الوحدة الأولى
النهايات والأتصال
ثاني ثانوي أدبي
حل أسئلة الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

الأسئلة

١) اعتمادًا على الشكل (١–٩) الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ ،

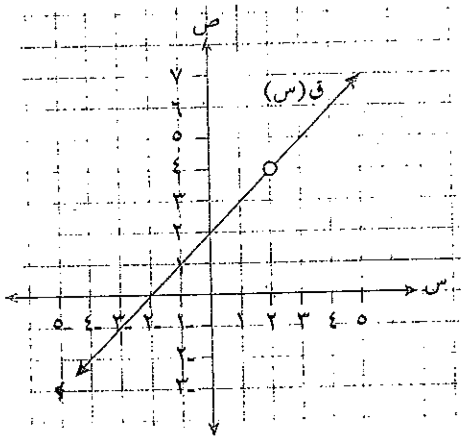
جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) ق(٢)

ب) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهــا}}$ ق(س)

جـ) ق(٣)

د) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهــا}}$ ق(س)



الشكل (١–٩).

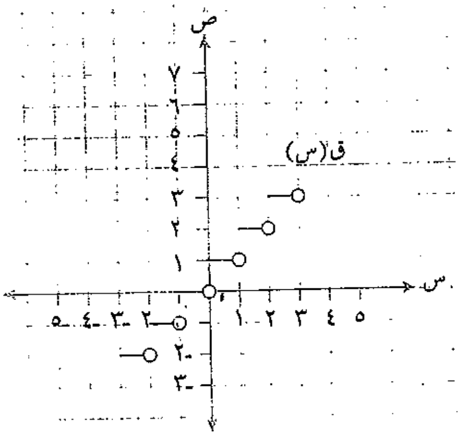
٢) اعتمادًا على الشكل (١–١٠) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{س \leftarrow ٠,٥}{\text{نهــا}}$ ق(س)

ب) $\underset{س \leftarrow ٢^{+}}{\text{نهــا}}$ ق(س)

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢^{-}}{\text{نهــا}}$ ق(س)

د) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهــا}}$ ق(س)



الشكل (١–١٠).

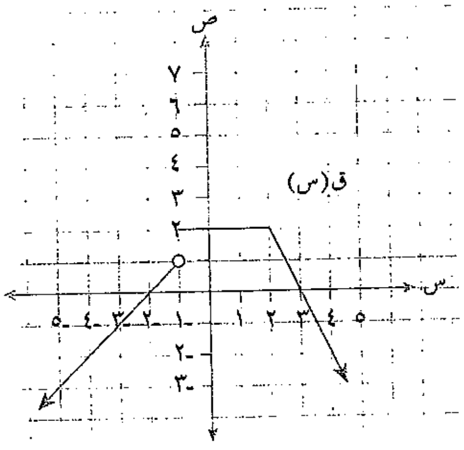
٣) اعتمادًا على الشكل (١–١١) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهــا}}$ ق(س)

ب) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهــا}}$ ق(س)

جـ) قيمة أ، حيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهــا}}$ ق(س) غير موجودة.

د) قيم ب، حيث $\underset{س \leftarrow ب}{\text{نهــا}}$ ق(س) = صفرًا.



الشكل (١–١١).

س١ أ) ق(٣) = غير معرف

ب) نها ق(س) = ٤
س ← ٣

جـ) ق(٣) = ٥

د) نها ق(س) = ٥
س ← ٣

س٢ أ) نها ق(س) = ١
س ← ٠٫٥

ب) نها ق(س) = ٣
س ← ٢+

جـ) نها ق(س) = ٢
س ← ٢−

د) نها ق(س) = غير موجودة
س ← ٢

س٣

أ) نها ق(س) = ٢
س ← ٢

ب) نها ق(س) = ٢
س ← ١

جـ) قيم أ ، حيث نها ق(س) غير موجودة
س ← أ

النهاية غير موجودة عند القفزات

أ = { -١ } .

د) قيم ب ، حيث نها ق(س) = صفر
س ← ب

قيم ب = { -٢ ، ٣ } .

الأسئلة

١) إذا علمت أن $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ق(س) = ٨، $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ هـ(س) = −٢، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (٤ق(س) + ٢هـ(س))

ب) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (ق(س) − ٢هـ(س))

جـ) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (ق(س) × هـ(س))

د) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ٥ق(س)

هـ) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (٢ق(س) + ١)

و) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ((هـ(س))^{٣} + ٣س − ٧)

ز) $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٢س + ٤)

٢) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\underset{س \to -٢}{\text{نهــا}}$ (٣س^{٤} − ٥س^{٣} + ٦س − ٧)

ب) $\underset{س \to ١}{\text{نهــا}}$ (س^{٢} + ١)(س^{٣} + ٥س − ٢)

جـ) $\underset{س \to -١}{\text{نهــا}}$ (س^{٣} + ٢)^{٥}

٣) إذا كانت $\underset{س \to -٢}{\text{نهــا}}$ (٣ق(س) + ٢س + ١) = ٢٧، فجد $\underset{س \to -٢}{\text{نهــا}}$ (ق(س))^{٣}

٤) إذا كانت $\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ (م س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥، فما قيمة الثابت م؟

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤س + ١ & ، \quad س > ٠ \\ ٥ - س^{٢} & ، \quad س \le ٠ \end{cases}$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\underset{س \to ١}{\text{نهــا}}$ ق(س)

ب) $\underset{س \to -٢}{\text{نهــا}}$ ق(س)

جـ) $\underset{س \to ٠}{\text{نهــا}}$ ق(س)

٦) إذا كان هـ (س) = $\begin{cases} س^٢ + ١ ، & س \neq ٣ \\ ٨ ، & س = ٣ \end{cases}$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ٥}{\text{نهـــا}}$ هـ (س)   ب) $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـــا}}$ هـ (س)   جـ) هـ (٣)

٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ س + ٤ ، & س < ٢ \\ ٥س^٢ + أ ، & س \geq ٢ \end{cases}$

وكانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ ؟

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ١ ، & س < ٢ \\ ٥س ، & ٢ \leq س \leq ٦ \\ س^٢ - ٦ ، & س > ٦ \end{cases}$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـــا}}$ ق(س)   ب) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ق(س)

جـ) $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـــا}}$ ق(س)   د) $\underset{س \leftarrow ٦}{\text{نهـــا}}$ ق(س)

٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س - أ ، & س < ٢ \\ ١٠ ، & س > ٢ \end{cases}$

وكانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ ؟

حل

(أ) نهــا (٤ ق(س) + ٢ هـ(س)) =
س←٣

٤ نهــا ق(س) + ٢ نهــا هـ(س)
س←٣ س←٣

٤ × ٨ + ٢ × -٢ = ٣٢ - ٤
= ٢٨ .

