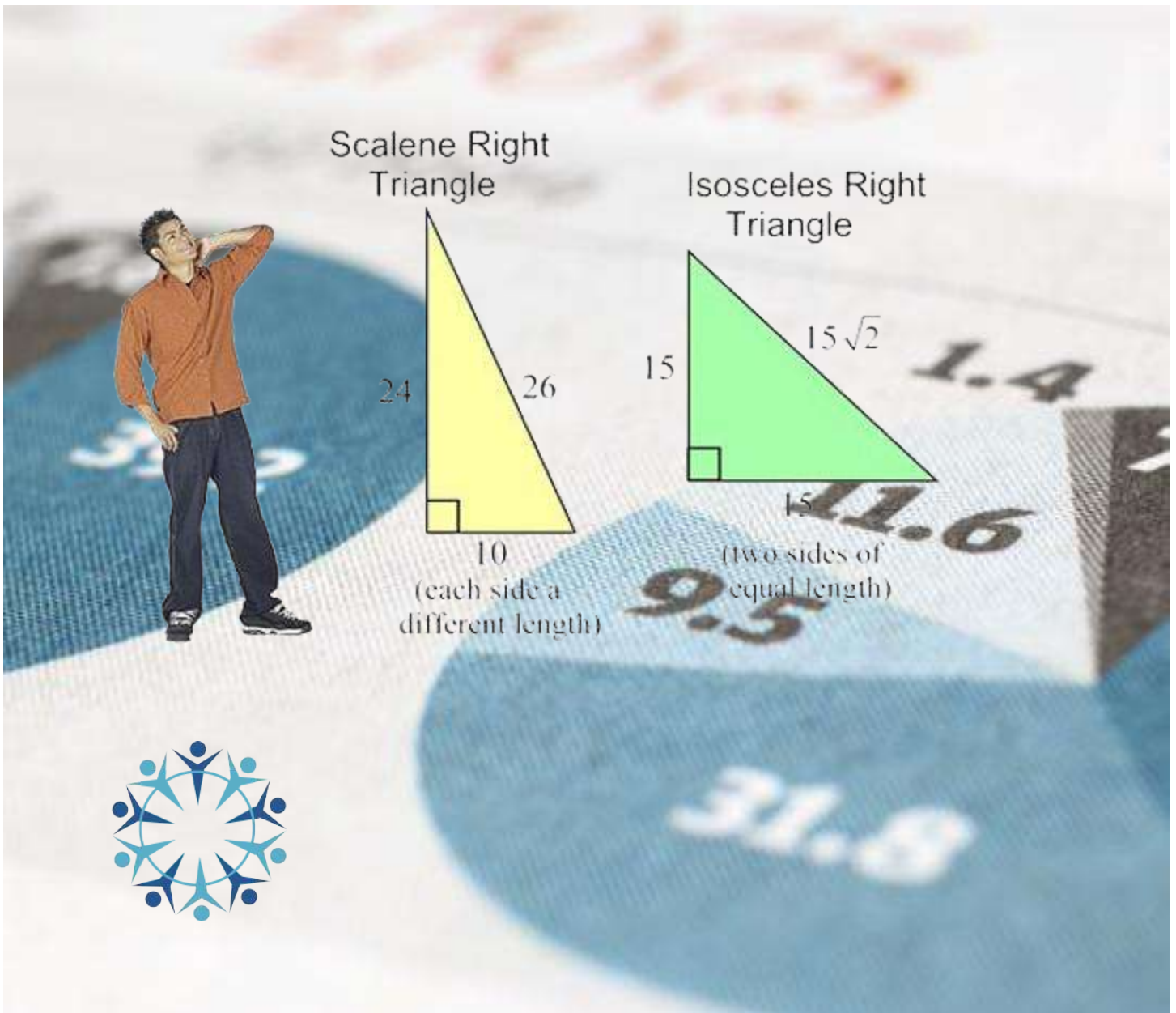


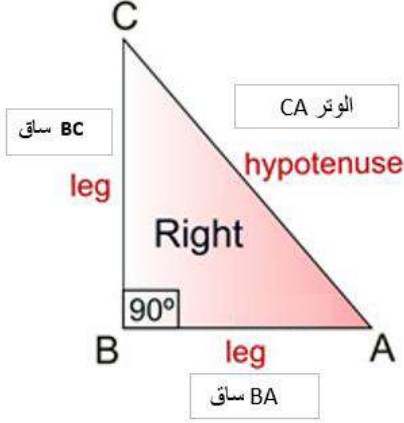


الدرس الثالث نظرية فيثاغورس الصف الثامن المنهاج الجديد

م. محمد اسعد الخطيب

Facts about Right Triangles

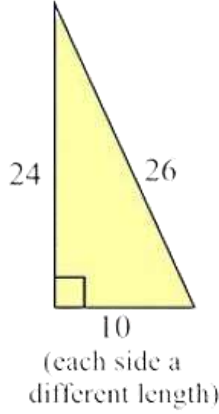
أشياء يجب تذكرها حول المثلثات القائمة:



- للمثلث القائم زاوية قائمة واحدة. الزاوية القائمة قياسها 90 درجة بالضبط.
- يُستخدم "مربع" للإشارة إلى موقع الزاوية القائمة.
- يُسمى أطول ضلع في المثلث القائم (المُقابل لـ "الزاوية القائمة") "وتر الزاوية القائمة".
- يُطلق على الضلعين المتبقين اسم "الساقين"، وقد يكونان متساويين في الطول أو لا.

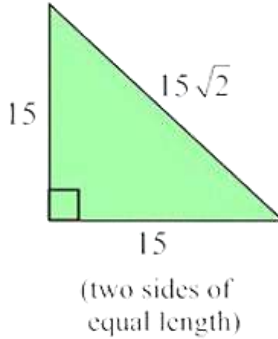


Scalene Right Triangle



غير متساوي الساقين

Isosceles Right Triangle



متساوي الساقين

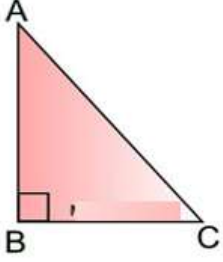
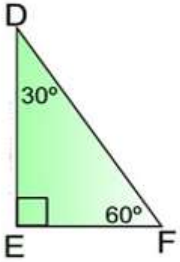
- ملاحظة: من الممكن أن يكون المثلث القائم أيضًا غير متساوي الساقين أو متساوي الساقين.

نظرية فيثاغورس : تستخدم لإيجاد طول ضلع مفقود (الوتر او احد الساقين)
وتنطبق فقط على مثلث قائم الزاوية سواء كان قائم الزاوية متساوي الساقين او قائم
الزاوية غير متساوي الساقين

