حل تدريبات الكتاب

الرياضيات

الوحدة الأولى

النهايات والاتصال

للصف الثاني الثانوي العلمي

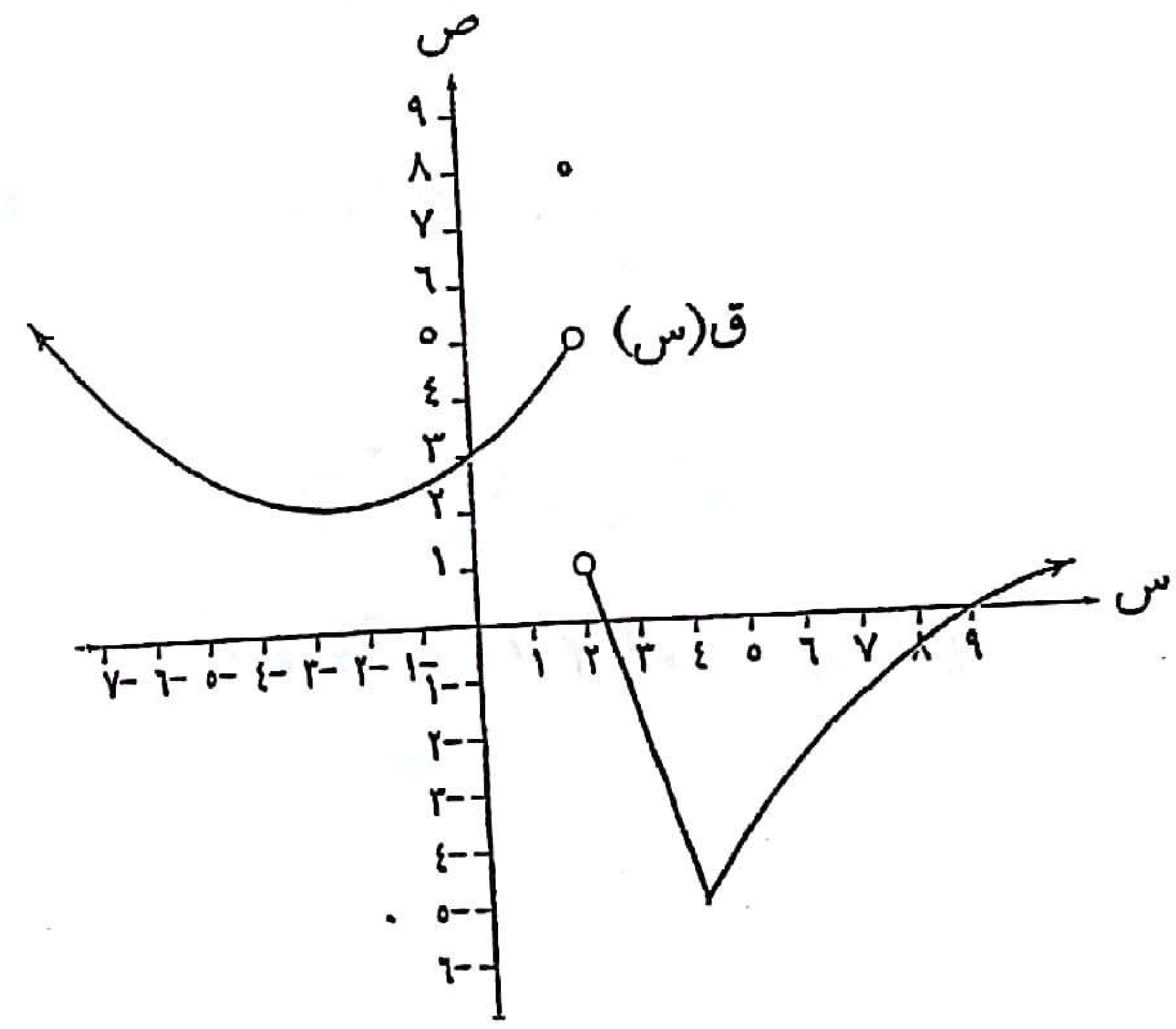
إعداد

المعلمة ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

حل تدريبات الكتاب المنهاج الجديد:

