جتا^{٢} هـ = \frac{(ص-٤)^{٢}}{٤}$.

$جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١$

$$\frac{(س-٣)^{٢}}{٤} + \frac{(ص-٤)^{٢}}{٤} = ١$$

$$(س-٣)^{٢} + (ص-٤)^{٢} = ٤$$

هذه معادلة دائرة مركزها (٣، ٤)

$ر = \sqrt{٤} = ٢$

س٦ $س^{٢} + ص^{٢} + ٨ك - ٤ص + ج = صفر$

$ب = ٨$ ، $-٤ = ٨$

حتى تكون دائرة يجب أن يكون $ب^{٢} + ب^{٢} - ٤ج > ٠$

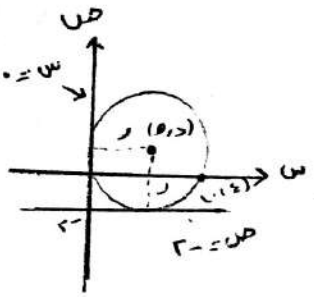
$$٦٤ + ١٦ - ٤ج > ٠$$

$$٨٠ - ٤ج > ٠ \Leftarrow ٨٠ > ٤ج$$

$\Leftarrow ج < ٢٠$

$\therefore$ يجب أن تكون $ج < ٢٠$.

س٧



بما أنها تمس محور الصادات

$د = ر$

$هـ = ر - ٢$

$(س-د)^{٢} + (ص-هـ)^{٢} = ر^{٢}$

$(س-ر)^{٢} + (ص-(ر-٢))^{٢} = ر^{٢}$

(٤، ١) تقع على الدائرة

$(٤-ر)^{٢} + (ر-٢)^{٢} = ر^{٢}$

$١٦ - ٨ر + ر^{٢} + ر^{٢} - ٤ر + ٤ = ر^{٢}$

$ر^{٢} - ١٢ر + ٢٠ = صفر$

$(ر-١٠)(ر-٢) = صفر$

$ر - ١٠ = صفر \Leftarrow ر = ١٠ \Leftarrow هـ = ٨$ ، $د = ١٠$

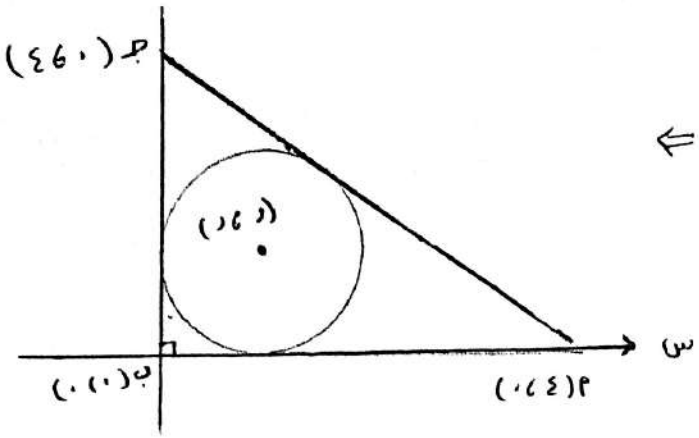
المركز (١٠، ٨)

المعادلة :
$$(س-١٠)^{٢} + (ص-٨)^{٢} = ١٠٠$$

$ر = ٢$ تهمل لأن نصف القطر > ٢ .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨



بما أن الدائرة تمس المحورين الاحداثيين ⇐

المركز (ر ، ر)

بُعد المركز عن المستقيم $\overline{أجـ}$ = ر

نجد ميل $\overline{أجـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٠ - ٤}{٤ - ٠}$ = −١

منهاجي
متعة التعليم الهادف

معادلة المستقيم $\overline{أجـ}$ هي ص − ٠ = −١ (س − ٤) ⇐ ص = ٤ − س

⇐ س + ص − ٤ = صفر

نجد بُعد المركز (ر ، ر) عن المستقيم س + ص − ٤ = صفر

$ر = \left| \frac{ر + ر - ٤}{\sqrt{١ + ١}} \right|$ ⇐ $ر = \frac{|٢ر - ٤|}{\sqrt{٢}}$ ⇐ $ر\sqrt{٢} = |٢ر - ٤|$ نُربع الطرفين

$٢ر^٢ = ٤ر^٢ - ١٦ر + ١٦$ ⇐ $ر^٢ - ١٦ر + ١٦ = صفر$ ⇐ $ر^٢ - ٨ر + ٨ = صفر$

نحل باستخدام القانون العام $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$ = $\frac{٨ \pm \sqrt{٨^٢ - ٤ \times ١ \times ٨}}{٢}$

= $\frac{٨ \pm \sqrt{٣٢}}{٢}$ = $\frac{٨ \pm \sqrt{١٦ \times ٢}}{٢}$ = $\frac{٨ \pm ٤\sqrt{٢}}{٢}$ = $٤ \pm ٢\sqrt{٢}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ر = $٤ + ٢\sqrt{٢}$ أو ر = $٤ - ٢\sqrt{٢}$

تهمل لأن ر تصبح أكبر من ٤ وهذا يتعارض مع الشكل المرسوم ↑

∴ ر = $٤ - ٢\sqrt{٢}$

معادلة الدائرة : $(س - (٤ + ٢\sqrt{٢}))^٢ + (ص - (٤ - ٢\sqrt{٢}))^٢ = (٤ - ٢\sqrt{٢})^٢$

$(س - ٤ + ٢\sqrt{٢})^٢ + (ص - ٤ + ٢\sqrt{٢})^٢ = (٤ - ٢\sqrt{٢})^٢$.

١) جد معادلة القطع المكافئ في كل حالة مما يأتي، ثم ارسم منحناه بشكل تقريبي:

أ) رأسه النقطة (−١ ، ٠) وبؤرته النقطة (−٥ ، ٠)

ب) رأسه النقطة (−١ ، ٠) وبؤرته النقطة (٣ ، ٠)

جـ) رأسه النقطة (٢، ٣) وبؤرته النقطة (٢ ، ٨)

د) رأسه النقطة (٢ ، ٣) وبؤرته النقطة (٢ ، −٢)

هـ) بؤرته النقطة (١ ، ٠) ومعادلة دليله ص = −٣

و) بؤرته النقطة (٠ ، ٠) ومعادلة دليله س = ٥

ز) بؤرته النقطة (٢ ، −٥) ومعادلة دليله س = ١,٢٥

ح) رأسه النقطة (٢ ، −٣) ومعادلة دليله س = −١

ط) رأسه النقطة (−١ ، ٢) ومعادلة دليله ص = ٥

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٢) جد كلًّا من إحداثيي الرأس، وإحداثيي البؤرة، ومعادلة الدليل، ومعادلة المحور، لكلٍّ من القطوع المكافئة المعطاة معادلتها في كلٍّ مما يأتي:

أ) $(ص - ٣)^{٢} = ١٢(س + ١)$

ب) $(س + ٥)^{٢} = ص - ٢$

جـ) $س = ص^{٢}$

د) $٢ص^{٢} - ١٢ص - ١٦س = ١٤$.

هـ) $٣س^{٢} - ٤ = ٨ص + ١٢$

و) $٤س - ٣ص^{٢} + ٩ص + ١٢ = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره س = ٢، ومعادلة دليله ص = ٥، وتبعد بؤرته ٨ وحدات عن دليله، ومفتوح نحو الأسفل.

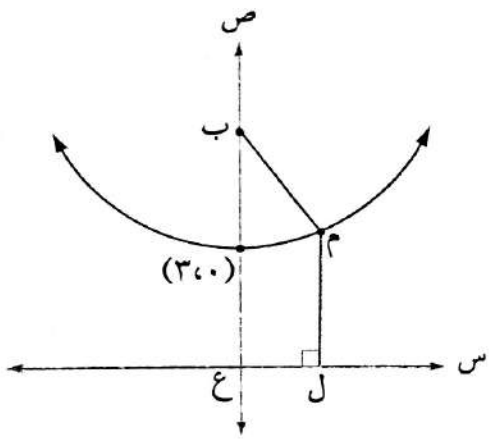
٤) جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (٨ ، ٦) ، (٤ ، −٢)، ومحور تماثله المستقيم الذي معادلته س = ٢.

(القطع المكافئ)

٥) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات، وبؤرته النقطة (١،٢) ويمر بالنقطة (٥ ، −١) ويقع رأسه أسفل بؤرته.

٦) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات، ويمرمنحناه بالنقط (٢ ، ٠)، (٥ ، ٢)، (٢ ، −٤) ويقع رأسه أسفل بؤرته.

٧) في الشكل (٥−٢٤) قطع مكافئ رأسه النقطة (٠ ، ٣) وبؤرته النقطة ب ودليله محور السينات، والنقطة م $(٢، \frac{١٠}{٣})$ تقع على منحناه. جد محيط الشكل الرباعي ل م ب ع.



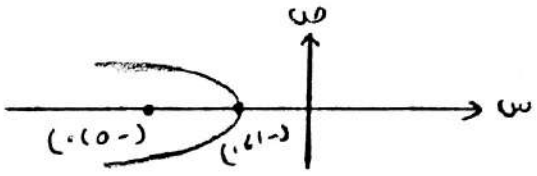
الشكل (٥−٢٤)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٨) قاعدة قوس على شكل قطع مكافئ تقع على أرض مستوية، طولها ١٢مترًا، ورأس القوس يرتفع ٩ أمتار فوق سطح الأرض. اكتب المعادلة الممثلة لهذا القوس، علمًا أنَّه متماثل حول محور الصادات.

س١

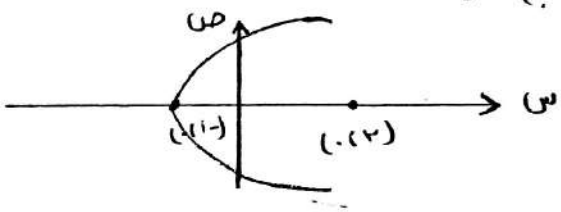
أ) الرأس (-١، ٠) ، البؤرة (-٥، ٠)



ﺟـ = -١ - -٥ = ٤

المعادلة: ص^{٢} = -١٦ (س + ١)

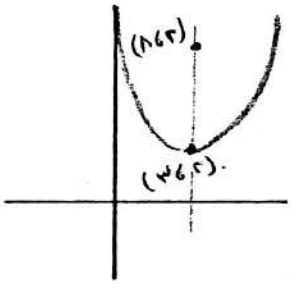
ب) الرأس (-١، ٠) ، البؤرة (٣، ٠)



ﺟـ = ٣ - -١ = ٤

المعادلة ص^{٢} = ١٦ (س + ١)

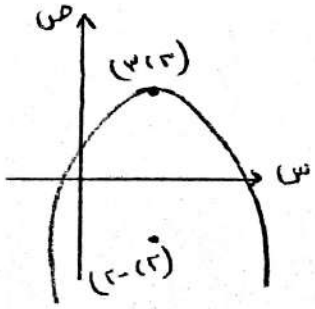
ج) الرأس (٣، ٢) البؤرة (٨، ٢)



ﺟـ = ٨ - ٣ = ٥

(س - ٣)^{٢} = ٢٠ (ص - ٢)

د) الرأس (٣، ٢) البؤرة (٣، -٣)



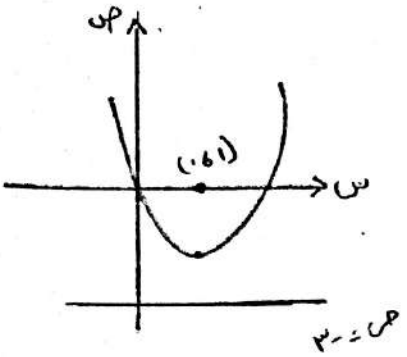
ﺟـ = ٢ - -٣

ﺟـ = ٥

المعادلة:

(س - ٣)^{٢} = -٢٠ (ص - ٢)

هـ) البؤرة (٠، ١) ومعادلة دليله ص = -٣



الرأس (١ ، $\frac{١ + -٣}{٢}$)

الرأس (١ ، $\frac{-٢}{٢}$)

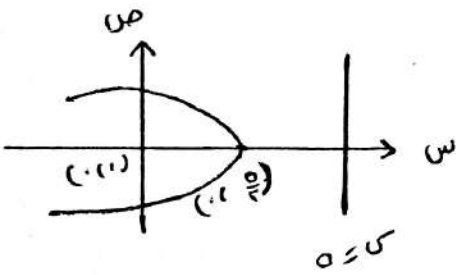
ﺟـ = ٠ - $\frac{-٢}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$

المعادلة:

(س - ١)^{٢} = ٤ × $\frac{٣}{٢}$ (ص + $\frac{٣}{٢}$)

(س - ١)^{٢} = ٦ (ص + $\frac{٣}{٢}$) .

