الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات

الثاني الثانوي الأدبي

حل تمارين الكتاب

إعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

منهاجي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) تعمل ١٠ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مأدبا وعمان، وتعمل ٣٠ حافلة أخرى مدينتي عمّان والزرقاء. فإذا أراد راكب أن يسافر من مأدبا إلى الزرقاء مرورًا بعمّان، ثم يع سالكًا الطريق نفسه، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة ألا يركب الحافلة نفسها في أ رحلته؟

٢) محل لبيع المجمدات الغذائية، فيه ٣ أنواع مختلفة من الأسماك، و ٤ أنواع مختلفة من اللح الحمراء، ونوعان مختلفان من الدجاج. بكم طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعًا واح من كل من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

٣) اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظامًا لترقيم السيارات مُستخدمة الأرقام ١←٩، بحي تحتوي لوحة السيارة على ٤ أرقام، وحرفين من أحرف الهجاء. كم سيارة يمكن ترقيمها به الطريقة، علمًا بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفًا، وتكرار الأرقام مسموح به، خلافًا لتكر الأحرف؟

٤) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ٦!

ب) ٣!+ ٥! +٢!

جـ) ٢! + ٠!

د) ٤٢×٣!

٥) حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) ٢× (ن!) = ٤٨

ب) ١٠٠ − (ن !) = −٢٠

جـ) (٣ ن +١)! = ٢

Scanned by CamScanner

س١ تعمل ١٠ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مأدبا وعمان ، وتعمل ٣٠ حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء. فإذا أراد راكب أن يسافر من مأدبا الى الزرقاء مروراً بعمان ، ثم يعود سالكاً الطريق نفسه. فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك بحيث لا يركب الحافلة نفسها في اثناء رحلته؟

الحل:

① الذهاب

من مأدبا إلى عمان ← ١٠ طرق.

من عمان إلى الزرقاء ← ٣٠ طريقة.

② العودة

من الزرقاء الى عمان ← ٢٩ طريقة
(لا يجوز أن يركب نفس الحافلة)

من عمان الى مأدبا ← ٩ طرق
(لا يجوز أن يركب نفس الحافلة)

عدد الطرق = ١٠ × ٣٠ × ٢٩ × ٩

= ٧٨٣٠٠ طريقة.

س٢ محل لبيع المجمدات الغذائية فيه ٣ أنواع مختلفة من الأسماك و ٤ أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء ونوعان مختلفان من الدجاج. بكم طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعاً واحداً من كل من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

الحل: عدد طرق اختيار السمك = ٣ طرق

عدد طرق اختيار اللحوم الحمراء = ٤ طرق

عدد طرق اختيار الدجاج = ٢ طرق

عدد الطرق = ٣ × ٤ × ٢

= ٢٤ طريقة.

س٣ اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مستخدمة الأرقام ١ ← ٩ بحيث تحوي لوحة السيارة على ٤ أرقام وحرفين من أحرف الهجاء. كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة، علماً بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً وتكرار الارقام مسموح به خلافاً لتكرار الأحرف؟

رقم	رقم	رقم	رقم	حرف	حرف
٩	٩	٩	٩	٢٨	٢٧

= ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٢٨ × ٢٧

= ٤٩٦٠١١٦ طريقة.

Scanned by CamScanner

س٤ جد قيمة كل مما يأتي :

أ) $٦! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$= ٧٢٠$

ب) $٣! + ٥! + ٢! =$

$= ١ \times ٢ \times ٣ + ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ + ١ \times ٢ \times ٣$

$٦ + ١٢٠ + ٢ = ١٢٨$

جـ) $٢! + ٥!$

$١ \times ٢ + ١ = ٢ + ١ = ٣$

د) $٤٢ \times ٣!$

$= ٤٢ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$= ٦ \times ٤٢ = ٢٥٢$

س٥ حل كلاً من المعادلات الآتية :

أ) $\frac{٢}{٢} \times (ن!) = \frac{٤٨}{٢}$

$ن! = ٢٤$

$= ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$ن! = ٤! \Leftarrow ن = ٤$

ب) $١٠٠ - ن! = -٢٠ - ١٠٠$

$-ن! = -١٢٠$

$ن! = ١٢٠$

$ن! = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$ن! = ٥!$

$ن = ٥$

جـ) $(٢ن + ١)! = ٢$

$(٢ن + ١)! = ٢!$

$٢ن + ١ = ٢$

$-١ \quad -١$

$\frac{٢ن}{٢} = \frac{١}{٢}$

$ن = \frac{١}{٢}$

منهاجي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) ما عدد تباديل مجموعة مكونة من ٩ عناصر مأخوذة ٥ في كل مرة؟

٢) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس قسم، ومساعد له، وأمين عهدة من بين ٩ أعضاء في هذا القسم شريطة أن لا يشغل أحدهم وظيفتين معًا؟

٣) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ل (٨، ٣).

ب) ل (١٣، ١٠).

جـ) ل (٢٠، ٣).

د) ل (١٧، ٠).

٤) عبِّر عما يأتي باستخدام التباديل:

أ) ١٧×١٦×١٥×١٤×١٣

ب) ك × (ك – ١) × (ك – ٢)، ك ≤ ٣

٥) جد قيمة كل من (ن)، و (ر) في ما يأتي:

أ) ل (ن، ٣) = ٧٢٠

ب) ل (٦، ر) = ٣٦٠

جـ) ل (ن، ٣) = ٩ ل (ن، ٢)

٦) كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف:

{ أ، ن، ق، غ، م }، علمًا بأنه ليس شرطًا أن يكون للكلمة معنى؟

Scanned by CamScanner

س١ ما عدد تباديل مجموعة تكونة من ٩ عناصر مأخوذة ٥ في كل مرة ؟

الحل: ل(٩، ٥) = ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥

= ١٥١٢٠

س٢ كم طريقة يمكن اختيار رئيس قسم ومساعد له وأمين عهدة من بين ٩ أعضاء في هذا القسم شريطة أن لا يشغل أحدهم وظيفتين معاً ؟

الحل: ل(٣، ٩) = ٧ × ٨ × ٩

= ٥٠٤

ويمكن حل السؤال باستخدام مبدأ العد

عدد طرق اختيار رئيس القسم = ٩

" " " المساعد = ٨

" " " أمين العهدة = ٧

عدد الطرق = ٧ × ٨ × ٩

= ٥٠٤

س٣ جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ل(٨، ٣) = ٦ × ٧ × ٨

= ٣٣٦

ب) ل(١٣، ١٠) = $\frac{١٣!}{(١٣-١٠)!}$

$\frac{١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٣ \times ٢ \times ١}$

