الوحدة الرابعة

التكامل

الثاني الثانوي الأدبي

حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

تدريب (1):

اذا كان $\text{ص} = \int \frac{\text{٤س} - ١}{\text{س}^{٢} + ١} \, \text{دس}$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما $\text{س} = -١$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{٤س} - ١}{\text{س}^{٢} + ١}$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=-١} = \frac{٤ \times -١ - ١}{(-١)^{٢} + ١} = \frac{-٤ - ١}{١ + ١}$$

$$= \frac{-٥}{٢}.$$

تدريب ٢:

جد كلاً من التكاملات الآتية:

١) $\int \text{دس} = \text{س} + \text{جـ}$

٢) $\int \text{س}^{٣} . \text{دس} = \frac{\text{س}^{٤}}{٤} + \text{جـ}$

٣) $\int \text{س}^{-٥} . \text{دس} = \frac{\text{س}^{-٥+١}}{-٥+١} + \text{جـ}$

$$= \frac{\text{س}^{-٤}}{-٤} + \text{جـ} = \frac{-١}{\text{٤س}^{٤}} + \text{جـ}$$

٤) $\int \sqrt{\text{س}} . \text{دس} = \int \text{س}^{\frac{١}{٢}} . \text{دس}$

$$= \frac{\text{س}^{\frac{١}{٢}+١}}{\frac{١}{٢}+١} + \text{جـ} = \frac{\text{س}^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} + \text{جـ}$$

$$= \frac{٢}{٣} \sqrt{\text{س}^{٣}} + \text{جـ}$$

تدريب ٣:

جد كلاً من التكاملين الآتيين:

١) $\int (\text{٣س}^{٢} - \frac{٦}{\sqrt{\text{س}}}) \, \text{دس} =$

$$\int \text{٣س}^{٢} - \text{٦س}^{-\frac{١}{٢}} . \text{دس} = \cancel{\frac{\text{٣س}^{٣}}{٣}} - ٦ \frac{\text{س}^{-\frac{١}{٢}+١}}{-\frac{١}{٢}+١} + \text{جـ}$$

$$= \text{س}^{٣} - ٦ \frac{\text{س}^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} + \text{جـ}$$

$$= \text{س}^{٣} - ١٢ \sqrt{\text{س}} + \text{جـ}$$

٢) $\int (\text{٤س} - ٣ \, \text{جاس}) \, \text{دس} =$

$$= \frac{\text{٤س}^{٢}}{٢} + ٣ \, \text{جتاس} + \text{جـ}$$

$$= \text{٢س}^{٢} + ٣ \, \text{جتاس} + \text{جـ}$$

تدريب ٤:

جد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int (\text{٢س} + ٣)^{٢} . \text{دس} =$

$$\int (\text{٢س} + ٣)(\text{٢س} + ٣) \, \text{دس} =$$

$$\int (\text{٤س}^{٢} + \text{٦س} + \text{٦س} + ٩) . \text{دس} =$$

$$\int (\text{٤س}^{٢} + \text{١٢س} + ٩) . \text{دس} =$$

$$\frac{\text{٤س}^{٣}}{٣} + \frac{\text{١٢س}^{٢}}{٢} + \text{٩س} + \text{جـ}$$

$$\frac{\text{٤س}^{٣}}{٣} + \text{٦س}^{٢} + \text{٩س} + \text{جـ}$$

تابع تدريب ٤ :

٢) $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}{\sqrt[٣]{\text{س}}} \cdot \text{دس} =$

$= \int (\text{س}^{٢} - ٥\text{س}) \times \text{س}^{-\frac{١}{٣}} \cdot \text{دس}$

$= \int (\text{س}^{٢-\frac{١}{٣}} - ٥\,\text{س}^{١-\frac{١}{٣}}) \cdot \text{دس}$

$= \int (\text{س}^{\frac{٥}{٣}} - ٥\,\text{س}^{\frac{٢}{٣}})\, \text{دس}$

$= \frac{\text{س}^{\frac{٨}{٣}}}{\frac{٨}{٣}} - ٥\,\frac{\text{س}^{\frac{٥}{٣}}}{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ}$