(ب) نهــا (ق(س) - ٢ هـ(س)) =
س←٣

نهــا ق(س) - ٢ نهــا هـ(س)
س←٣ س←٣

٨ - ٢ × -٢ = ٨ + ٤ = ١٢

(جـ) نهــا (ق(س) × هـ(س)) =
س←٣

نهــا ق(س) × نهــا هـ(س) =
س←٣ س←٣

٨ × -٢ = -١٦

(د) نهــا ٥ ق(س) = ٥ نهــا ق(س)
س←٣ س←٣

= ٥ × ٨ = ٤٠ .

(هـ) نهــا (٢ ق(س) + ١) =
س←٣

= ٢ نهــا ق(س) + ١
س←٣

٢ × ٨ + ١ = ١٦ + ١
= ١٧

(و) نهــا ((هـ(س))^٣ + ٣س - ٧) =
س←٣

= (نهــا هـ(س))^٣ + نهــا (٣س - ٧) =
س←٢ س←٣

(-٢)^٣ + ٣ × ٣ - ٧ = -٨ + ٩ - ٧
= -٦

(ز) نهــا (٢ ق(س) + ٣ هـ(س) + ٢س + ٤) =
س←٣

٢ نهــا ق(س) + ٣ نهــا هـ(س) + نهــا (٢س + ٤)
س←٣ س←٣ س←٣

= ٢ × ٨ + ٣ × -٢ + ٢ × ٣ + ٤
١٦ - ٦ + ٦ + ٤ = ٢٠

حل ٢ (أ) نهــا (٣س^٤ - ٥س^٢ + ٦س - ٧) =
س←-٢

= ٣(-٢)^٤ - ٥(-٢)^٣ + ٦(-٢) - ٧ =
٣ × ١٦ - ٥ × -٨ - ١٢ - ٧ = ٤٨ + ٤٠ - ١٩
٨٨ - ١٩ = ٦٩

(ب) نهــا (س^٢ + ١)(س^٣ + ٥س - ٢)
س←١

(١ + ١)(١ + ٥ - ٢) = ٢ × ٤ = ٨ .

(جـ) نهــا (س^٣ + ٢)^٥ =
س←-١

((-١)^٣ + ٢)^٥ = (-١ + ٢)^٥
= ١^٥ = ١

س٣

نها (٣ق(س) + ٢س + ١) = ٢٧
س←-٢

٣ نها ق(س) + نها (٢س + ١) = ٢٧
س←-٢ س←-٢

٣ نها ق(س) + ٢×-٢ + ١ = ٢٧
س←-٢

٣ نها ق(س) − ٣ = ٢٧
س←-٢
+٣ +٣

$\frac{٣}{٣}$ نها ق(س) = $\frac{٣٠}{٣}$
س←-٢

نها ق(س) = ١٠
س←-٢

نها (ق(س))^{٣} = (نها ق(س))^{٣}
س←-٢ س←-٢

= ١٠^{٣} = ١٠٠٠

س٤ نها (م س^{٢} + ٥س + ١) = ٢٥
س←٣

نها م س^{٢} + ٥×٣ + ١ = ٢٥
س←٣

م (٣)^{٢} + ١٦ = ٢٥

٩م = ٢٥ − ١٦

$\frac{٩م}{٩}$ = $\frac{٩}{٩}$

م = ١

س٥ أ) نها ق(س) = ٥ − ١^{٢} = ٤
س←١

ب) نها ق(س) = ٤×-٢ + ١ = -٨ + ١
س←-٢
= -٧

ج) نها ق(س) = ٥ − ٠ = ٥
س←٠+

نها ق(س) = ٤×٠ + ١ = ١
س←٠−

⟸ نها ق(س) غير موجودة .
س←٠

س٦ أ) نها هـ(س) = ٥^{٢} + ١ = ٢٦
س←٥

ب) نها هـ(س) = ٣^{٢} + ١ = ١٠
س←٣

جـ) هـ(٣) = ٨ .

س٧ نها ق(س) موجودة ⟸
س←٢

نها ٥س^{٢} + م = نها م س + ٤
س←٢+ س←٢−

٢٠ + م = ٢م + ٤

٢٠ − ٤ = ٢م − م

م = ١٦

س٨ نها د(س) = ٠^{٢} + ١
أ) س←٠ = ١

ب) نها د(س) = ٥ × ٢ = ١٠
س←٢+

نها د(س) = ٢^{٢} + ١ = ٥
س←٢-

⟸ نها د(س) = غير موجودة
س←٢

جـ) نها د(س) = ٥ × ٤
س←٤ = ٢٠

د) نها د(س) = ٦^{٢} − ٦
س←٦+ = ٣٦ − ٦ = ٣٠

نها د(س) = ٥ × ٦ = ٣٠
س←٦-

⟸ نها د(س) = ٣٠
س←٦ .

س٩ نها د(س) موجودة ⟸
س←٢

نها د(س) = نها د(س)
س←٢+ س←٢-

١٠ = نها (٣س − أ)
س←٢-

١٠ = ٣ × ٢ − أ

١٠ = ٦ − أ

−٦ −٦

٤ = − أ ⟸

أ = −٤ .

الأسئلة

١) إذا كانت $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٣$، $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = ٩$، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \dfrac{ق(س)}{هـ(س)}$

ب) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \dfrac{هـ(س) + ١}{ق(س) + س - ٥}$

٢) جد قيمة النهاية في كل مما يأتي عند النقطة المبينة إزاء كل منها (إن وجدت):

أ) $ق(س) = \dfrac{س^{٢} + ١}{س + ٨}$ ، $س \to \text{صفر}$

ب) $هـ(س) = \dfrac{س^{٢} + ٥س}{س - ١}$ ، $س \to ١$

جـ) $ل(س) = \dfrac{س^{٢} - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س}$ ، $س \to ٤$

د) $م(س) = \dfrac{س^{٣} - ٢٧}{٣س^{٢} - ٩س}$ ، $س \to ٣$

هـ) $ك(س) = \dfrac{\dfrac{١}{س - ٢} - \dfrac{١}{٥}}{٢س - ١٤}$ ، $س \to ٧$

و) $د(س) = \dfrac{\sqrt{س + ١} - ٣}{س - ٨}$ ، $س \to ٨$

ز) $و(س) = \dfrac{س - ٧}{٣ - \sqrt{س + ٢}}$ ، $س \to ٧$

٣) إذا كان ق(س) = س، فجد $\underset{س \to -٣}{\text{نهـــا}} \dfrac{ق^{٢}(س) - ق(٩)}{س + ٣}$