و) البؤرة (٠، ٥) ومعادلة الدليل س = ٥



الرأس (٠ ، $\frac{٥ + ٥}{٢}$) =

(٥/٢ ، ٠)

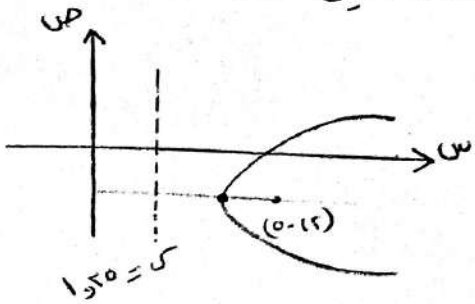
ﺟـ = $\frac{٥}{٢}$

المعادلة:

ص^{٢} = - ٤ × $\frac{٥}{٢}$ (س - $\frac{٥}{٢}$)

ص^{٢} = -١٠ (س - $\frac{٥}{٢}$) .

ز) البؤرة (٢، -٥) معادلة الدليل س = ١٫٢٥



الرأس ($\frac{٢ + ١٫٢٥}{٢}$ ، -٥)

(١٫٦٢٥ ، -٥)

ﺟـ = ٢ - ١٫٦٢٥

ﺟـ = ٠٫٣٧٥

المعادلة:

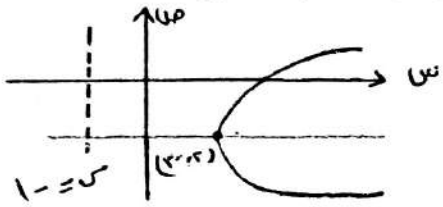
(ص + ٥)^{٢} = ٤ × ٠٫٣٧٥ (س - ١٫٦٢٥)

(ص + ٥)^{٢} = ١٫٥ (س - ١٫٦٢٥)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

سؤال

ج) رأسه (٢، -٣) ودليله س = -١



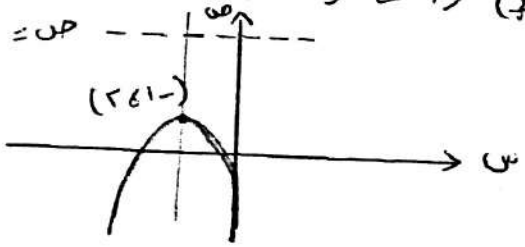
ج = ٢ - (-١) = ٣

المعادلة:

$(ص+٣)^{٢} = ٤ ج (س-٢)$

$(ص+٣)^{٢} = ١٢ (س-٢)$

ط) رأسه (-١، ٣) ودليله ص = ٥



ج = ٥ - ٣ = ٢

المعادلة:

$(س+١)^{٢} = -٨ (ص-٣)$

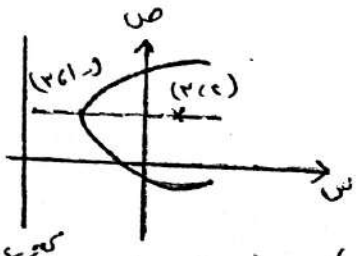
ك

ا) $(ص-٣)^{٢} = ١٢ (س+١)$

الرأس (-١، ٣)

$٤ج = ١٢ \Leftarrow ج = ٣$

المحور ص = ٣



البؤرة (-١+٣، ٣) = (٢، ٣)

الدليل س = -١ - ٣ = -٤

ب) $(س+٥)^{٢} = ص - ٢$

الرأس (-٥، ٢)

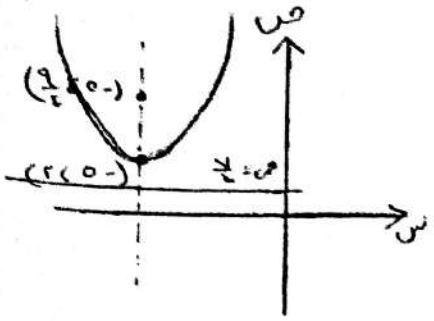
$٤ج = ١ \leftarrow ج = \frac{١}{٤}$

المحور: س = -٥

البؤرة

$(-٥، ٢ + \frac{١}{٤}) =$

$(-٥، \frac{٩}{٤})$



الدليل: $ص = ٢ - \frac{١}{٤} \leftarrow ص = \frac{٧}{٤}$

ج) $س = ص^{٢} \leftarrow ص^{٢} = س$

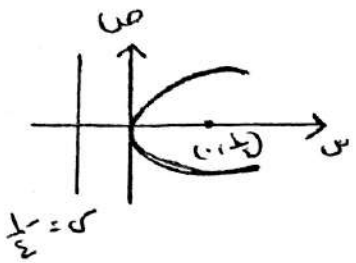
الرأس (٠، ٠)

المحور ص = ٠

$٤ج = ١ \Leftarrow ج = \frac{١}{٤}$

البؤرة $(\frac{١}{٤}، ٠)$

الدليل $س = -\frac{١}{٤}$



د) $٢ص^{٢} - ١٢ص - ١٦س = ١٤$ (÷ ٢)

$ص^{٢} - ٦ص - ٨س = ٧$

$ص^{٢} - ٦ص = ٨س + ٧$ (اكمال مربع)

$ص^{٢} - ٦ص + ٩ = ٨س + ١٦$

$(ص-٣)^{٢} = ٨ (س+٢)$

الرأس (-٢، ٣)

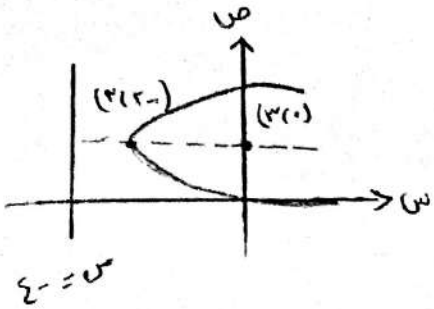
$٤ج = ٨ \Leftarrow ج = ٢$

البؤرة (-٢+٢، ٣) = (٠، ٣)

الدليل: $س = -٢ - ٢$

$س = -٤$

المحور ص = ٣



منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٢) أ) $ص^2 = -8س + 12$

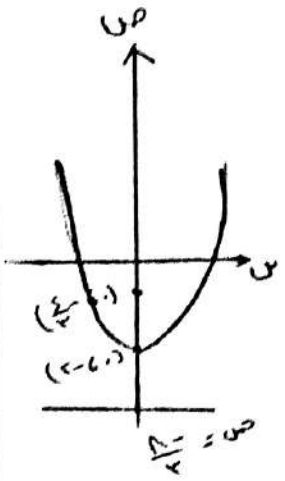
$ص^2 = -8(س - \frac{3}{2})$

$4ج = -8 \Leftarrow ج = -2$

الرأس $(\frac{3}{2}, 0)$

البؤرة $(\frac{3}{2} - 2, 0) = (-\frac{1}{2}, 0)$

الدليل $س = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$



ب) $ص^2 - 4ص + 4س + 12 = 0$

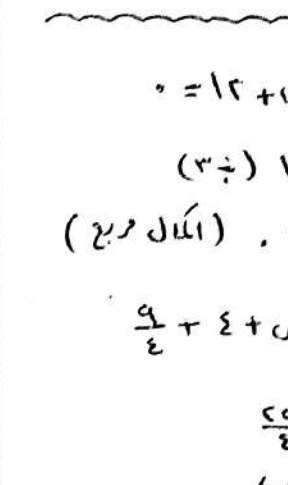
$ص^2 - 4ص + 4 = -4س - 12 + 4$

$(ص - 2)^2 = -4(س + 2)$

الرأس $(-2, 2)$

البؤرة $(-2 - 1, 2) = (-3, 2)$

الدليل $س = -2 + 1 = -1$



ج) $3س^2 + 4ص^2 - 24ص + 36 = 0$

$4ص^2 - 24ص = -3س^2 - 36$

$ص^2 - 6ص = -\frac{3}{4}س^2 - 9$

$ص^2 - 6ص + 9 = -\frac{3}{4}س^2 - 9 + 9$

$(ص - 3)^2 = -\frac{3}{4}س^2$

$(ص - 3)^2 = -3(\frac{1}{4}س^2)$

$(ص - 3)^2 = -3(س^2)$

$4ج = -3 \Leftarrow ج = -\frac{3}{4}$

الرأس $(0, 3)$

البؤرة $(0, 3 - \frac{3}{4}) = (0, \frac{9}{4})$

الدليل $ص = 3 + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

د) $4س^2 + 3ص^2 + 24س - 12ص + 36 = 0$

$3ص^2 - 12ص = -4س^2 - 24س - 36$

$ص^2 - 4ص = -\frac{4}{3}س^2 - 8س - 12$

$ص^2 - 4ص + 4 = -\frac{4}{3}س^2 - 8س - 12 + 4$

$(ص - 2)^2 = -\frac{4}{3}(س^2 + 6س)$

$(ص - 2)^2 = -\frac{4}{3}(س^2 + 6س + 9 - 9)$

$(ص - 2)^2 = -\frac{4}{3}(س + 3)^2 + 12$

$(ص - 2)^2 = -\frac{4}{3}(س + 3)^2$

$(ص - 2)^2 = -\frac{1}{3}(4)(س + 3)^2$

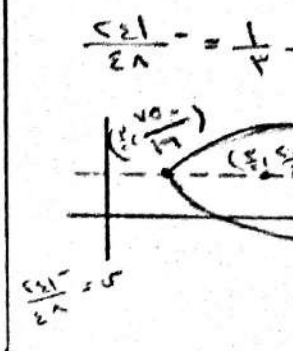
$(ص - 2)^2 = -\frac{1}{3}(س + 3)^2$

$\frac{1}{3}ج = -1 \Leftarrow ج = -3$

الرأس $(-3, 2)$

البؤرة $(-3, 2 - 3) = (-3, -1)$

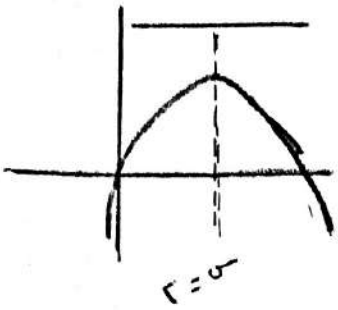
الدليل $ص = 2 + 3 = 5$



منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣) المحور $س = 2$ / الدليل $ص = 5$

بعد البؤرة عن الدليل $= 2ج = 8 \Leftarrow ج = 4$



الرأس $(5 - 4, 2)$
$= (1, 2)$

المعادلة:

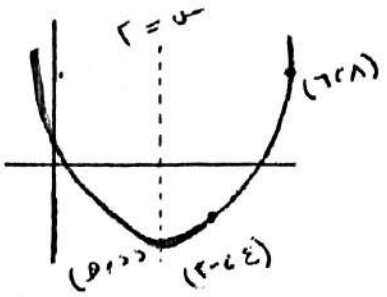
$(س - 1)^2 = -16(ص - 2)$

س٤)

الرأس $(2, د)$

المحور $س = 2$

$\therefore د = 2$



المعادلة:

$(س - 2)^2 = 4ج(ص - د)$

$(-4, 2) \rightarrow (-4 - 2)^2 = 4ج(2 - د)$

$16 = 4ج(2 - د)$ -- ①

$(6, 8) \rightarrow 4^2 = 4ج(6 - د)$ -- ②

قسمة ① ÷ ② $\Leftarrow \frac{16}{4^2} = \frac{4ج(2 - د)}{4ج(6 - د)}$

$\frac{1}{1} = \frac{2 - د}{6 - د} \Leftarrow 6 - د = 2 - د$

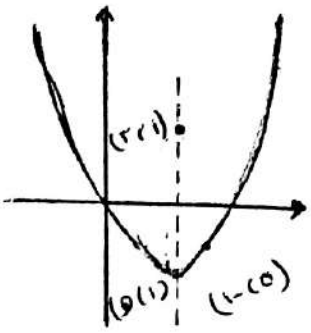
$8د = -24 \Leftarrow \boxed{د = -3}$

بالتعويض في ① $\Leftarrow 16 = 4ج(2 + 3)$

$4 = 4ج$.

$\therefore$ المعادلة: $(س - 2)^2 = 4(ص + 3)$

س٥ المحور يوازي محور الصادات.
البؤرة (٢،١) يمر بالنقطة (٥،-١)
يقع رأسه أسفل بؤرته.



