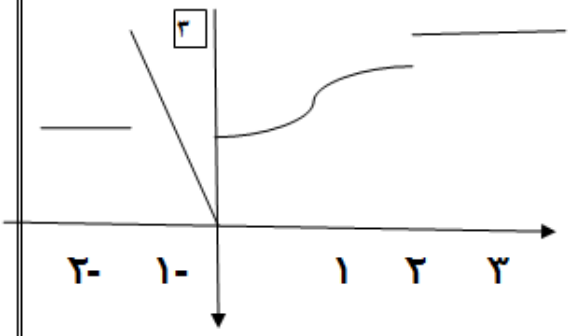
امتحان تجريبي لشهادة الدراسة الثانوية العامة٢٠١٨/ ٢٠١٩
المبحث : الرياضيات/ الفصل الأول — مدة الامتحان: ساعتين
الفرع العلمي+الصناعي جامعي — إعداد الأستاذ: أحمد العرقان
(للاستفسار: ٠٧٧٦٦٩٩٨٤٦)

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) علما إن عدد الصفحات (٤)

السـؤال الأول: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)



١) إذا كان الشكل يمثل منحنى ق(س)
فإن قيم ا التي تجعل $\lim_{س\to ا}$ ق(س) = ٣

أ) $[\infty،٢)$ ب) $(\infty،٢)$
جـ) $[\infty،٢) \cup \{٠\}$ د) $(\infty،٢) \cup \{٠\}$

٢) إذا كانت $\lim_{س\to ٢}$ (ق(س))^{٣} = -٨ ، فإن $\lim_{س\to ٤}$ ٣ق^{٢} ($\sqrt{س}$ − س) - ٣س

أ) ١٨٠ ب) ٠ ج) -١٢ د) ١٢

٣) إذا كان ق(س)=(س-٢)$\left[\frac{س}{٢}\right]$ فإن ق(س) متصل على الفترة

أ) $[٤،٠]$ ب) $(٤،٠]$ ج) $(٤،٠)$ د) مجموعة الأعداد الحقيقة

ب) جد قيمة النهايات الآتية:

١) $\lim_{س\to ٢} \frac{٥ + (٢س - ٥)^{٣} - ٢س}{س^{٢} - ٢س}$ (١٠ علامة)

٢) $\lim_{س\to \pi} \frac{\pi - جا^{٢}س + \pi جتاس}{(\pi - س)^{٢}}$ (١١ علامة)

السـؤال الثاني: (٣٠ علامة)

أ) جد ق′(س) لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

١) ق(س)= $ق(س) = \frac{|٢س^{٢} - س - ٦|}{س|س - ٢|}$ س ∈ $[-٢،٢)$ (١١ علامة)

٢) ق(س)= $\begin{cases} س\left[\frac{س}{٢}+١\right] & -١ \geq س < ٢ \\ \frac{٤}{\sqrt{س+٢}} & ٢ \geq س \geq ٤ \end{cases}$ عند س=٢ (١٠ علامات)

AHMAD AL ARQAN

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ص= $\sqrt[3]{(س+٢)^{٢}}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س=-٢

أ) صفر ب) $\frac{١}{\sqrt[3]{١٦}}$ ج) $\frac{١}{\sqrt[3]{٤}}$ د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س)= $\sqrt{س-٣}$ ، هـ(س)= $(س-٤)^{٢}+٣$ ،فإن $(ن \circ هـ)^{-}(١)$

أ) $\frac{-١}{٦}$ ب) $\frac{١}{٦}$ ج) ١- د) ١

٣) إذا كان معدل التغير للاقتران ن(س) بالفترة [-٢،٢] يساوي ك ، حيث ك عدد ثابت ، وكان هـ(س)= $\frac{١}{٢}س - ن(س)$ ،جد بدلالة ك قيمة معدل التغير للاقتران هـ(س)بالفترة [-٢،٢]

أ) ٢-ك ب) $-ك-\frac{١}{٢}$ ج) $-ك-\frac{١}{٢}$ د) ١-ك

السـؤال الثالث: (٢٨ علامة)

أ) إذا كان $ص^{٢}=\frac{س}{س+٢}$ أثبت أن $ص^{-}=\frac{ص^{٣}}{س^{٢}}$ (٨ علامات)

ب) جد ألإحداثي السيني للنقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى $ن(س)=(س^{٢}-٢)^{٢}$ موازيا للمستقيم الذي معادلته $ص+٤س+١=٠$ ، ثم أوجد معادلة إحدى هذه المماسات (١١ علامة)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها (٩ علامات)

١) إذا كان $ن(س^{٣}-١)=\frac{١٢}{س-١}$ ، فإن قيمة $ن'(-٢)$

أ) ١- ب) $\frac{-١}{٦}$ جـ) $\frac{-١}{١٠٨}$ د) $\frac{٤}{٩}$

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{جتا^{٢}س}$ ، س ∈ $[\pi،٠]$ ، فإن للاقتران عند النقطة $(\frac{\pi}{٢}،ن(\frac{\pi}{٢}))$

أ) عظمى محلية ومطلقة ب) صغرى محلية ومطلقة جـ) صغرى محلية د) عظمى محلية

AHMAD AL-ARQAN

السـؤال الرابع: (٣١ علامة)

أ) ابحث باتصال ق(س)

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{|\text{س} - [\![\text{س}]\!] - ١|}{\sqrt{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤}} & \text{س} < ٢ \\ \left[\dfrac{\text{س}}{٢} - ١\right] & \text{س} \geq ٢ \end{cases}$$

عند س= ٢ (١٠ علامات)

ب) ق(س)= $\text{ن}(\text{س}) = \text{س}^{\frac{٢}{٣}}(٢\text{س} - ١٢)^{\frac{١}{٣}}$ ، س $\in (-\infty، ٢-)$ أجب عن المسائل التالية

١) فترات التزايد والتناقص لمنحنى ق(س)

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية لمنحنى ق(س) (١٢ علامة)

٣) القيم العظمى والصغرى المحلية لمنحنى ف(س) إن وجدت

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) $\text{ن}(\text{س}) = \text{جتاس} - \text{جاس} + ١$ حيث س $\in [\pi، ٠]$ فإن للإقتران ق(س) نقطة انعطاف عند :

أ) $\left((\frac{\pi٣}{٤})\text{ن}، \frac{\pi٣}{٤}\right)$ ب) $\left((\frac{\pi٣}{٢})\text{ن}، \frac{\pi٣}{٢}\right)$ جـ) $\left((\frac{\pi}{٤})\text{ن}، \frac{\pi}{٤}\right)$ د) $\left((\frac{\pi٧}{٤})\text{ن}، \frac{\pi٧}{٤}\right)$

٢) إذا كان منحنى $\text{ن}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ١$ ، وكان مماس ق(س) عند النقطة (س١، ص١) يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن إحداثي نقطة التماس

أ) (١-، ١-) ب) (١، ٥) جـ) $(\sqrt{٢}+٣، \sqrt{٢})$ د) (٥، ١)

٣)

أسقط جسم من ارتفاع ١٢٠م عن سطح الأرض سقوطًا حرًّا؛ حيث إنَّ المسافة المقطوعة بالأمتار بعد ن ثانية هي $\text{ف}_{١}(\text{ن}) = ٥\text{ن}^{٢}$ وفي الوقت نفسه قذف جسم من سطح الأرض للأعلى حيث إنَّ المسافة التي يقطعها هي $\text{ف}_{٢}(\text{ن}) = ٦٠\text{ن} - ٥\text{ن}^{٢}$، جد اللحظة التي يكون لهما الارتفاع نفسه عن سطح الأرض.

أ) ٣ ثواني ب) ٤ ثواني، جـ) ثانيتين د) ثانية واحدة

السـؤال الخامس: (٣١ علامة)

أ) جد أكبر مساحة لشبه المنحرف الذي يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى ق(س)=س^{٢}-٤ (١١ علامات)

ب) انطلق بالون رأسيا لأعلى من نقطة على سطح الأرض بمعدل ثابت ٢٠م/ث، وبعد ثانيتين وعلى بعد ٢٠٠ م من موقع اطلاق البالون بدأت دراجة هوائية بالإقتراب من موقع البالون بمعدل ١٠ م/ث، جد معدل تغير المسافى بين البالون والسيارة بعد ثانيتين من انطلاق الدراجة.؟ (١١ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) مربع محيطه ٤٠ سم ، فإن معدل تغير مساحته بالنسبة لمحيطه،

أ) ٨٠ سم^{٢}/سم ب) ٥ سم^{٢}/سم ج) ١٠ سم^{٢}/سم د) ٤٠ سم^{٢}/سم

ب) إذا كان ق(س) كثير حدود ، $ن'(٢)=٠$ ، $ن''(٢)\times ن''(٣)<٠$ ، $ن''(٣)>٠$

فإن النقطة (٢، ق(٢)) هي نقطة:

أ) قيمة عظمى مطلقة ب) قيمة عظمى محلية

جـ)قيمة صغرى محلية د) قيمة صغرى مطلقة

ج) اذا كان ص = ع + $\frac{١}{٣}$ ع^{٣} ، ع =ظاس ، فإن قيمة $\frac{د ص}{د س}$

أ) ظا^{٤}س ب) - ظا^{٢}س جـ) قا^{٤}س د)قا^{٢}س

(((انتهت الأسئلة)))

AHMAD AL-ARQAN

$$\frac{\pi}{\pi}-1$$

$$\pi \times \frac{2}{1}-1$$

$$\pi\left(\frac{\pi-\pi}{\pi}\right)_{\pi}-1$$

$$\left(\frac{\pi-\pi}{\pi-\pi}\right)_{\pi}-(-1)_{\pi}$$

$$\left(\frac{\pi-\pi}{\pi-\pi}\right)_{\pi} \leftarrow \frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{(\pi-\pi)(\pi+\pi)}$$

ب) $\frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{\pi(1+\pi-1)}$ $\quad$ $-\left(\frac{\pi-\pi}{\pi-\pi}\right)_{\pi}$

ج) $\frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{\pi+\pi\pi\pi}$ $\quad$ $\frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{\pi-\pi}$

د) $\frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{\pi+\pi\pi\pi}$ $\quad$ $\frac{(\pi-\pi)_{\pi}}{-\pi\pi}$

$$\frac{(\pi-\pi)(\pi-\pi)(\pi-\pi)}{\pi(\pi-\pi)}=\frac{-\pi\pi\pi}{\pi\pi}=-\pi$$

$$\frac{(\pi-\pi)(\pi-\pi)(\pi-\pi)}{\pi-\pi}$$

$$\frac{(\pi-\pi)(\pi-\pi)(\pi-\pi)}{\pi-\pi}$$

$$\frac{\pi-\pi\pi}{\pi-\pi}$$

$$\frac{\pi-\pi\pi+\pi\pi-\pi}{\pi-\pi}$$

س ٢) ب) صفر

ج) π (٠,٣)

د) ب (٢,٥٥)

ق

ع) P ①	$م'(ر) =$	$-\frac{1}{2}$ < ر < ٢
	$\frac{ر^{\frac{1}{2}}}{ر^{\frac{3}{2}}}$	$-\frac{3}{2}$ < ر < $-\frac{1}{2}$
	$\frac{-ر^{\frac{3}{2}}}{ر^{\frac{3}{2}}}$	$-\infty$ < ر < $-\frac{3}{2}$
	$م(ر) =$ $-ر - ر^{\frac{1}{2}}$	$-\frac{1}{2}$ < ر < ∞
	$1 + ر^{\frac{1}{2}}$	$-\frac{3}{2}$ < ر < $-\frac{1}{2}$
	$ق'(ر) =$ $ر^{\frac{1}{2}}$	$-\infty$ < ر < $-\frac{3}{2}$
	$-ر^{\frac{1}{2}}$	$-\frac{3}{2}$ < ر < ٠
	ع.م	$ر = -1, -\frac{3}{2}$

ع P ② $م(ر) =$ | صفر | $-1 ≤ ر ≤ ٠$

$+ ر$ | $٠ ≤ ر ≤ ١$

$\frac{٤}{\sqrt{ر+٥}}$ | $٢ ≤ ر ≤ ٤$

اتصال ومس $\Rightarrow$ $P \mid م(ر) = \frac{٤}{\sqrt{٤}} = \frac{٤}{٢} = ٢$

بالاب $م(ر) = \begin{cases} + & ٢ \\ - & ٢ \end{cases}$

واصل

$ق(٤) = \begin{cases} ق(ر) = \\ \text{قاع} \end{cases}$ $ق(ر) = -٤ \times \frac{١}{\sqrt{ر+٥}}$

$= \frac{-٤ \times \frac{١}{٢}}{٤} = \frac{-٢}{٤}$

$ق(ر) = ١$

(ج) $\int_{-1}^{1} e^{x} \cos(x)\,dx$

ا) e

ب) $2 \cdot 0$

ج) -1

د) $\frac{1}{2} e^{2} - e^{2}$

السؤال الثاني:

أ) $\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)^2}{(x+2)(11) - x(1)}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)^2}{x+22}$

$\frac{dy}{y} = \frac{(x+1)^2}{x+22}\,dx$

$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{(x+1)^2}{x+22}\,dx$

$\ln y = \int \frac{x^2 + 2x + 1}{x+22}\,dx$

$\ln y = \int x - 20 + \frac{441}{x+22}\,dx$

$\ln y = \frac{x^2}{2} - 20x + 441 \ln(x+22) + c$

$y = e^{\frac{x^2}{2} - 20x + 441 \ln(x+22) + c}$

ب) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^3}$

$\int \frac{dy}{y^2} = \int \frac{dx}{x^3}$

$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{2x^2} + c$

$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{2x^2} + c$

$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{2} + c$

$y = \frac{1}{\frac{1}{2} - c}$

ج) $y = vx$

$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{3}{\frac{3}{v} - 2} = \frac{3v}{3 - 2v}$

$x\frac{dv}{dx} = \frac{3v}{3-2v} - v$

$x\frac{dv}{dx} = \frac{3v - 3v + 2v^2}{3-2v}$

$x\frac{dv}{dx} = \frac{2v^2}{3-2v}$

$\int \frac{3-2v}{2v^2}\,dv = \int \frac{dx}{x}$

$\int \frac{3}{2v^2} - \frac{1}{v}\,dv = \ln x + c$

$-\frac{3}{2v} - \ln v = \ln x + c$

$-\frac{3x}{2y} - \ln\frac{y}{x} = \ln x + c$

$-\frac{3x}{2y} - \ln y + \ln x = \ln x + c$

$-\frac{3x}{2y} - \ln y = c$

$y(0) = 1$

$-\frac{0}{2} - \ln 1 = c$

$c = 0$

$-\frac{3x}{2y} - \ln y = 0$

$\ln y = -\frac{3x}{2y}$

$y = e^{-\frac{3x}{2y}}$

د) $y'' - 2y' + 1 = 0$

$(r-1)(r-1) = 0$

$r = 1$

$y = (c_1 + c_2 x)e^{x}$

$y' = c_2 e^{x} + (c_1 + c_2 x)e^{x}$

$y(0) = 1 \Rightarrow c_1 = 1$

$y'(0) = 3 \Rightarrow c_2 + c_1 = 3$

$c_2 = 2$

$y = (1 + 2x)e^{x}$

هـ) $y' + 2y = 4x$

$\mu = e^{\int 2\,dx} = e^{2x}$

$e^{2x}y' + 2e^{2x}y = 4xe^{2x}$

$(e^{2x}y)' = 4xe^{2x}$

$e^{2x}y = \int 4xe^{2x}\,dx$

$e^{2x}y = 4x\frac{e^{2x}}{2} - \int 4\frac{e^{2x}}{2}\,dx$

$e^{2x}y = 2xe^{2x} - e^{2x} + c$

$y = 2x - 1 + ce^{-2x}$

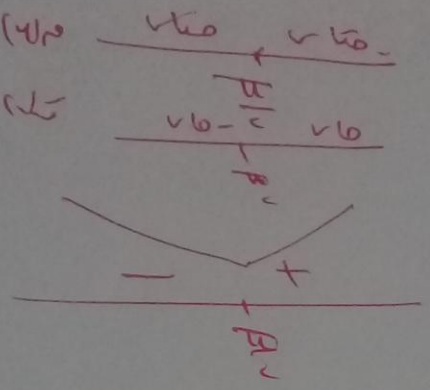
$y(0) = 1 \Rightarrow c = 2$

$y = 2x - 1 + 2e^{-2x}$

ص ٤

ج٢) ① د) -١

② د(س) = |ظتا س|



١/ ب) ق١ ، ق٢ نقطة حرجة

س)

أ) د(١) = | (ب - ج)/(ج - ب) | ٢ ج

-١ ، ٢ ج

ج = ٢

د(١) = ٠

ب = ٠ ، د(١) = |-١| = ١ - ٢ ج + ج٢

ج = ٠ ، ب = ١

د(س) = |س - ١|

د(١) غير قابل للاشتقاق عند س = ١ لأن

ب ← ج ، د(١ + ب) ≠ د(١ + ج)

(٥ ج)

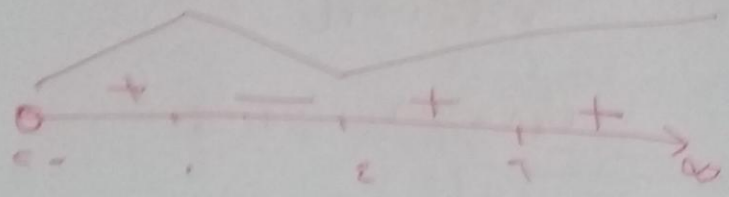
$$\text{ق}(\text{ا}) = \text{ا}\,\text{ه}^{\text{س}} - \text{ه}^{\text{س}}$$

$$\text{ق}'(\text{ا}) = \frac{\text{ا ه}^{\text{س}} - \text{ه}^{\text{س}}}{\text{ا}^{\text{٢}}}$$

ب) ق متزايدة $\Leftarrow$ ق$'$ > ٠

$$\frac{\text{ا ه}^{\text{س}} - \text{ه}^{\text{س}}}{\text{ا}^{\text{٢}}} > 0$$

$$\text{ا ه}^{\text{س}} - \text{ه}^{\text{س}} > 0$$



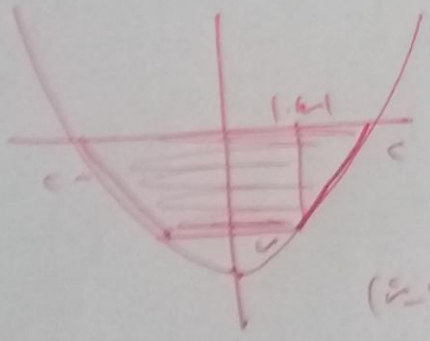
ق متزايدة على $]-\infty, 0[\cup]4, \infty[$

جـ ① ص $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

ب) ص (-١، ١)

ج) ص تماس

(٦ ب)



$$\text{م} = \frac{1}{2}(\text{ع} + 3) \times (\text{ع} - 1)$$

$$\text{م} = (\text{ع} + 2)(\text{ع} - 1)$$

$$\text{م} = \text{ع}^{2} - \text{ع} + 2\text{ع} - 2$$

$$\text{م} = -\text{ع}^{3} - 3\text{ع} + 4\text{ع} + 4$$

م$'$ = ٠

$$-3\text{ع}^{2} - 6\text{ع} + 4 = 0$$

$$3\text{ع}^{2} + 6\text{ع} - 4 = 0$$

$$(3\text{ع} - 2)(\text{ع} + 2) = 0$$

$$\text{ع} = \frac{2}{3}$$

(ج)

$\frac{د ك}{د ن} = ٠$ ⟸ $ك = ٠$

$\frac{د ص}{د ن} = -٠٫٤$

$ن = ك$

$ص = ٠٫١ (ن - ك)^{٢} + ٠٫٠٠$

$ص = ٠٫١ (ك - ك)^{٢} + ٠٫٠٠$

$ص = ٠٫٠٠$

$ن = ٤$

$ك = ٠٫٤ \times ٢٠ = ٨$

$ص = ٧٠$

$ف = \sqrt{ن^{٢} + ك^{٢}}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢ن + ٢ك \frac{د ك}{د ن}}{٢\sqrt{ن^{٢} + ك^{٢}}}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢ن + ٢ك}{٢\sqrt{ن^{٢} + ك^{٢}}}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢(٤٠) + ٢(٨٠)(-٠٫٤)}{٢\sqrt{(٤٠)^{٢} + (٨٠)^{٢}}}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٨٠ - ٦٤}{٢\sqrt{١٦٠٠ + ٦٤٠٠}}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{١٦}{٨٠\sqrt{٥}}$

(د)

① $م = ٤ن$

$م = \frac{٤}{٣}ك$

$\frac{د ن}{د ك} = \frac{٤}{٣}$ ، $\frac{د م}{د ك} = ٤$ ، $\frac{٧}{١٣} = ٥$

② ن

③ $\frac{٥}{١٣}$ ن