تدريب (١): بالاعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد كلاً مما يأتي إن أمكن:

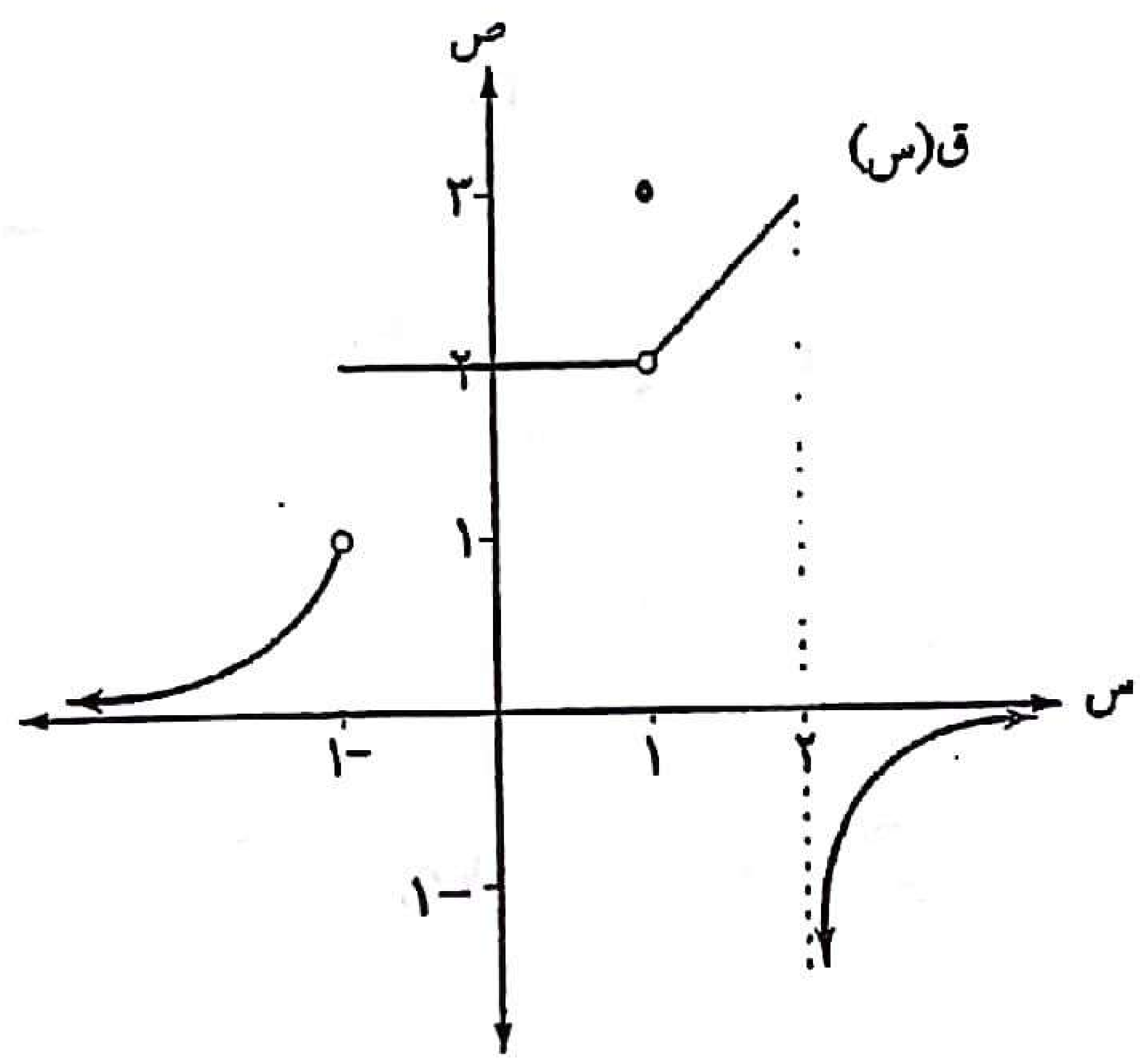


١) نها ق(س) = ١
س←٢⁺

٢) نها ق(س) = ٥
س←٢⁻

٣) نها ق(س) = غير موجودة
س←٢

تدريب (٢): بالاعتماد على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح جد كلاً مما يلي:



١) نها ق(س) = ٢
س←١

٢) نها ق(س) = غير موجودة
س←-١

٣) نها ق(س) = ٢
س←٠

٤) نها ق(س) = ٣
س←٢⁻

تدريب (١): اذا كان $ق(س) = ٢س$ ،

$هـ(س) = س^{٣} + س$ نجد كلاً مما يلي:

١) $\underset{س \leftarrow ٢-}{نها} \left(ق(س) + هـ(س) \times س \right)$

الحل: $\underset{س \leftarrow ٢-}{نها} ق(س) + \underset{س \leftarrow ٢-}{نها} هـ(س) \times \underset{س \leftarrow ٢-}{نها} س$

$= ٢ \times ٢^{-} + \left((٢^{-})^{٣} + ٢^{-} \right) \times ٢^{-}$

$= ٤^{-} + ١٠^{-} \times ٢^{-} = ٤^{-} + ٢٠$

$= ١٦$

٢) $\underset{س \leftarrow ١}{نها} \dfrac{ق(س)}{هـ(س)} = \dfrac{٢ \times ١}{١^{٣} + ١} = \dfrac{٢}{٢}$

$= ١$

٣) $\underset{س \leftarrow ١}{نها} \left(\sqrt{ق(س)} + ٣\sqrt{هـ(س)} \right) + ١٥$

$\sqrt{٢ \times ١} + ٣\sqrt{١ + ١} + ١٥$

$\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} + ١٥$

$٤\sqrt{٢} + ١٥$

تدريب (٢): جد كلاً مما يأتي:

١) $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} |س - ١٨| = |٠ - ١٨|$

$= |١٨^{-}|$

$= ٨$

تعويض مباشر لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتران ما داخل المطلق

٢) $\underset{س \leftarrow ١٦}{نها} |س - ١٦|$ نعيد التعريف

$س - ١٦ = صفر \leftarrow س = ١٦$

$|س - ١٦| = \begin{cases} س - ١٦ \text{ ، } س \geq ١٦ \\ ١٦ - س \text{ ، } س < ١٦ \end{cases}$

$\underset{س \leftarrow ^{+}١٦}{نها} |س - ١٦| = صفر$

$\underset{س \leftarrow ^{-}١٦}{نها} |س - ١٦| = صفر$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ١٦}{نها} |س - ١٦| = صفر$

٣) $\underset{س \leftarrow ٤}{نها} |س^{٢} - ١٦|$ نعيد التعريف

$س^{٢} - ١٦ = صفر \leftarrow س = ٤^{\mp}$

$س^{٢} - ١٦$	$١٦ - س^{٢}$	$س^{٢} - ١٦$
+	- -	+

٤^{-} ، ٤

$\underset{س \leftarrow ^{+}٤}{نها} |س^{٢} - ١٦| = صفر$

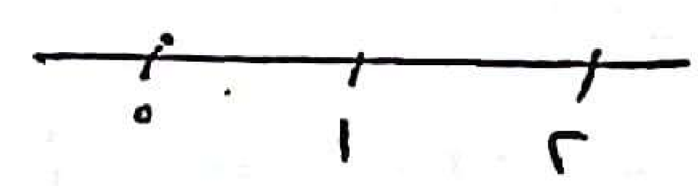
$\underset{س \leftarrow ^{-}٤}{نها} |س^{٢} - ١٦| = صفر$

$\Leftarrow \underset{س \leftarrow ٤}{نها} |س^{٢} - ١٦| = صفر$

تدريب ٣ : جد كلاً من النهايات الآتية :