$= \frac{٣}{٨}\,\text{س}^{\frac{٨}{٣}} - \cancel{٥} \times \frac{٣}{\cancel{٥}}\,\text{س}^{\frac{٥}{٣}} + \text{جـ}$

$\frac{٣}{٨}\sqrt[٣]{\text{س}^{٨}} - ٣\sqrt[٣]{\text{س}^{٥}} + \text{جـ}$

٣) $\int \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥}{\text{س} - ٣}\, \text{دس} =$

$= \int \frac{(\text{س} + ٥)\cancel{(\text{س} - ٣)}}{\cancel{\text{س} - ٣}} \cdot \text{دس}$

$= \int (\text{س} + ٥) \cdot \text{دس}$

$\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

٤) $\int \frac{\text{س}^{٣} + ٦٤}{\text{س} + ٤} \cdot \text{دس} =$

$= \int \frac{\cancel{(\text{س} + ٤)}(\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ١٦)}{\cancel{\text{س} + ٤}} \cdot \text{دس}$

$= \int (\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ١٦) \cdot \text{دس}$

$= \frac{\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٤\text{س}^{٢}}{٢} + ١٦\text{س} + \text{جـ}$

$\frac{\text{س}^{٣}}{٣} - ٢\text{س}^{٢} + ١٦\text{س} + \text{جـ}$

تدريب ٥ :

جد قاعدة الاقتران الذي تعطى مشتقته بالقاعدة $\text{ق}'(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥$ ، علماً بأن $\text{ق}(٠) = ٧$

الحل: $\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س}) \cdot \text{دس}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int (٣\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥) \cdot \text{دس}$

$= \frac{٣\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٦\text{س}^{٢}}{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + \text{جـ}$

$\text{ق}(٠) = (٠)^{٣} - ٣(٠)^{٢} + ٥(٠) + \text{جـ}$

$٧ = \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٧$.

تدريب ١ : جد قيمة كل مما يأتي :

١) $\int_{4}^{1} \frac{6}{\sqrt{\text{س}}} \, \text{دس} = \int_{4}^{1} 6\,\text{س}^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{دس}$

$= \left[\frac{6\,\text{س}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right]_{4}^{1} = 12 \left[\sqrt{\text{س}} \right]_{4}^{1}$

$= 12 \left(\sqrt{1} - \sqrt{4} \right)$

$= 12 (1 - 2) = 12 \times -1 = -12$

٢) $\int_{0}^{1} 14 \left(\text{س} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot \text{دس} =$

$= \left[\frac{14\,\text{س}^{\frac{4}{3}+1}}{\frac{4}{3}+1} \right]_{0}^{1} = \left[\frac{14\,\text{س}^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} \right]_{0}^{1}$

$= \left[\frac{3 \times \cancel{14}^{\,2}}{\cancel{7}} \sqrt[3]{\text{س}^{7}} \right]_{0}^{1}$

$= 6 \left(\sqrt[3]{1^{7}} - \sqrt[3]{0^{7}} \right) = 6 (1 - 0)$

$= 6 .$

تدريب ٢ : اذا كان $\text{ق}(-1) = 3$ ، $\text{ق}(2) = 5$ فجد $\int_{-1}^{2} 4\,\text{ق}'(\text{س}) \cdot \text{دس} .$

الحل: $\int_{-1}^{2} 4\,\text{ق}'(\text{س})\,\text{دس} = 4 \int_{-1}^{2} \text{ق}'(\text{س})\,\text{دس}$

$= 4 \left[\text{ق}(\text{س}) \right]_{-1}^{2} =$

$= 4 \left(\text{ق}(2) - \text{ق}(-1) \right) =$

$= 4 (5 - 3) =$

$4 \times 2 = 8$

تدريب ٣ :

اذا كان $\int_{1}^{\text{ب}} 6\,\text{س}\,\text{دس} = 9$ فجد قيمة الثابت ب ؟

الحل: $\int_{1}^{\text{ب}} 6\,\text{س}\,\text{دس} = 9$

$\left[\frac{6\,\text{س}^{2}}{2} \right]_{1}^{\text{ب}} = 9$

$\left[3\,\text{س}^{2} \right]_{1}^{\text{ب}} = 9$

$3\,\text{ب}^{2} - 3(1)^{2} = 9$

$3\,\text{ب}^{2} - 3 = 9$

$+3 \qquad +3$

$\frac{3\,\text{ب}^{2}}{3} = \frac{12}{3}$

$\text{ب}^{2} = 4$ نأخذ الجذر للطرفين

$\sqrt{\text{ب}^{2}} = \sqrt{4}$

$\text{ب} = \pm 2 .$

تدريب ١: اذا كان $\int_{-1}^{2} ٢ل(س)\,دس = -٣$

$\boxed{\int_{-1}^{2} ع(س)\,دس = ٥}$ نجد قيمة كل مما يأتي :

١) $\int_{-1}^{2} \frac{٥\,ع(س)}{٢}\,دس$.