الرأس (د، هـ)
د = ١
ب = ٢ - ب
ه = ٢ - ب

المعادلة:
$(س - د)^{2} = 4ب(ص - ه)$
$(س - ١)^{2} = 4ب(ص - (٢ - ب))$
$(س - ١)^{2} = 4ب(ص - ٢ + ب)$
$(٥، -١) \leftarrow (٥ - ١)^{2} = 4ب(-١ - ٢ + ب)$
$١٦ = 4ب(-٣ + ب)$
$١٦ = -١٢ب + 4ب^{2}$
$4ب^{2} - ١٢ب - ١٦ = صفر \quad (\div 4)$
$ب^{2} - ٣ب - 4 = صفر$
$(ب - 4)(ب + ١) = صفر$
ب = 4 أو ب = -١ مرفوض
∴ ب = 4 ⇐ ه = ٢ - 4 = -٢
المعادلة:
$(س - ١)^{2} = ١٦(ص + ٢)$

س٦ المحور يوازي السينات يمر بمنحناه بالنقط
(٠،٢) ، (٢،٥) ، (-٤،٢)

الحل: المحور يوازي السينات
$س = أ ص^{2} + ب ص + ج$
(٠،٢) ← ٢ = ٠ + ٠ + ج ⇐ ج = ٢
(٢،٥) ← ٥ = 4أ + ٢ب + ٢
$4أ + ٢ب = ٣$ --- (١)
(-٤،٢) ← ٢ = ١٦أ - 4ب + ٢
$١٦أ - 4ب = صفر \quad (\div ٢)$
$٨أ - ٢ب = صفر$ -- (٢)

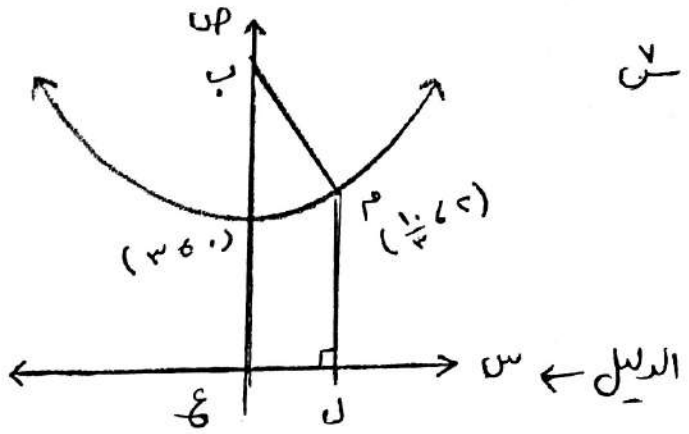
جمع (١) + (٢)
$١٢أ = ٣ \leftarrow أ = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{4}$

بالتعويض $4أ + ٢ب = ٣$
$4 \times \frac{١}{4} + ٢ب = ٣$
$١ + ٢ب = ٣ \leftarrow ٢ب = ٢$
⇐ ب = ١

المعادلة $س = \frac{١}{4} ص^{2} + ص + ٢$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٧



$م ل = \frac{١٠}{٣}$

وأيضاً $م ب = \frac{١٠}{٣}$ (من تعريف القطع المكافئ)

$ل ع = ٢$

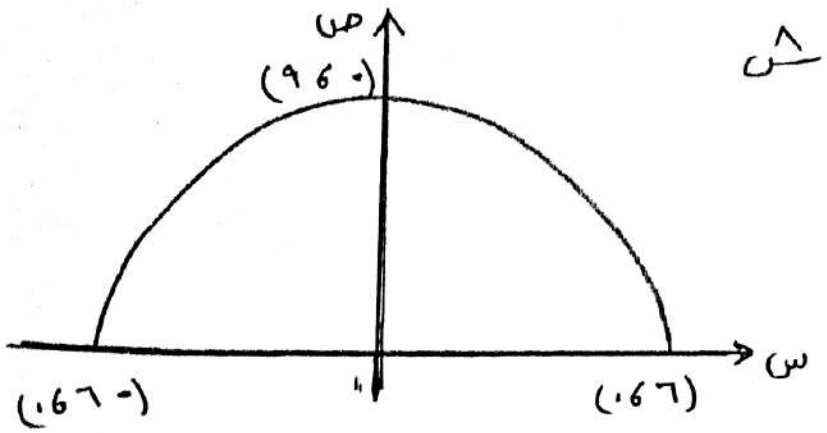
$ع ب = ٣ + ٣ = ٦$

المحيط $= \frac{١٠}{٣} + \frac{١٠}{٣} + ٦ + ٢$

$= \frac{٢٠}{٣} + ٨$

$= \frac{٤٤}{٣}$

س ٨



$(س - ٠)^{٢} = -٤ ب (ص - ٩)$

$(٠، ٦) \leftarrow ٦^{٢} = -٤ ب (٠ - ٩)$

$٣٦ = -٤ ب \times -٩$

$٣٦ = ٣٦ ب$

$\Leftarrow ب = ١$

∴ المعادلة:

$س^{٢} = -٤ (ص - ٩)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١) جد معادلة القطع الناقص في كلٍّ مما يأتي، ثم ارسم منحناه بشكل تقريبي:

أ) رأساه النقطتان (٤ ، ١)، (−٢ ، ١) وطول محوره الأصغر ٤ وحدات.

ب) بؤرتاه النقطتان (٠ ، ∓ ٢) ، ورأساه النقطتان (٠ ، ∓ ٥).

جـ) مركزه نقطة الأصل، وبؤرتاه تقعان على محور السينات، وبعده البؤري ٦ وحدات، والفرق بين طولَيْ محورَيْهِ يساوي ٢ وحدة.

د) مركزه نقطة الأصل، ومحوره الأكبر يوازي محور السينات، ويمر منحناه بالنقطة (١ ، ٣)، واختلافه المركزي ٠,٥.

هـ) يمر بالنقطة (−٨ ، ٣)، ويقع مركزه على المستقيم س=٢، وبؤرتاه تقعان على المستقيم الذي معادلته ص= ٣ واختلافه المركزي ٠,٦.

و) رأساه النقطتان (٢ ، ٠)، (−٨ ، ٠)، وطول محوره الأصغر يساوي أربعة أمثال المسافة بين أحد رأسيه والبؤرة القريبة من ذلك الرأس.

ز) نهايتا محوره الأصغر النقطتان (∓ ٣ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣).

٢) جد عناصر القطع الناقص المعطاة معادلته في كلٍّ مما يأتي:

أ) $\frac{س^٢}{١٤٤} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

ب) $\frac{(س-٤)^٢}{٢٥} + \frac{(ص+١)^٢}{٨١} = ١$

جـ) $س^٢ + ٤ص^٢ = ١٠٠$

د) $س^٢ + ٢ص^٢ + ٤ص = ٦س - ٧$

هـ) $(٢ص+٤)^٢ + (٣ - س)^٢ = ٦٤$

و) $٤س^٢ + ٣ص^٢ = \frac{٤}{٣}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه مركز الدائرة التي معادلتها $(٢س - ٦)^٢ + (٢ص - ٤)^٢ = ٣٦$ ، وطول محوره الأصغر يساوي طول قطر هذه الدائرة، ومعادلة محوره الأصغر هي س= −١.

(القطع الناقص)

٤) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (١ ، ١)، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ (ص − ١)^{٢} − ١٢س = ٠ ، وطول محوره الأصغر يساوي (١٠)وحدات.

٥) قطع ناقص بؤرتاه النقطتان ب$_{١}$(٤ ، ٠) ، ب$_{٢}$ (−٤ ، ٠) والنقطة ن(س ، ص) تقع على منحنى القطع حيث إنَّ محيط المثلث ن ب$_{١}$ ب$_{٢}$ يساوي ٢٤سم، جد معادلته.

٦) تتحرك النقطة و(س ، ص) حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س= ٥+ ٣جاهـ ،
ص= ٢+٢جتاهـ ، حيث هـ زاوية متغيرة، بيِّن أنَّ النقطة (و) تتحرك على منحنى قطع ناقص، ثم جد بعده البؤري.

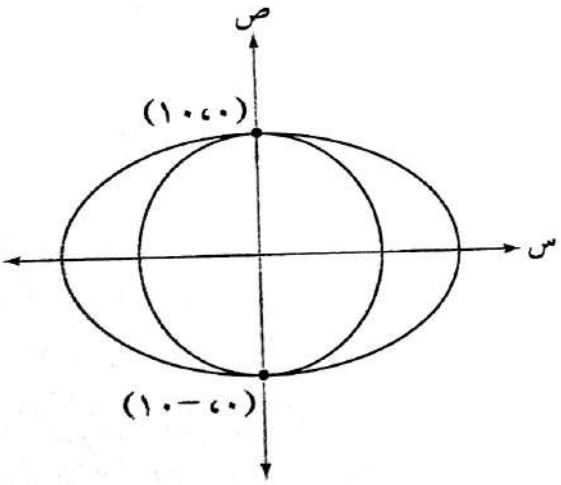
٧) قطع ناقص مساحته(٤٠ π) وحدة مربعة، ورأساه النقطتان (∓ ٨ ، ٠) ، جد معادلته.

٨) جد طول نصف قطر الدائرة التي مساحتها تساوي مساحة القطع الناقص الذي معادلته
$$\frac{\text{س}^{٢}}{٨١} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$$

٩) يمثل الشكل (٥−٣٥) دائرة وقطع ناقص مشتركين في المركز (٠ ، ٠)، إذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلَيْ مساحة الدائرة المرسومة داخله، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

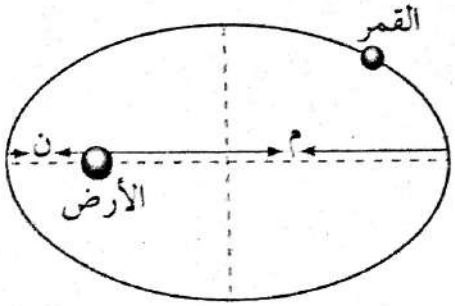
ب) معادلة القطع الناقص.



الشكل (٥−٣٥)

١٠) لمعادلة القطع الناقص $\frac{(\text{س} - \text{ل})^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{(\text{ص} - \text{ك})^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$
أثبت أنَّ ب^{٢} = أ^{٢} (١ − هـ^{٢}) حيث هـ: الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

١١) يدور القمر حول الأرض في مدار على شكل قطع ناقص ، حيث تقع الأرض في إحدى بؤرتي المدار، فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض والقمر تساوي (م) كم، وأقصر مسافة بينهما تساوي (ن) كم، كما في الشكل (٥−٣٦)، فأثبت أنَّ الاختلاف المركزي لهذا القطع الناقص يساوي $\frac{\text{م} - \text{ن}}{\text{م} + \text{ن}}$



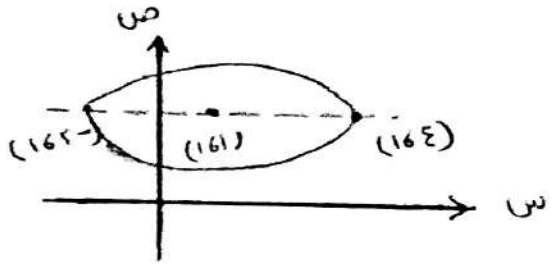
الشكل (٥−٣٦)

س١

أ) رأساه (٤، ١) ، (-٢، ١)

طول محور الأصغر ٤ وحدات

الحل: المركز $\left(\frac{٤-٢}{٢}, ١\right) = (١، ١)$

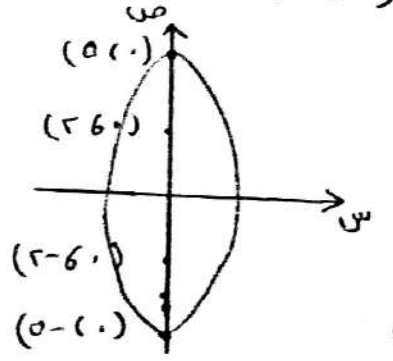


$ج = ٤ - ٢ = ٦ \Leftarrow ٢ج = ٦ \Leftarrow ج = ٣$

$٢ب = ٤ \Leftarrow ب = ٢$

المعادلة: $\frac{(س-١)^٢}{٩} + \frac{(ص-١)^٢}{٤} = ١$

ب) بؤرتاه $(٠، ٠ \pm ٢)$ ورأساه $(٠، ٠ \pm ٥)$



المركز $(٠، ٠)$

$ج = ٢$ ، $ا = ٥$

$ج^٢ = ا^٢ - ب^٢ \Leftarrow ٤ = ٢٥ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٢١$

المعادلة: $\frac{س^٢}{٢١} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

جـ) مركزه (١، ١) بؤرتاه على محور السينات

البعد البؤري = ٦ الوتر بين طرفي محوريه = ٢

الحل: $٢ج = ٦ \Leftarrow ج = ٣$ (سينات)