= ١٠٢٧٨٣٦٨٠٠

جـ) ل(٣٦٠، ٢) = ١٨ × ١٩ × ٢٠

= ٦٨٤٠

د) ل(١٧، ١٠) = $\frac{١٧!}{(١٧-١٠)!}$

= $\frac{١٧!}{١٧!}$ = ١

س٤ عبر عما يأتي باستخدام التباديل:

أ) ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣ = ل(١٧، ٥)

ب) ك × (ك-١) × (ك-٢) = ل(ك، ٣)

س٥ جد قيمة كل من (ن) و (ر) في ما يأتي:

أ) ل(ن، ٣) = ٧٢٠ (١٣ رقم حاصل ضربها ٧٢٠)

= ٨ × ٩ × ١٠ ⇐ ن = ١٠

ب) ل(٦، ر) = ٣٦٠

= ٦ × ٥ × ٤ × ٣ ⇐ ر = ٤

جـ) ل(ن، ٣) = ٩ ل(ن، ٢)

ن(ن-١)(ن-٢) = ٩ × ن(ن-١)

ن - ٢ = ٩ ⇐ ن = ١١

س٦ كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف {م، ن، ق، غ، م} ، بشرط أن تكون الكلمة معنى.

الحل: ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\begin{pmatrix} ١٠٠ \\ ٩٧ \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} ٥ \\ ٥ \end{pmatrix}$

جـ) $\begin{pmatrix} ٤ \\ ٠ \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ٤ \\ ١ \end{pmatrix}$

٢) جد عدد طرائق اختيار قلمين من علبة تحوي ١٠ أقلام.

٣) عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات. يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة، فبكم طريقة يمكن اختيارهم، بحيث:

أ) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق.

ب) لا يوجد أي بنت في الفريق.

جـ) يكون رئيس الفريق من البنات.

٤) حُلَّ كل معادلة مما يأتي:

أ) $\begin{pmatrix} ٣ \\ ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٢س \end{pmatrix}$

ب) $\begin{pmatrix} س \\ ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} س \\ ٢١ \end{pmatrix}$

Scanned by CamScanner

س١ جد قيمة كل مما يأتي :

أ) $\binom{100}{97} = \frac{100!}{97! \times (100-97)!}$

$= \frac{100 \times 99 \times 98 \times 97!}{97! \times 3!}$

$= \frac{100 \times 99 \times 98}{3 \times 2 \times 1}$

$= 161700$

ب) $\binom{5}{5} = \frac{5!}{5! \times 0!} = 1$

جـ) $\binom{4}{0} = \frac{4!}{0! \times (4-0)!} = 1$

د) $\binom{4}{1} = \frac{4!}{1! \times (4-1)!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4$

س٢ جد عدد طرائق اختيار ٤ طلبة من علبة تحوي ١٠ أقلام ؟

الحل: $\binom{10}{4}$

$= \frac{10!}{4! \times (10-4)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!}$

$= 210$ طريقة

س٣ عائلة تتألف من ٥ أولاد و٣ بنات يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة فبكم طريقة يمكن اختيارهم ، بحيث :

أ) توجد بنتان على الأقل ضمن الفريق .

الحل: بنتان أو أكثر .

$\binom{3}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{5}{0}$

$\frac{3!}{2! \times 1!} \times \frac{5!}{4! \times 1!} + 1 \times 1$

$3 \times 5 + 1 = 15 + 1 = 16$

ب) لا يوجد أي بنت في الفريق .

الحل: جميع الفريق أولاد

$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \times 2!}$

$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 10$

جـ) رئيس الفريق هو البنات .

الحل: نختار الرئيس من البنات ثلاث طرق .

يصبح عدد البنات ٢

عدد الأولاد ٥ ⇐ أكون = ٧

نريد اختيار (٢) من (٧)

$\binom{7}{2} \times 3 = \frac{7!}{5! \times 2!} \times 3 = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2} \times 3 = 63$

س٤ حل كلا معادلة مما يأتي

أ) $\binom{3}{1} = \binom{3}{ك-2}$ ⇐ $ك = 1$ أو $ك - 2 = 3$

$ك = 1$ ⇐ $ك - 2 = 3$

$ك = 5$

ب) $\binom{س}{5} = \binom{س}{2 \times 1}$

$س = 5 + 2 \times 1 = 7$.

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) إذا دلَّ المتغير العشوائي س على مجموع العددين الظاهرين في تجربة إلقاء حجـ وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهرين، فأجب عما يأتي:

أ) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي س.

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

جـ) بيِّن أن ل هو اقتران احتمال.

٢) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالجدول الآتي، فما قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢
ل (س)	٠,٥	٠,١	أ + ١

٣) إذا كان س متغيرًا عشوائيًّا ذا حدين، ومعاملاه: ن = ٤، أ = ٠,٦، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) ل (س = ٢).

ب) ل (س ≤ ٤).

جـ) ل (س ≥ ١).

٤) صندوق يحوي ٨ كرات، ٣ منها حمراء، والبقية زرقاء اللون. إذا سُحِبت من الصندوق ٤ كرات على التوالي مع الإرجاع، ودَلَّ المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة، فأنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

Scanned by CamScanner

س١ اذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الكتابة في تجربة القاء حجري نرد وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهرين فاجب عما يأتي:

أ) جد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي س.

الحل: س = {٢، ٣، ٤، ... ، ١٢}

ب) ل(س=٢) = ل((١،١)) = $\frac{١}{٣٦}$

ل(س=٣) = ل((١،٢)، (٢،١)) = $\frac{٢}{٣٦}$

ل(س=٤) = ل((٢،٢)، (١،٣)، (٣،١)) = $\frac{٣}{٣٦}$

ل(س=٥) = ل((١،٤)، (٤،١)، (٢،٣)، (٣،٢)) = $\frac{٤}{٣٦}$

ل(س=٦) = ل((١،٥)، (٥،١)، (٢،٤)، (٤،٢)، (٣،٣)) = $\frac{٥}{٣٦}$

ل(س=٧) = ل((١،٦)، (٦،١)، (٢،٥)، (٥،٢)، (٣،٤)، (٤،٣)) = $\frac{٦}{٣٦}$

ل(س=٨) = ل((٢،٦)، (٦،٢)، (٣،٥)، (٥،٣)، (٤،٤)) = $\frac{٥}{٣٦}$

ل(س=٩) = ل((٣،٦)، (٦،٣)، (٤،٥)، (٥،٤)) = $\frac{٤}{٣٦}$

ل(س=١٠) = ل((٤،٦)، (٥،٥)، (٦،٤)) = $\frac{٣}{٣٦}$

ل(س=١١) = ل((٥،٦)، (٦،٥)) = $\frac{٢}{٣٦}$

ل(س=١٢) = ل((٦،٦)) = $\frac{١}{٣٦}$

ج) بين أن ل هو اقتران احتمال.