٤) إذا علمت أن $\underset{س \to ٥}{\text{نهـــا}}$ ق(س) = -٧، $\underset{س \to ٥}{\text{نهـــا}}$ هـ(س) = ٢، فبيِّن أن:

$$\underset{س \to ٥}{\text{نهـــا}} \frac{٢ق(س) - ٣هـ(س)}{ق(س) + س + ٧} = -٤$$

٥) إذا كان ق(س) = $\dfrac{١}{س - ٢}$، فجد $\underset{هـ \to ٠}{\text{نهـــا}} \dfrac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$

٦) جد $\underset{س \to ١}{\text{نهـــا}} \dfrac{س^{٢} + س - ٢}{س^{٢} - ١}$

(*) السؤال من أسئلة الاختبارات الدولية

نهايات خارج قسمة اقترانين

س١) أ) $\dfrac{\text{نها}_{س\to٢} ق(س)}{\text{نها}_{س\to٢} هـ(س)} = \dfrac{٣}{٩} = \dfrac{١}{٣}$

ب) $\dfrac{\text{نها}_{س\to٢} هـ(س) + ١}{\text{نها}_{س\to٢} ق(س) + ٢ - ٥} = \dfrac{٩+١}{٣-٣}$

$\dfrac{١٠}{٠} =$ غير موجودة .

س٢) أ) $\text{نها}_{س\to٠} \dfrac{س^٤ + ١}{س + ٨}$

$\dfrac{٠+١}{٠+٨} = \dfrac{١}{٨}$.

ب) $\text{نها}_{س\to١} \dfrac{س^٢ + ٥س}{س - ١} = \dfrac{١+٥}{١-١}$

$= \dfrac{٦}{٠} =$ غير موجودة .

ج) $\text{نها}_{س\to٤} \dfrac{س^٢ - ٣س - ٤}{١٢ - ٣س} = \dfrac{١٦-١٢-٤}{١٢-١٢} = \dfrac{٠}{٠}$

$\text{نها}_{س\to٤} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(س-٤)}}(س+١)}{٣\cancel{(٤-س)}} = \dfrac{-١(٤+١)}{٣}$

$= -\dfrac{٥}{٣}$.

د) $\text{نها}_{س\to٣} \dfrac{س^٣ - ٢٧}{٣س^٢ - ٩س} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\text{نها}_{س\to٣} \dfrac{\cancel{(س-٣)}(س^٢ + ٣س + ٩)}{٣س\cancel{(س-٣)}}$

$\dfrac{٣^٢ + ٣\times٣ + ٩}{٣\times٣} = \dfrac{٢٧}{٩} = ٣$

هـ) $\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{\frac{١}{س-٢} - \frac{١}{٥}}{٢س - ١٤} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ،

$\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{\frac{٥ - (س-٢)}{٥(س-٢)}}{٢س - ١٤} = \text{نها}_{س\to٧} \dfrac{٥ - س + ٢}{٥(س-٢) \times ٢(س-٧)}$

$\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{٧-س}}}{١٠(س-٢)\cancel{(س-٧)}} = \dfrac{-١}{١٠(٧-٢)} = \dfrac{-١}{٥٠}$

و) $\text{نها}_{س\to٨} \dfrac{\sqrt{س+١} - ٣}{س - ٨} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\text{نها}_{س\to٨} \dfrac{\sqrt{س+١} - ٣}{س - ٨} \times \dfrac{\sqrt{س+١} + ٣}{\sqrt{س+١} + ٣}$

$\text{نها}_{س\to٨} \dfrac{س + ١ - ٩}{(س-٨)(\sqrt{س+١} + ٣)} = \text{نها}_{س\to٨} \dfrac{\cancel{س-٨}}{\cancel{(س-٨)}(\sqrt{س+١} + ٣)}$

$\dfrac{١}{\sqrt{٩} + ٣} = \dfrac{١}{٣+٣} = \dfrac{١}{٦}$.

ز) $\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{س - ٧}{٣ - \sqrt{س+٢}} = \dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$.

$\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{س - ٧}{٣ - \sqrt{س+٢}} \times \dfrac{٣ + \sqrt{س+٢}}{٣ + \sqrt{س+٢}}$

$\text{نها}_{س\to٧} \dfrac{(س-٧)(٣ + \sqrt{س+٢})}{٩ - س - ٢} = \text{نها}_{س\to٧} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(س-٧)}}(٣ + \sqrt{س+٢})}{\cancel{٧-س}}$

$-١(٣ + \sqrt{٩}) = -١(٣+٣)$

$= -٦$

س٣ $د(س) = س$

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \frac{د^{٢}(س) - د(٩)}{س + ٣} =$$

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \frac{س^{٢} - ٩}{س + ٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$ نحلل البسط.

$$\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \frac{(س - ٣)\cancel{(س + ٣)}}{\cancel{س + ٣}} = -٣ - ٣ = -٦$$

س٤ $\underset{س \to ٥}{\text{نها}} د(س) = -٧$ ، $\underset{س \to ٥}{\text{نها}} هـ(س) = ٢$

بين أن

$$\underset{س \to ٥}{\text{نها}} \frac{٢د(س) - ٣هـ(س)}{د(س) + س + ٧} = -٤$$

$$= \frac{٢\underset{س \to ٥}{\text{نها}} د(س) - ٣\underset{س \to ٥}{\text{نها}} هـ(س)}{\underset{س \to ٥}{\text{نها}} د(س) + ٥ + ٧}$$

$$\frac{٢ \times -٧ - ٣ \times ٢}{-٧ + ٥ + ٧} = \frac{-١٤ - ٦}{٥}$$

$$= \frac{-٢٠}{٥} = -٤$$

س٥ $$\underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$$

$$\underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{\frac{١}{س + هـ - ٢} - \frac{١}{س - ٢}}{هـ}$$

$$\underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{\frac{س - ٢}{(س + هـ - ٢)(س - ٢)} - \frac{(س + هـ - ٢)}{(س - ٢)(س + هـ - ٢)}}{هـ}$$

$$\underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{\cancel{س} - \cancel{٢} - \cancel{س} - هـ + \cancel{٢}}{(س + هـ - ٢)(س - ٢) \times هـ}$$

$$\underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{-\overset{١}{\cancel{هـ}}}{(س + هـ - ٢)(س - ٢) \times \cancel{هـ}} = \underset{هـ \to ٠}{\text{نها}} \frac{-١}{(س + هـ - ٢)(س - ٢)}$$

$$= \frac{-١}{(س - ٢)(س - ٢)} = \frac{-١}{(س - ٢)^{٢}}$$

س٦ $$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \frac{س^{٢} + س - ٢}{س^{٢} - ١} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$ نحلل

$$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \frac{\cancel{(س - ١)}(س + ٢)}{\cancel{(س - ١)}(س + ١)}$$

$$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \frac{س + ٢}{س + ١} =$$

$$\frac{١ + ٢}{١ + ١} = \frac{٣}{٢}.$$

الأسئلة

١) إذا علمت أن $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـــا}}\ \text{ق(س)} = -٦٤$، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـــا}}\ \sqrt[٣]{\text{ق(س)}}$