$ا^٢ - ب^٢ = ٢ \Leftarrow ا = ١ + ب$

$ج^٢ = ا^٢ - ب^٢$

$٩ = (١+ب)^٢ - ب^٢$

$٩ = ١ + ٢ب + ب^٢ - ب^٢ \Leftarrow ٩ = ١ + ٢ب$

$\Leftarrow ٢ب = ٨ \Leftarrow ب = ٤$

$ا = ١ + ب \Leftarrow ا = ١ + ٤ = ٥$

المعادلة: $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

د) المركز (١، ٠) محور الأكبر يوازي محور السينات

يمر وتره بالبؤرة (٣، ١) واختلافه المركزي $= \frac{١}{٢}$

الحل: قطع سيني

$هـ = \frac{ج}{ا} = \frac{١}{٢} \Leftarrow ا = ٢ج \Leftarrow \boxed{ا^٢ = ٤ج^٢}$

$ج^٢ = ا^٢ - ب^٢ \Leftarrow ج^٢ = (٢ج)^٢ - ب^٢$

$ج^٢ = ٤ج^٢ - ب^٢ \Leftarrow \boxed{ب^٢ = ٣ج^٢}$

$\frac{س^٢}{٤ج^٢} + \frac{ص^٢}{٣ج^٢} = ١$

(٣، ١) $\leftarrow \frac{١}{٤ج^٢} + \frac{٩}{٣ج^٢} = ١$

$\frac{١}{٤ج^٢} + \frac{٣}{ج^٢} = ١ \Leftarrow \frac{١+١٢}{٤ج^٢} = ١$

$٤ج^٢ = ١٣ \Leftarrow ج^٢ = \frac{١٣}{٤}$

$ا^٢ = ٤ج^٢ \Leftarrow ا^٢ = ٤ \times \frac{١٣}{٤} = ١٣$

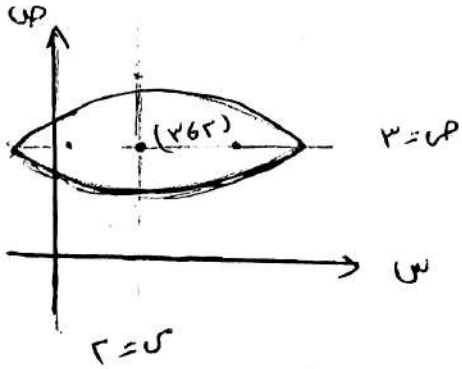
$ب^٢ = ٣ج^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٣ \times \frac{١٣}{٤} = \frac{٣٩}{٤}$

المعادلة: $\frac{س^٢}{١٣} + \frac{ص^٢}{\frac{٣٩}{٤}} = ١ \leftarrow \frac{س^٢}{١٣} + \frac{٤ص^٢}{٣٩} = ١$

س١

هـ) يمر بالنقطة $(-٣، ٦٨)$ مركزه على المستقيم $س = ٢$ ، بؤرتاه تقعان على المستقيم $ص = ٣$ واختلافه المركزي $\frac{٣}{٥}$.

الحل:



قطع سيني ← المركز $(٢، ٣)$

المعادلة: $\frac{(س-٢)^٢}{ب^٢} + \frac{(ص-٣)^٢}{ب^٢} = ١$

$(-٣، ٨) \leftarrow \frac{(-٨-٢)^٢}{ب^٢} + \frac{(٢-٣)^٢}{ب^٢} = ١$

$\frac{١٠٠}{ب^٢} = ١ \leftarrow ب^٢ = ١٠٠ \Rightarrow ب = ١٠$

$هـ = \frac{ج}{ب} \leftarrow \frac{٣}{٥} = \frac{ج}{١٠} \Rightarrow ج = ٦$

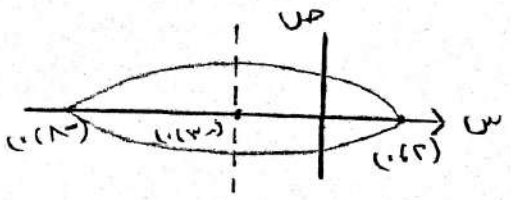
$ج^٢ = ب^٢ - أ^٢$

$٣٦ = ١٠٠ - أ^٢ \Rightarrow أ^٢ = ٦٤$

$\frac{(س-٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص-٣)^٢}{٦٤} = ١$

و) رأساه $(٠، ٦٢)$ ، $(٠، -٦٨)$ طول محوره الأصغر يساوي أربعة أمثال المسافة بين أحد رأسيه والبؤرة المؤثرة

الحل: المركز $(\frac{٦٢ + (-٨)}{٢}، ٠) = (-٣، ٠)$



$٢أ = ٦٢ - (-٨) = ٧٠ \Leftarrow أ = ٣٥$

$٢ب = ٤ (أ - ج) \Rightarrow ب = ٢(٣٥ - ج)$

$ج^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Rightarrow ج^٢ = ٣٥ - (٢(٣٥-ج))^٢$

$ج^٢ = ٣٥ - ٤(٣٥ - ١٠ج + ج^٢)$

$ج^٢ = ٣٥ - ١٠٠ + ٤٠ج - ٤ج^٢ \Rightarrow ٥ج^٢ - ٤٠ج + ٧٥ = ٣أ$

بالقسمة على ٥ ← $ج^٢ - ٨ج + ١٥ = صفر$

$(ج - ٥)(ج - ٣) = ٠ \Rightarrow ج = ٥ ، ٣$

لكن $ج < أ \Rightarrow ج = ٣$

$ب = ٢(٣٥ - ٣) = ٤$

المعادلة: $\frac{(س+٣)^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

ز) نهايتا محوره الأصغر $(\pm ٣، ٠٦)$ ويمر بالنقطة $(٣، ٦٢)$

الحل: المركز $(٠، ٦٠)$ ، $ب = ٣$

قطع صادي ← $\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$

$(٣، ٢) \leftarrow \frac{٤}{٩} + \frac{٩}{أ^٢} = ١ \leftarrow$

$\frac{٥}{أ^٢} = ١ - \frac{٤}{٩} \leftarrow \frac{٩}{أ^٢} = \frac{٥}{٩} \leftarrow أ^٢ = ٨١$

$\Rightarrow أ^٢ = \frac{٨١}{٥}$.

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{\frac{٨١}{٥}} = ١$

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{٥ص^٢}{٨١} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٤

أ) $\frac{س^2}{144} + \frac{ص^2}{25} = 1$

المركز (٠،٠) ← قطع سيني

$أ^2 = 144 \leftarrow أ = 12$

$ب^2 = 25 \leftarrow ب = 5$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2 = 144 - 25 = 119$

$جـ = \sqrt{119}$

الرأسان : $(\pm 12، 0)$

البؤرتان : $(\pm \sqrt{119}، 0)$

طول المحور الأكبر $= 2أ = 2 \times 12 = 24$

معادلة المحور الأكبر $ص = 0$

طول المحور الأصغر $= 2ب = 2 \times 5 = 10$

معادلة المحور الأصغر $س = 0$

البعد البؤري $= 2جـ = 2\sqrt{119}$

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{119}}{12}$.

ب) $\frac{(س-4)^2}{25} + \frac{(ص+1)^2}{81} = 1$

المركز (٤، -١) ← قطع صادي

$أ^2 = 81 \leftarrow أ = 9$

$ب^2 = 25 \leftarrow ب = 5$

$جـ^2 = 81 - 25 = 56 \leftarrow جـ = \sqrt{56}$

طول المحور الأكبر $= 18$ ومعادلته $س = 4$

طول المحور الأصغر $= 10$ ومعادلته $ص = -1$

الرأسان $(4، 9-1) = (4، 8)$ ، $(4، -10)$

البؤرتان $(4، -1 \pm \sqrt{56})$

البعد البؤري $= 2\sqrt{56}$ / $هـ = \frac{\sqrt{56}}{9}$.

ج) $س^2 + 4ص^2 = 100$ (÷100)

$\frac{س^2}{100} + \frac{4ص^2}{100} = 1$

$\frac{س^2}{100} + \frac{ص^2}{25} = 1$

المركز (٠،٠) ← قطع سيني

$أ^2 = 100$ ، $ب^2 = 25$ ، $جـ^2 = 100 - 25 = 75$

$أ = 10$ ، $ب = 5$ ، $جـ = \sqrt{75}$

طول المحور الأكبر $= 20$ ومعادلته $ص = 0$

طول المحور الأصغر $= 10$ ومعادلته $س = 0$

البعد البؤري $= 2\sqrt{75}$

$هـ = \frac{\sqrt{75}}{10}$

الرأسان $(\pm 10، 0)$ ، $(0، 10)$ ، $(0، -10)$

البؤرتان $(\pm \sqrt{75}، 0)$ ، $(0، \pm \sqrt{75})$

د) $س^2 + 2ص^2 + 4ص = 6س - 7$

$س^2 - 6س + 2ص^2 + 4ص = -7$

$(س^2 - 6س + 9) + 2(ص^2 + 2ص + 1) = -7 + 9 + 2$

$(س-3)^2 + 2(ص+1)^2 = 4$ (÷4)

$\frac{(س-3)^2}{4} + \frac{(ص+1)^2}{2} = 1$

المركز (٣، -١) ← سيني

$أ^2 = 4$ ، $ب^2 = 2$ ، $جـ^2 = 4 - 2$

$أ = 2$ ، $ب = \sqrt{2}$ ، $جـ = \sqrt{2}$

الرأسان : $(3 \pm 2، -1) \leftarrow (5، -1)$ ، $(1، -1)$

البؤرتان : $(3 \pm \sqrt{2}، -1)$.

طول المحور الأكبر $= 4$ ومعادلته $ص = -1$

طول المحور الأصغر $= 2\sqrt{2}$ ومعادلته $س = 3$

البعد البؤري $= 2\sqrt{2}$

$هـ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

منهاجي متعة التعليم الهادف

س٢

هـ) $(٢ص+٤)^{٢} + (٣-س)^{٢} = ٦٤$

$(٢(ص+٢))^{٢} + (-(س-٣))^{٢} = ٦٤$

$٤(ص+٢)^{٢} + (س-٣)^{٢} = ٦٤$ (÷ ٦٤)

$\frac{(ص+٢)^{٢}}{١٦} + \frac{(س-٣)^{٢}}{٦٤} = ١$

المركز $(٣-، ٢-)$ ← قطع سيني

$ب^{٢} = ٦٤$ $\quad ب^{٢} = ١٦$ $\quad جـ^{٢} = ٦٤-١٦$

$ب = ٨$ $\quad ب = ٤$ $\quad جـ = \sqrt{٤٨}$.

الرأسان $(٣+٨، ٢-) = (١١-، ٢-)$ و $(-٥، ٢-)$

البؤرتان $(٣+\sqrt{٤٨}، ٢-)$.

طول المحور الأكبر $= ١٦$ ومعادلته $ص = -٢$

طول المحور الأصغر $= ٨$ ومعادلته $س = ٣$

البعد البؤري $= \frac{\sqrt{٤٨}}{٨}$.

و) $(٤س^{٢} + ٣ص^{٢} = \frac{٤}{٣}) \times \frac{٣}{٤}$

$٣س^{٢} + \frac{٩ص^{٢}}{٤} = ١$

$\frac{س^{٢}}{\frac{١}{٣}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{٤}{٩}} = ١$

المركز $(٠، ٠)$ ← قطع صادي

$ب^{٢} = \frac{٤}{٩}$ $\quad ب^{٢} = \frac{١}{٣}$ $\quad جـ^{٢} = \frac{٤}{٩} - \frac{١}{٣}$

$ب = \frac{٢}{٣}$ $\quad ب = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\quad جـ = \frac{١}{٣}$

الرأسان $(٠، \frac{٢}{٣} \mp)$

البؤرتان $(٠، \frac{١}{٣} \mp)$

طول المحور الأكبر $= \frac{٤}{٣}$ ومعادلته $س = ٠$

طول المحور الأصغر $= \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ومعادلته $ص = ٠$

البعد البؤري $= \frac{٢}{٣}$ / $هـ = \frac{\frac{١}{٣}}{\frac{٢}{٣}} = \frac{١}{٢}$

س٣ مركز الدائرة $(س-٦)^{٢} + (ص-٤)^{٢} = ٣٦$ هي بؤرة للقطع الناقص

$(٣(س-٣))^{٢} + (٢(ص-٢))^{٢} = ٣٦$

$٩(س-٣)^{٢} + ٤(ص-٢)^{٢} = ٣٦$ (÷ ٣٦)

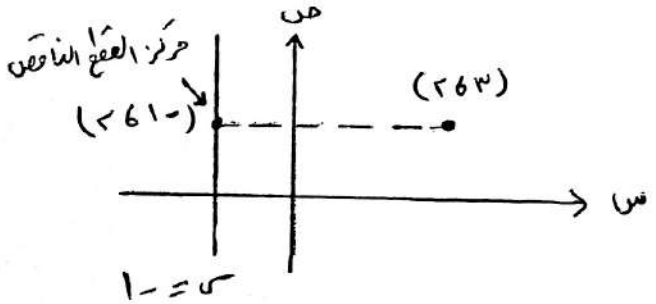
$(س-٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٩$ ← $\boxed{\text{نفرض } = ٣}$