الحل: $\sum$ ل(س) = $\frac{٣٦}{٣٦}$ = ١

س٢ اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالجدول الاتي فجد قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢
ل(س)	٥و٠	ا و٠	١+أ٢

الحل: $\sum$ ل(س) = ١

٥و٠ + ا و٠ + ١+أ٢ = ١

أ٢ + أ٦ = ١ − ١٫٦

أ٦ = − ٦و٠

أ = − ٦و٠ / ٦

س٣ اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعالمه ن = ٤، أ = ٦و٠. فجد كلا مما يأتي:

أ) ل(س=٢) = $\binom{٤}{٢}$ (٦و٠)^{٢} (١−٦و٠)$^{٤-٢}$

= $\frac{٤!}{٢!٢!}$ × ٣٦و × ١٦و٠

= $\frac{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٢ \times ١ \times ٢ \times ١}$ × ٠٫٠٥٧٦ = ٣٤٥٦و

ب) ل(س≥٣) = ل(س=٣) + ل(س=٤)

= $\binom{٤}{٣}$ (٦و٠)^{٣} (٤و٠)^{١} + $\binom{٤}{٤}$ (٦و٠)^{٤} (٤و٠)^{٠}

= $\frac{٤!}{٣!١!}$ × ٢١٦و + ١ × ١٢٩٦و٠ = ٦٤٨و٠

ج) ل(س≤١) = ل(س=٠) + ل(س=١)

Scanned by CamScanner

س٣

ب) $(\frac{٤}{١})(\frac{٦}{٠})(\frac{٤}{٠})^{٢} + (\frac{٤}{١})(\frac{٦}{٠})^{١}(\frac{٤}{٠})^{٢}$

$١ \times ١ \times ٠.٠٥٣٦ + ٤ \times ٦ \times ٠.٠٤ \times ٠.٦$

$= ٠.٠٥٣٦ + ٠.١٥٢٦ = ٠.١٧٩٢$

س٤ صندوق يحوي ٨ كرات ، ٣ منها حمراء ، والبقية زرقاء اللون.

اذا سحبت من الصندوق ٣ كرات على التوالي مع الارجاع ، ودل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة فأنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

الحل:

٣ حمراء
٥ زرقاء

$ل(حمراء) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$

$ل(ح) = \frac{٣}{٨}$

س: عدد الكرات الحمراء

$س = \{٠ ، ١ ، ٢ ، ٣\}$

$ل(س=٠) = (\frac{٣}{٠})(\frac{٣}{٨})^{٠}(١-\frac{٣}{٨})^{٣}$

$= ١ \times ١ \times (\frac{٥}{٨})^{٣} = \frac{١٢٥}{٥١٢}$

$ل(س=١) = (\frac{٣}{١})(\frac{٣}{٨})^{١}(\frac{٥}{٨})^{٢}$

$= ٣ \times \frac{٣}{٨} \times \frac{٢٥}{٦٤}$

$= \frac{٢٢٥}{٥١٢}$

$ل(س=٢) = (\frac{٣}{٢})(\frac{٣}{٨})^{٢}(\frac{٥}{٨})^{١}$

$= \frac{٩}{٦٤} \times \frac{٥}{٨} \times ٣$

$= \frac{١٣٥}{٥١٢}$

$ل(س=٣) = (\frac{٣}{٣})(\frac{٣}{٨})^{٣}(\frac{٥}{٨})^{٠}$

$= ١ \times \frac{٢٧}{٥١٢}$

$= \frac{٢٧}{٥١٢}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١٢٥}{٥١٢}$	$\frac{٢٢٥}{٥١٢}$	$\frac{١٣٥}{٥١٢}$	$\frac{٢٧}{٥١٢}$

$\sum ل(س) = \frac{١٢٥}{٥١٢} + \frac{٢٢٥}{٥١٢} + \frac{١٣٥}{٥١٢} + \frac{٢٧}{٥١٢}$

$= ١$

منهاجي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء ٦٠، والانحراف المعياري للعلامات ٣، فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب ساهر الذي نال علامة ٧٢، والعلامة المعيارية للطالب مهند الذي نال علامة ٥٤

٢) إذا علمت أن المتوسط الحسابي لأطوال طالبات إحدى المدارس هو ١٦٠ سم، وأن الانحراف المعياري لأطوالهن ٤، فجد:

أ) الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية.

ب) الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري.

٣) إذا كانت المشاهدة ٨ تقابل العلامة المعيارية ٢، وكان الانحراف المعياري ٢، فجد المتوسط الحسابي.

٤) إذا كانت العلامتان ٣٢، ١٢ تقابلان العلامتين المعياريتين ٣، (−٣) على الترتيب، فجد قيمة المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري.

Scanned by CamScanner

س١ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء ٦٠، والانحراف المعياري للعلامات ٣، فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب ساهر الذي نال علامة ٧٢، والعلامة المعيارية للطالب مهند الذي نال علامة ٥٤؟

الحل: $\bar{س} = ٦٠$ ، $ع = ٣$

$$ز_س = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$ز_{٧٢} = \frac{٧٢ - ٦٠}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

$$ز_{٥٤} = \frac{٥٤ - ٦٠}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$$

س٢ إذا علمت أن المتوسط الحسابي لأطوال طالبات إحدى المدارس هو ١٦٠سم، وأن الانحراف المعياري لأطوالهن ٤، فجد:

أ) الطول الذي يقع فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية.

ب) الطول الذي يقع فوق المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري.