٢) $\int_{-1}^{2} \left(٢ع(س) - ٣ل(س) - ٢س\right)\,دس$.

الحل: $\frac{٣}{٢}\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس = \frac{-٣}{٢} \Leftarrow$

$\boxed{\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس = -١}$

١) $\int_{-1}^{2} \frac{٥\,ع(س)}{٢}\,دس =$

$\frac{٥}{٢}\int_{-1}^{2} ع(س)\,دس = \frac{٥}{٢} \times ٥ = \frac{٢٥}{٢}$

٢) $\int_{-1}^{2} \left(٢ع(س) - ٣ل(س) - ٢س\right)\,دس =$

$٢\int_{-1}^{2} ع(س)\,دس - ٣\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس - \int_{-1}^{2} ٢س\,دس$

$= ٢\times ٥ - ٣ \times -١ - \left[س^{٢}\right]_{-1}^{2}$

$= ١٠ + ٣ - \left(٢^{٢} - (-١)^{٢}\right)$

$= ١٣ - ٣ = ١٠$

تدريب ٢: اذا كان $\int_{-1}^{2} \frac{ه(س)}{٣}\,دس = ٥$ ، $\boxed{\int_{-1}^{6} ه(س)\,دس = ٤}$ نجد قيمة كل مما يأتي :

(١) $\int_{2}^{-1} ٢ه(س)\,دس$ (٢) $\int_{6}^{2} ه(س)\,دس$.

الحل: $\int_{-1}^{2} \frac{ه(س)}{٣}\,دس = ٥ \Leftarrow \frac{١}{٣}\int_{-1}^{2} ه(س)\,دس = ٥$

$\Leftarrow \boxed{\int_{-1}^{2} ه(س)\,دس = ١٥}$

١) $\int_{2}^{-1} ٢ه(س)\,دس = ٢\int_{2}^{-1} ه(س)\,دس$

$= ٢ \times -١٥ = -٣٠$

٢) $\int_{6}^{2} ه(س)\,دس = \int_{6}^{-1} ه(س)\,دس + \int_{-1}^{2} ه(س)\,دس$

$= -٤ + ١٥ = ١١$

تدريب ٣: اذا كان $\int_{2}^{5} \left(٣ه(س) - ٤\right)\,دس = ١٨$ نجد قيمة التكامل : $\int_{2}^{5} ه(س)\,دس$.

الحل: $\int_{2}^{5} ٣ه(س)\,دس - \int_{2}^{5} ٤\,دس = ١٨$

$٣\int_{2}^{5} ه(س)\,دس - \left[٤س\right]_{2}^{5} = ١٨$

$٣\int_{2}^{5} ه(س)\,دس - ٤(٥-٢) = ١٨$

$٣\int_{2}^{5} ه(س)\,دس - ٤\times٣ = ١٨$

$٣\int_{2}^{5} ه(س)\,دس - ١٢ = ١٨$
$+١٢ \qquad +١٢$

$\frac{٣}{٣}\int_{2}^{5} ه(س)\,دس = \frac{٣٠}{٣} \Leftarrow \int_{2}^{5} ه(س)\,دس = ١٠$

تدريب ٤ :

١) اذا كان $\int_{م^3+1}^{-7} \text{د}(س)\,\text{د}س = \text{صفر}$ فجد قيمة الثابت م ؟ .

الحل:

$$م^3 + 1 = -7$$
$$-1 \qquad -1$$
$$م^3 = -8$$ نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\sqrt[3]{م^3} = \sqrt[3]{-8}$$

$$م = -2$$

---

٢) إذا كان $\int_{ن}^{1} (2س - 3)\,\text{د}س = \text{صفر}$ فجد قيمة الثابت ن .