أشياء يجب تذكرها حول المثلثات القائمة:

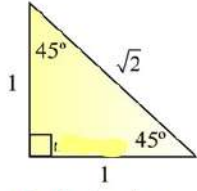
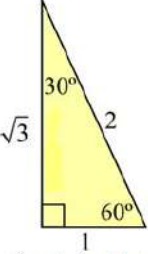
➤ أرجل المثلث القائم الزاوية متعامدة. & الزوايا الحادة في المثلث القائم الزاوية متكاملة (بإضافة 90 درجة).

الزوايا الحادة في المثلث القائم الزاوية متكاملة (بإضافة 90 درجة).	الساقين في المثلث القائم الزاوية متعامدين
متكاملة يعني مجموع الزاويتين الحادتين = 90 درجة فمثلاً إذا كانت واحدة قياسها 30 درجة فالأخرى مكملة للـ 90 يعني قياسها 60 درجة	

• The legs of a right triangle are perpendicular.  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$	• The acute angles of a right triangle are complementary (add to 90°). <i>Example:</i> In the diagram, $m\angle D = 30^\circ$ and $m\angle F = 60^\circ$. These are complementary $\angle$s. $m\angle D + m\angle E + m\angle F = 180$ $m\angle E = 90$ $m\angle D + 90 + m\angle F = 180$ $m\angle D + m\angle F = 90$ $\angle D$ and $\angle F$ are complementary 
--	---

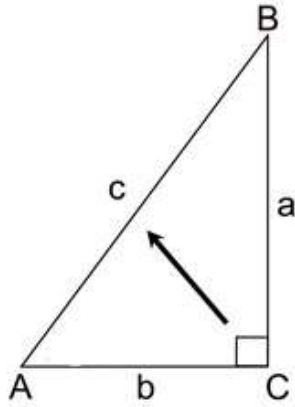
➤ **مساحة المثلث : نص القاعدة مضروب بالارتفاع = $\frac{1}{2} BC \times H$**