مركز الدائرة هو $(٣، ٢)$ ← احدى البؤرتين للقطع الناقص

طول المحور الأصغر $= ٢ب =$ طول قطر الدائرة

$٢ب = ٦$ ← $\boxed{ب = ٣}$

معادلة محوره الأصغر هي $س = -١$ ← لقطع سيني



مركز القطع الناقص $(٢، ١-)$

المسافة بين المركز والبؤرة $= جـ$

$جـ = ٣ - ١ = ٤$

$جـ^{٢} = ب^{٢} - ا^{٢}$

$١٦ = ٩ + ٢٥ \Leftarrow ٤^{٢} = ب^{٢} - ٩$

المعادلة:

$\frac{(س+١)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

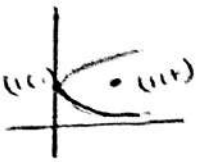
ثم المركز (١٤١)

احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ

$(ص-١)^{٢} - ١٢س = ٠$

$(ص-١)^{٢} = ١٢س$

رأس القطع المكافئ (١٤٠)



$٤جـ = ١٢ \Leftarrow جـ = ٣$

بؤرة القطع المكافئ (١١٣)

بؤرة القطع الناقص (١٤٣)

طول المحور الأصغر $= ٢ب = ١٠$

$\Leftarrow \boxed{ب = ٥}$

مركز الناقص (١٤١) وبؤرته (١٤٣)

$\Leftarrow جـ = ٣ - ١ = ٢$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow ٤ = أ^{٢} - ٢٥$

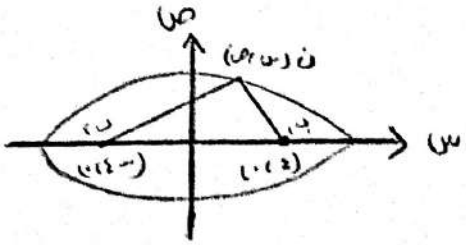
$أ^{٢} = ٢٩$

القطع سيني

$\frac{(س-١)^{٢}}{٢٩} + \frac{(ص-١)^{٢}}{٢٥} = ١$

س بؤرتي القطع الناقص (٤، ٠) ، (-٤، ٠)

$\Leftarrow$ المركز $= (٠، ٠) \Leftarrow جـ = ٤$



$٢جـ = ٨ \Leftarrow جـ = ٤$

محيط المثلث $ن ب ب_{٢} = ٢٤$

$ن ب_{١} + ن ب_{٢} = ٢٤ - ٨ = ١٦$

لكن $٢أ = ١٦$ لأن $٢أ = ن ب_{١} + ن ب_{٢}$ من تعريف القطع الناقص

$\Leftarrow أ = ٨$

$ب^{٢} = أ^{٢} - جـ^{٢} \leftarrow ب^{٢} = ٦٤ - ١٦$

$\Leftarrow ب^{٢} = ٤٨$

المعادلة: $\frac{س^{٢}}{٦٤} + \frac{ص^{٢}}{٤٨} = ١$

حل $س = ٥ + ٣جاه \Leftarrow جاه = \frac{س-٥}{٣}$

$ص = ٢ + ٢جتاه \Leftarrow جتاه = \frac{ص-٢}{٢}$

$جا^{٢}ه + جتا^{٢}ه = ١$

$\frac{(س-٥)^{٢}}{٩} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{٤} = ١$

وهذه تمثل معادلة قطع ناقص

$أ^{٢} = ٩ \quad ، \quad ب^{٢} = ٤$

$جـ^{٢} = ٩ - ٤ = ٥ \Leftarrow جـ = \sqrt{٥}$

البعد البؤري $= ٢جـ = ٢\sqrt{٥}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨ المركز (٠،٠) ← أ = ٨

م = ٢ π ب

٤٠ π = ٨ × π ب ⇐ ب = ٥

المعادلة: $\frac{\text{س}^2}{٦٤} + \frac{\text{ص}^2}{٢٥} = ١$

س٨ $\frac{\text{س}^2}{٨١} + \frac{\text{ص}^2}{١٦} = ١$

$\text{أ}^2 = ٨١ \leftarrow$ أ = ٩ .

$\text{ب}^2 = ١٦ \leftarrow$ ب = ٤

المساحة = π أ ب

= π × ٩ × ٤

= ٣٦ π ← مساحة القطع الناقص

مساحة الدائرة = π نق^2

مساحة الدائرة = مساحة القطع الناقص

π نق^2 = ٣٦ π

نق^2 = ٣٦ ⇐ نق = ٦

س٩ نصف قطر الدائرة = نق = ١٠

مساحة الدائرة = π نق^2 = π (١٠)^2

مساحة الدائرة = ١٠٠ π .

في القطع الناقص: **ب = ١٠**

مساحة القطع الناقص = $\frac{٤}{٥}$ مساحة الدائرة

π أ ب = $\frac{٤}{٥}$ × ١٠٠ π

١٠ × أ × π = ٨٠ π

أ = $\frac{٨٠}{١٠}$ ⇐ **أ = ٨**

$\text{جـ}^2 = \text{أ}^2 - \text{ب}^2 \Leftarrow \text{جـ}^2 = ٦٤ - ١٠٠ = ٣٦$

جـ = $\sqrt{٣٦}$ = $\sqrt{٢ \times ١٨}$ = ٦ .

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$.

معادلة القطع الناقص:

$\frac{\text{س}^2}{١٠٠} + \frac{\text{ص}^2}{٦٤} = ١$

س١٠ $\frac{(\text{س} - \text{ل})^2}{\text{أ}^2} + \frac{(\text{ص} - \text{ك})^2}{\text{ب}^2} = ١$

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ⇐ جـ = هـ أ .

$\text{جـ}^2 = \text{هـ}^2 \text{أ}^2$

$\text{ب}^2 = \text{أ}^2 - \text{جـ}^2 \Leftarrow \text{ب}^2 = \text{أ}^2 - \text{هـ}^2 \text{أ}^2$

$\text{ب}^2 = \text{أ}^2 (١ - \text{هـ}^2)$ وهو المطلوب .

س١١ أ - جـ = ن

أ + جـ = م

بالجمع ٢أ = ن + م ⇐ أ = $\frac{\text{ن} + \text{م}}{٢}$

بالطرح ٢جـ = م - ن ⇐ جـ = $\frac{\text{م} - \text{ن}}{٢}$

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

هـ = $\frac{\frac{\text{م} - \text{ن}}{٢}}{\frac{\text{ن} + \text{م}}{٢}}$ = $\frac{\text{م} - \text{ن}}{\text{ن} + \text{م}}$ وهو المطلوب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١) جد معادلة القطع الزائد في كلٍّ مما يأتي، ثم ارسم منحناه بشكل تقريبي:

أ) رأساه النقطتان (∓ ٣ ، ٠)، وطول محوره المرافق ٤ وحدات.

ب) بؤرتاه النقطتان (٠ ، ∓ ١٣) ، ورأساه النقطتان (٠ ، ∓ ٥).

جـ) مركزه نقطة الأصل، ومحوره القاطع منطبق على محور الصادات وطوله ١٢ وحدة، واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$

د) رأساه النقطتان (−٣ ، ١)، (١ ، ١) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣).

هـ) مركزه نقطة الأصل، ومحوره القاطع منطبق على محور السينات، وطوله ٨ وحدات، وطول محوره المرافق ٤ وحدات.

و) مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه تقعان على محور الصادات، وطول محوره المرافق ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة، واختلافه المركزي ٣.

٢) جد عناصر كلٍّ قطع زائد إذا علمت معادلته في كلٍّ مما يأتي:

أ) $\frac{س^٢}{١٤٤} - \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

ب) $\frac{(ص-٢)^٢}{٣٦} - \frac{(س+١)^٢}{١٦} = ١$

جـ) $ص^٢ = ٤س^٢ - ١٦$

د) $٤س^٢ - ص^٢ - ١٠ص = ١٦س + ١٧$

هـ) $٩س^٢ - ٤ص^٢ = ٣٦$

و) $٤س^٢ - ٣ص^٢ = \frac{٤}{٣}$

ز) $(س+٢)^٢ - (ص-٣)^٢ = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(القطع الزائد)

٣) جد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه مركز الدائرة التي معادلتها

$(٢س - ٦)^{٢} + (٢ص - ٤)^{٢} = ٣٦$ ، وطول محوره المرافق يساوي طول قطر هذه الدائرة، ومعادلة محوره المرافق هي س = −١.

٤) جد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسيه مركز الدائرة التي معادلتها

$(٢س - ٨)^{٢} + (٢ص - ٦)^{٢} = ١٦$ وطول محوره المرافق يساوي قطر هذه الدائرة، ومركزه يقع على المستقيم الذي معادلته س = −١.

٥) قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته ل $س^{٢}$ − ك $ص^{٢}$ = ٩٠، وطول محوره القاطع $(٦\sqrt{٢})$ وحدة، وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتَيْ القطع الناقص الذي معادلته $٩س^{٢} + ١٦ص^{٢} = ٥٧٦$، جد قيمة كل من ل ، ك حيث ل ، ك أعداد حقيقية.

٦) تتحرك النقطة و(س ، ص) حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = ٥قاهـ − ٤،
ص = ٢ − ٣ظاهـ ، هـ زاوية متغيرة، جد معادلة مسار النقطة (و) ، ثم بيِّن نوعه.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

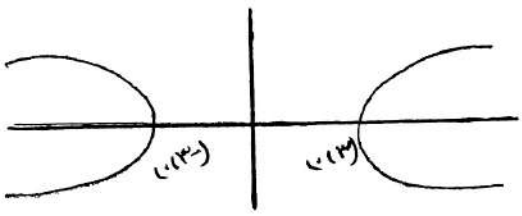
س١

أ) رأساه $(\pm 3, 0)$ طول المحور المرافق $= 4$

المركز $(0,0)$ ، $2ب = 4 \Rightarrow \boxed{ب = 2}$

$\boxed{أ = 3}$ سيزي

المعادلة $\frac{س^2}{9} - \frac{ص^2}{4} = 1$



ب) بؤرتاه $(0, \pm 13)$ ورأساه $(0, \pm 5)$

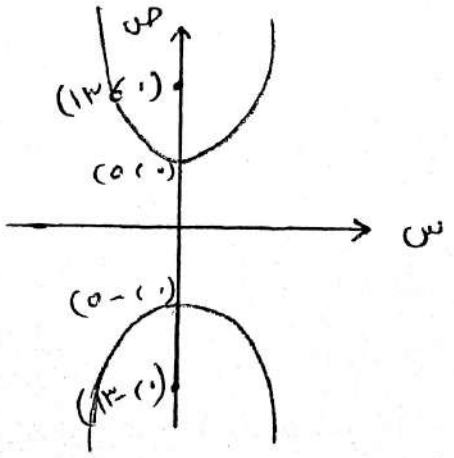
المركز $(0,0)$ ← قطع صادي

$جـ = 13$ ، $أ = 5$

$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \Rightarrow ب^2 = 13^2 - 5^2$

$\Rightarrow ب^2 = 169 - 25 = 144$

المعادلة: $\frac{ص^2}{25} - \frac{س^2}{144} = 1$



جـ) المركز $(0,0)$ ، المحور القاطع $= 12 \Rightarrow 2أ = 12 \Rightarrow أ = 6$

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{3}{2} \Leftarrow \frac{جـ}{6} = \frac{3}{2}$

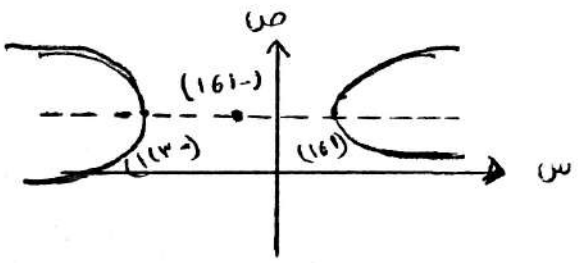
$2جـ = 18 \Rightarrow جـ = 9$

$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \Rightarrow ب^2 = 81 - 36 \Rightarrow ب^2 = 45$

قطع صادي

المعادلة $\frac{ص^2}{36} - \frac{س^2}{45} = 1$

د) رأساه $(-3, 1)$ ، $(6, 1)$



المركز $\left(\frac{-3+6}{2}, 1\right) = (-1, 1)$

$2أ = 6 - (-3) = 9 \Leftarrow \boxed{أ = 2}$

المعادلة: $\frac{(س+1)^2}{9} - \frac{(ص-1)^2}{ب^2} = 1$

$(3, 4) \leftarrow \frac{(3+1)^2}{9} - \frac{(4-1)^2}{ب^2} = 1$

$\frac{16}{9} - \frac{9}{ب^2} = 1 \Leftarrow \frac{9}{ب^2} = \frac{7}{9}$

$\frac{ب^2}{9} = \frac{5}{7} \Rightarrow 5ب^2 = 63 \Rightarrow ب^2 = \frac{63}{5}$

المعادلة:

$\frac{(س+1)^2}{9} - \frac{(ص-1)^2}{\frac{63}{5}} = 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١

هـ) المركز (٠،٠) ، المحور القاطع = ٢أ = ٨

⇐ أ = ٤ / المحور المرافق = ٢ب = ٤

⇐ ب = ٢ / قطع سيني

المعادلة : $\frac{س^2}{16} - \frac{ص^2}{4} = 1$

و) المركز (٠،٠) / المحور المرافق = ٢ب = ٢√٣

⇐ ب = √٣ / هـ = ٢

$هـ = \frac{جـ}{أ} = 2 \Leftarrow جـ = 2أ$.