الحل: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

أ)

$$٣ = \frac{س - ١٦٠}{٤}$$

$$١٢ = س - ١٦٠$$

$$+١٦٠ \quad +١٦٠$$

$$س = ١٧٢ .$$

ب) $ز = -\frac{١}{٤}$ ، $ع = ٤$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$-\frac{١}{٤} = \frac{س - ١٦٠}{٤}$$

$$-\frac{٩}{٤} = \frac{س - ١٦٠}{٤}$$

$$-٩ = س - ١٦٠$$

$$+١٦٠ \quad +١٦٠$$

$$س = ١٥١ .$$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٣ / اذا كانت المشاهدة ٨ تقابل العلاقة المعيارية ٢ ، وكان الانحراف المعياري ٢ ، فجد المتوسط الحسابي ؟

الحل: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$٢ = \frac{٨ - \bar{س}}{٢}$

$٤ = ٨ - \bar{س}$

$٨- \quad ٨-$

$-٤ = -(\bar{س} - ١)$

$\bar{س} = ٤$

س٤ / اذا كانت العلاقتان ٣٢ ، ١٢ تقابلان العلاقتين المعياريتين ٣ ، -٣ على الترتيب فجد قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ؟

الحل: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$٣ = \frac{٣٢ - \bar{س}}{ع}$

$٣ع = ٣٢ - \bar{س}$ ... ①

$-٣ = \frac{١٢ - \bar{س}}{ع}$

$-٣ع = ١٢ - \bar{س}$ ... ②

ضرب المعادلة ① × -١

$-٣ع = -٣٢ + \bar{س}$

$+ \quad -٣ع = ١٢ - \bar{س}$

$-٦ع = -٢٠$

$\frac{-٦ع}{-٦} = \frac{-٢٠}{-٦}$

$ع = \frac{١٠}{٣}$

نعوض في معادلة ①

$٣ع = ٣٢ - \bar{س}$

$٣ \times \frac{١٠}{٣} = ٣٢ - \bar{س}$

$١٠ = ٣٢ - \bar{س}$

$٣٢- \quad ٣٢-$

$-٢٢ = -\bar{س}$

$-١ \times (-٢٢ = -\bar{س})$

$\Leftarrow \bar{س} = ٢٢$

منهاجي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) إذا كان (ز) متغيرًا عشوائيًّا طبيعيًّا معياريًّا، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

أ) ل (ز≥ ١,٢).

ب) ل (ز ≥ ٢,٦٧).

جـ) ل (ز ≤ − ١,٢٧).

د) ل (ز ≥ − ٢,١٤).

هـ) ل (−١,١١ ≥ ز ≥ ١,١٥).

٢) إذا كان (س) متغيرًا عشوائيًّا يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٨٠، وانحرافه المعياري ٥، فجد:

أ) ل (س ≥ ٧٦).

ب) ل (س ≤ ٨٨).

٣) إذا كان متوسط كتل ١٠٠٠ طالبة في إحدى مدارس عمّان هو ٥٥ كيلوغرامًا، والانحراف المعياري ٢، وكانت الكتل تتوزع توزيعًا طبيعيًّا، واختيرت إحدى الطالبات عشوائيًّا، فجد:

أ) احتمال أن لا تزيد كتلة الطالبة على ٥٢ كيلوغرامًا.

ب) احتمال أن تكون كتلة الطالبة محصورة بين ٥٠ كيلو غرامًا و ٦٠ كيلوغرامًا.

جـ) عدد الطالبات اللواتي تزيد كتلهن على ٥٦ كيلو غرامًا.

٤) إذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعًا طبيعيًّا متوسطه الحسابي ٧٠، وانحرافه المعياري ١٠، فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥؟

Scanned by CamScanner

س٨ جد مساحة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

أ) ل (ز ≤ ١٫٢) = ٠٫٨٨٤٩

ب) ل (ز ≤ ٢٫٦٧) = ٠٫٩٩٦٢

جـ) ل (ز ≥ -١٫٢٧) =

ل (ز ≤ ١٫٢٧) = ٠٫٨٩٨٠

د) ل (ز ≤ -٢٫٤١) =

ل (ز ≥ ٢٫٤١) = ١ - ل (ز ≤ ٢٫٤١)

= ١ - ٠٫٩٨٣٨

= ٠٫٠١٦٢

هـ) ل (-١٫١١ ≤ ز ≤ ١٫٥١) =

ل (ز ≤ ١٫٥١) - ل (ز ≤ ١٫١١)

ل (ز ≤ ١٫٥١) - (١ - ل (ز ≤ ١٫١١))

ل (ز ≤ ١٫٥١) - ١ + ل (ز ≤ ١٫١١)

= ٠٫٨٧٤٩ - ١ + ٠٫٨٦٦٥

= ١٫٧٤١٤ - ١

= ٠٫٧٤١٤

س٩ اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٨٠ والانحراف المعياري ٥ ، فجد :

أ) ل (س ≥ ٧٦) ب) ل (س ≤ ٨٨) .

الحل: أ) ل (س ≥ ٧٦) = ل (ز ≥ (٧٦ - ٨٠) / ٥)

= ل (ز ≥ -٤/٥) = ل (ز ≥ -٠٫٨)

= ل (ز ≤ ٠٫٨)

= ١ - ل (ز ≥ ٠٫٨)

= ١ - ٠٫٧٨٨١ = ٠٫٢١١٩

ب) ل (س ≤ ٨٨) = ل (ز ≤ (٨٨ - ٨٠) / ٥)

ل (ز ≤ ٨/٥) = ل (ز ≤ ١٫٦)

١ - ل (ز ≥ ١٫٦)

١ - ٠٫٩٤٥٢ = ٠٫٠٥٤٨

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٣ اذا كان متوسط أطوال (١٠٠٠) طالبة في إحدى المدارس هو (٥٥) كيلوغراماً والانحراف المعياري ٣، وكانت الأطوال تتوزع توزيعاً طبيعياً ما واختيرت احدى الطالبات عشوائياً فجد :

أ) احتمال أن لا تزيد كتلة الطالبة على ٥٢ كغم

ب) احتمال ان تكون كتلة الطالبة محصورة بين ٥٠ كغم و ٦٠ كغم

جـ) عدد الطالبات اللواتي تزيد كتلهن على ٥٦ كغم

الحل: أ) $ل(س \geq ٥٢) = ل(ز \geq \frac{٥٢-٥٥}{٣})$

$ل(ز \geq \frac{-٣}{٣}) = ل(ز \geq -١) = ل(ز \leq ١) = ١ - ل(ز \geq ١)$

$= ١ - ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧$

ب) $ل(٥٠ \leq س \leq ٦٠) =$

$ل(س \leq ٦٠) - ل(س \leq ٥٠)$

$ل(ز \leq \frac{٦٠-٥٥}{٣}) - ل(ز \leq \frac{٥٠-٥٥}{٣})$

$ل(ز \leq ١,٦٧) - ل(ز \leq -١,٦٧)$

$ل(ز \leq ١,٦٧) - (١ - ل(ز \leq ١,٦٧))$

$ل(ز \leq ١,٦٧) - ١ + ل(ز \leq ١,٦٧)$

$٠,٩٥٢٥ - ١ + ٠,٩٥٢٥$

$١,٩٠٥٠ - ١ = ٠,٩٠٥٠$

جـ) $ل(س \leq ٥٦) = ل(ز \leq \frac{٥٦-٥٥}{٣})$

$ل(ز \leq ٠,٣٣) = ١ - ل(ز \geq ٠,٣٣)$

$= ١ - ٠,٦٢٩٣$

$= ٠,٣٧٠٧$

عدد الطالبات = النسبة × العدد الكلي $= ٠,٣٧٠٧ \times ١٠٠٠ \approx ٣٧٠$

س٤ اذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي ٧٠ ، وانحرافه المعياري ١٠ فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥؟

الحل: $ل(س \leq ٦٥) = ل(ز \leq \frac{٦٥-٧٠}{١٠})$

$= ل(ز \leq \frac{-٥}{١٠}) = ل(ز \leq -٠,٥)$

$= ل(ز \geq ٠,٥) = ١ - ل(ز \leq ٠,٥)$

$= ١ - ٠,٦٩١٥$

$= ٠,٣٠٨٥$

منهاجي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) النقط: (٧، ٧)، (٨، ٦)، (٦، ٥)، (٥، ٨)، (٩، ٤)، (٦، ٤)، (١٠، ٣) تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين. ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين: س، ص، محددًا نوع العلاقة التي تربط بينهما.

٢) الجدول الآتي يبين بُعْد مؤسسة استهلاكية عن مركز المدينة بالكيلومتر (س)، وحجم مبيعات المؤسسة بالألف دينار شهريًّا (ص) لخمس مؤسسات. احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص.

س	٧	٦	٢	٣	١٢
ص	١١	٩	٦	٨	٦

٣) احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص للقيم المبينة في الجدول الآتي:

س	٦٠	٧٠	٧٥	٩٥
ص	٨٠	١٠٠	٩٠	٥٠

٤) إذا كان س، ص متغيرين، وعدد قيم كل منهما (٧)، $\sum_{ك=١}^{٧} (س_ك - \overline{س})^٢ = ٢٠$،

$\sum_{ك=١}^{٧} (ص_ك - \overline{ص})^٢ = ٥٠٠$، $\sum_{ك=١}^{٧} (س_ك - \overline{س})(ص_ك - \overline{ص}) = -٨$:

أ) جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص. ب) حدد نوع العلاقة بينهما.

٥) أي معاملات الارتباط الآتية أقوى:

أ) ٠,٧ ب) – ٠,٩ جـ) ٠,٨ د) – ٠,٨

٦) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو ٠,٨٥، فجد معامل الارتباط بين س*، ص* في كل مما يأتي:

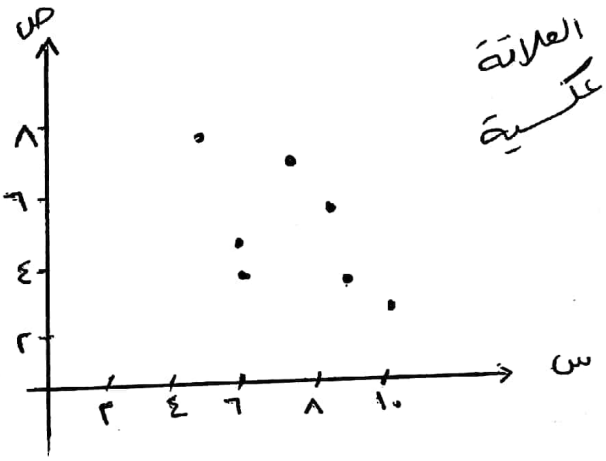
أ) س* = – ٩س + ١٥ ، ص* = ٨ – ٢ص

ب) س* = ٤س + ٥٢ ، ص* = ص – ٥

جـ) س* = ١٧ – ٧س ، ص* = ٥ص – ٣

Scanned by CamScanner

س١ النقط : (٧،٧) ، (٦،٨) ، (٥،٦) ، (٨،٥) ، (٤،٩) ، (٤،٦) ، (٣،١٠) تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين ، ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين : س ، ص محدداً نوع العلاقة التي تربط بينهما .



س٢ أي معاملات الارتباط الآتية أقوى :

أ) ٠٫٧ ب) -٠٫٩ جـ) ٠٫٨ د) -٠٫٨

الحل: المعامل الأقوى هو -٠٫٩

س٣ اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو ٠٫٨٥ فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يأتي :

أ) $س^* = -٩ك + ١٥$ ، $ص^* = ٨ - ٢ص$

ر = ٠٫٨٥ (المعاملان لهما نفس الإشارة) .

ب) $س^* = ٤ك + ٥٢$ ، $ص^* = ص - ٥$

ر = ٠٫٨٥ (المعاملان لهما نفس الإشارة)

جـ) $س^* = ١٧ - ٧ك$ ، $ص^* = ٣ - ٥ص$

ر = -٠٫٨٥ (المعاملان ليس لهما الإشارة نفسها) .

س٤ اذا كان س ، ص متغيرين ، وعدد قيم كل منهما (٧) ، $\Sigma(س - \bar{س})^2 = ٢٠$ ، $\Sigma(ص - \bar{ص})^2 = ٥٠٠$ ، $\Sigma(س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = -٨$

أ) جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين : س ، ص

ب) حدد نوع العلاقة بينهما .

الحل:

$$ر = \frac{\Sigma(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\Sigma(س - \bar{س})^2 \times \Sigma(ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{-٨}{\sqrt{٢٠ \times ٥٠٠}} = \frac{-٨}{\sqrt{١٠٠٠٠}}$$

$$= \frac{-٨}{١٠٠} = -٠٫٨$$

ب) نوع العلاقة : ارتباط عكسي ضعيف .

منهاجي

Scanned by CamScanner

س١ احسب معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص :

س	ص	(س - س̄)	(ص - ص̄)	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٧	١١	١	٣	٣	١	٩
٦	٩	٠	١	٠	٠	١
٢	٦	-٤	-٢	٨	١٦	٤
٣	٨	-٣	٠	٠	٩	٠
١٢	٦	٦	-٢	-١٢	٣٦	٤
٣٠	٤٠			-١	٦٢	١٨

$\bar{س} = \frac{\sum س}{٥} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ ، $\bar{ص} = \frac{\sum ص}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$.

$= \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{-١}{\sqrt{٦٢ \times ١٨}} = \frac{-١}{\sqrt{١١١٦}}$ (ارتباط عكسي) .

س٢ احسب معامل الارتباط بين س ، ص .