➤ للعلم: "المثلثات القائمة الزاوية الخاصة" هما مثلثان قائمان الزاوية شائعان جداً في الرياضيات. خصائص هذه المثلثات تُسهّل الحسابات عليها. حتى أن هناك صيغاً خاصة لأضلاعها. [سيكرر استخدام الصيغ الخاصة بهذه المثلثات في دروس الهندسة في المرحلة الثانوية وما بعدها. الصيغ المذكورة هنا للإشارة فقط.]

• Special Right Triangle 45° - 45° - 90°  Formulas: Let l = leg h = hypotenuse $h = l\sqrt{2}$ $l = \frac{h\sqrt{2}}{2}$ • (angles) ratio 1:1:2 • (sides) ratio 1:1:$\sqrt{2}$ This is an isosceles right triangle.	• Special Right Triangle 30° - 60° - 90°  Formulas: Let sl = short leg (opposite 30° $\angle$) ll = long leg (opposite 60° $\angle$) h = hypotenuse $sl = \frac{1}{2}h$ $ll = \frac{1}{2}h\sqrt{3}$ • (angles) ratio 1:2:3 • (sides) ratio 1:2:$\sqrt{3}$
--	--



نظرية فيثاغورس: في أي مثلث قائم الزاوية، مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين.



الوتر هو طول الضلع AB

الساق الأول هو CA

الساق الثاني هو CB

النظرية

$$AB^2 = CA^2 + CB^2$$

$$(c \text{ الوتر})^2 = (b \text{ الساق})^2 + (a \text{ الساق})^2$$

➤ تذكر حل المعادلة التربيعية يتطلب اخذ الجذر التربيعي للطرفين

تعمل نظرية فيثاغورس فقط في المثلث القائم الزاوية.

النظرية و عكس النظرية

عكس نظرية فيثاغورس: إذا كان مربع طول أطول ضلع في مثلث يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

نظرية فيثاغورس: إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن مربع طول الوتر (الضلع الأطول) يساوي مجموع مربعي طولي الساقين (الضلعين الآخرين).

الثلاثيات الفيثاغورية الأكثر شيوعاً هي

3,4,5	5,12,13	9,12,15	8,15,17
-------	---------	---------	---------

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 12, 5, 13

4 24, 18, 25

المطلوب هو تحديد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا

نطبق قاعدة عدة فيثاغورس إذا انطبقت يكون المثلث قائم الزاوية

المثلث القائم الزاوية ثلاثة اضلاع الأطول 3) 12, 5, 13

$$a^2 + b^2 = c^2$$

الوتر هو الضلع الأطول إذن $c = 13$ و الاضلاع a و b تكون الباقية بغض النظر عن الترتيب

$$12^2 + 5^2 = 13^2$$

احسب طرف المعادلة الأيمن و طرف المعادلة الأيسر إذا تساوى الطرفان تنطبق النظرية إذن المثلث قائم الزاوية

$$144 + 25 = 169$$

$$13^2 = 169$$

بما ان طرفي المعادلة متساويين إذن انطبقت النظرية و المثلث قائم الزاوية

4) 24, 18, 25

الوتر هو الضلع الأطول إذن $c = 25$ و الاضلاع a و b تكون الباقية بغض النظر عن الترتيب

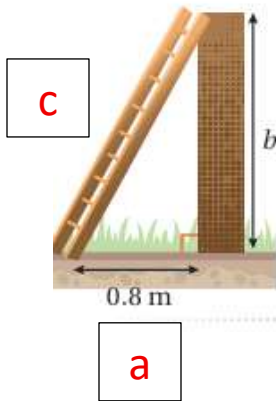
$$24^2 + 18^2 = 25^2$$

احسب طرف المعادلة الأيمن و طرف المعادلة الأيسر إذا تساوى الطرفان تنطبق النظرية إذن المثلث قائم الزاوية

$$576 + 324 = 900$$

$$25^2 = 625$$

بما ان طرفي المعادلة **غير** متساويين إذن **لا** انطبقت النظرية و المثلث ليس قائم الزاوية



✓ أتدقق من فهمي:

يستند سلم طوله 2 m إلى حائط عمودي، وتبعد قاعدته 0.8 m عن الحائط. أجد ارتفاع أعلى السلم عن الأرض (b).

المعطيات

طول السلم و هو الوتر $2 \text{ m} = c$ طول القاعدة (احد الساقين $0.8 \text{ m} = a$)

المطلوب إيجاد الساق الآخر الارتفاع b

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{0.8^2 + 2^2}$$

$$c = \sqrt{0.64 + 4} = \sqrt{4.64} = 2.15 \text{ m}$$

أتحرب

وأحل المسائل



أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية مما يأتي (أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر):

1	$d^2 = 24^2 + 18^2$ $d^2 = 576 + 324$ $d^2 = 900$ $d = \sqrt{900} = 30$	المجهول الوتر
2	$b^2 = 8^2 + 8^2$ $b^2 = 64 + 64$ $b^2 = 128$ $b =$ $\sqrt{128} = \sqrt{16 \times 8} = 4\sqrt{8} = 11.3$	المجهول الوتر
3	$26^2 = a^2 + 24^2$ $a^2 = 26^2 - 24^2$ $a^2 = 676 - 576$ $a^2 = 100$ $a = \sqrt{100} = 10$	المجهول الساق a
4	$40^2 = 20^2 + c^2$ $c^2 = 40^2 - 20^2$ $c = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 34.6$	المجهول الساق c انتبه للمسميات مش شرط الوتر دائما اسمه c
5	$6.5^2 = 2.5^2 + x^2$ $x^2 = 6.5^2 - 2.5^2$ $x = \sqrt{42.25 - 6.25} = \sqrt{36} = 6$	المجهول الساق x
6	$13^2 = x^2 + 12^2$ $x^2 = 13^2 - 12^2$ $x = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$	المجهول الساق x



أحدد ما إذا كان المثلث المعطاة أطوال أضلاعه في كل مما يأتي قائم الزاوية أم لا:

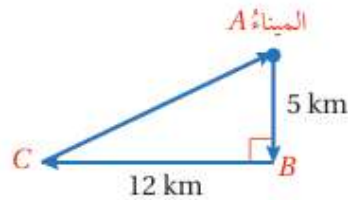
7 3, 4, 6

8 12, 35, 37

9 4, 8, 9

10 11, 60, 61

7 3, 4, 6	الوتر 6 $6^2 = 36$	الساقين $3^2 + 4^2 = 25$	غير قائم $36 \neq 25$
8 12, 35, 37	الوتر 37 $37^2 = 1369$	الساقين $35^2 + 12^2 = 1369$	قائم $1369 = 1369$
9 4, 8, 9	الوتر 9 $9^2 = 81$	الساقين $8^2 + 4^2 = 80$	غير قائم $81 \neq 80$
10 11, 60, 61	الوتر 61 $61^2 = 3721$	الساقين $11^2 + 60^2 = 3721$	قائم $3721 = 3721$



سُفُن: أبحرت سفينة 5 km من الميناء A باتجاه الجنوب، ثم 12 km باتجاه الغرب، ثم عادت مباشرة إلى الميناء كما في الشكل المجاور:

أجد المسافة التي قطعها السفينة.

أجد المسافة التي تختصرها السفينة لو أبحرت مباشرة من النقطة A إلى النقطة C

ذهاباً وإياباً.

لا يجد المسافة : يجب إيجاد طول الضلع الناقص و هو الوتر (لان السفينة قطعت محيط المثلث)

$$ac^2 = 12^2 + 5^2$$

$$ac^2 = 144 + 25$$

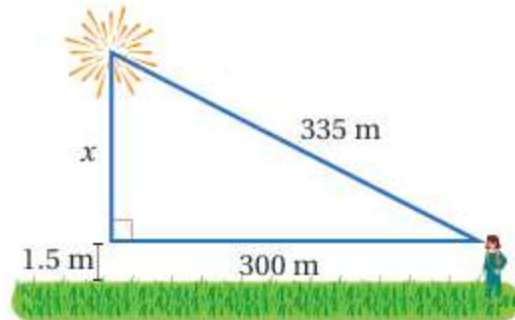
$$Ac = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ km}$$

$$\text{المسافة التي قطعها السفينة} = 5 \text{ km} + 12 \text{ km} + 13 \text{ km} = \mathbf{30 \text{ km}}$$

$$\text{المسافة المختصرة} = 30 \text{ km} - 13 \text{ km} = \mathbf{17 \text{ km}}$$



العاب نارية: رصدت بثينة عرضاً للألعاب النارية على بُعد 335 m مثلما يظهر في الشكل الآتي. أجد ارتفاع الألعاب النارية عن سطح الأرض.

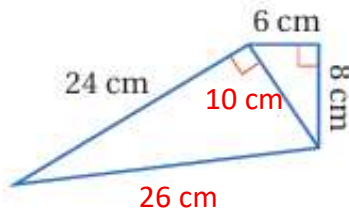


$$335^2 = 300^2 + x^2$$

$$x^2 = 335^2 - 300^2$$

ارتفاع الألعاب النارية من مستوى بثينة $x = \sqrt{22225} = 149$

$$= x + 1.5 \text{ m} = 149 + 1.5 = 150.6 \text{ m}$$



أجد محيط الشكل المجاور.

لا يجاد المحيط يجب إيجاد اطوال الاضلاع

المثلث الصغير (ضلع مفقود وهو الوتر بالنسبة للمثلث الصغير وهو ايضا مشترك مع المثلث الكبير)

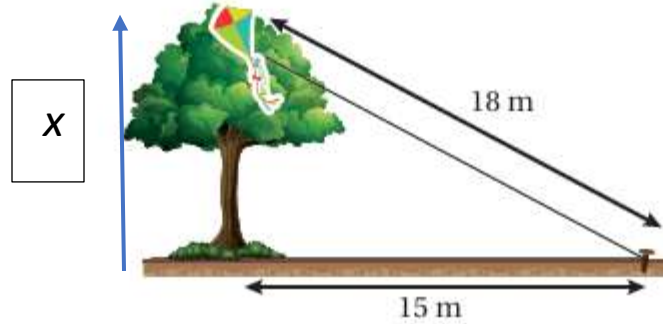
$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

ثم نجد الوتر للمثلث الكبير (كون ان ساقه المفقود تم ايجاده و هو مشترك مع المثلث الصغير)

$$y = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} = 26$$

$$\text{المحيط} = 6 + 8 + 10 + 24 + 26 = 74 \text{ cm}$$

15 علقت طائره عبد الله الورقيه اعلى شجرة، فربط الخيط في وتد على الارض يبعد 15 m عن قاعدة الشجرة مثلما يظهر في الشكل الآتي. إذا كان طول خيط الطائره 18 m فأجد ارتفاع الشجرة.

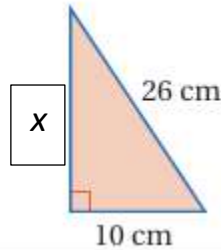


$$x^2 = 18^2 - 15^2$$

$$x = \sqrt{324 - 225} = \sqrt{99} = 9.9 \text{ m}$$

مساحة المثلث =

الارتفاع x القاعدة $\times \frac{1}{2}$



16 أجد مساحة المثلث المجاور.

يجب إيجاد الساق المفقود x وهو الارتفاع

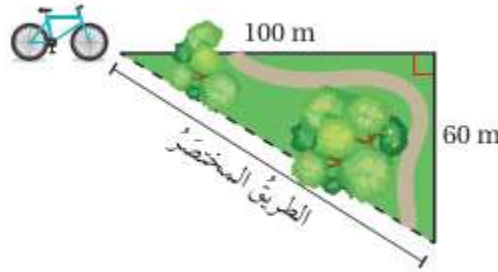
$$x^2 = 26^2 - 10^2$$

$$x = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} (10) \times 24 = 5 \times 24 = 120 \text{ cm}^2$$

17 أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

أستكشف



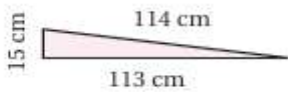
أراد خالد الخروج من الحديقة راكباً دراجته الهوائية ماراً بالطريق المختصر كما يظهر في الشكل المجاور. ما طول الطريق المختصر؟

$$x^2 = 100^2 + 60^2$$

$$x = \sqrt{10000 + 3600} = \sqrt{13600} = 116.6 \text{ m}$$

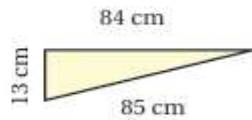
مهارات التفكير العليا

18 أكتشف المختلف: أي المثلثات الآتية مختلف؟ أبرر إجابتي:



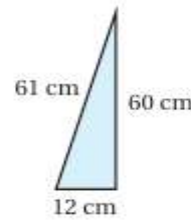
$$114^2 = 15^2 + 113^2$$

$$12994 = 12994$$



$$85^2 = 84^2 + 13^2$$

$$7225 = 7225$$



$$61^2 = 12^2 + 60^2$$

$$3721 = 3744$$

المثلثات القائمة هي مثلثات متشابهة أي أننا نبحث إذا وجدنا مثلث غير قائم يكون هو المختلف

المثلث المختلف



19

مسألة مفتوحة: ثلاثيات فيثاغورس هي مجموعات من ثلاثة أعداد موجبة a و b و c تحقق نظرية فيثاغورس؛ أي تشكل أطوالاً لمثلث قائم الزاوية. مثلاً: 3 و 4 و 5. أجد مجموعتين من ثلاثيات فيثاغورس.

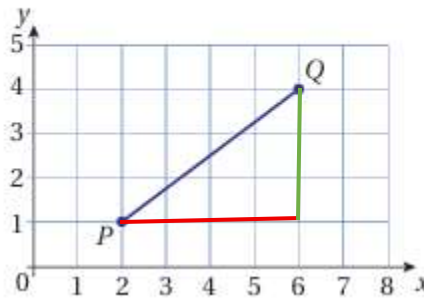
الثلاثيات الفيثاغورية الأكثر شيوعاً هي

3,4,5	5,12,13	9,12,15	8,15,17
-------	---------	---------	---------

20

تحذّر: في الشكل الآتي، أجد طول PQ من دون استعمال المسطرة.

اكمل المثلث و من خلال
المقياس نعرف طول
الساقين

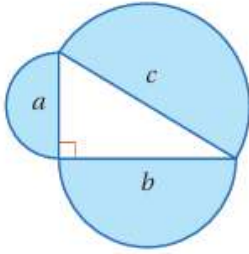


طول الساق الأحمر = 4 مربعات

طول الساق الأخضر = 3 مربعات

$$\text{طول الوتر } PQ = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ مربعات}$$





21 **تبرير:** أقرن بين مساحة نصف الدائرة الكبيرة ومساحة نصفَي الدائرتين الصغيرتين، مبرراً إجابتني.

أتذكر

$$A = \pi r^2 \text{ مساحة الدائرة}$$

نجد نصف مساحة كل دائرة (نصف الدائرة C و نصف الدائرة a ونصف الدائرة b)

نقسم على 2 لأننا نريد نصف مساحة الدائرة $A_C = \frac{\pi C^2}{2}$

نقسم على 2 لأننا نريد نصف مساحة الدائرة $A_b = \frac{\pi b^2}{2}$

نقسم على 2 لأننا نريد نصف مساحة الدائرة $A_a = \frac{\pi a^2}{2}$

$$A_C = A_b + A_a$$

$$\frac{\pi C^2}{2} = \frac{\pi b^2}{2} + \frac{\pi a^2}{2}$$

عامل مشترك $\frac{\pi}{2}$

$$\cancel{\frac{\pi C^2}{2}} = \cancel{\frac{\pi}{2}} (b^2 + a^2)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 \text{ النتيجة}$$

النتيجة : مربع مساحة نصف الدائرة على الوتر = مجموع مربعات انصاف مساحات الدوائر على الساقين

أكتب كيف أجد طول ضلع مجهولاً في مثلث قائم الزاوية باستخدام نظرية فيثاغورس؟

يجب ان نحدد الضلع المفقود اذا كان الوتر نسميه c و نطبق $c^2 = b^2 + a^2$
اذا كان المفقود احد الساقين نطبق $2 \text{ الساق المعلوم} - 2 \text{ الوتر} = 2 \text{ الساق المفقود}$