١) نهـا (س←١) [س − ٢] نعيد التعريف حول النقطة س = ١

ل = ١ / (معامل س) = ١



[س − ٢] = { −١ ، ١ ≤ س < ٢
−٢ ، ٠ ≤ س < ١

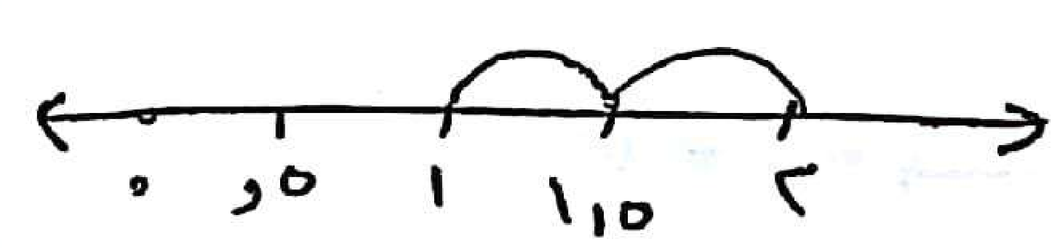
نهـا (س←١⁺) [س − ٢] = −١

⟸ نهـا (س←١) [س − ٢] غير موجودة

نهـا (س←١⁻) [س − ٢] = −٢

٢) نهـا (س←١,٥) [٤ − ٢س]

ل = ١/٢



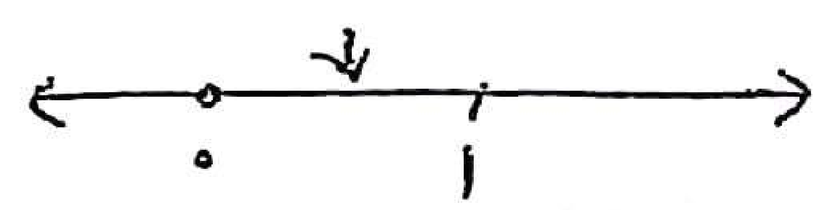
[٤ − ٢س] = { صفر ، ١,٥ < س ≤ ٢
١ ، ١ < س ≤ ١,٥

نهـا (س←١,٥⁺) [٤ − ٢س] = صفر

نهـا (س←١,٥⁻) [٤ − ٢س] = ١

⟸ نهـا (س←١,٥) [٤ − ٢س] = غير موجودة .

٣) نهـا (س←٠,١) [س + ١]



ل = ١

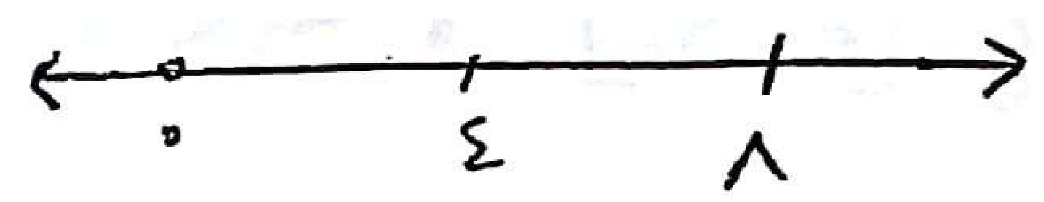
[س + ١] = { ١ ، ٠ ≤ س < ١ } .

نهـا (س←٠,١) [س + ١] = ١ .

٤) نهـا (س←٤) [٠,٢٥ س]

٠,٢٥ = ١/٤

ل = ١ / (١/٤) = ٤



[٠,٢٥ س] = { ٠ ، ٠ ≤ س < ٤
١ ، ٤ ≤ س < ٨

نهـا (س←٤⁺) [٠,٢٥ س] = ١

نهـا (س←٤⁻) [٠,٢٥ س] = صفر

⟸ نهـا (س←٤) [٠,٢٥ س] = غير موجودة .