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٦٠	٨٠	-١٥	٠	٠	٢٢٥	٠
٧٠	١٠٠	-٥	٢٠	-١٠٠	٢٥	٤٠٠
٧٥	٩٠	٠	١٠	٠	٠	١٠٠
٩٥	٥٠	٢٠	-٣٠	-٦٠٠	٤٠٠	٩٠٠
٣٠٠	٣٢٠			-٧٠٠	٦٥٠	١٤٠٠

$\bar{س} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٢٠}{٤} = ٨٠$

$= \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{-٧٠٠}{\sqrt{٦٥٠ \times ١٤٠٠}} = \frac{-٧٠٠}{\sqrt{٩١٠٠٠٠}} = \frac{-٧٠٠}{\sqrt{٩١٠١٠٠}} = \frac{-٧}{٩١٧}$

ارتباط عكسي

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) الجدول الآتي يبين معدل خمسة طلاب في الصفين: التاسع والعاشر.

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
التاسع (س)	٥٠	٥٥	٧٠	٨٥	٩٠
العاشر (ص)	٦٠	٧٠	٦٠	٧٠	٨٠

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بمعدل الطالب في الصف العاشر إذا عُلِم معدله في الصف التاسع.

ب) تنبأ بمعدل طالب في الصف العاشر إذا كان معدله في الصف التاسع ٨٨

جـ) جد الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الصف العاشر إذا كان معدله في الصف التاسع ٩٠

٢) إذا كان س، ص متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٨، $\sum_{ك=١}^{\hat{}} (س_ك - \overline{س})^٢ = ٢٠$

$\sum_{ك=١}^{\hat{}} (س_ك - \overline{س})(ص_ك - \overline{ص}) = ٤٠$، $\overline{س} = ١٥$، $\overline{ص} = ٤٥$، فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س.

٣) إذا علمت أن معادلة خط الانحدار للعلاقة بين قيمة رأس المال (س) والأرباح السنوية لشركة بالألف دينار (ص) هي: $\hat{ص} = ٠,٣ س + ١٠$، فجد الخطأ في التنبؤ بأرباح شركة رأس مالها ٦٠ ألف دينار، وأرباحها السنوية ٢٧,٤ ألف دينار.

Scanned by CamScanner

لس الجدول الآتي يمثل معدل خمسة طلاب في الصفين التاسع والعاشر

رقم الطالب	التاسع (س)	العاشر (ص)	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
١	٥٠	٦٠	−٢٠	−٨	١٦٠	٤٠٠
٢	٥٥	٧٠	−١٥	٢	−٣٠	٢٢٥
٣	٧٠	٦٠	٠	−٨	٠	٠
٤	٨٥	٧٠	١٥	٢	٣٠	٢٢٥
٥	٩٠	٨٠	٢٠	١٢	٢٤٠	٤٠٠
	٣٥٠	٣٤٠			٤٠٠	١٢٥٠

$\bar{س} = \frac{٣٥٠}{٥} = ٧٠$

$\bar{ص} = \frac{٣٤٠}{٥} = ٦٨$

$ب = \bar{ص} - ب\bar{س}$

$= ٦٨ - \frac{٨}{٢٥} \times ٧٠$

$= ٦٨ - \frac{٥٦٠}{٢٥}$

$= ٦٨ - ٢٢,٤ = ٤٥,٦$

$ب = \frac{٤٠٠}{١٢٥٠} = \frac{\Sigma(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\Sigma(س - \bar{س})^٢} = ٠,٣٢$

أ) معادلة خط الانحدار ← $ص = ٠,٣٢ س + ٤٥,٦$ ⇐ $ص = ب + ب س$

ب) تنبأ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في الصف التاسع ٨٨ .

$ص = ٠,٣٢ س + ٤٥,٦$

$ص = ٠,٣٢ \times ٨٨ + ٤٥,٦$ ⇐ $ص = ٢٨,١٦ + ٤٥,٦$ ⇐ $ص = ٧٣,٧٦$

جـ) جد الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في التاسع ٩٠

$ص = ٠,٣٢ \times ٩٠ + ٤٥,٦$

$ص = ٢٨,٨ + ٤٥,٦$

$ص = ٧٤,٤$ (العلامة المتنبأ بها)

الخطأ في التنبؤ = العلامة الحقيقية − العلامة المتنبأ بها

$= ٩٠ - ٧٤,٤$

$= ١٥,٦$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٢ $\sum(س-\bar{س})^2 = ٥٠$ و $\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص}) = ٤٠$

$\bar{س} = ١٥$ و $\bar{ص} = ٤٥$ فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س.

الحل: $م = \frac{\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sum(س-\bar{س})^2}$

$م = \frac{٤٠}{٥٠} = ٢$

$ب = \bar{ص} - م\bar{س} \Leftarrow ب = ٤٥ - ٢ \times ١٥$
$= ٤٥ - ٣٠ = ١٥$

معادلة خط الانحدار: $ص = م س + ب$
$ص = ٢س + ١٥$

س٣ $ص = ٠٫٣ س + ١٠$ معادلة خط الانحدار للـ - بين رأس المال (س) والأرباح السنوية لشركة بالألف دينار (ص).
جد الخطأ في التنبؤ بأرباح شركة رأس مالها ٦٠ ألف دينار وأرباحها السنوية ٢٧٫٤ ألف دينار

الحل: القيمة المتنبأ بها: $ص = \frac{٣}{١٠} \times ٦٠ + ١٠$

$ص = ١٨ + ١٠ = ٢٨$ ألف دينار

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها.

$= ٢٧٫٤ - ٢٨$

$= -٠٫٦$ ألف دينار

Scanned by CamScanner

١) بكم طريقة يمكن اختيار ٤ مهندسين، و٣ فنيين لتكوين لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين؟

٢) جد قيمة (ر) التي تحقق المعادلة: ٣ ل (٦، ر) = ٣٦٠

٣) إذا كان (س) متغيرًا عشوائيًّا ذا حدين، ومعاملاه: ن = ٢، أ = ٠,٤ ، فجد:

أ) قيم (س).

ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

٤) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص هو ٤٢ سنة، والانحراف المعياري لها ٤، فجد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي.

٥) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالمجموعة:

{ (١، ٠,٤)، (٢، ٠,٥)، (٣، ب) }، فجد قيمة (ب).

٦) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو (−٠,٨)، فجد معامل الارتباط بين س*، ص* في كل مما يأتي:

أ) س* = −١٠س ، ص* = ٨ − ص

ب) س* = ٤س+٨ ، ص* = ص − ٥

٧) الجدول الآتي يبين القيم المتناظرة للمتغيرين: س، ص:

س	١	٢	٤	٥
ص	٥	٦	٧	١٠

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة ص إذا عُلِمت قيمة س.

ب) تنبأ بقيمة ص إذا كان س = ١٤

جـ) جد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص إذا كان س = ٤

Scanned by CamScanner

٨) إذا كان (ز) متغيرًا عشوائيًّا طبيعيًّا معياريًّا، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

أ) ل (ز≥١,٧).　　ب) ل (ز ≥ ٢,١٥).