ب) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـــا}}\ \sqrt{\text{ق(س)}}$

جـ) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـــا}}\left(\sqrt[٣]{\text{ق(س)}} + \text{س}^{٢} + ٥\text{س} - ٣\right)$

د) $\underset{\text{س} \to ٣}{\text{نهـــا}}\left(\sqrt[٥]{\frac{\text{ق(س)}}{٢}} + \text{س} - ٥\right)$

٢) جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $\underset{\text{س} \to ٣^{+}}{\text{نهـــا}}\ \sqrt{\text{س} - ٣}$

ب) $\underset{\text{س} \to -٥}{\text{نهـــا}}\left(\sqrt[٣]{٣ - \text{س}} + \text{س}^{٢} - ٤\right)$

جـ) $\underset{\text{س} \to -٢}{\text{نهـــا}}\ \sqrt[٣]{٤ - \text{س}^{٢}}$

د) $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـــا}}\ \sqrt[٤]{٤ - \text{س}^{٢}}$

س١ $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\ \text{ق(س)} = -٦٤$

أ) $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\sqrt[٣]{\text{ق(س)}} = \sqrt[٣]{\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\ \text{ق(س)}}$

$= \sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

ب) $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\sqrt{\text{ق(س)}} = \sqrt{-٦٤} = \text{غير موجودة}$

جـ) $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\left(\sqrt[٣]{\text{ق(س)}} + \text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٣\right) =$

$\sqrt[٣]{\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\ \text{ق(س)}} + ٣^٢ + ٥\times ٣ - ٣$

$\sqrt[٣]{-٦٤} + ٩ + ١٥ - ٣ =$

$-٤ + ٢١ = ١٧ .$

د) $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}}\left(\sqrt[٥]{\frac{\text{ق(س)}}{٢}} + \text{س} - ٥\right)$

$= \sqrt[٥]{\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\frac{\text{ق(س)}}{٢}} + ٣ - ٥ =$

$= \sqrt[٥]{\frac{-٦٤}{٢}} - ٢$

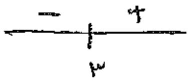
$= \sqrt[٥]{-٣٢} - ٢$

$-٢ - ٢ = -٤$

س٢ $\underset{\text{س}\to ٣^+}{\text{نها}}\sqrt{\text{س} - ٣}$ (أ

نبحث في إشارة الاقتران س − ٣

$\text{س} - ٣ = \text{صفر} \Leftarrow \text{س} = ٣$



$\underset{\text{س}\to ٣^+}{\text{نها}}\sqrt{\text{س} - ٣} = \text{صفر} .$

ب) $\underset{\text{س}\to -٥}{\text{نها}}\left(\sqrt[٣]{٣ - \text{س}} + \text{س}^٢ - ٤\right) =$

$\sqrt[٣]{٣ - -٥} + (-٥)^٢ - ٤ = \sqrt[٣]{٨} + ٢٥ - ٤$

$٢ + ٢١ = ٢٣$

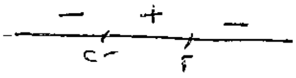
جـ) $\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}}\sqrt[٣]{٤ - \text{س}^٢} = \sqrt[٣]{٤ - ٤} = \sqrt[٣]{\text{صفر}}$

$= \text{صفر} .$

د) $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}}\sqrt[٤]{٤ - \text{س}^٢}$ نبحث اشارة ٤ − س²

$٤ - \text{س}^٢ = ٠ \Leftarrow \text{س}^٢ = ٤$

$\Leftarrow \text{س} = \pm ٢$



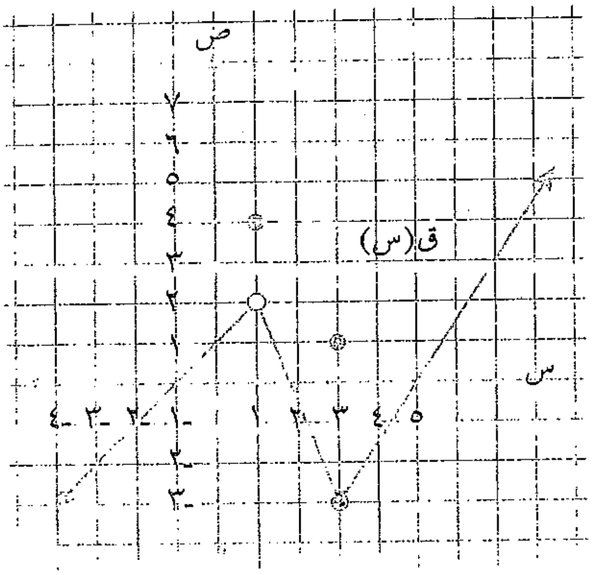
نجد النهاية من اليمين ومن اليسار حول س = ٢

$\underset{\text{س}\to ٢^+}{\text{نها}}\sqrt[٤]{٤ - \text{س}^٢} = \text{غير موجودة} .$

$\underset{\text{س}\to ٢^-}{\text{نها}}\sqrt[٤]{٤ - \text{س}^٢} = \text{صفر} .$

$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}}\sqrt[٤]{٤ - \text{س}^٢} = \text{غير موجودة} .$

الأسئلة



الشكل (١-١٥).

١) اعتمادًا على الشكل (١-١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية، حدد قيم س التي يكون الاقتران ق عندها غير متصل.

٣

٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ - ١ & ، س < ١ \\ ٢س & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ١

٣) إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{٥}{س + ١} & ، س \neq ١ \\ ٣ & ، س = ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران هـ عندما س = ١

٤) إذا علمت أن $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٣ & ، س < -١ \\ ٥ - س & ، -١ \leq س < ١ \\ س^٣ + ٣ & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران ق عندما:

أ) س = ١ ب) س = −١

٥) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{٣ - س}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ م س + ٢ & ، س = ٣ \end{cases}$

وكان الاقتران ق متصلًا عندما س = ٣، فجد قيمة الثابت م.