تدريب ٤ : اذا كان

ق(س) = [٢ − س] فأجب عن كل مما يأتي :

١) جد قيم أ التي تجعل نهـا (س ← أ) ق(س) غير موجودة

٢) جد قيم جـ التي تجعل نهـا (س ← جـ) ق(س) = −١

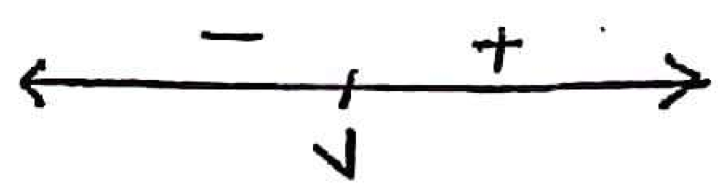
الحل: ١) قيم أ هي جميع قيم أ حيث
أ ∈ ص

٢) قيم جـ هي (٢ ، ٣)

تدريب ٥ : جد كلاً من النهايات الآتية :

١) نهـا (س ← ٧) √(س − ٧)

س − ٧ = صفر ← س = ٧



نهـا (س ← ٧⁺) √(س − ٧) = صفر

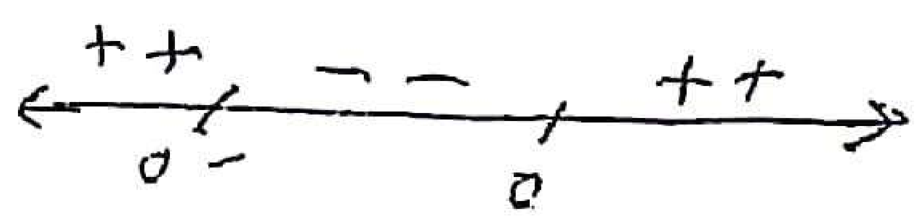
نهـا (س ← ٧⁻) √(س − ٧) = غير موجودة

⇐ نهـا (س ← ٧) √(س − ٧) غير موجودة

٢) نهـا (س ← ٥) √(س − ٧) = غير موجودة

٣) نهـا (س ← ٥) √(س² − ٢٥)

س² − ٢٥ = ٠ ← س = ∓٥



نهـا (س ← ٥⁺) √(س² − ٢٥) = صفر

نهـا (س ← ٥⁻) √(س² − ٢٥) = غير موجودة

نهـا (س ← ٥) √(س² − ٢٥) = غير موجودة

٤) نهـا (س ← −٧) √(س² − ٢٥) = √(٤٩ − ٢٥)

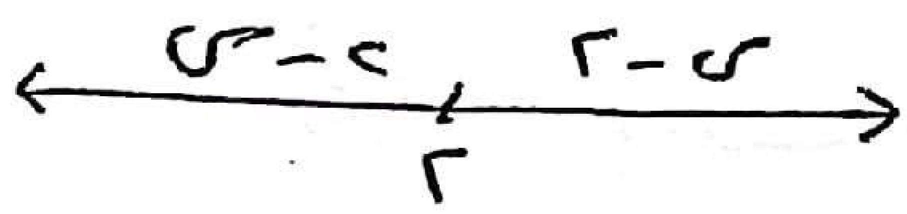
= √٢٤

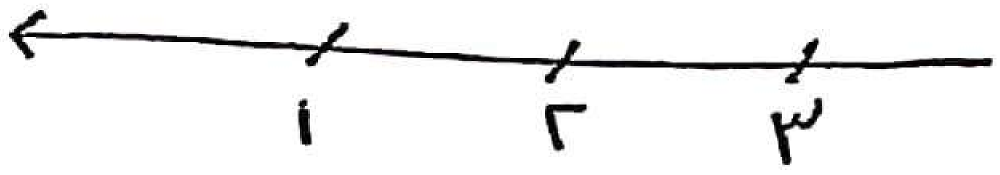
تدريب ٦ :

ق(س) = { |س − ٢| ، س ≥ ٢
[٦ − س] ، س < ٢ }

جد نهـا (س ← ٢) ق(س) .