جـ) ل (ز ≤ − ١,١٤).　　د) ل (ز ≥ − ٢,٥).

هـ) ل (−١,٣٢≥ ز ≥ ١,١).

٩) إذا كان (س) متغيرًا عشوائيًّا يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٩٠، وانحرافه المعياري (٥)، فجد:

أ) ل (س ≥ ٨٥).　　ب) ل (س ≤ ٩٣).

١٠) إذا كـــان متوسط معدل ١٠٠٠ طالبة في إحدى مدارس عمّان ٨٠، والانحراف المعياري ٥، وكانت المعدلات تتوزع توزيعًا طبيعيًّا، واختيرت إحدى الطالبات عشوائيًّا، فجد:

أ) احتمال أن لا يزيد معدل الطالبة على ٧٥

ب) احتمال أن يكون معدل الطالبة محصورًا بين ٧٠ و ٩٠

جـ) عدد الطالبات اللواتي يزيد معدل كل منهن على ٧٠

Scanned by CamScanner

س٨ بكم طريقة يمكن اختيار ٤ مهندسين و ٣ فنيين لتكوين لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين ؟

الحل: عدد طرق اختيار المهندسين = $\binom{٥}{٤}$

عدد طرق اختيار الفنيين = $\binom{١٠}{٣}$

عدد طرق تكوين اللجنة = $\binom{٥}{٤} \times \binom{١٠}{٣}$

$= \frac{٥!}{٤!\,١!} \times \frac{١٠!}{٣!\times ٧!}$

$= \frac{٥ \times ٤!}{٤!} \times \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧!}{٣ \times ٢ \times ١ \times ٧!}$

$= ٥ \times ١٢٠ = ٦٠٠$ طريقة

س٩ جد قيمة (أ) التي تحقق المعادلة

$٣ل(٦) = ٣٦٠$

الحل: $\frac{٣ل(٦)}{٣} = \frac{٣٦٠}{٣}$

$ل(٦) = ١٢٠$

$٤ \times ٥ \times ٦ = ١٢٠$

$أ = ٣$ (عدد الأرقام)

س١٠ اذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا حدين وفصاعداً ن = ٣ ، ب = ٠٫٤ . جد :

أ) قيم س

الحل: س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} .

ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٢١٦	٠٫٣٦	٠٫٢٤	٠٫٠٦٤

$ل(س=٠) = \binom{٣}{٠}(٠٫٤)^{٠}(١-٠٫٤)^{٣}$

$= ١ \times ١ \times (٠٫٦)^{٣} = ٠٫٢١٦$

$ل(س=١) = \binom{٣}{١}(٠٫٤)^{١}(٠٫٦)^{٢}$

$= ٣ \times ٠٫٤ \times ٠٫٣٦ = ٠٫٣٦$

$ل(س=٢) = \binom{٣}{٢}(٠٫٤)^{٢}(٠٫٦)^{١}$

$= ٣ \times ٠٫١٦ \times ٠٫٦ = ٠٫٢٤$

$ل(س=٣) = \binom{٣}{٣}(٠٫٤)^{٣}(٠٫٦)^{٠}$

$= ١ \times ٠٫٠٦٤ \times ١ = ٠٫٠٦٤$

$\sum ل(س) = ٠٫٢١٦ + ٠٫٣٦ + ٠٫٢٤ + ٠٫٠٦٤ = ١$

س١١ اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص هو ٤٢ سنة والانحراف المعياري لها ٤ . جد العمر الذي ينحرف الخرافين معياريين تحت الوسط الحسابي.

الحل: $\frac{س - ٤٢}{٤} = -٢$

$س - ٤٢ = -٨$

$+٤٢ \quad +٤٢$

$س = ٣٤$

Scanned by CamScanner

س٥ اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعات :

{(١، ٠,٤ و)، (٢، ٠,٥ و)، (٣، ب)}

فجد قيمة ب ؟

الحل: ٠,٤ و + ٠,٥ و + ب = ١

٠,٩ و + ب = ١

-٠,٩ و -٠,٩ و

⇐ ب = ١ - و

س٦ اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين : س، ص هو (-٠,٨ و) فجد معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ فيما يلي :

أ) $س^* = -١٠$ ك ، $ص^* = -٨$ ص

الحل: ر = -٠,٨ و (اشارة معامل س × معامل ص تشابه)

ب) $س^* = ٤$ ك + ٨ ، $ص^* = ص - ٥$

الحل: ر = -٠,٨ و (اشارة معامل س × معامل ص تشابه)

س٧ الجدول التالي يبين القيم المتناظرة للمتغيرين س، ص :

س	١	٢	٤	٥	
ص	٥	٦	٧	١٠	

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص

ب) تنبأ بقيمة ص اذا كان س = ١٤

ج) جد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص اذا كان س = ٤

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
١	٥	-٢	-٢	٤	٤	٤
٢	٦	-١	-١	١	١	١
٤	٧	١	٠	٠	١	١
٥	١٠	٢	٣	٦	٤	٤
١٢	٢٨			١١	١٠	

$س̄ = \frac{مج س}{٤} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

$ص̄ = \frac{مج ص}{٤} = \frac{٢٨}{٤} = ٧$

$ب = \frac{مج (س - س̄)(ص - ص̄)}{مج (س - س̄)^{٢}}$

$= \frac{١١}{١٠} = ١,١$

$أ = ص̄ - ب س̄$

$= ٧ - ١,١ \times ٣$

$= ٧ - ٣,٣ = ٣,٧$

أ) معادلة خط الانحدار : ص = ب س + أ

ص = ١,١ س + ٣,٧

ب) س = ١٤ ⇐ ص = ١,١ × ١٤ + ٣,٧

$= ١٥,٤ + ٣,٧ = ١٩,١$

ج) س = ٤ ⇐ ص = ١,١ × ٤ + ٣,٧

$= ٤,٤ + ٣,٧ = ٨,١$

القيمة المتنبأ بها

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$= ٧ - ٨,١$

$= -١,١$

Scanned by CamScanner

س٨ اذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

أ) ل(ز ≥ ١٫٧) = ٠٫٩٥٥٤

ب) ل(ز ≥ ٢٫١٥) = ٠٫٩٨٤٢

ج) ل(ز ≤ -١٫٤) =

ل(ز ≥ ١٫٤) = ٠٫٨٧٩٢

د) ل(ز ≥ -٢٫١٥) = ل(ز ≤ ٢٫١٥)

= ١ - ل(ز ≥ ٢٫١٥)