$جـ^2 = أ^2 + ب^2$

$4أ^2 = أ^2 + 3 \Leftarrow 4أ^2 = 3$

$\Leftarrow أ^2 = \frac{1}{4}$.

المعادلة : $\frac{ص^2}{\frac{1}{4}} - \frac{س^2}{3} = 1$

س٢

أ) $\frac{س^2}{144} - \frac{ص^2}{25} = 1$

المركز (٠،٠) ← قطع سيني

$أ^2 = 144$ ، $ب^2 = 25$ ، $جـ^2 = 144 + 25$

$أ = 12$ ، $ب = 5$ ، $جـ = 13$

طول المحور القاطع = ٢٤ ومعادلته ص = ٠ .

طول المحور المرافق = ١٠ ومعادلته س = ٠ .

البعد البؤري = ٢جـ = ٢٦ / $هـ = \frac{13}{12}$

الرأسان (±١٢، ٠)

البؤرتان (±١٣، ٠)

ب) $\frac{(ص-2)^2}{36} - \frac{(س+1)^2}{16} = 1$

المركز (-١، ٢) ← قطع صادي

$أ^2 = 36$ ، $ب^2 = 16$ ، $جـ^2 = 36 + 16$

$أ = 6$ ، $ب = 4$ ، $جـ = 2\sqrt{13}$

طول المحور القاطع = ١٢ ومعادلته س = -١

طول المحور المرافق = ٨ ومعادلته ص = ٢

البعد البؤري = ٢جـ = ٢√١٣ / $هـ = \frac{\sqrt{13}}{3}$.

الرأسان : (-١، ٢+٦) = (-١، ٨) ، (-١، -٤)

البؤرتان : (-١، ٢±٢√١٣)

هـ) $ص^2 = 4س^2 - 16$

$4س^2 - ص^2 = 16$ (÷ ١٦)

$\frac{س^2}{4} - \frac{ص^2}{16} = 1$

المركز (٠،٠) ← قطع سيني

$أ^2 = 4$ ، $ب^2 = 16$ ، $جـ^2 = 4 + 16$

$أ = 2$ ، $ب = 4$ ، $جـ = \sqrt{20}$

طول المحور القاطع = ٤ ومعادلته ص = ٠ .

طول المحور المرافق = ٨ ومعادلته س = ٠ .

البعد البؤري = ٢جـ = ٢√٢٠

$هـ = \frac{2\sqrt{20}}{2} = \sqrt{20}$

الرأسان : (±٢، ٠) ← (٢، ٠) ، (-٢، ٠)

البؤرتان : (±√٢٠، ٠)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣

د) $٤س^٢ - ص^٢ - ١٠ص = ١٦س + ١٧$

$٤س^٢ - ١٦س - ص^٢ - ١٠ص = ١٧$

$٤(س^٢ - ٤س + ٤) - (ص^٢ + ١٠ص + ٢٥) = ١٧ + ١٦ - ٢٥$

$٤(س-٢)^٢ - (ص+٥)^٢ = ٨$ (÷٨)

$\frac{(س-٢)^٢}{٢} - \frac{(ص+٥)^٢}{٨} = ١$

المركز (٢، -٥) ← قطع سيني

$أ^٢ = ٢$ $ب^٢ = ٨$ $جـ^٢ = ٢ + ٨$

$أ = \sqrt{٢}$ $ب = \sqrt{٨}$ $جـ = \sqrt{١٠}$

طول المحور القاطع $= ٢\sqrt{٢}$ ومعادلته ص $= -٥$

طول المحور المرافق $= ٢\sqrt{٨}$ ومعادلته س $= ٢$

البعد البؤري $= ٢\sqrt{١٠}$

هـ $= \frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٢}} = \sqrt{\frac{١٠}{٢}} = \sqrt{٥}$.

الرأسان: $(٢ \pm \sqrt{٢}, -٥)$

البؤرتان: $(٢ \pm \sqrt{١٠}, -٥)$

هـ) $٤س^٢ - ٣ص^٢ = \frac{٤}{٣}$ $(\times \frac{٣}{٤})$

$٣س^٢ - \frac{٩}{٤}ص^٢ = ١$

$\frac{س^٢}{\frac{١}{٣}} - \frac{ص^٢}{\frac{٤}{٩}} = ١$

المركز (٠، ٠) ← قطع سيني

$أ^٢ = \frac{١}{٣}$ $ب^٢ = \frac{٤}{٩}$ $جـ^٢ = \frac{١}{٣} + \frac{٤}{٩} = \frac{٧}{٩}$

$أ = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ $ب = \frac{٢}{٣}$ $جـ = \frac{\sqrt{٧}}{٣}$

طول المحور القاطع $= \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ومعادلته ص $= ٠$

طول المحور المرافق $= \frac{٤}{٣}$ ومعادلته س $= ٠$

البعد البؤري $= \frac{٢\sqrt{٧}}{٣}$.

هـ $= \frac{\frac{\sqrt{٧}}{٣}}{\frac{١}{\sqrt{٣}}} = \frac{\sqrt{٧}}{٣} \times \sqrt{٣} = \frac{\sqrt{٢١}}{٣}$

الرأسان: $(\pm \frac{١}{\sqrt{٣}}, ٠)$

البؤرتان: $(\pm \frac{\sqrt{٧}}{٣}, ٠)$

و) $(س+٢)^٢ - (ص-٣)^٢ = ١$

المركز (-٢، ٣) ← قطع سيني

$أ^٢ = ١$ $ب^٢ = ١$ $جـ^٢ = ١ + ١$

$أ = ١$ $ب = ١$ $جـ = \sqrt{٢}$.

طول المحور القاطع $= ٢$ ومعادلته ص $= ٣$

طول المحور المرافق $= ٢$ ومعادلته س $= -٢$

البعد البؤري $= ٢\sqrt{٢}$.

هـ $= \frac{\sqrt{٢}}{١} = \sqrt{٢}$.

الرأسان: $(-٢ \pm ١, ٣)$

$(-٣, ٣)$ ، $(-١, ٣)$

البؤرتان: $(-٢ \pm \sqrt{٢}, ٣)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣

الدائرة $(س-٦)^٢ + (ص-٤)^٢ = ٣٦$

مركز الدائرة هو بؤرة للقطع الزائد

$(س-٣)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٣٦$

$٤(س-٣)^٢ + ٤(ص-٢)^٢ = ٣٦$ (÷ ٤)

$(س-٣)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٩$

مركز الدائرة $(٣، ٢)$ = احدى بؤرتي القطع الزائد

$ج^٢ = ٩ \leftarrow ر = ٣$ طول القطر $= ٦$

طول المحور المرافق = طول قطر الدائرة

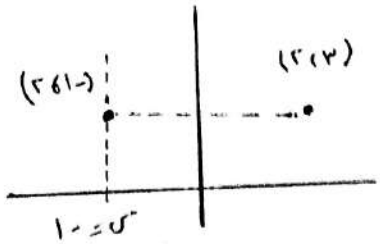
$٢ب = ٦ \Leftarrow$ $\boxed{ب = ٣}$

مركز القطع الزائد

يقع على المستقيم

الذي معادلته

$س = -١$



∴ مركز القطع الزائد $(-١، ٣)$

$ج$ = البعد بين البؤرة و المركز

$ج = ٣ - -١ = ٤$

$ج^٢ = ا^٢ + ب^٢ \Leftarrow ١٦ = ا^٢ + ٩$

$ا^٢ = ٧$

المعادلة $\frac{(س+١)^٢}{٧} - \frac{(ص-٣)^٢}{٩} = ١$

س٤ مركز الدائرة $(س-٨)^٢ + (ص-٦)^٢ = ١٦$

رأس للقطع الزائد

$(س-٤)^٢ + (ص-٣)^٢ = ١٦$

$٤(س-٤)^٢ + ٤(ص-٣)^٢ = ١٦$

$(س-٤)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٤$

مركز الدائرة $= (٤، ٣) \longrightarrow$ رأس القطع الزائد

$ر = ٢$

طول المحور المرافق = طول قطر الدائرة

$٢ب = ٤ \Leftarrow$ $\boxed{ب = ٢}$

مركز القطع يقع على المستقيم $س = -١$

مركز القطع $(-١، ٣)$

$ا$ = البعد بين رأس القطع و المركز.

$= ٤ - -١ = ٥$

$\boxed{ا = ٥}$

المعادلة:

$$\frac{(س+١)^٢}{٢٥} - \frac{(ص-٣)^٢}{٤} = ١$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ش المركز (٠،٠)

طول المحور المقاطع = ٢أ = ٦√٣ ⇐

أ = ٣√٣ ← أ² = ٩×٢ = ١٨

٩ س² + ٦ ص² = ٥٧٦ (÷ ٥٧٦)

س²/٦٤ + ص²/٣٦ = ١

أ² = ٦٤ / ب² = ٣٦ / جـ² = ٦٤ − ٣٦

جـ² = ٢٨

بؤرتا الناقص والزائد متطابقتان

جـ² = أ² + ب²

٢٨ = ١٨ + ب² ⇐ ب² = ١٠

ل س² − ك ص² = ٩٠ (÷ ٩٠)

س²/(٩٠/ل) − ص²/(٩٠/ك) = ١

أ² = ٩٠/ل ← ١٨ = ٩٠/ل ← ل = ٥

ب² = ٩٠/ك ← ١٠ = ٩٠/ك ← ك = ٩

ل س = ٥ ظاهـ − ٤ ← ٥ ظاهـ = س + ٤

⇐ ظاهـ = (س+٤)/٥ ⇐ ظا²هـ = (س+٤)²/٢٥

ص = ٢ − ٣ ظاهـ ← ص − ٢ = −٣ ظاهـ

⇐ ظاهـ = (ص−٢)/(−٣) ⇐ ظا²هـ = (ص−٢)²/٩

قا²هـ − ظا²هـ = ١

(س+٤)²/٢٥ − (ص−٢)²/٩ = ١

وهذه تمثل معادلة قطع زائد.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١) جد عناصر كلٍّ قطع إذا عُلِمَت معادلته في كلٍّ مما يأتي:

أ) $س^{٢} = ٣ ص + ٢$

ب) $س^{٢} = ٣ص + ٢ص^{٢}$

جـ) $ص^{٢} = ١٥ - ٢س^{٢}$

د) $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ٤س + ١٢ص - ١٢ = ٠$

هـ) $٩س^{٢} + ٨ص - ٤ = ٤ص^{٢} + ٣٦$

و) $٣(س+٢)^{٢} - (ص + \frac{٣}{٢})^{٢} = \frac{٣٩}{٤}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٢) جد معادلة القطع المخروطي في كلٍّ من الحالات الآتية:

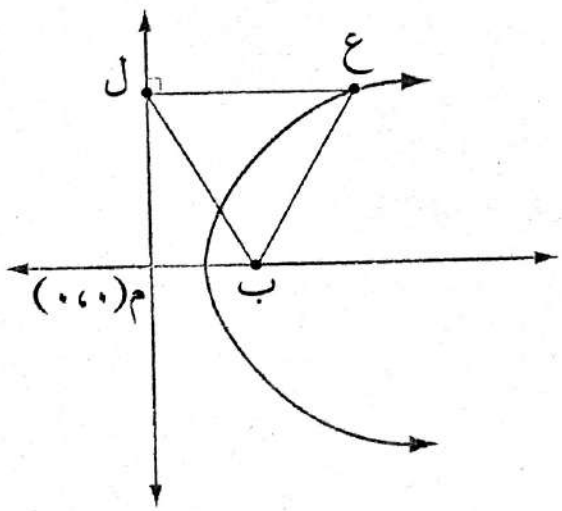
أ) قطع مكافئ محوره يوازي محور السينات، ويمر بالنقاط (٣ ، ٣)، (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٢).