س١ قيم س التي يكون عندها الاقتران
غير متصل هي س = ١ ، س = ٣

س٢ ① ق(١) = ٢ × ١ = ٢

٢) نها ق(س) = ٢ × ١ = ٢
س ← ١⁺

نها ق(س) = ١ − ١ = صفر
س ← ١⁻

⇐ نها ق(س) غير موجودة ⇐
س ← ١

ق(س) غير متصل عند س = ١

س٣ ١) هـ(١) = ٣

٢) نها هـ(س) = ٥/(١+١) = ٥/٢
س ← ١

٣) نها هـ(س) ≠ هـ(١) .
س ← ١

∴ هـ غير متصل عند س = ١

س٤ $\boxed{أ}$ عند س = ١

١) ق(١) = $١^٣$ + ٣ = ٤

٢) نها ق(س) = ٤
س ← ١⁺

نها ق(س) = ٥ − ١ = ٤
س ← ١⁻

نها ق(س) = ٤ .
س ← ١

٣) نها ق(س) = ق(١)
س ← ١

∴ ق(س) متصل عند س = ١ .

$\boxed{ب}$ عند س = −١

١) ق(−١) = ٥ − −١ = ٦

٢) نها ق(س) = ٦
س ← −١⁺

نها ق(س) = ١ + ٣ = ٤
س ← −١⁻

} ⇐ نها ق(س) = غير موجودة
س ← −١

∴ ق(س) غير متصل عند س = −١ .

س٥ ق متصل عند س = ٣ ⇐

نها ق(س) = ق(٣)
س ← ٣

نها $\frac{\overset{-١}{\cancel{٣ - س}}}{\cancel{س - ٣}}$ = أ × ٣ + ٢
س ← ٣

نها −١ = ٣أ + ٢
س ← ٣

−١ = ٣أ + ٢
−٢   −٢

٣أ/٣ = −٣/٣

أ = −١ .

٦) إذا كان هـ (س) =

$$\begin{cases} \text{س} + \text{أ} & \text{،}\ \text{س} < ٢ \\ ٨ & \text{،}\ \text{س} = ٢ \\ \text{ب س} + ٦ & \text{،}\ \text{س} > ٢ \end{cases}$$

وكان الاقتران هـ متصلًا عندما س = ٢، فجد قيمة كل من الثابتين: أ ، ب.

٧) إذا كان ل (س) =

$$\begin{cases} \text{أس} - \text{ب} & \text{،}\ \text{س} < ١ \\ ٤ & \text{،}\ \text{س} = ١ \\ \text{أس}^{٣} + \text{ب} + ٢ & \text{،}\ \text{س} > ١ \end{cases}$$

وكان الاقتران ل متصلا عندما س = ١، فجد قيمة كل من الثابتين: أ، ب.

٨) إذا كان الاقتران ق متصلًا عندما س = ٢، وكانت $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نها}}$ ٢ق(س) + س = ٦ ، فجد قيمة ق(٢).

س٦ هـ متصل عند س = ٢ ⇐

$\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نها}}\, هـ(س) = \underset{س \to ٢^{-}}{\text{نها}}\, هـ(س) = هـ(٢)$

$\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نها}}\, هـ(س) = هـ(٢)$

$\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نها}}\, ب س + ٦ = ٨$

$\underset{-٦}{٢ب + ٦} = \underset{-٦}{٨} \Leftarrow \frac{٢ب}{٢} = \frac{٢}{٢}$

$\Leftarrow \boxed{ب = ١}$

$\underset{س \to ٢^{-}}{\text{نها}}\, هـ(س) = هـ(٢)$

$\underset{س \to ٢^{-}}{\text{نها}}\, (س + أ) = ٨$

$٢ + أ = ٨ \Leftarrow \boxed{أ = ٦}$

س٧ ل متصل عندما س = ١

$\underset{س \to ١^{+}}{\text{نها}}\, ل(س) = \underset{س \to ١^{-}}{\text{نها}}\, ل(س) = ل(١)$

$\underset{س \to ١^{+}}{\text{نها}}\, ل(س) = ل(١)$.

$أ + ب + \underset{-٢}{٢} = \underset{-٢}{٤} \Leftarrow أ + ب = ٢$ --- ①

$\underset{س \to ١^{-}}{\text{نها}}\, ل(س) = ل(١)$

$أ - ب = ٤$ --- ②

بجمع المعادلتين ① + ② ،

$$\begin{array}{r} أ + ب = ٢ \\ + \quad أ - ب = ٤ \\ \hline \end{array}$$

$\frac{٢أ}{٢} = \frac{٦}{٢} \Leftarrow \boxed{أ = ٣}$.

نعوض في معادلة ①

$أ + ب = ٢$

$\underset{-٣}{٣} + ب = \underset{-٣}{٢} \Leftarrow \boxed{ب = -١}$

س٨ م متصل عند س = ٢ ⇐

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) = م(٢)$.

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, ٢ م(س) + س = ٦$

$٢ \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) + \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, س = ٦$

$٢ \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) + \underset{-٢}{٢} = \underset{-٢}{٦}$

$\frac{٢}{٢} \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) = \frac{٤}{٢}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) = ٢$

$\therefore م(٢) = \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\, م(س) = ٢$.

الأسئلة

١) إذا كان ق(س) = ٥س^{٢} + ٥س − ١ ، هـ(س) =

$$\begin{cases} \text{س} + ٩ & \text{، س} \le ٢ \\ ٥\text{س} + ١ & \text{، س} > ٢ \end{cases}$$

وكان ل(س) = ٢ق(س) + هـ(س)، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ٢

٢) إذا كان ق(س) = ٥ س^{٢} + ٤ ، هـ(س) =

$$\begin{cases} \text{س} + ٤ & \text{، س} < ٠ \\ ٤ - \text{س}^{٣} & \text{، س} \ge ٠ \end{cases}$$

وكان ل(س) = (ق × هـ) (س)، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ٠

٣) إذا كان ق(س) =

$$\begin{cases} ٥ - \text{س} & \text{، س} < ٥ \\ \text{س} - ٥ & \text{، س} \ge ٥ \end{cases}$$

، هـ(س) = $\dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$ ،

فابحث اتصال (ق × هـ) (س) عندما س = ٥

٤) إذا كان (ق + هـ) (س) متصلًا عندما س = أ، فهل نستنتج أن كلًّا من ق، هـ متصل عندما س = أ ؟ برِّر إجابتك.

