الوحدة الثالثة

تطبيقات التفاضل

ثاني ثانوي أدبي

حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

منهاجي

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

Scanned by CamScanner

تدريب ١ : اذا كان ق(س) = س٣ - ٣س

فجد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق

عند النقطة (٢ ، -٢)

الحل : ق(س) = س٣ - ٣س

م = ق(٢) = ٣ × ٢٢ - ٣

= ٤ - ٣ = ١

تدريب ٢ : اذا كان ق(س) = (س٢ + ١)٢

فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق عندما س = ١ .

الحل : ق(١) = (١٢ + ١)٢ = ٢٢ = ٤

(١ ، ٤) .

ق(س) = (س٢ + ١)٢

ق(س) = ٢ (س٢ + ١) × ٢س

م = ق(١) = ٢ (١٢ + ١) × ٢ × ١

= ٤ (٢)

م = ٨

معادلة المماس :

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٤ = ٨ (س - ١)

ص - ٤ = ٨س - ٨

+٤ +٤

ص = ٨س - ٤ .

منهاجي

Scanned by CamScanner

تدريب ١ : اذا تحرك جسم بحيث كان بعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية معطى بالعلاقة ف(ن) = ٣ن^{٢} - ٣ن + ٢ فاحسب سرعة الجسم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة ؟ .

الحل: ف(ن) = ٣ن^{٢} - ٣ن + ٢ المطلوب ع(٢)

ع = ف' = ٦ن - ٣

ع(٢) = ٦ × ٢ - ٣

= ١٢ - ٣ = ٩ .

تدريب ٢ : يتحرك جسم وفق العلاقة ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٤ن^{٢} + ٦ ، حيث ف المسافة التي يقطعها الجسم بالأمتار ، ن الزمن بالثواني . جد تسارع الجسم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة .

الحل: ع = ف' = ٦ن^{٢} + ٨ن .

ت = ع' = ١٢ن + ٨ .

ت(٢) = ١٢ × ٢ + ٨

= ٢٤ + ٨

= ٣٢ .

تدريب ٣ : يتحرك جسم وفقاً للعلاقة ف(ن) = ٢ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ٢ . احسب سرعة الجسم عندما يتعدم تسارعه .

الحل: ع = ف' = ٦ن^{٢} - ٦ن .

ت = ع' = ١٢ن - ٦

يتعدم التسارع ⇐ ت = صفر

١٢ن - ٦ = صفر

٦+ ٦+

$\frac{١٢ن}{١٢} = \frac{٦}{١٢}$ ⇐ ن = $\frac{١}{٢}$.

المطلوب ع($\frac{١}{٢}$) .

ع(ن) = ٦ن^{٢} - ٦ن .

ع($\frac{١}{٢}$) = ٦($\frac{١}{٢}$)^{٢} - ٦($\frac{١}{٢}$)

= ٦ × $\frac{١}{٤}$ - ٣

= $\frac{٣}{٢}$ - $\frac{٦}{٢}$

= - $\frac{٣}{٢}$

منهاجي

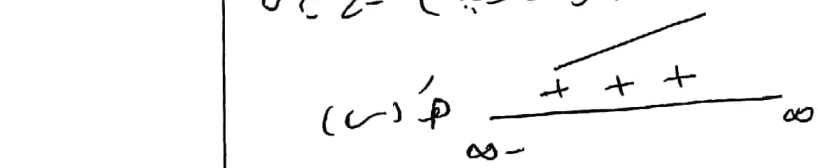
Scanned by CamScanner

تدريب ١: جد فترات التزايد والتناقص لكل اقتران مما يلي:

١) $هـ(س) = ٧ + س$

$هـ'(س) = ١$ (لا يوجد أصفار للمشتقة)

$هـ'(س) > صفر$ (موجبة) لجميع قيم س



$هـ(س)$ متزايد على $(-\infty, \infty)$.

---

٢) $ق(س) = (٤ - ٢س)^{٢}$

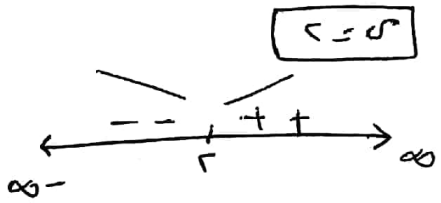
$ق'(س) = ٢(٤ - ٢س) \times -٢$

$= ٨س - ١٦$

$٨س - ١٦ = صفر \Leftarrow ٨س = ١٦ \Leftarrow س = \frac{١٦}{٨}$

$+١٦ \quad +١٦$

$س = ٢$



$(-\infty, ٢]$ متناقص

$[٢, \infty)$ متزايد.