= ١ - ٠٫٩٩٣٨ = ٠٫٠٦٢

هـ) ل(-١٫٣٢ ≥ ز ≥ ١٫١) =

ل(ز ≥ ١٫١) - ل(ز ≥ ١٫٣٢)

ل(ز ≥ ١٫١) - ل(ز ≤ ١٫٣٢)

ل(ز ≥ ١٫١) - (١ - ل(ز ≥ ١٫٣٢))

ل(ز ≥ ١٫١) - ١ + ل(ز ≥ ١٫٣٢)

٠٫٨٦٤٣ - ١ + ٠٫٩٠٦٦

= ١٫٧٧٠٩ - ١

٠٫٧٧٠٩

س٩ اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٩٠ وانحرافه المعياري (٥) فجد

أ) ل(س ≤ ٨٥) =

ل(ز ≤ (٨٥ - ٩٠)/٥) = ل(ز ≤ -٥/٥)

ل(ز ≤ -١) = ١ - ل(ز ≥ ١)

= ١ - ٠٫٨٤١٣

= ٠٫١٥٨٧

ب) ل(س ≥ ٩٣) = ل(ز ≤ (٩٣ - ٩٠)/٥)

ل(ز ≤ ٣/٥) = ل(ز ≤ ٠٫٦)

١ - ل(ز ≥ ٠٫٦) = ١ - ٠٫٧٢٥٧

= ٠٫٢٧٤٣

منهاجي

Scanned by CamScanner

مثال: إذا كان متوسط معدل ١٠٠٠ طالبة في إحدى مدارس عمان ٨٠ والانحراف المعياري ٥، وكانت المعدلات تتوزع توزيعاً طبيعياً، واختيرت إحدى الطالبات عشوائياً فجد:

أ) احتمال أن لا يزيد معدل الطالبة على ٧٥.

الحل: ل(س ≥ ٧٥) =

$$ل\left(ز \geq \frac{٧٥ - ٨٠}{٥}\right)$$

$$ل(ز \geq \frac{-٥}{٥}) = ل(ز \geq -١)$$

$$= ل(ز \leq ١) = ١ - ل(ز \geq ١)$$

$$= ١ - ٠٫٨٤١٣$$

$$= ٠٫١٥٨٧$$

ب) احتمال أن يكون معدل الطالبة محصوراً بين ٧٠ و ٩٠.

$$ل(٧٠ \leq س \leq ٩٠) =$$

$$ل(س \leq ٩٠) - ل(س \leq ٧٠)$$

$$ل\left(ز \leq \frac{٩٠ - ٨٠}{٥}\right) - ل\left(ز \leq \frac{٧٠ - ٨٠}{٥}\right)$$

$$ل(ز \leq ٢) - ل(ز \leq -٢) =$$

$$ل(ز \leq ٢) - (١ - ل(ز \leq ٢)) =$$

$$ل(ز \leq ٢) - ١ + ل(ز \leq ٢) =$$

$$= ٠٫٩٧٧٢ - ١ + ٠٫٩٧٧٢ =$$

$$= ٠٫٩٥٤٤ = ١ - ٠٫٩٥٤٤$$

ج) عدد الطالبات اللواتي يزيد معدل كل منهن على ٧٠.

$$ل(س \geq ٧٠) = ل\left(ز \leq \frac{٧٠ - ٨٠}{٥}\right)$$

$$ل(ز \leq -٢) = ل(ز \geq ٢)$$

$$= ٠٫٩٧٧٢$$

عدد الطالبات = الاحتمال × العدد الكلي

$$= ٠٫٩٧٧٢ \times ١٠٠٠$$

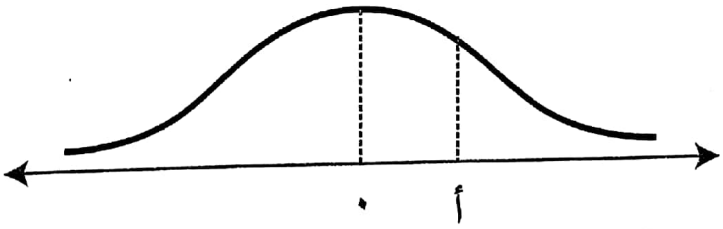
$$= ٩٧٧٫٢$$

$$\approx ٩٧٧ \text{ طالبة}.$$

منهاجي

Scanned by CamScanner

جدول التوزيع الطبيعي المعياري



ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥
١,٣	٠,٩٠٣٢	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٩٩	٠,٩١١٥	٠,٩١٣١	٠,٩١٤٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٧٧
١,٤	٠,٩١٩٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩
١,٥	٠,٩٣٣٢	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١
١,٦	٠,٩٤٥٢	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٤٥
١,٧	٠,٩٥٥٤	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٩٥	٠,٩٦٠٨	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦٣٣
١,٨	٠,٩٦٤١	٠,٩٦٤٩	٠,٩٦٥٦	٠,٩٦٦٤	٠,٩٦٧١	٠,٩٦٧٨	٠,٩٦٨٦	٠,٩٦٩٣	٠,٩٦٩٩	٠,٩٧٠٦
١,٩	٠,٩٧١٣	٠,٩٧١٩	٠,٩٧٢٦	٠,٩٧٣٢	٠,٩٧٣٨	٠,٩٧٤٤	٠,٩٧٥٠	٠,٩٧٥٦	٠,٩٧٦١	٠,٩٧٦٧
٢,٠	٠,٩٧٧٢	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨١٢	٠,٩٨١٧
٢,١	٠,٩٨٢١	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٧
٢,٢	٠,٩٨٦١	٠,٩٨٦٤	٠,٩٨٦٨	٠,٩٨٧١	٠,٩٨٧٥	٠,٩٨٧٨	٠,٩٨٨١	٠,٩٨٨٤	٠,٩٨٨٧	٠,٩٨٩٠
٢,٣	٠,٩٨٩٣	٠,٩٨٩٦	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٠١	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٠٦	٠,٩٩٠٩	٠,٩٩١١	٠,٩٩١٣	٠,٩٩١٦
٢,٤	٠,٩٩١٨	٠,٩٩٢٠	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٢٥	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٣١	٠,٩٩٣٢	٠,٩٩٣٤	٠,٩٩٣٦
٢,٥	٠,٩٩٣٨	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٥٢
٢,٦	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٥٥	٠,٩٩٥٦	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٦٤
٢,٧	٠,٩٩٦٥	٠,٩٩٦٦	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٧١	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٧٤
٢,٨	٠,٩٩٧٤	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٨١
٢,٩	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٦
٣,٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠
٣,١	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣
٣,٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥
٣,٣	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٧
٣,٤	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٨

Scanned by CamScanner