ب) قطع ناقص مركزه النقطة (٣ ، ٢)، وبؤرتاه النقطتان (١ ، ٢)، (٥ ، ٢) وطول محوره الأكبر يساوي ٦ أمثال البعد البؤري.

جـ) قطع زائد بؤرتاه النقطتان (٣ ، −٢)، (٣ ، ٤)، ورأساه النقطتان (٣ ، −١)، (٣ ، ٣).

٣) جد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى الإحداثي؛ بحيث تبعد بعدًا متساويًا عن المحورين الإحداثيين، وتمر أثناء حركتها في الربعين الثاني والرابع.

٤) الشكل (٥−٤٧) يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب، إذا علمت أنَّ المثلث ب ع ل متطابق الأضلاع، طول ضلعه (٤٠) وحدة، فجد معادلة القطع المكافئ.



الشكل (٥−٤٧)

٥) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى الإحداثي ن(س ، ص) التي يكون بُعدها عن المستقيم س= ٧ يساوي مثلَيْ بُعدها عن النقطة ك(١ ، ٠)، وبيِّن نوعه.

٦) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي حيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س= جتا٢ن ، ص= ٣جان، جد معادلة مسار النقطة و ، ثم بيِّن نوعه.

٧) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة م (س ، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بُعدًا ثابتًا مقداره (٣) وحدات عن المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص= ٥ ، وتمر أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها (س − ٤)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} =٩

٨) قطع مخروطي اختلافه المركزي < ١، وبؤرتاه (−٢ ، −١)، (٢ ، −١) ويمر بنقطة الأصل، جد عناصر هذا القطع.

٩) إذا كانت المعادلة: ك س^{٢} + ٣ص^{٢} = ١١ تمثل معادلة قطع ناقص محوره الأكبر مواز لمحور السينات، أثبت أنَّ ك = $\frac{١١}{ب^{٢}+جـ^{٢}}$

١٠) إذا كان هـ$_{١}$ ، هـ$_{٢}$ يمثلان الاختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين اللَّذين معادلتاهما:

$\frac{س^{٢}}{ل^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ك^{٢}} = ١$

$\frac{ص^{٢}}{ك^{٢}} - \frac{س^{٢}}{ل^{٢}} = ١$

فأثبت أنَّ: $\frac{١}{هـ_{١}^{٢}} + \frac{١}{هـ_{٢}^{٢}} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) يتكون هذا السؤال من ١٣ فقرة من نوع الاختيار من متعدد، لكل منها ٤ بدائل واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها (٢س+٤)^{٢} + (٢ص− ١٠)^{٢} =٣٦ يساوي:

أ) ٣ وحدات ب) ٦ وحدات جـ) ٧ وحدات د) ٩ وحدات

أسئلة الوحدة

(٢) معادلة دليل القطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} + ٤س − ٨ = ٠ هي:

أ) س=١ ب) س= ٣ جـ) ص= ١ د) ص= ٣

(٣) نوع القطع المخروطي الذي معادلته ص^{٢}= ٣س+ ٢س^{٢} هو:

أ) دائرة ب) مكافئ جـ) ناقص د) زائد

(٤) إذا كانت بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته (ص+١)^{٢} = −٨(س + د) هي النقطة (٣ ، −١) ، فإن د تساوي:

أ) −٥ ب) −٣ جـ) ٣ د) ٥

(٥) إحداثيا نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته (س+٢)^{٢} − (ص−٣)^{٢} =١ هي:

أ) (−٢ ∓ ١، ٣) ب) (−٢، ٣ ∓ ١)

جـ) (٢ ∓ ١، −٣) د) (٢، −٣ ∓ ١)

(٦) طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي يمس كلًّا من المستقيمات س=١، س=٩ ، ص= −١ ، ص = ٥ ، يساوي:

أ) ٣ وحدات ب) ٤ وحدات جـ) ٦ وحدات د) ٨ وحدات.

(٧) تتحرك النقطة ن(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلة

$$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ل}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ل}^{٢} - ١٦} = ١$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حيث ل عدد ثابت، إذا كانت ٠ < ل < ١٦، فإنَّ المحل الهندسي لحركة النقطة ن يمثل:

أ) قطعًا مكافئًا ب) قطعًا ناقصًا جـ) قطعًا زائدًا د) دائرة

(٨) تتحرك النقطة ن(س ، ص) في الربعين الأول والثالث من المستوى الإحداثي، حيث تبقى على بُعدينِ متساويينِ من المحورين الإحداثيين. إنَّ معادلة المحل الهندسي للنقطة ن هي:

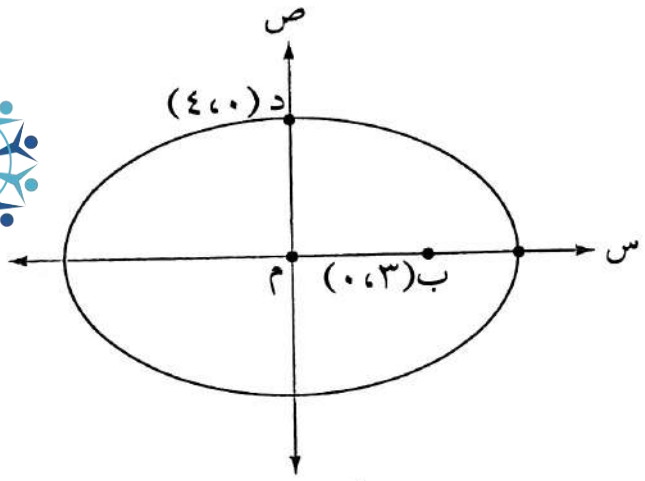
أ) ص = س^{٣} ب) س = ص^{٣} جـ) ص = − س د) ص = س

(٩) قطع مخروطي معادلته ٩(س+١)^{٢} − ١٦(ص − ٢)^{٢} = − ١٤٤، فإنَّ اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٣}$ جـ) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٥}{٤}$

(١٠) الشكل (٥−٤٨) يمثل منحنى قطع ناقص مركزه نقطة الأصل، وإحدى بؤرتيه النقطة ب(٣ ، ٠)، وإحدى نهايتي محوره الأصغر النقطة د(٠ ، ٤). فإنَّ طول محوره الأكبر يساوي:

أ) ١٢ ب) ١٠ جـ) ٧ د) ٥



الشكل (٥−٤٨)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١١) مساحة القطع الناقص الذي معادلته ٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٣٦ بالوحدات المربعة يساوي:

أ) ٥ π ب) ٦ π جـ) ١٣ π د) ٣٦ π

(١٢) قطع مكافئ يقع رأسه على مركز القطع الزائد الذي معادلته

$\frac{٩}{٢}$ (س − ١)^{٢} − ٨(ص − ٢)^{٢} = ٧٢ ، وبؤرته (١ ، ٣)، فإنَّ معادلة محور تماثل القطع المكافئ هي:

أ) س = ١ ب) س = − ١ جـ) ص = ٢ د) ص = − ٢

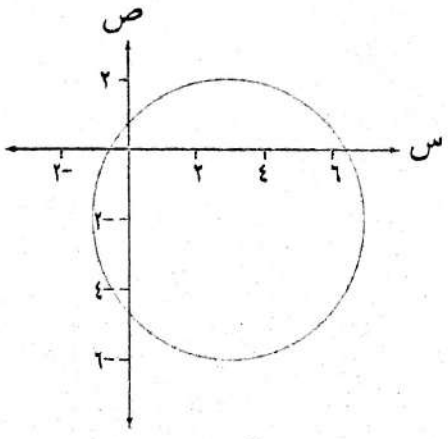
* (١٣) معادلة الدائرة الممثلة بالشكل (٥−٤٩) هي:

أ) س^{٢} + ص^{٢} − ٦س + ٤ص − ٩ = ٠

ب) س^{٢} + ص^{٢} − ٦س + ٤ص + ٩ = ٠

جـ) س^{٢} + ص^{٢} − ٦س − ٤ص − ٣ = ٠

د) س^{٢} + ص^{٢} − ٦س + ٤ص − ٣ = ٠



الشكل (٥−٤٩)

(*) السؤال من أسئلة الاختبارات الدولية

أ) $س^2 = 3ص + 2$

$س^2 = 3(ص + \frac{2}{3})$

قطع مكافئ: الرأس $(0، -\frac{2}{3})$

المحور $س = 0$

$4جـ = 3 \Leftarrow جـ = \frac{3}{4}$

البؤرة $(0، -\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) = (0، \frac{1}{12})$

الدليل $ص = -\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{17}{12}$

ب) $ص^2 = 15 - 2س^2$

$ص^2 + 2س^2 = 15 \quad (\div 15)$

$\frac{ص^2}{15} + \frac{س^2}{\frac{15}{2}} = 1$

قطع ناقص مركزه $(0، 0)$

$م^2 = 15 \quad ب^2 = \frac{15}{2}$

$م = \sqrt{15} \quad ب = \sqrt{\frac{15}{2}}$

$جـ^2 = م^2 - ب^2 \Leftarrow جـ^2 = 15 - \frac{15}{2}$

$جـ^2 = \frac{15}{2}$.

جـ) $4س^2 + 2ص^2 - 4س + 12ص - 12 = 0$

بالقسمة على 2

$س^2 + ص^2 - 2س + 6ص - 6 = صفر$

دائرة مركزها $(-\frac{1}{2} \times -2، -\frac{1}{2} \times 6)$

$(1، -3)$

$ر = \sqrt{1 + 9 - (-6)} = \sqrt{16} = 4$

د) $9س^2 + 8ص - 4 = 4ص^2 + 36$

$9س^2 - 4ص^2 + 8ص = 36 + 4$

$9س^2 - 4(ص^2 - 2ص + 1) = 36 + 4 - 4$

$9س^2 - 4(ص - 1)^2 = 36 \quad (\div 36)$

$\frac{س^2}{4} - \frac{(ص-1)^2}{9} = 1$ قطع زائد سينى

المركز $(0، 1)$

$م^2 = 4 \quad ب^2 = 9 \quad جـ^2 = 4 + 9 = 13$

$م = 2 \quad ب = 3 \quad جـ = \sqrt{13}$

طول المحور القاطع $= 2 \times 2 = 4$ وهما دلتا $ص = 1$

طول المحور المرافق $= 2 \times 3 = 6$ وهما دلتا $س = 0$

البعد البؤرى $= 2\sqrt{13}$

الرأسان $(\pm 2، 1)$ البؤرتان $(\pm \sqrt{13}، 1)$

هـ $= \frac{\sqrt{13}}{2}$.

هـ) $3(س+2)^2 - (ص + \frac{3}{2})^2 = \frac{39}{4} \quad (\times \frac{4}{39})$

$\frac{(س+2)^2}{\frac{39}{4 \times 3}} - \frac{(ص + \frac{3}{2})^2}{\frac{39}{4}} = 1$

قطع زائد مركزه $(-2، -\frac{3}{2})$ سينى

$م^2 = \frac{39}{4 \times 3} = \frac{13}{4} \quad ب^2 = \frac{39}{4}$

$م = \frac{\sqrt{13}}{2} \quad ب = \frac{\sqrt{39}}{2}$

$جـ^2 = \frac{13}{4} + \frac{39}{4} = \frac{52}{4} = 13 \Leftarrow جـ = \sqrt{13}$

الرأسان $(-2 \pm \frac{\sqrt{13}}{2}، -\frac{3}{2})$

البؤرتان $(-2 \pm \sqrt{13}، -\frac{3}{2})$

منهاجي — متعة التعليم الهادف

س١

و) $س^{٢} = ٣ص + ٢ص^{٢}$

$س^{٢} - ٢ص^{٢} - ٣ص = صفر$

$س^{٢} - ٢(ص^{٢} + \frac{٣}{٢}ص) = صفر$

$س^{٢} - ٢(ص^{٢} + \frac{٣}{٢}ص + \frac{٩}{١٦}) = -\frac{٩}{٨}$

$(س^{٢} - ٢(ص + \frac{٣}{٤})^{٢} = -\frac{٩}{٨} \times -\frac{٨}{٩}$

$\frac{-س^{٢}}{\frac{٩}{٨}} + \frac{(ص + \frac{٣}{٤})^{٢}}{\frac{٩}{١٦}} = ١$

$\frac{(ص + \frac{٣}{٤})^{٢}}{\frac{٩}{١٦}} - \frac{س^{٢}}{\frac{٩}{٨}} = ١$

قطع زائد صادي المركز $(٠، -\frac{٣}{٤})$

$أ^{٢} = \frac{٩}{١٦}$ $ب^{٢} = \frac{٩}{٨}$ $جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} = \frac{٢٧}{١٦}$

$أ = \frac{٣}{٤}$ $ب = \frac{٣}{\sqrt{٨}}$ $جـ = \frac{\sqrt{٢٧}}{٤}$

الرأسان $(٠، -\frac{٣}{٤} \pm \frac{٣}{٤})$

$(٠، ٠)$ و $(٠، -\frac{٦}{٤})$

البؤرتان $(٠، -\frac{٣}{٤} \pm \frac{\sqrt{٢٧}}{٤})$

هـ $= \frac{\sqrt{٢٧}}{٤} \div \frac{٣}{٤}$

$= \frac{\sqrt{٢٧}}{٤} \times \frac{٤}{٣} = \frac{\sqrt{٢٧}}{٣}$

$= \frac{\sqrt{٣ \times ٩}}{٣} = ٣٧.$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١ م) قطع مكافئ محوره يوازي محور السينات ومر بالنقاط (٣،٣) و (٠،٦) (٢،٠)

المحور يوازي السينات ←

$س = أ ص^{٢} + ب ص + د$

(٠،٦) ← $٦ = ٠ + ٠ + د$ ⇐ $د = ٦$

(٢،٠) ← $٠ = ٤أ + ٢ب + ٦$ ⇐

$٤أ + ٢ب = -٦$ (÷٢)

$٢أ + ب = -٣$ ---- ①

(٣،٣) ← $٣ = ٩أ + ٣ب + ٦$ ⇐

$٩أ + ٣ب = -٣$ (÷٣)

$٣أ + ب = -١$ --- ②

طرح المعادلتين ينتج .