٥) جد قيم س (إن وجدت) التي لا يكون عندها كل اقتران مما يأتي متصلًا:

أ) ق(س) = س^{٣} + ١

ب) هـ(س) = $\dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$

جـ) ل(س) = $\dfrac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ١} + \dfrac{٥}{\text{س}}$

د) $\text{م(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٣} + ٣ & \text{، س} < ٢ \\ ٦ - \text{س} & \text{، س} \geq ٢ \end{cases}$

عند نقطة التشعب
نبحث الاتصال عند س = ٢

٦) إذا كان ق(س) = س + ٣ ، هـ(س) = $\dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٩}$ ، وكان

ل(س) = ق(س) × هـ(س)، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ٣

حل $\text{ل}(\text{س}) = ٢\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س})$

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} ١٠\text{س}^٢ + ١٠\text{س} - ٢ + \text{س} + ٩ \text{ ، } \text{س} \leq ٢ \\ ١٠\text{س}^٢ + ١٠\text{س} - ٢ + ٥\text{س} + ١ \text{ ، } \text{س} > ٢ \end{cases}$$

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} ١٠\text{س}^٢ + ١١\text{س} + ٧ \text{ ، } \text{س} \leq ٢ \\ ١٠\text{س}^٢ + ١٥\text{س} - ١ \text{ ، } \text{س} > ٢ \end{cases}$$

١) $\text{ل}(٢) = ١٠(٢)^٢ + ١١ \times ٢ + ٧$
$= ٤٠ + ٢٢ + ٧ = ٦٩$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٢^-} \text{ل}(\text{س}) = ٦٩$

$\lim_{\text{س} \to ٢^+} \text{ل}(\text{س}) = ١٠(٢)^٢ + ١٥(٢) - ١$
$= ٤٠ + ٣٠ - ١ = ٦٩$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to ٢} \text{ل}(\text{س}) = ٦٩$

٣) $\lim_{\text{س} \to ٢} \text{ل}(\text{س}) = \text{ل}(٢)$.

$\therefore$ ل(س) متصل عند س = ٢ .

حل ٢

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} (٥\text{س}^٢ + ٤)(\text{س} + ٤) \text{ ، } \text{س} < ٠ \\ (٥\text{س}^٢ + ٤)(٤ - \text{س}^٣) \text{ ، } \text{س} \geq ٠ \end{cases}$$

١) $\text{ل}(٠) = (٠ + ٤)(٤ - ٠) = ٤ \times ٤ = ١٦$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{ل}(\text{س}) = ١٦$

$\lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{ل}(\text{س}) = (٥(٠)^٢ + ٤)(٠ + ٤)$
$= ١٦$

$\lim_{\text{س} \to ٠} \text{ل}(\text{س}) = ١٦$.

٣) $\lim_{\text{س} \to ٠} \text{ل}(\text{س}) = \text{ل}(٠)$

$\therefore$ ل(س) متصل عند س = صفر .

حل ٣

$$\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} (٥ - \text{س})\left(\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ - ٢٥}\right) \text{ ، } \text{س} < ٥ \\ (\text{س} - ٥)\left(\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ - ٢٥}\right) \text{ ، } \text{س} \geq ٥ \end{cases}$$

$$\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} \overset{-١}{\cancel{(٥ - \text{س})}} \frac{(\text{س} - ٣)}{\cancel{(\text{س} - ٥)}(\text{س} + ٥)} \text{ ، } \text{س} < ٥ \\ \cancel{(\text{س} - ٥)} \frac{\text{س} - ٣}{\cancel{(\text{س} - ٥)}(\text{س} + ٥)} \text{ ، } \text{س} \geq ٥ \end{cases}$$

$$\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} - \frac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س} + ٥)} \text{ ، } \text{س} < ٥ \\ \frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٥} \text{ ، } \text{س} \geq ٥ \end{cases}$$

١) $\text{م}(٥) = \frac{٥ - ٣}{٥ + ٥} = \frac{٢}{١٠}$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٥^+} \text{م}(\text{س}) = \frac{٢}{١٠}$

$\lim_{\text{س} \to ٥^-} \text{م}(\text{س}) = -\left(\frac{٥ - ٣}{٥ + ٥}\right) = \frac{-٢}{١٠}$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to ٥} \text{م}(\text{س})$ غير موجودة .

$\therefore$ م(س) غير متصل عند س = ٥ .

س٥ أ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} + ١$

ق كثير حدود متصل لجميع قيم س

∴ لا يوجد نقاط عدم اتصال .

ب) $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$

نجد أصفار المقام

$\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦ = ٠$

$(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢) = ٠$

$\text{س} = ٢ \text{ ، } \text{س} = ٣$

نقاط عدم الاتصال {٢، ٣} .

جـ) $\text{ل}(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ١} + \frac{٥}{\text{س}}$.

$\text{س}^{٢} \underset{+١}{- ١} = \underset{+١}{\text{صفر}} \Leftarrow \sqrt{\text{س}^{٢}} = \sqrt{١}$

$\Leftarrow \text{س} = \pm ١$

$\text{س} = \text{صفر}$

نقاط عدم الاتصال {١، −١، صفر} .

د) $\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ٣ \text{ ، } \text{س} < ٢ \\ ٦ - \text{س} \text{ ، } \text{س} \geq ٢ \end{cases}$

نبحث الاتصال عند نقاط التحول

وهي س = ٢

١) $\text{م}(٢) = ٦ - ٢ = ٤$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٢^{+}} \text{م}(\text{س}) = ٦ - ٢ = ٤$

$\lim_{\text{س} \to ٢^{-}} \text{م}(\text{س}) = ٢^{٣} + ٣ = ١١$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to ٢} \text{م}(\text{س})$ غير موجودة

∴ س = ٢ نقطة عدم اتصال.

س٦

$\text{ل}(\text{س}) = \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)}{(\text{س}^{٢} - ٩)}$

$\text{ل}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}^{٢} - ٩}$

$\text{ل}(\text{س}) = ١$

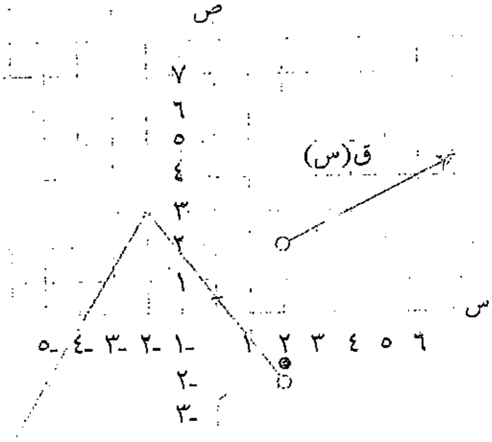
١) $\text{ل}(٣) = ١$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٣} \text{ل}(\text{س}) = ١$

٣) $\lim_{\text{س} \to ٣} \text{ل}(\text{س}) = \text{ل}(٣)$

∴ ل(س) متصل عند س = ٣ .

أسئلة الوحدة



الشكل (١-١٦).

١) اعتمادًا على الشكل (١-١٦) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ق(٢)

ب) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}}$ ق(س)

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س)

د) قيم س التي يكون عندها منحنى الاقتران ق غير متصل

هـ) $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـا}} \left((ق(س))^{٢} - س + ٢ \right)$

٢) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} (ق(س))^{٣} + ٢ = ٢٩$، $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} هـ(س) = -٣$، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + ٢هـ(س) + س \right)$

ب) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) \times هـ(س) \right)$

٣) إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٢أس^{٢} + ب & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س^{٢} - ٤ب - ٦ & ، س > ١ \end{cases}$$

وكان الاقتران ق متصلًا عندما س = ١، فجد قيمة كل من الثابتين: أ، ب.

٤) جد قيمة النهاية (إن وجدت) في كل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

أ) $ق(س) = \sqrt{٣ - س} + \frac{س + ١}{س^{٢} + ١}$ ، $س \leftarrow -١$

ب) $هـ(س) = \frac{س^{٢} - ٥س}{٢س - ١٠}$ ، $س \leftarrow ٥$

جـ) $ل(س) = \frac{س^{٢} - ٢س + ١}{١٢ - ٣س}$ ، $س \leftarrow ١$

د) $م(س) = \frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$ ، $س \leftarrow ٣$

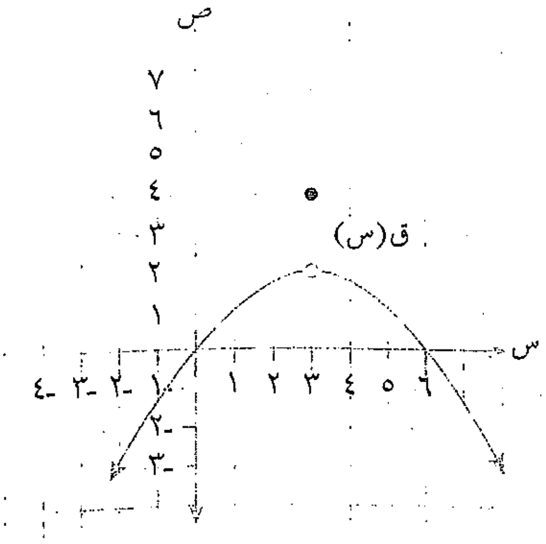
هـ) $ك(س) = \frac{\frac{١}{س - ٢} - \frac{١}{٢}}{٢س - ٨}$ ، $س \leftarrow ٤$

و) $د(س) = \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^{٢} - ٤٩}$ ، $س \leftarrow ٧$

٥) إذا كان $ق(س) = س^{٣} + ٥س$ ، $هـ(س) = \begin{cases} ٥س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٨ + س^{٢} & ، س > ١ \end{cases}$

وكان ل(س) = (ق + هـ) (س) ، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ١

٦) اعتمادًا على الشكل (١–١٧) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ٣



الشكل (١–١٧).

٧) إذا كان كل من الاقترانين: ق ، هـ متصلا عندما س = ٥، وكان هـ(٥) = ٤،

$\lim_{س \leftarrow ٥} \frac{ق(س) + س}{٣\ هـ(س)} = ١$، فجد ق(٥).

٨) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{س} + \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٣س}$ ، فما قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلًا؟

٩) يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان م عددًا ثابتًا، وكان $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـــا}}$ (م $س^{٢}$ − ٤س + ٥) = ٥ ، فإن قيمة م هي:

أ) ١ ب) −١ جـ) ٤ د) −٤

(٢) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـــا}}$ $(س^{٢} - ٤)^{٣}$ تساوي :

أ) −١٢٥ ب) −٢٧ جـ) ١٢٥ د) ٢٧

(٣) إذا كان ق (س) = $\frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٣س + ٢}$ ، فإن قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلًا هي:

أ) {٥، ٠} ب) {−٥، ٠} جـ) {١، ٢} د) {−١، −٢}

(٤) إذا كان هـ (س) = $\begin{cases} س - ١ & ، س \geq ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \\ س^{٢} & ، س < ٢ \end{cases}$ ، فإن $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ هـ (س) =

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) غير موجودة

(٥) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ (٣ ق(س)) = ٩، فإن قيمة $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ $(ق(س))^{٢}$:

أ) ٩ ب) ٨١ جـ) ٢٧ د) ٢

حل أ) ق(٢) = -١٫٥

ب) نها ق(س) = ٢
س ← -١

ج) نها ق(س) غير موجودة
س ← ٢

لأن نها ق(س) = ٢
س ← ٢+

نها ق(س) = -٢
س ← ٢-

د) قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل هي س = ٢

هـ) نها $\left((\text{ق(س)})^{٢} - \text{س} + ٢\right)$
س ← ٠

$(\text{نها ق(س)})^{٢} - ٠ + ٢$
س ← ٠

$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + ٢ = \frac{١}{٤} + ٢$

$\frac{١}{٤} + \frac{٨}{٤} = \frac{٩}{٤}$

س٢ نها $(\text{ق(س)})^{٣} + ٢ = ٢٩$. نجد نها ق(س)
س ← ١ — س ← ١

$(\text{نها ق(س)})^{٣} + ٢ = ٢٩$
س ← ١
-٢ -٢

$(\text{نها ق(س)})^{٣} = ٢٧$
س ← ١

$\sqrt[٣]{(\text{نها ق(س)})^{٣}} = \sqrt[٣]{٢٧}$
س ← ١

$\boxed{\text{نها ق(س)} = ٣}$
س ← ١

نها هـ(س) = -٣
س ← ١

أ) نها (ق(س) + ٢هـ(س) + س) =
س ← ١

نها ق(س) + ٢ نها هـ(س) + ١
س ← ١ — س ← ١

٣ + ٢×-٣ + ١ = ٤-٦
= -٢

ب) نها (ق(س) × هـ(س)) =
س ← ١

نها ق(س) × نها هـ(س)
س ← ١ — س ← ١

٣ × -٣ = -٩ .

س٣ ق متصل عند س = ١

نها ق(س) = نها ق(س) = ق(١)
س ← ١+ — س ← ١-

نها ق(س) = ق(١)
س ← ١+

١ - ٤ب - ٦ = ٧

-٥ - ٤ب = ٧ ⇐ $\frac{-٤\text{ب}}{-٤} = \frac{١٢}{-٤}$
+٥ +٥

⇐ $\boxed{\text{ب} = -٣}$

نها ق(س) = ق(١)
س ← ١-

٢أ + -٣ = ٧
+٣ +٣

$\frac{٢\text{أ}}{٢} = \frac{١٠}{٢}$

$\boxed{\text{أ} = ٥}$

س٤) أ) $\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}}\left(\sqrt{٣-\text{س}}+\frac{\text{س}+١}{\text{س}^٢+١}\right)$

$$=\sqrt{٣-١}+\frac{-١+١}{١+١}$$

$$=\sqrt{٤}+\frac{\text{صفر}}{٢}=٢+\text{صفر}=٢\ .$$

ب) $\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نها}}\frac{\text{س}^٢-٥\text{س}}{٢\text{س}-١٠}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$$\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نها}}\frac{\text{س}^٢-٥\text{س}}{٢\text{س}-١٠}=\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نها}}\frac{\text{س}\cancel{(\text{س}-٥)}}{٢\cancel{(\text{س}-٥)}}$$

$$\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نها}}\frac{\text{س}}{٢}=\frac{٥}{٢}\ .$$