منهاجي

Scanned by CamScanner

تدريب ١ :

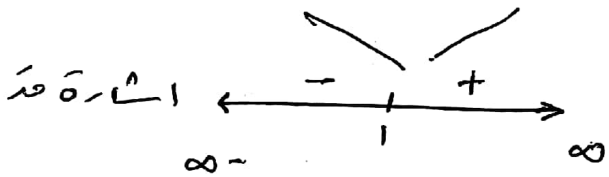
جد النقط والأعداد الحرجة والقيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران

$هـ(س) = س^3 - 3س^2 + 1$

الحل: $هـ'(س) = 3س^2 - 6س$

$3س^2 - 6س = صفر \Leftarrow 3س(س-2) = صفر$

$\Leftarrow س = 0$



النقط الحرجة $س = \{0, 2\}$

عندما $س = 0$ قيمة صغرى محلية

$هـ(0) = 0 - 0 + 1 = 1$

النقطة الحرجة $(0, 1)$

تدريب ٢ : باستخدام اختبار المشتقة الثانية جد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران

$هـ(س) = س^3 - 3س^2 + 2$

الحل: $هـ'(س) = 3س^2 - 6س$

$3س^2 - 6س = 0 \Leftarrow 3س(س-2) = 0 \Leftarrow س = 0, 2$

$\Leftarrow س = \pm 1$

$هـ'(س) = 6س$

$هـ''(1) = 6 > صفر$ قيمة صغرى محلية هي

$هـ(1) = صفر$

$هـ''(-1) = -6 < صفر$ قيمة عظمى محلية هي

$هـ(-1) = 4$

تدريب ٣ : إذا كان

$هـ(س) = 3س^2(12 - س^2)$ فجد كلاً مما يأتي:

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران هـ.

٢) قيم س الحرجة للاقتران هـ.

٣) القيم القصوى للاقتران هـ، محدداً نوعها.

الحل: $هـ(س) = 36س^2 - 3س^4$

$هـ'(س) = 72س - 12س^3$

$72س - 12س^3 = 24س - 6س^3 = صفر \Leftarrow 6س^3 = 24س$

$س^2 = 4 \Leftarrow س = \pm 2$

القيم الحرجة $س = \{2, -2\}$.

$(-\infty, -2]$ و $[2, \infty)$ متناقص

$[-2, 2]$ متزايد.

عندما $س = -2$ قيمة صغرى هي $هـ(-2) = -32$

عندما $س = 2$ قيمة عظمى هي $هـ(2) = 32$.

Scanned by CamScanner

تدريب ١ : اذا كان اقتران الايراد الكلي لأحد المبيعات هو د(س) = ٥٠س + ٢س^{٢} دينار واقتران التكلفة الكلية ك(س) = ٣٠س + ٤س^{٢} + ٤٠٠ دينار ، حيث س عدد الوحدات المبيعة ، فجد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن ؟

الحل :

ر(س) = د(س) − ك(س) .

ر(س) = (٥٠س + ٢س^{٢}) − (٣٠س + ٤س^{٢} + ٤٠٠)

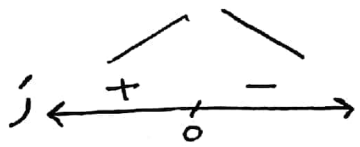
= ٥٠س + ٢س^{٢} − ٣٠س − ٤س^{٢} − ٤٠٠

ر(س) = ٢٠س − ٢س^{٢} − ٤٠٠

ر′(س) = ٢٠ − ٤س .

٢٠ − ٤س = صفر ⇐ ٤س = ٢٠ ⇐ س = $\frac{٢٠}{٤}$

⇐ س = ٥



عندما س = ٥ قيمة عظمى

تدريب ٢ : وجد مصنع لإنتاج أجهزة الكترونية أن التكلفة الكلية بالدينار لإنتاج س من الأجهزة اسبوعياً تعطى بالاقتران ك(س) = ٥٠س + ٣٠٠ اذا بيع الجهاز الواحد بمبلغ (٢٠٠ − س) دينار فجد قيمة س التي تجعل الربح الاسبوعي أكبر ما يمكن ؟

الحل: الايراد = عدد الاجهزة × سعر الجهاز

د(س) = س × (٢٠٠ − س)

د(س) = ٢٠٠س − س^{٢} .

ر(س) = د(س) − ك(س)

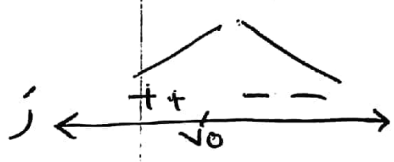
= (٢٠٠س − س^{٢}) − (٥٠س + ٣٠٠)

= ٢٠٠س − س^{٢} − ٥٠س − ٣٠٠

ر(س) = ١٥٠س − س^{٢} − ٣٠٠

ر′(س) = ١٥٠ − ٢س

١٥٠ − ٢س = صفر ⇐ ٢س = ١٥٠ ⇐ س = $\frac{١٥٠}{٢}$ ⇐ س = ٧٥



قيمة عظمى عندما س = ٧٥ .

منهاجي

Scanned by CamScanner