$أ = ٢$ بالتعويض $٤ + ب = -٣$ ⇐ $ب = -٧$

المعادلة : $س = ٢ص^{٢} - ٧ص + ٦$

ب) المركز (٣،٢) و البؤرتان (١،٢) و (٥،٢)

$٤جـ = ٥ - ١ = ٤$ ⇐ $جـ = ٢$

المحور الأكبر = $٢أ$ = $٦ \times$ البعد البؤري ⇐

$٢أ = ٦ \times ٢$ ← $أ = ١٢$

$ب^{٢} = جـ^{٢} - أ^{٢}$ ← $ب^{٢} = ١٤٤ - ٤$ ← $ب^{٢} = ١٤٠$

المعادلة : $\frac{(س - ٣)^{٢}}{١٤٤} + \frac{(ص - ٢)^{٢}}{١٤٠} = ١$

س٢

ب) البؤرتان (٣، -٢) ، (٣، ٤)

الرأسان (٣، -١) ، (٣، ٣)

المركز $\left(\frac{-٢+٤}{٢}\ ،\ ٣\right) = (١،٣)$

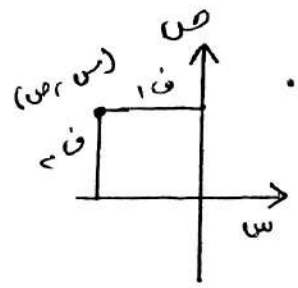
$٢ب = ٤ - (-٢) = ٦ \Leftarrow ب = ٣$

$٢أ = ٣ - (-١) = ٤ \Leftarrow أ = ٢$

$ج^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} \leftarrow ب^{٢} = ٩ - ٤ = ٥$

المعادلة $\frac{(ص-١)^{٢}}{٤} - \frac{(س-٣)^{٢}}{٥} = ١$

س٣



معادلة محور السينات ← ص = ٠

معادلة محور الصادات ← س = ٠

ف١ = ف٢

$\frac{|س-١|}{١٦} = \frac{|ص-١|}{١٦}$

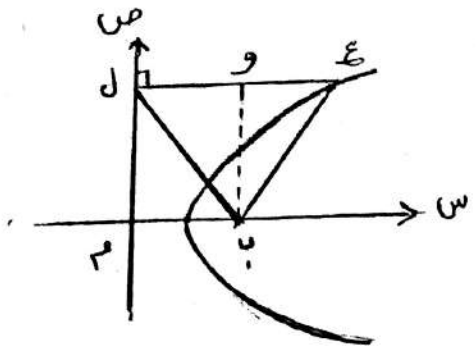
س - ١ = ص - ١

س = ص أو س = - ص

تمر بالربعين الثاني والرابع ⇐

س = - ص .

س٤



ع ب = ع ل

فرع الصادات هو الدليل

ب و عمود نازل على القاعدة ع ل ينصف

⇐ و ل = $\frac{١}{٢}$ ع ل ⇐ و ل = $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ = ٢٠

ب م = و ل = ٢٠

ب م = ٢ ج = ٢٠ ⇐ ج = ١٠

⇐ الرأس هو النقطة (٠، ١٠)

المعادلة ص^{٢} = ٤٠ (س - ١٠) .

س٥ النقطة (س، ص) بعدها عن المستقيم س = ٧

يساوي مثلي بعدها عن النقطة (١، ٠)

ف١ = ٢ ف٢

$\frac{|س-١٧|}{١٦} = ٢\sqrt{(س-١)^{٢} + (ص-٠)^{٢}}$

$|س-١٧| = ٢\sqrt{س^{٢} - ٢س + ١ + ص^{٢}}$ (تربيع الطرفين)

$س^{٢} - ٣٤س + ٢٨٩ = ٤(س^{٢} - ٢س + ١ + ص^{٢})$

$س^{٢} - ٣٤س + ٢٨٩ = ٤س^{٢} - ٨س + ٤ + ٤ص^{٢}$

$٣س^{٢} + ٤ص^{٢} + ٢٦س - ٤٥ = ٠$

قطع ناقص

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٦) $س = جتا\theta$ ، $ص = ٣جا\theta$

$\frac{ص}{٣} = جا\theta \leftarrow ص = ٣جا\theta$

$جا^٢\theta = \frac{ص^٢}{٩}$

$جتا^٢\theta = ١ - جا^٢\theta$ (متطابقة)

$س = ١ - \frac{ص^٢}{٩}$

$(س - ١) = -\frac{ص^٢}{٩}$

$ص^٢ = -\frac{٩}{٢}(س - ١)$

معادلة قطع مكافئ.

---

٧) النقطة $(س_١، ص_١)$ تبعد عن المستقيم $٣س + ٤ص = ٥$ بمقدار ٣ وحدات

$$\frac{|٣س_١ + ٤ص_١ - ٥|}{\sqrt{٩ + ١٦}} = ٣$$

$$|٣س_١ + ٤ص_١ - ٥| = ١٥$$

$٣س_١ + ٤ص_١ - ٥ = ١٥$ أو $٣س_١ + ٤ص_١ - ٥ = -١٥$

$٣س_١ + ٤ص_١ = ٢٠$ (١) | $٣س_١ + ٤ص_١ = -١٠$ (٢)

مركز الدائرة التي تمر بـ (٤، ٢) هو $(٤، ٢)$

يحقق هذه النقطة في المعادلة السابقة

(١) $٣\times٤ + ٤\times٢ \stackrel{?}{=} ٢٠$ | (٢) $٣\times٤ + ٤\times٢ \neq -١٠$

$٢٠ = ٢٠$ يحقق | لا يحقق

٨) $س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٢ص + ١ = ٠$ بؤرتاه $(-٢، ١)$ ، $(٤، ١)$ غير منطبقة الأصل.

بما أن $هـ > ١$ ← قطع ناقص

المركز $\left(\frac{-٢+٤}{٢}، ١\right) = (١، ١)$

$جـ^٢ = ٤ - ٢ = ٢ \leftarrow جـ = ٢$

المعادلة $\frac{(س-١)^٢}{ب^٢} + \frac{(ص-١)^٢}{ا^٢} = ١$

$(١، ٠) \leftarrow \frac{١}{ب^٢} + ٠ = ١ \leftarrow ب^٢ = ١$

$\leftarrow ب = ١$

$جـ^٢ = ا^٢ - ب^٢ \leftarrow ا^٢ = ٤ + ١ = ٥$

$ا = \sqrt{٥}$

طول المحور الأكبر $= ٢\sqrt{٥}$ ومعادلته $ص = ١$

طول المحور الأصغر $= ٢$ ومعادلته $س = ١$

الرأسان $(١ \pm \sqrt{٥}، ١)$

المعادلة $\frac{(س-١)^٢}{١} + \frac{(ص-١)^٢}{٥} = ١$

---

٩) $ك س^٢ + ٣ص^٢ = ١١$

$\frac{س^٢}{\frac{١١}{ك}} + \frac{ص^٢}{\frac{١١}{٣}} = ١$

$ا^٢ = \frac{١١}{ك}$ وأيضاً $ا^٢ = ب^٢ + جـ^٢$

$\frac{١١}{ك} = ب^٢ + جـ^٢$

$\Leftarrow ك = \frac{١١}{ب^٢ + جـ^٢}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مثل $\frac{س^2}{ل^2} - \frac{ص^2}{ك^2} = ١$

قطع زائد

$هـ_١^2 = \frac{د^2}{م^2} = \frac{ل^2 + ك^2}{ل^2}$

$\frac{ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{ل^2} = ١$

قطع زائد

$هـ_٢^2 = \frac{ج^2}{م^2} = \frac{ك^2 + ل^2}{ك^2}$

$\frac{١}{هـ_١^2} + \frac{١}{هـ_٢^2} = ١$

$\frac{ل^2}{ل^2 + ك^2} + \frac{ك^2}{ك^2 + ل^2} =$

$\frac{ل^2 + ك^2}{ل^2 + ك^2} = ١$

الآن

(١) $(٤ك + ٣)^2 + (٣ص - ١٠)^2 = ٣٦$

$٤(ك + ٣)^2 + ٩(ص - ٥)^2 = ٣٦$

$(ك + ٣)^2 + (ص - ٥)^2 = ٩$

$ر^2 = ٩ \leftarrow ر = ٣$ (ب)

---

(٢) $ص^2 + ٤ك - ٨ = صفر$

$ص^2 = -٤ك + ٨ \leftarrow ص^2 = -٤(س - ٢)$

الرأس $(٢، ٠)$

$٤ب = ٤ \leftarrow ب = ١$

الدليل $س = ٢ + ١ = ٣$ (ب)

(٣) $ص^2 = ٣ك + ٢ك^2 \leftarrow ص^2 - ٢ك^2 - ٣ك = صفر$

قطع زائد بسبب اختلاف إشارات $س^2$ و $ص^2$. (د)

---

(٤) $(ص + ١)^2 = -٨(س + ٥)$

البؤرة هي $(٣، -١)$ / الرأس $(-٥، -١)$

$٤ب = ٨ \Leftarrow ب = ٢$

البؤرة $(-٥ + ٢، -١) = (-٣، -١)$

$-٥ + ٢ = -٣ \Leftarrow -٥ = -٣ \Leftarrow ٥ = ٣$ (ب)

---

(٥) $(س + ٢)^2 - (ص - ٣)^2 = ١$

المركز $(-٢، ٣)$

$ب^2 = ١ \leftarrow ب = ١$

طرفا المحاذ $(-٢، ٣ \pm ١)$ (ب)

---

(٦) $ب = ٥ - ١ = ٦$ (ب)

---

(٧) $\frac{س^2}{ل} + \frac{ص^2}{ل - ١٦} = ١$

لأن $٠ < ل < ١٦$

فإن $ل \times (ل - ١٦) < صفر$

$\therefore$ قطع زائد (ب)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٨) المعادلة $ص = س^{\frac{1}{2}}$ (د)

(٩) $٩(س+١)^{٢} - ١٦(ص-٢)^{٢} = -١٤٤$

$\frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} - \frac{(س+١)^{٢}}{١٦} = ١$

$م^{٢} = ٩$ $ب^{٢} = ١٦$

$م = ٣$ $ب = ٤$

$جـ^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥ \leftarrow جـ = ٥$

$هـ = \frac{جـ}{م} = \frac{٥}{٣}$ (ب)

(١٠) $أ = ٣$ ، $ب = ٤$

$أ^{٢} = م^{٢} - ب^{٢} \leftarrow م^{٢} = جـ^{٢} + ب^{٢}$

$م^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥ \leftarrow م = ٥$

طول المحور الأكبر $= ٢م = ١٠$ (ب)

(١١) $٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٣٦$

$\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص^{٢}}{٤} = ١$

$م^{٢} = ٩$ $ب^{٢} = ٤$

$م = ٣$ $ب = ٢$

$م = ٢ \pi ب$

$م = ٢ \times ٣ \times \pi$

$م = ٦\pi$ (ب)

(١٢) مركز القطع الزائد $= (٢، ١)$

رأس القطع المكافئ $= (٢، ١)$

بؤرة القطع المكافئ $= (٣، ١)$

معادلة محور التماثل $س = ١$ (م)

(١٣) المركز $(٣)-(٢-)$

$أ = ٤$

فتكون المعادلة

$س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٤ص - ٣ = ٠$ (د)

منهاجي
متعة التعليم الهادف