س − ٢ = صفر ⇐ س = ٢





[٦ − س] = { ٣ ، ٢ < س ≤ ٣
٤ ، ١ < س ≤ ٢ }

ق(س) = { س − ٢ ، س > ٢
٤ ، ١ < س ≤ ٢ }

نهـا (س ← ٢⁺) ق(س) = صفر

نهـا (س ← ٢⁻) ق(س) = ٤

⇐ نهـا (س ← ٢) ق(س) = غير موجودة

تدريب ٧ : اذا كانت

ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [٤ − س]

نجد كلاً مما يلي :

١) نها ق(س) عندما س ← ١

٢) نها ل(س) عندما س ← ١

٣) نها (ق(س) + ل(س)) عندما س ← ١

الحل: ق(س) = [س + ٥]

١) ل = ١

[س + ٥] = { ٦ ، ١ ≤ س < ٢
٥ ، ٠ ≤ س < ١ }

نها ق(س) عندما س ← ١+ = ٦

نها ق(س) عندما س ← ١− = ٥

⟸ نها ق(س) عندما س ← ١ غير موجودة .

٢) ل(س) = [٤ − س]

[٤ − س] = { ٢ ، ١ < س ≤ ٢
٣ ، ٠ < س ≤ ١ }

نها ل(س) عندما س ← ١+ = ٢

نها ل(س) عندما س ← ١− = ٣

⟸ نها ل(س) عندما س ← ١ = غير موجودة

٣) ق(س) + ل(س) = { ٨ ، ١ < س < ٢
٨ ، ٠ < س < ١
٩ ، س = ١ }

نها (ق(س) + ل(س)) عندما س ← ١+ = ٨

نها (ق(س) + ل(س)) عندما س ← ١− = ٨

⟸ نها (ق(س) + ل(س)) عندما س ← ١ = ٨

* لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد تطبيق عملية حسابية عليها .

تدريب ١ : جد كلاً من النهايات الآتية :

1) $\lim\limits_{\text{س}\to -5} \frac{\text{س}^2 + 3\text{س} - 10}{\text{س}+5} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to -5} \frac{\cancel{(\text{س}+5)}(\text{س}-2)}{\cancel{\text{س}+5}} = -5-2$

$= -7$

2) $\lim\limits_{\text{س}\to 3} \frac{\text{س}^2+1}{\text{س}-3} = \frac{9+1}{3-3}$

$= \frac{10}{\text{صفر}}$ غير موجودة

تدريب ٢ : جد كلاً من النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{\text{س}\to 5} \left(\frac{2}{\text{س}} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{\text{س}^2-25}\right) = \div$

$= \lim\limits_{\text{س}\to 5} \left(\frac{2}{\text{س}} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{\text{س}^2-25}\right)$

$\lim\limits_{\text{س}\to 5} \left(\frac{10-2\text{س}}{5\text{س}}\right)\left(\frac{1}{(\text{س}-5)(\text{س}+5)}\right)$

$\lim\limits_{\text{س}\to 5} \left(\frac{2\overset{-1}{\cancel{(5-\text{س})}}}{5\text{س}}\right)\left(\frac{1}{(\text{س}+5)\cancel{(\text{س}-5)}}\right)$

$\lim\limits_{\text{س}\to 5} \frac{-2}{5\text{س}\,(\text{س}+5)} = \frac{-2}{(5\times5)(5+5)}$

$= \frac{-2}{25\times10} = \frac{-2}{250}$

2) $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \frac{\text{س}-2}{\sqrt{\text{س}+34} - 6}$ ناتج التعويض $\div$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2} \frac{\text{س}-2}{\sqrt{\text{س}+34} - 6} \times \frac{\sqrt{\text{س}+34} + 6}{\sqrt{\text{س}+34} + 6}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2} \frac{(\text{س}-2)(\sqrt{\text{س}+34} + 6)}{\text{س}+34-36}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2} \frac{\cancel{(\text{س}-2)}(\sqrt{\text{س}+34} + 6)}{\cancel{(\text{س}-2)}} = 6+6 = 12$