جـ) $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}}\frac{\text{س}^٢-٢\text{س}+١}{١٢-٣\text{س}}=\frac{١-٢+١}{١٢-٣}$

$$=\frac{\text{صفر}}{٩}=\text{صفر}\ .$$

د) $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\frac{\text{س}^٣-٢٧}{\text{س}-٣}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\frac{\text{س}^٣-٢٧}{\text{س}-٣}=\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}}\frac{(\text{س}-٣)(\text{س}^٢+٣\text{س}+٩)}{\text{س}-٣}$$

$$=٣^٢+٣\times٣+٩$$

$$=٩+٩+٩$$

$$=٢٧$$

هـ) $\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}\frac{\frac{١}{\text{س}-٢}-\frac{١}{٢}}{٢\text{س}-٨}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$$\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}\frac{\frac{٢}{٢\times(\text{س}-٢)}-\frac{\text{س}-٢}{٢(\text{س}-٢)}}{٢\text{س}-٨}$$

$$\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}\frac{\frac{٢-\text{س}+٢}{٢(\text{س}-٢)}}{٢\text{س}-٨}$$

$$\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}\frac{\frac{\overset{-١}{\cancel{٤-\text{س}}}}{٢(\text{س}-٢)}}{٢\cancel{(\text{س}-٤)}}$$

$$\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}\frac{-١}{٤(\text{س}-٢)}=\frac{-١}{٤\times(٤-٢)}=\frac{-١}{٨}$$

و) $\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}}\frac{\sqrt{٣\text{س}+٤}-٥}{\text{س}^٢-٤٩}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$$\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}}\frac{\sqrt{٣\text{س}+٤}-٥}{(\text{س}-٧)(\text{س}+٧)}\times\frac{\sqrt{٣\text{س}+٤}+٥}{\sqrt{٣\text{س}+٤}+٥}$$

$$\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}}\frac{٣\text{س}+٤-٢٥}{(\text{س}-٧)(\text{س}+٧)(\sqrt{٣\text{س}+٤}+٥)}$$

$$\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}}\frac{٣\text{س}-٢١}{(\text{س}-٧)(\text{س}+٧)(\sqrt{٣\text{س}+٤}+٥)}$$

$$\underset{\text{س}\to ٧}{\text{نها}}\frac{٣\cancel{(\text{س}-٧)}}{\cancel{(\text{س}-٧)}(\text{س}+٧)(\sqrt{٣\text{س}+٤}+٥)}$$

$$\frac{٣}{(٧+٧)(\sqrt{٢٥}+٥)}=\frac{٣}{١٤\times١٠}=\frac{٣}{١٤٠}$$

س٥ $\text{ل(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٣} + \text{٥س} + \text{٥س} + ٤ \text{ ، س} \leq ١ \\ \text{س}^{٣} + \text{٥س} + ٨ + \text{س}^{٢} \text{ ، س} > ١ \end{cases}$

$= \begin{cases} \text{س}^{٣} + \text{١٠س} + ٤ \text{ ، س} \leq ١ \\ \text{س}^{٣} + \text{س}^{٢} + \text{٥س} + ٨ \text{ ، س} > ١ \end{cases}$

١) ل(١) = ١ + ١٠ + ٤ = ١٥

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ١^{-}}{\text{نها}}\ \text{ل(س)} = ١٥$

$\underset{\text{س} \leftarrow ١^{+}}{\text{نها}}\ \text{ل(س)} = ١ + ١ + ٥ + ٨ = ١٥$

$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}}\ \text{ل(س)} = ١٥$

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}}\ \text{ل(س)} = \text{ل(١)}$.

∴ ل(س) متصل عند س = ١

س٦ ١) ن(٣) = ٤

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نها}}\ \text{ن(س)} = ٢$

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نها}}\ \text{ن(س)} \neq \text{ن(٣)}$

∴ ن(س) غير متصل عند س = ٣

س٧ ن متصل عند س = ٥ ⟸ $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \text{ن(س)} = \text{ن(٥)}$.

هـ متصل عند س = ٥ ⟸ $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \text{هـ(س)} = \text{هـ(٥)}$.

$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \frac{\text{ن(س)} + \text{س}}{\text{٣ هـ(س)}} = ١$

$\frac{\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \text{ن(س)} + \underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \text{س}}{\text{٣}\ \underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}\ \text{هـ(س)}} = ١$

$\frac{\text{ن(٥)} + ٥}{\text{٣ هـ(٥)}} = ١$

$\frac{\text{ن(٥)} + ٥}{٣ \times ٤} = ١$

$\frac{\text{ن(٥)} + ٥}{١٢} = ١$

ن(٥) + ٥ = ١٢
 −٥ −٥

$\boxed{\text{ن(٥)} = ٧}$

س٨ ق(س) = $\frac{١}{س} + \frac{س-٣}{س^٢-٣س}$

نجد أصفار المقام

$\boxed{س = ٠}$

$س^٢ - ٣س = ٠ \Leftarrow س(س-٣) = ٠$

$\boxed{س = ٠}$ ، $\boxed{س = ٣}$

نقاط عدم الاتصال {٠ ، ٣}

س٩ (١) $\underset{س \to ١}{\text{نها}} (أس^٢ - ٤س + ٥) = ٥$

$أ - ٤ + ٥ = ٥$

$\underset{-١}{أ + ١} = \underset{-١}{٥} \Leftarrow \boxed{أ = ٤}$ ⓙ ج

(٢) $\underset{س \to -١}{\text{نها}} (س^٢ - ٤)^٣ = ((-١)^٢ - ٤)^٣$

$= (١ - ٤)^٣ = (-٣)^٣ = \boxed{-٢٧}$ ب

(٣) ق(س) = $\frac{س^٢ - ٥س}{س^٢ - ٣س + ٢}$

نجد أصفار المقام

$س^٢ - ٣س + ٢ = $ صفر

$(س - ٢)(س - ١) = $ صفر

س = ٢ ، س = ١

{٢ ، ١} ج

(٤) $\underset{س \to ٢^+}{\text{نها}}$ هـ(س) $= ٢^٢ = ٤$

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نها}}$ هـ(س) $= ٢ - ١ = ١$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ هـ(س) = غير موجودة د

(٥) $\underset{س \to ٢}{\text{نها}} (٣ ق(س)) = ٩$

$\frac{٣}{٣} \underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س) $= \frac{٩}{٣}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س) $= ٣$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}} (ق(س))^٢ = (\underset{س \to ٢}{\text{نها}} ق(س))^٢$

$= ٣^٢$

$= ٩$ أ