الحل: $\int_{ن}^{1} (2س - 3)\,\text{د}س = \text{صفر}$

$$\left[\cancel{2}\frac{س^2}{\cancel{2}} - 3س\right]_{ن}^{1} = \text{صفر}$$

$$(1 - 3) - (ن^2 - 3ن) = \text{صفر}$$

$$-2 - ن^2 + 3ن = \text{صفر}$$

$$(-ن^2 + 3ن - 2 = \text{صفر}) \times -1$$

$$ن^2 - 3ن + 2 = \text{صفر}$$

$$(ن - 2)(ن - 1) = \text{صفر}$$

$$ن - 2 = \text{صفر} \quad (+2 \quad +2) \Leftarrow ن = 2$$

$$ن - 1 = \text{صفر} \quad (+1 \quad +1) \Leftarrow ن = 1$$

تدريب ١ : جد قيمة التكامل الآتي

$\int ٢١\,(٣\text{س}^٢+٤\text{س})(\text{س}^٣+٢\text{س}^٢)^٧ \cdot \text{دس}$

نفرض أن $\text{ص} = \text{س}^٣ + ٢\text{س}^٢$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٣\text{س}^٢ + ٤\text{س}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{٣\text{س}^٢+٤\text{س}}$.

$\int ٢١\,\cancel{(٣\text{س}^٢+٤\text{س})}\,\text{ص}^٧ \cdot \frac{\text{دص}}{\cancel{٣\text{س}^٢+٤\text{س}}} =$

$\int ٢١\,\text{ص}^٧ \cdot \text{دص} = \frac{٢١\,\text{ص}^٨}{٨} + \text{جـ}$

$\frac{٢١}{٨}(\text{س}^٣+٢\text{س}^٢)^٨ + \text{جـ}$

تدريب ٢ : حل الفرع (٤) من المثال (٢)

باستخدام قيم ص بالتعويض في حدود التكامل

$\int_{٠}^{٣} \frac{١}{\sqrt{٥\text{س}+١}} \cdot \text{دس}$

$\text{ص} = ٥\text{س}+١ \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٥$

$\Leftarrow \frac{\text{دص}}{٥} = \text{دس}$.

عندما $\text{س} = ٣ \leftarrow \text{ص} = ٥\times٣+١ = ١٦$

عندما $\text{س} = ٠ \leftarrow \text{ص} = ٥\times٠+١ = ١$

$\int_{١٦}^{١} \frac{١}{\sqrt{\text{ص}}} \cdot \frac{\text{دص}}{٥} = \frac{١}{٥}\int_{١٦}^{١} \text{ص}^{-\frac{١}{٢}}\,\text{دص}$

$\frac{١}{٥}\left[\frac{\text{ص}^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}}\right]_{١٦}^{١} = \frac{٢}{٥}\left[\sqrt{\text{ص}}\right]_{١٦}^{١}$

$\frac{٢}{٥}(\sqrt{١} - \sqrt{١٦}) = \frac{٢}{٥}(١-٤) = \frac{٢}{٥}\times -٣ = \frac{-٦}{٥}$

تدريب ٣ : جد قيمة كل من التكاملات التالية :

١) $\int ٣\text{س}\,(\text{س}^٢+١)^{-٥} \cdot \text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^٢+١$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٢\text{س}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{٢\text{س}}$

$\int ٣\text{س}\,\text{ص}^{-٥}\,\frac{\text{دص}}{٢\text{س}}$.

$\frac{٣}{٢}\int \text{ص}^{-٥}\,\text{دص} =$

$\frac{٣}{٢}\,\frac{\text{ص}^{-٥+١}}{-٥+١} + \text{جـ} = \frac{٣}{٢}\,\frac{\text{ص}^{-٤}}{-٤} + \text{جـ}$

$= -\frac{٣}{٨} \times \frac{١}{\text{ص}^٤} + \text{جـ}$

$= \frac{-٣}{٨(\text{س}^٢+١)^٤} + \text{جـ}$

٢) $\int ٢\text{س}\,\text{قا}^٢(١-\text{س}^٢)\,\text{دس}$

$\text{ص} = ١-\text{س}^٢$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -٢\text{س}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{-٢\text{س}}$

$\int \cancel{٢\text{س}}\,\text{قا}^٢\text{ص} \cdot \frac{\text{دص}}{\cancel{-٢\text{س}}}$

$\int -\text{قا}^٢\text{ص} \cdot \text{دص}$

$-\text{ظا}\,\text{ص} + \text{جـ}$

$-\text{ظا}(١-\text{س}^٢) + \text{جـ}$

تدريب ٣ :

٣) $\int_{1}^{-1} (٤س-١)\sqrt[3]{٢س^{٢}-س-١}\ دس$

$ص = ٢س^{٢}-س-١$

$\frac{دص}{دس} = ٤س-١$

$دس = \frac{دص}{٤س-١}$

$= \int_{1}^{-1} (٤س-١)\sqrt[3]{٢س^{٢}-س-١}\ دس =$

$= \int_{1}^{-1} \cancel{(٤س-١)}\ ص^{\frac{1}{3}}\ \frac{دص}{\cancel{٤س-١}}$

$\int_{1}^{-1} ص^{\frac{1}{3}}\ دص = \left[\frac{ص^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\right]_{1}^{-1}$

$= \frac{3}{4}\left[\sqrt[3]{(٢س^{٢}-س-١)^{٤}}\right]_{1}^{-1}$

$= \frac{3}{4}\left(\sqrt[3]{(١-٢-١)^{٤}} - \sqrt[3]{(١-٣-١)^{٤}}\right)$

$\frac{3}{4}\left(\sqrt[3]{١٦} - \sqrt[3]{٢٥٦}\right)$.

٤) $\int_{0}^{3} \frac{1}{\sqrt[5]{س+١}}\ دس =$

$\int_{0}^{3} \frac{1}{(س+١)^{\frac{1}{5}}}\ دس = \int_{0}^{3} (س+١)^{-\frac{1}{5}}\ دس$

$= \left[\frac{(س+١)^{\frac{4}{5}}}{\frac{4}{5}}\right]_{0}^{3}$

$= \frac{5}{4}\left[\sqrt[5]{(س+١)^{٤}}\right]_{0}^{3}$

$= \frac{5}{4}\left(\sqrt[5]{٢٥٦} - \sqrt[5]{١}\right) = \frac{5}{4}\left(\sqrt[5]{٢٥٦}-١\right)$

تدريب ٤ : جد قيمة كل تكامل مما يأتي :

١) $\int (أس+ب)^{ن}\ دس =$

$\frac{(أس+ب)^{ن+١}}{(ن+١) \times أ} + جـ$

٢) $\int جتا(أس+ب)\ دس =$

$\frac{جا(أس+ب)}{أ} + جـ$

تدريب ٥ : جد قيمة التكاملات التالية :

١) $\int_{-1}^{2} ٦(١-٢س)^{٥}\ دس =$

$= \left[\frac{(١-٢س)^{٦}\ \cancel{٦}}{\cancel{٦} \times -٢}\right]_{-1}^{2}$

$\frac{(١-٢\times٢)^{٦}}{-٢} - \frac{(١-٢\times-١)^{٦}}{-٢} = \frac{(-٣)^{٦}-(٣)^{٦}}{-٢}$

$=$ صفر

٢) $\int ١٢\ جا(١-٤س)\ دس =$

$\frac{-١٢}{-٤}\ جتا(١-٤س) + جـ$

$٣\ جتا(١-٤س) + جـ$

تدريب ١: جد قاعدة الاقتران ق علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (-١، ٢) وأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة: ق'(س) = ٢س - ١

الحل: $\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س})\,.\,\text{دس}$

$$\text{ق}(\text{س}) = \int (2\text{س} - 1)\,\text{دس}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - \text{س} + \text{جـ}$$

$$\text{ق}(-1) = (-1)^2 - -1 + \text{جـ}$$

$$2 = 1 + 1 + \text{جـ}$$

$$2 = 2 + \text{جـ} \Leftarrow \text{جـ} = \text{صفر}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - \text{س}\,.$$

تدريب ٢: جد قيمة ق(١٤)، علماً بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة: ق'(س) = ٦ $\sqrt[3]{2\text{س}-1}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٠، ٥)

الحل: $\text{ق}(\text{س}) = \int 6\sqrt[3]{2\text{س}-1}\,\text{دس}$

$$= \int 6(2\text{س}-1)^{\frac{1}{3}}\,.\,\text{دس}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{6(2\text{س}-1)^{\frac{1}{3}+1}}{(\frac{1}{3}+1)\times 2} + \text{جـ}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{\cancel{6}^{\,3}(2\text{س}-1)^{\frac{4}{3}}}{1 \times \cancel{2} \times \frac{4}{3}} + \text{جـ}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{9}{4}\sqrt[3]{(2\text{س}-1)^4} + \text{جـ}$$

$$\text{ق}(0) = \frac{9}{4}\sqrt[3]{(2\times 0-1)^4} + \text{جـ}$$

$$5 = \frac{9}{4}\times 1 + \text{جـ} \Leftarrow 5 = \frac{9}{4} + \text{جـ}$$

$$\Leftarrow \text{جـ} = 5 - \frac{9}{4} \Leftarrow \text{جـ} = \frac{20}{4} - \frac{9}{4}$$

$$\boxed{\text{جـ} = \frac{11}{4}}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{9}{4}\sqrt[3]{(2\text{س}-1)^4} + \frac{11}{4}\,.$$

$$\text{ق}(14) = \frac{9}{4}\sqrt[3]{(2\times 14-1)^4} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{9}{4}\sqrt[3]{27^4} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{9}{4}\times 81 + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{729 + 11}{4}$$

$$= \frac{740}{4} = 185$$

تدريب ١:

١) يتحرك جسم على خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة: ع(ن) = (٢ن+٥) م/ث حيث ن: الزمن بالثواني، جد موقع الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة، علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٣م.

الحل: ف(ن) = ∫ ٢ن + ٥ . دن

ف(ن) = ن² + ٥ن + جـ

ف(٠) = ٠² + ٥×٠ + جـ

$\boxed{٣ = جـ}$

ف(ن) = ن² + ٥ن + ٣

ف(٢) = ٢² + ٥×٢ + ٣

= ٤ + ١٠ + ٣ = ١٧

٢) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور (ن) ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة: ع(ن) = (٦(١+٢ن)²) م/ث جد موقعه بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن ف(٠) = ٥م.

الحل: ف(ن) = ∫ ٦(١+٢ن)² . دن

ف(ن) = ٦(١+٢ن)³ / (٣×٢) + جـ

ف(ن) = (١+٢ن)³ + جـ

ف(٠) = (١+٠)³ + جـ

٥ = ١ + جـ

٥ − ١ ⟸ جـ = ٤

ف(ن) = (١+٢ن)³ + ٤

ف(١) = (١+٢)³ + ٤

= ٢٧ + ٤ = ٣١م موقعه بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة

تدريب ٢: يتحرك جسم على خط مستقيم وبتسارع ثابت مقداره ت(ن) = ١٢م/ث². اذا كانت سرعته الابتدائية ع(٠) = ٥م/ث وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٣م جد:

١) سرعة الجسم بعد مرور أربع ثوانٍ من بدء الحركة

٢) موقع الجسم بعد مرور ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة

الحل: ع(ن) = ∫ ت(ن) دن

= ∫ ١٢ . دن

ع(ن) = ١٢ن + جـ

ع(٠) = ٠ + جـ

٥ = جـ

ع(ن) = ١٢ن + ٥

ع(٤) = ١٢×٤ + ٥

= ٤٨ + ٥

= ٥٣م/ث سرعة الجسم بعد مرور ٤ ثوان من بدء الحركة.

ف(ن) = ∫ (١٢ن + ٥) . دن

= ٦ن² + ٥ن + جـ

ف(٠) = ٠ + ٠ + جـ

٣ = جـ

ف(ن) = ٦ن² + ٥ن + ٣

ف(٣) = ٦(٣)² + ٥×٣ + ٣

= ٥٤ + ١٥ + ٣

= ٥٤ + ١٨ = ٧٢م

تدريب ١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات في الفترة المحددة في كل مما يأتي:

١) ق(س) = ١٢ − ٤س ، [١، ٢]

١٢ − ٤س = صفر ⟸ ١٢/٤ = ٤س/٤

س = ٣ لا ينتمي للفترة.

م = $\int_{1}^{2}$ ١٢ − ٤س . ءس =

= [١٢س − ٢س²] من ١ إلى ٢

= ١٢×٢ − ٢(٢)² − (١٢×١ − ٢(١)²)

= ٢٤ − ٨ − ١٠ = ٦ وحدات مساحة

٢) ق(س) = ٣س² − ١٢س ، [٠، ٢]

٣س² − ١٢س = صفر

٣س (س − ٤) = صفر

٣س = صفر ← س = صفر

س − ٤ = صفر ← س = ٤

م = $\int_{0}^{2}$ ٣س² − ١٢س . ءس

= [س³ − ٦س²] من ٠ إلى ٢

= ٢³ − ٦(٢)² − صفر

= ٨ − ٢٤

م = |−١٦|

م = ١٦ وحدة مساحة.

٣) ق(س) = ٢س − ٦ ، [١، ٤]

٢س − ٦ = صفر ⟸ ٢س = ٦ ⟸ س = ٣

م١ م٢
١ ٣ ٤

م١ = $\int_{1}^{3}$ (٦ − ٢س) . ءس

= [٦س − س²] من ١ إلى ٣

= ٦×٣ − ٣² − (٦×١ − ١)

= ١٨ − ٩ − ٥ = ٤ وحدة مربعة

م٢ = $\int_{3}^{4}$ (٦ − ٢س) ءس

= [٦س − س²] من ٣ إلى ٤

= ٦×٤ − ٤² − (٦×٣ − ٣²)

= ٢٤ − ١٦ − ٩

م٢ = |−١|

م٢ = ١ وحدة مربعة

م = م١ + م٢

= ٤ + ١

= ٥ وحدة مربعة.

تدريب ٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س^2 - ٢س - ٣$ ومحور السينات.

الحل: $س^2 - ٢س - ٣ = صفر$

$(س - ٣)(س + ١) = صفر$

$س - ٣ = صفر \Leftarrow س = ٣$

$س + ١ = صفر \Leftarrow س = -١$

$م = \int_{-١}^{٣} (س^2 - ٢س - ٣)\, ءس =$

$= \left[\frac{س^3}{٣} - س^2 - ٣س\right]_{-١}^{٣} =$

$= \frac{٣^3}{٣} - ٣^2 - ٣ \times ٣ - \left(\frac{-١}{٣} - ١ + ٣\right) =$

$= \cancel{٩} - \cancel{٩} - ٩ + \frac{١}{٣} + ١ - ٣ =$

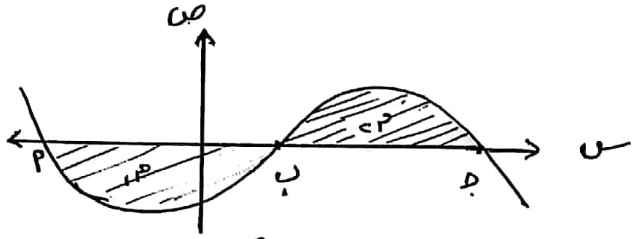
$= -١١ + \frac{١}{٣} = \frac{-٣٣}{٣} + \frac{١}{٣} =$

$م = \left|\frac{-٣٢}{٣}\right|$

$م = \frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

تدريب ٣: يمثل الشكل التالي منحنى $ص = ق(س)$:

فاذا كانت المساحة $م_١ = ٨$ وحدات مربعة، $م_٢ = ٥$ وحدات مربعة، نجد قيمة ما يلي:



١) $\int_{أ}^{ب} ق(س)\, ءس = -٨$ (لأن المنحنى تحت محور السينات)

٢) $\int_{ب}^{جـ} ق(س)\, ءس = ٥$ (لأن المنحنى فوق محور السينات)

٣) $\int_{أ}^{جـ} ق(س)\, ءس = \int_{أ}^{ب} ق(س)\, ءس + \int_{ب}^{جـ} ق(س)\, ءس$

$= -٨ + ٥$

$= -٣$

٤) مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات على الفترة [أ، جـ]

$م = م_١ + م_٢$

$م = ٨ + ٥$

$م = ١٣$ وحدة مربعة

المساحة دائماً موجبة لكن التكامل يمكن أن يكون سالب.