3) $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س}^2+1} - \sqrt{1-2\text{س}^2}}{\text{س}^2} \times \frac{\sqrt{\text{س}^2+1} + \sqrt{1-2\text{س}^2}}{\sqrt{\text{س}^2+1} + \sqrt{1-2\text{س}^2}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س}^2+1 - (1-2\text{س}^2)}{\text{س}^2\left(\sqrt{\text{س}^2+1} + \sqrt{1-2\text{س}^2}\right)}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س}^2 + \cancel{1} - \cancel{1} + 2\text{س}^2}{\text{س}^2\left(\sqrt{\text{س}^2+1} + \sqrt{1-2\text{س}^2}\right)}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{3\cancel{\text{س}^2}}{\cancel{\text{س}^2}\left(\sqrt{\text{س}^2+1} + \sqrt{1-2\text{س}^2}\right)}$

$\frac{3}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} = \frac{3}{2}$

تدريب ٣ : جد كلاً من النهايات الآتية :

1) $\lim\limits_{\text{س}\to 2^+} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2-4}}{\sqrt{\text{س}-2}}$

$\text{س}^2-4=0 \rightarrow \text{س}=\pm 2$ $\quad + \;|\; - \;|\; +$ (عند -2 ، 2)

معرف عن يمين العدد ٢

$\text{س}-2=\text{صفر} \rightarrow \text{س}=2$ $\quad - \;|\; +$ (عند 2)

معرف عن يمين العدد ٢

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س}\to 2^+} \sqrt{\dfrac{\text{س}^2-4}{\text{س}-2}} = \lim\limits_{\text{س}\to 2^+} \sqrt{\dfrac{(\text{س}-2)(\text{س}+2)}{\text{س}-2}}$

$= \lim\limits_{\text{س}\to 2^+} \sqrt{\text{س}+2} = \sqrt{4} = 2$

2) $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2-4}}{\sqrt{\text{س}-2}}$

كل من $\sqrt{\text{س}^2-4}$ ، $\sqrt{\text{س}-2}$ غير معرف

عن يسار العدد ٢

لذلك $\lim\limits_{\text{س}\to 2^-} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2-4}}{\sqrt{\text{س}-2}}$ غير موجودة

ومنه

$\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2-4}}{\sqrt{\text{س}-2}}$ غير موجودة

تدريب ٤ : جد $\lim\limits_{\text{س}\to 7} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+1}-2}{\text{س}-7}$ ناتج التعويض $\dfrac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 7} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+1}-2}{\text{س}-7} \times \dfrac{(\sqrt[3]{\text{س}+1})^2+2\sqrt[3]{\text{س}+1}+4}{(\sqrt[3]{\text{س}+1})^2+2\sqrt[3]{\text{س}+1}+4} =$

$\lim\limits_{\text{س}\to 7} \dfrac{\text{س}+1-8}{(\text{س}-7)(4+4+4)} = \lim\limits_{\text{س}\to 7} \dfrac{\cancel{\text{س}-7}}{\cancel{(\text{س}-7)}(12)}$

$= \dfrac{1}{12}$

تدريب (1): جد كلاً من النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } 7س}{3س} = \frac{7}{3}$

2) $\lim\limits_{س \to \pi} \frac{\text{جا}(س - \pi)}{(س - \pi)} =$

$ص = س - \pi$
$س \to \pi$
$ص \to \text{صفر}$

$\lim\limits_{ص \to 0} \frac{\text{جا } ص}{ص} = 1$

3) $\lim\limits_{س \to 0} \frac{9س}{\text{ظا } س} = 9$

4) $\lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا } س}{س} = \frac{\text{جا } \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$

تدريب 2: جد $\lim\limits_{س \to 0} \frac{س - \text{جا } 3س + \text{ظا } 5س}{3س - \text{ظا}^2 س}$

بالقسمة على س

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{\frac{س}{س} - \frac{\text{جا } 3س}{س} + \frac{\text{ظا } 5س}{س}}{\frac{3س}{س} - \frac{\text{ظا}^2 س}{س}}$

$\frac{1 - 3 + 5}{3 - \lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{ظا } س}{س} \times \text{ظا } س} = \frac{3}{3 - 1 \times 0}$

$= \frac{3}{3} = 1$

تدريب 3: جد كلاً مما يأتي

1) $\lim\limits_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا } س}{س^2} \times \frac{1 + \text{جتا } س}{1 + \text{جتا } س}$

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^2 (1 + \text{جتا } س)} = \lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا}^2 س}{س^2 (1 + \text{جتا } س)}$

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } س}{س} \times \lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } س}{س} \times \lim\limits_{س \to 0} \frac{1}{1 + \text{جتا } س}$

$1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

2) $\lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } 8س + \text{جا } 4س}{س} =$

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } 8س}{س} + \lim\limits_{س \to 0} \frac{\text{جا } 4س}{س} = 8 + 4 = 12$

تدريب 4: جد كلاً مما يأتي

1) $\lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا } س}{س - \frac{\pi}{2}} = \lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - س)}{س - \frac{\pi}{2}}$

$\lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - س)}{-(\frac{\pi}{2} - س)} = -1$

2) $\lim\limits_{س \to 1} \frac{\text{جتا } \frac{\pi}{2} س}{س - 1} = \lim\limits_{س \to 1} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} س)}{س - 1}$

$ص = 1 - س$
$س \to 1$
$ص \to 0$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{\text{جا } \frac{\pi}{2}(1 - س)}{س - 1}$

$\lim\limits_{ص \to 0} \frac{\text{جا } \frac{\pi}{2} ص}{-ص} = -\frac{\pi}{2}$.

تدريب (١):

اذا كان ق(س) = $\frac{|\text{س} - ٤|}{\text{س} + ٤}$ ، س ≠ ٤

فابحث في اتصال ق عند س = ٤ .

الحل: (١) ق(٤) غير معرف ،

ق(س) غير متصل عند س = ٤ .

تدريب (٢):

(١) اذا كان ق(س) = [س] فما مجموعة قيم س التي يكون عندها ق اقتراناً غير متصل؟

الحل: ق(س) غير متصل لكل س ∈ ص لأنه النهاية تكون غير موجودة .

(٢) اقترح قاعدة لاقتران أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصلاً عند س = ١ وغير متصل عند س = ٢

الحل: ق(س) = [$\frac{\text{س}}{٢}$ + ١]

ق(س) = { ١ ، ٠ ≤ س < ٢
          ٢ ، ٢ ≤ س < ٤

عند س = ١

① ق(١) = ١   ② نها ق(س) = ١ (س ← ١)

③ نها ق(س) = ق(١) (س ← ١) ⟸ ق متصل عند س = ١

عند س = ٢

① ق(٢) = ٢   ② نها ق(س) = ٢ (س ← ٢⁺) ، نها ق(س) = ١ (س ← ٢⁻) ⟸ نها ق(س) غير موجودة (س ← ٢)

ق غير متصل عند س = ٢

تدريب (٣):

اذا كان ق(س) = { ٩أ + ب ، س < ٣
                  ٦ ، س = ٣
                  ٣أ − ٢ب ، س > ٣

متصلاً عند س = ٣ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب؟

الحل: نها ق(س) (س ← ٣⁻) = نها ق(س) (س ← ٣⁺) = ق(٣) (لأنه ق متصل عند س = ٣)

نها ق(س) (س ← ٣⁻) = ق(٣)

٩أ + ب = ٦ --- ①

نها ق(س) (س ← ٣⁺) = ق(٣)

٣أ − ٢ب = ٦ --- ②

(٩أ + ب = ٦) × ٢

١٨أ + ٢ب = ١٢

\+ ٣أ − ٢ب = ