طريق التفوق

في

الرياضيات

تكلم الرياضيات بطلاقة

مع

د. خالد جلال

٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

شرح تفصيلي للوحدة

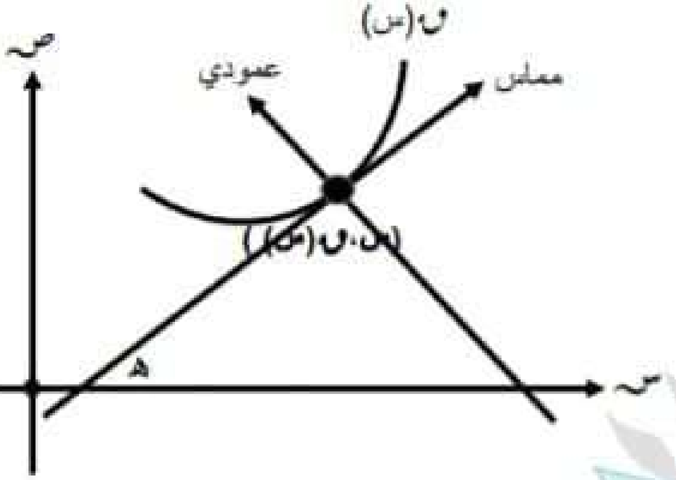
الثالثة تطبيقات التفاضل

لطلاب وطالبات الفرع العلمي والصناعي

بدون دموع

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

التطبيقات الهندسية



تفسر **المشتقة الاولى** هندسيا بأنها **ميل المماس** لمنحنى الاقتران ق(س) ويرمز **للميل** بالرمز م حيث م = قَ(س) = ظاهـ حيث هـ زاوية ميل المماس مع **الاتجاه الموجب** لمحور السينات .

المطلوب بالدرس

١) ايجاد ميل المماس م ، ميل العمودي على المماس
٢) ايجاد قياس زاوية ميل المماس هـ
٣) ايجاد معادلة المماس ، معادلة العمودي على المماس
٤) ايجاد احداثيات نقطة او نقط التماس
٥) حساب الثوابت

اولا : ايجاد ميل المماس م ، ميل العمودي على المماس

١. نشتق بالقواعد العشرين السابقة
٢. نعوض باحداثيات نقطة التماس ينتج الميل م
٣. ميل العمودي = - مقلوب ميل المماس م

ثانيا : ايجاد قياس زاوية ميل المماس

١. نجد الميل م
٢. نضع م = ظاهـ
٣. نقوم بحل المعادلة السابقة ان امكن ، والحالات يمكن فيها حل المعادلة هي

ظاهـ = ٠
ظاهـ = ± ١
ظاهـ = ± $\sqrt{3}$
ظاهـ = ± $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ثالثا : إيجاد معادلة المماس ، معادلة العمودي على المماس

معادلة المماس

$ص - ص_1 = م (س - س_1)$

معادلة العمودي

$ص - ص_1 = - \frac{1}{م} (س - س_1)$

لإيجاد المعادلات السابقة لا بد من وجود ما يلي وبالترتيب

(١) احداثيات نقطة التماس	(٢) الميل
اذا اعطى س نعوض بالاقتران ق لإيجاد ص	ثم نعوض بالمعادلات
اذا اعطى ص نعوض بالاقتران ق لإيجاد س	
اذا اعطى (س ، ص) نتأكد هل هي نقطة تماس ام لا	
لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع ص = صفر ثم نجد س	
لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع س = صفر ثم نجد ص	
لإيجاد نقطة تقاطع منحنيين ق(س) ، هـ(س) نضع ق(س) = هـ(س)	

طريقة عرض السؤال

يوجد نوعان من الاسئلة

١) **نص مباشر** : (جد معادلة المماس ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق)

٢) **نص غير مباشر** : (جد مساحة مثلث) أو (جد مساحة شكل رباعي)

حالات المثلث	الشكل رباعي
١) يتكون المثلث من المماس ومحوري الاحداثيات	يتكون الشكل الرباعي
٢) يتكون المثلث من العمودي ومحوري الاحداثيات	من المماس والعمودي
٣) يتكون المثلث من المماس والعمودي على المماس ومحور السينات	على المماس ومحور
٤) يتكون المثلث من المماس والعمودي على المماس ومستقيم يوازي محورالسينات ص= جـ	السينات و محور الصادات
٥) يتكون المثلث من المماس والعمودي على المماس ومحور الصادات	
٦) يتكون المثلث من المماس والعمودي على المماس ومستقيم يوازي محور الصادات س = جـ	

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

رابعا : إيجاد احداثيات نقطة او نقط التماس

١) للإيجاد احداثيات نقطة او نقط التماس لا بد من وجود الميل م

٢) نضع م = ق'(س)

٣) نقوم بحل المعادلة السابقة

٤) ينتج الاحداثي السيني لنقطة التماس

٥) نعوض بالاقتران ق نجد ص فنحصل على احداثيات نقطة او نقط التماس (س ، ص)

٦) ثم نجد معادلة المماس او العمودي اذا طلبت المعادلات

الجدول التالي يبين حالات الميل المختلفة وما نستفيد في كل حالة

حالات الميل المختلفة	ما نستفيده
١) المماس لمنحنى ق(س) يصنع زاوية مقدارها هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات	ق'(س) = ظاهـ
٢) المماس افقي أو المماس يوازي محور السينات أو العمودي على المماس يوازي محور الصادات أو المماس عمودي على محور الصادات	ق'(س) = صفر
٣) المماس لمنحنى ق(س) يوازي مستقيم ميله أو معادلته معلومة	ق'(س) = ميل المستقيم المعلوم
٤) العمودي على المماس لمنحنى ق(س) يوازي مستقيم ميله معلوم أو معادلته معلومة	ق'(س) = − مقلوب ميل المستقيم المعلوم
٥) المماس لمنحنى ق(س) يمر بالنقطة الخارجية (أ ، ب) أو المماس لمنحنى ق(س) مرسوم من بالنقطة الخارجية (أ ، ب)	ق'(س) = $\frac{\text{ص} - \text{ب}}{\text{س} - \text{أ}}$
٦) العمودي على المماس لمنحنى ق(س) يمر بالنقطة الخارجية (أ ، ب) أو العمودي على المماس لمنحنى ق(س) مرسوم من بالنقطة الخارجية (أ ، ب)	ق'(س) = $\frac{\text{أ} - \text{س}}{\text{ص} - \text{ب}}$

ملاحظات
(١) إذا كان المماس والعمودي على المماس لمنحنى د(س) يصنعان مع محور السينات مثلث متساوي الساقين فإن دَ(س) = ظا٤٥ ، دَ(س) = ظا١٣٥
(٢) اذا كان لمنحنى د(س) مماس افقي عند (أ ، ب) فإن د(أ) = ب ، دَ(أ) = صفر
(٣) لإثبات تعامد منحنيين نثبت ان حاصل ضرب ميلهما يساوي − ١
(٤) لإيجاد نقطة تعامد د(س) و هـ(س) فإننا نجد ميل الاول دَ(س) و ميل الثاني هـَ(س) ثم نقوم بحل المعادلة دَ(س) × هـَ(س) = − ١

خامسا : حساب الثوابت (المجاهيل)

الجدول التالي يبين حالات الميل المختلفة وما نستفيد في كل حالة

(١) إذا علمت قاعدة المماس هـ(س) وقاعدة المنحنى د(س) فإننا نستطيع حساب مجهول (ثابت) واحد كما يلي : عند نقطة التماس فإن د(س) = هـ(س) ، دَ(س) = هـَ(س)
(٢) إذا علمت قاعدة المماس هـ(س) وقاعدة المنحنى د(س) والاحداثي السيني لنقطة التماس (أ ، د(أ)) فإننا نستطيع حساب مجهولين (ثابتين) كما يلي : عند نقطة التماس فإن د(أ) = هـ(أ) ، دَ(أ) = هـَ(أ)
(٣) إذا كان د(س) و هـ(س) متماسين عند النقطة (أ ، ب) أو لهما مماس مشترك عند النقطة (أ ، ب) فإننا نستطيع حساب ٤ مجاهيل (٤ ثوابت) كما يلي : عند نقطة التماس فإن د(أ) = هـ(أ) ، دَ(أ) = هـَ(أ) ، د(أ) = ب ، هـ(أ) = ب
(٤) إذا علمت مساحة مثلث او إذا علمت مساحة شكل رباعي
(٥) إذا كان ميل المماس (علمت معادلة المماس) (قياس زاوية ميل المماس) عند النقطة (أ ، ب) يساوي جـ فإن د(أ) = ب ، دَ(أ) = جـ أو دَ(أ) = مشتقة معادلة المماس أو دَ(أ) = ظا قياس زاوية ميل المماس
(٦) إذا كان ميل العمودي على المماس (علمت معادلة العمودي) عند النقطة (أ ، ب) يساوي جـ فإن د(أ) = ب ، دَ(أ) = $-\frac{١}{جـ}$ أو دَ(أ) = مشتقة معادلة العمودي

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

التطبيقات الفيزيائية

١) إذا قطع جسيم مسافة ف خلال زمن قدرة ن فإن المسافة ف تكون اقتران في الزمن أي أن $\text{ف} = \text{ق}(\text{ن})$.

٢) السرعة المتوسطة $= \dfrac{\text{ف}_2 - \text{ف}_1}{\text{ن}_2 - \text{ن}_1}$ حيث $\text{ف}_1 = \text{ق}(\text{ن}_1)$ ، $\text{ف}_2 = \text{ق}(\text{ن}_2)$.

٣) السرعة اللحظية (سرعة الجسيم عند اي لحظة) هي : $\text{ع} = \text{ف}' = \dfrac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$.

٤) التسارع المتوسط $= \dfrac{\text{ع}_2 - \text{ع}_1}{\text{ن}_2 - \text{ن}_1}$.

٥) التسارع اللحظي (تسارع الجسيم عند اي لحظة) هو: $\text{ت} = \text{ع}' = \dfrac{\text{د ع}}{\text{د ن}} = \text{ف}^{(2)} = \dfrac{\text{د}^2\text{ف}}{\text{د ن}^2}$

٦) المتغيرات ف ، ع ، ت جميعها اقترانات بالزمن ن لذا غالبا لابد من معرفة قيمة ن لإيجاد أي منها .

٧) القيم ف ، ع ، ت تكون موجبة او سالبة او صفر ولكن $\text{ن} \geq$ صفر دائما

الحركة الافقية

١) السرعة الابتدائية (السرعة انطلق بها الجسيم أو السرعة تحرك بها الجسيم) تعني ع عند $\text{ن} = 0$

٢) انعدام السرعة او سكون الجسيم يعني ان $\text{ع} = 0$

٣) انعدام التسارع يعني ان $\text{ت} = 0$

٤) عدد حلول المعادلة $\text{ع} = 0$ يمثل عدد مرات توقف الجسيم

٥) لإثبات ان الجسم لا يتوقف اثناء حركته نبرهن ان المعادلة $\text{ع} = 0$ ليس لها حل

٦) مجموعة قيم الزمن ن التي عندها السرعة سالبة تعني ان المطلوب ن عند $\text{ع} < 0$

٧) مجموعة قيم الزمن ن التي عندها السرعة موجبة تعني ان المطلوب ن عند $\text{ع} > 0$

٨) متى يتحرك الجسيم بعكس اتجاه الحركة يعني ان المطلوب ن عند $\text{ع} < 0$

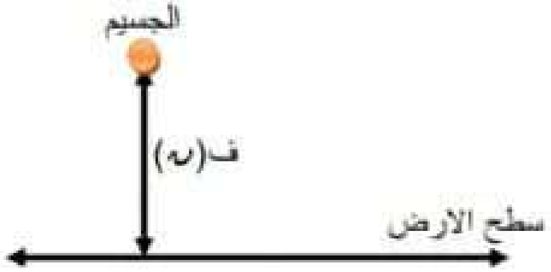
٩) لإثبات ان الجسم لا يغير من اتجاه حركته نبرهن ان $\text{ع} > 0$ دائما

١٠) معادلة الحركة تكون علاقة ضمنية اذا كانت ف مرفوعة لقوة لا تساوي ١ أو تحتوي على ف ، ع

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

الحركة الرأسية

١) الجسيم مقذوف من سطح الأرض



كما بالشكل المجاور:

أ) عند اقصى ارتفاع فإن ع = ٠

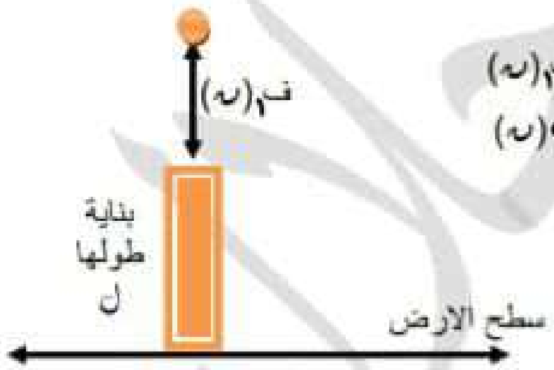
ب) زمن اقصى ارتفاع ن نجده من حل المعادلة ع = ٠

جـ) اقصى ارتفاع يعني ف عند ع = ٠

د) الزمن الذي بعده يعود لسطح الارض (زمن التحليق) = ٢ × زمن اقصى ارتفاع

هـ) عند وصول الجسيم سطح الأرض (ارتطام الجسيم بسطح الأرض) فإن ف = ٠ ، ع < ٠

٢) الجسيم مقذوف من سطح بناية للأعلى



كما بالشكل المجاور :

أ) لإيجاد أي مطلوب بالنسبة لسطح البناية نستخدم معادلة الحركة ف١(ن)

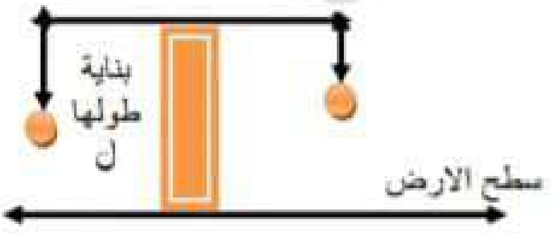
ب) لإيجاد أي مطلوب بالنسبة لسطح الارض نستخدم معادلة الحركة ف(ن)

حيث ف(ن) = ارتفاع البناية + معادلة الحركة المعطاة

= ل + ف١(ن)

٣) الجسيم مقذوف من سطح بناية للأسفل

سقوط حر او سقوط تحت تأثير قوة



النقط الحرجة ، التزايد والتناقص ،نقط القيم القصوى المحلية ،نقط القيم القصوى المطلقة ، التقعر للاعلى وللاسفل ونقط الانعطاف

اذا علمت قاعدة الاقتران ق

قيم س الحرجة للاقتران ق(س)

تعريف : تسمى النقطة س = أ نقطة حرجة للاقتران ق(س) اذا كان قَ (أ) = صفر أو قَ(أ) غير موجودة بشرط س = أ تقع ضمن مجال ق(س).

لإيجاد قيم س الحرجة لمنحنى ق(س) نتبع الخطوات التالية :

(١) نبحث في اتصال على مجاله ق(س)

(٢) نجد قَ(س)

(٣) نجد قيم س التي عندها قَ(س) = صفر

(٤) نجد قيم س التي عندها قَ(س) غير موجودة

(٥) نختار من الخطوتين (٣) ، (٤) القيم التي تقع ضمن مجال ق(س) فتكون هي قيم س الحرجة

قيم س التي عندها قَ(س) غير موجودة هي	نوع المعادلة قَ(س) = صفر
نقطة عندها ق غير متصل	خطية
نقطة عندها ق متصل ولكن قَ(س⁺) ≠ قَ(س⁻)	تربيعية
اصفار مقام المشتقة	تكعيبية
اطراف الفترة المغلقة	كسرية
الرؤوس المدببة	مثلثية

ملاحظات
قيم س الحرجة للاقتران الثابت المعرف على الفترة [أ ، ب] هي الفترة [أ ، ب].
قيم س الحرجة لاقتران اكبر عدد صحيح على الفترة [أ ، ب] هي الفترة [أ ، ب].
اطراف الفترة المغلقة [أ ، ب] تعتبر نقط حرجة .

التزايد و التناقص لمنحنى الاقتران ق(س)

(١) معنى التزايد هندسيا : أن منحنى ق(س) في صعود مستمر

(٢) معنى التزايد جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

ازدادت قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

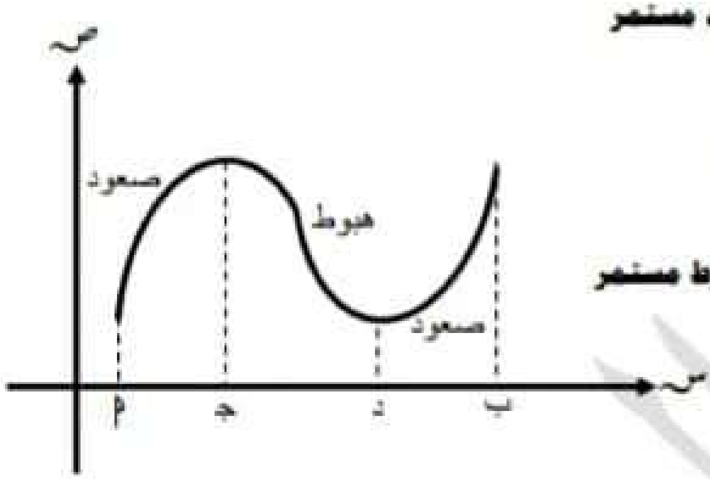
لكل س٢ > س١ فإن ق(س٢) > ق(س١)

(٣) معنى التناقص هندسيا : أن منحنى ق(س) في هبوط مستمر

(٤) معنى التناقص جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

قلة قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

لكل س٢ > س١ فإن ق(س٢) < ق(س١)



لإيجاد فترات التزايد والتناقص لمنحنى ق(س) نتبع الخطوات التالية :

(١) نبحث في اتصال على مجاله ق(س)

(٢) نجد قَ(س)

(٣) نجد قيم س التي عندها قَ(س) = صفر

(٤) نجد قيم س التي عندها قَ(س) غير موجودة

(٥) نرسم خط قَ(س) ونعين عليه قيم س السابقة ثم نحدد الإشارة داخل كل فترة

(٦) مراعاة النظرية التالية :

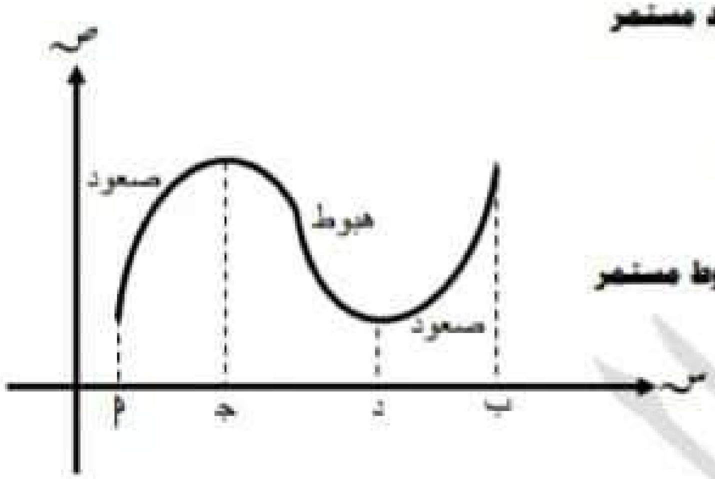
أ) قَ(س) > ٠ ⟸ ق(س) متزايد   ب) قَ(س) < ٠ ⟸ ق(س) متناقص

جـ) قَ(س) = ٠ ⟸ ق(س) ثابت

(٧) نكتب فترات التزايد والتناقص بدءا من جهة اليسار

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

التزايد و التناقص لمنحنى الاقتران ق(س)



(١) معنى التزايد هندسيا : أن منحنى ق(س) في صعود مستمر

(٢) معنى التزايد جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

ازدادت قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

لكل $س_٢ > س_١$ فإن $ق(س_٢) > ق(س_١)$

(٣) معنى التناقص هندسيا : أن منحنى ق(س) في هبوط مستمر

(٤) معنى التناقص جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

قلة قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

لكل $س_٢ > س_١$ فإن $ق(س_٢) < ق(س_١)$

لإيجاد فترات التزايد والتناقص لمنحنى ق(س) نتبع الخطوات التالية :

(١) نبحث في اتصال على مجاله ق(س)

(٢) نجد ق̀(س)

(٣) نجد قيم س التي عندها ق̀(س) = صفر

(٤) نجد قيم س التي عندها ق̀(س) غير موجودة

(٥) نرسم خط ق̀(س) ونعين عليه قيم س السابقة ثم نحدد الإشارة داخل كل فترة

(٦) مراعاة النظرية التالية :

أ) ق̀(س) > ٠ ⟸ ق(س) متزايد   ب) ق̀(س) < ٠ ⟸ ق(س) متناقص

جـ) ق̀(س) = ٠ ⟸ ق(س) ثابت

(٧) نكتب فترات التزايد والتناقص بدءا من جهة اليسار

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

التزايد و التناقص لمنحنى الاقتران ق(س)

(١) معنى التزايد هندسيا : أن منحنى ق(س) في صعود مستمر

(٢) معنى التزايد جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

ازدادت قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

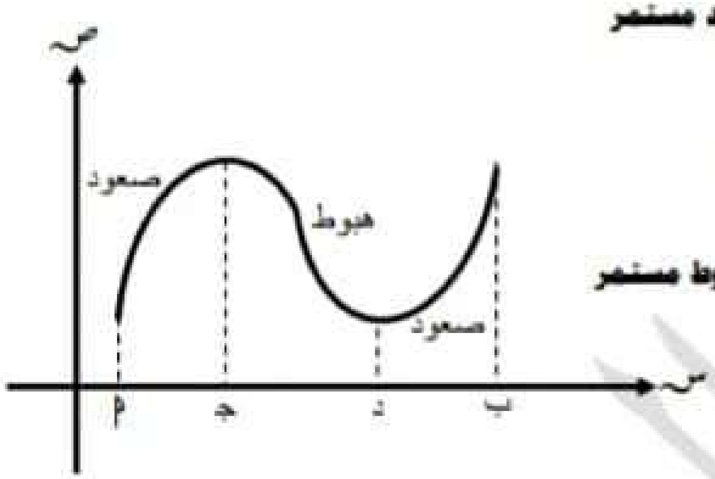
لكل س$_٢$ > س$_١$ فإن ق(س$_٢$) > ق(س$_١$)

(٣) معنى التناقص هندسيا : أن منحنى ق(س) في هبوط مستمر

(٤) معنى التناقص جبريا : أنه كلما زادت قيمة س

قلة قيمة ق(س) ونعبر عن ذلك رياضيا كالآتي

لكل س$_٢$ > س$_١$ فإن ق(س$_٢$) < ق(س$_١$)



<u>لإيجاد فترات التزايد والتناقص لمنحنى ق(س) نتبع الخطوات التالية :</u>

(١) نبحث في اتصال على مجاله ق(س)

(٢) نجد ق′(س)

(٣) نجد قيم س التي عندها ق′(س) = صفر

(٤) نجد قيم س التي عندها ق′(س) غير موجودة

(٥) نرسم خط ق′(س) ونعين عليه قيم س السابقة ثم نحدد الإشارة داخل كل فترة

(٦) مراعاة النظرية التالية :

أ) ق′(س) > ٠ ⟸ ق(س) متزايد ب) ق′(س) < ٠ ⟸ ق(س) متناقص

جـ) ق′(س) = ٠ ⟸ ق(س) ثابت

(٧) نكتب فترات التزايد والتناقص بدءا من جهة اليسار

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

اذا علمت رسمة (منحنى) الاقتران ق

	منحنى الاقتران ق(س)
قيم س الحرجة	١) المساقط السينية لنقط القمة والقاع ٢) نقط عدم الاتصال (القفزة ، الحلقة) ٣) فترة يكون فيها منحنى ق(س) خط مستقيم يوازي محور السينات ٤) اطراف الفترة المغلقة المعرف عليها الاقتران ق(س) ٥) الرأس المدبب
فترات التزايد والتناقص	نبدأ الحركة على منحنى ق(س) من جهة اليسار ١) اذا طالع على منحنى ق(س) فانه متزايد في هذه الفترة ٢) اذا نازل على منحنى ق(س) فانه متناقص في هذه الفترة
نقط القيم القصوى المحلية	من شكل المنحنى فإن ١) القمة هي نقطة عظمى محلية ٢) القاع هي نقطة صغرى محلية
فترات التقعر	من شكل المنحنى فإن ١) فتحة المنحنى للأسفل فإن ق(س) مقعر للأسفل ٢) فتحة المنحنى للأعلى فإن ق(س) مقعر للأعلى
نقطة الانعطاف	هي النقطة المشتركة بين فترتي التقعر

منحنى الاقتران ق̸̸(س)
نحول رسمة ق̸̸(س) الي **خط** ق̸̸(س) ومنه نستطيع ايجاد ما يلي : ١) فترات التقعر للأعلى و للأسفل لمنحنى الاقتران ق(س) ٢) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) ٣) نقط القيم القصوى لمنحنى الاقتران ق(س) اذا علمت قيم س الحرجة للاقتران ق(س) ٤) فترات التزايد والتناقص لمنحنى الاقتران ق(س) اذا علمت قيم س الحرجة للاقتران ق(س)

منحنى الاقتران ق'(س)	
قيم س الحرجة	١) المساقط السينية لنقط تقاطع منحنى ق'(س) مع محور السينات ٢) نقط عدم الاتصال (القفزة ، الحلقة) ٣) اطراف الفترة المغلقة المعرف عليها الاقتران ق(س)
فترات التزايد والتناقص	نحول رسمة ق'(س) الى خط ق'(س)
نقط القيم القصوى المحلية	نجدها من خط ق'(س)
فترات التقعر	نبدأ الحركة على منحنى ق'(س) من جهة اليسار ١) طالع على منحنى ق'(س) فإن ق(س) مقعر للأعلى ٢) نازل على منحنى ق'(س) فإن ق(س) مقعر للأسفل
نقطة الانعطاف	هي النقطة المشتركة بين فترتي التقعر

حساب الثوابت (المجاهيل)

لإيجاد الثوابت (المجاهيل) نستفيد مما يلي :

١) منحنى يمر بالنقطة (أ ، ب) ⟸ ق(أ) = ب

٢) (أ ، ب) نقطة حرجة للاقتران ق(س)

نقطة عظمى للاقتران ق(س)

نقطة صغرى للاقتران ق(س)

نقطة قصوى للاقتران ق(س) ⟸ ق'(أ) = صفر ، ق(أ) = ب.

٣) (أ ، ب) نقطة انعطاف للاقتران ق(س) ⟸ ق''(أ) = صفر ، ق(أ) = ب.

د خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

تطبيقات القيم القصوى

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

يتميز هذا النوع من الاسئلة بالكلمات الاتية :

١) **اكبر ما يمكن** وتعني قيمة عظمى مطلقة .

٢) **اصغر ما يمكن** وتعني قيمة صغرى مطلقة.

و أي كلمة على وزن افعل (اقرب ، ادنى ، اقل ، ....)

لحل هذا النوع من الاسئلة نتبع الخطوات الاتية :

(١) تحديد على من تعود كلمة اكبر او اصغر والذي تعود عليه هو الاقتران المطلوب.

(٢) نكتب الاقتران ى بالعربي (قانون من قوانين المساحات اوالحجوم او ....)

مثال : ى = مساحة المستطيل اكبر ما يمكن

= الطول × العرض

(٣) رسم شكل يوضح معطيات السؤال ان امكن .

(٤) فرض الرموز على الرسم {س ، ص} ثم نعوض بالاقتران فيصبح بمتغيرين.

(٥) نجعل الاقتران بمتغير واحد س او ص (وذلك بالبحث عن علاقة مساعدة تربط بين س و ص) تكون موجوده بمعطيات السؤال او من خلال الرسم او من الاثنين معا .

من الرسم نستطيع أن نجد احد العلاقات المساعدة

* نظرية فيثاغورس * التشابه * نسبة مثلثية * قاعدة جيب التمام

(٥) نفس الخطوات ايجاد القيم القصوى مع اهمال بحث الاتصال واهمال قيم المتغير التي عندها المشتقة غير موجودة.

متطلبات حل هذا السؤال:

١) طريقة الحل المشار اليها بالخطوات السابقة .

٢) معرفتك بقوانين المساحات والحجوم والمسافة بين نقطتين وكل العلاقات الهندسية التي سبق لك دراستها.

٣) المهارة في حل المعادلات (خطية ، تربيعية ، تكعيبية ، كسرية ، مثلثية).

المعدلات المرتبطة بالزمن

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

يتميز هذا النوع من الاسئلة بالكلمات الاتية :

١) معدل
٢) سرعة

وكل منهما تعني المشتقة بالنسبة للزمن

لحل هذا النوع من الاسئلة نتبع الخطوات الاتية :

(١) رسم شكل يوضح معطيات السؤال عند اي لحظة ن.

(٢) فرض الرموز على الرسم {س ، ص ، ف ، ل ، م ، ع ، هـ ،.........}.

(٣) كتابة (المعدل) المعدلات المعطاة والمعدل المطلوب مع تحديد اشارة (المعدل)المعدلات المعطاة.

(٤) تحديد العلاقة التي تربط بين الرموز المفروضة.

(٥) نشتق العلاقة السابقة ضمنيا بالنسبة للزمن فينتج المطلوب.

ملاحظات :

١) اي جسم متحرك لم تعط ابعاده نعتبره نقطة متحركة.

٢) اذا ذكر في السؤال تناقص فان المعدل يكون سالب.

٣) اذا ذكر في السؤال تزايد فان المعدل يكون موجب.

٤) اذا لم يذكر شي نعتمد على الرمز المفروض فمثلا: اذا كانت المسافة س تزداد بازدياد الزمن فان المعدل يكون موجب ، اذا كانت المسافة س تقل بازدياد الزمن فان المعدل يكون سالب وهكذا بالنسبة لبقية الرموز.

٥) قد نحتاج في بعض الاسئلة ان نجعل العلاقة بدلالة متغير واحد.

د. خالد جلال
٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

المعدلات المرتبطة بالزمن

يتميز هذا النوع من الاسئلة بالكلمات الاتية :

١) معدل
٢) سرعة

وكل منهما تعني المشتقة بالنسبة للزمن

لحل هذا النوع من الاسئلة نتبع الخطوات الاتية :

(١) رسم شكل يوضح معطيات السؤال عند اي لحظة ن.

(٢) فرض الرموز على الرسم {س ، ص ، ف ، ل ، م ، ح ، هـ ، ....}.

(٣) كتابة (المعدل) المعدلات المعطاة والمعدل المطلوب مع تحديد اشارة (المعدل)المعدلات المعطاة.

(٤) تحديد العلاقة التي تربط بين الرموز المفروضة.

(٥) نشتق العلاقة السابقة ضمنيا بالنسبة للزمن فينتج المطلوب.

ملاحظات :

١) اي جسم متحرك لم تعط ابعاده نعتبره نقطة متحركة.

٢) اذا ذكر في السؤال تناقص فان المعدل يكون سالب.

٣) اذا ذكر في السؤال تزايد فان المعدل يكون موجب.

٤) اذا لم يذكر شي تعتمد على الرمز المفروض فمثلا: اذا كانت المسافة س تزداد بازدياد الزمن فان المعدل يكون موجب ، اذا كانت المسافة س تقل بازدياد الزمن فان المعدل يكون سالب وهكذا بالنسبة لبقية الرموز.

٥) قد نحتاج في بعض الاسئلة ان نجعل العلاقة بدلالة متغير واحد.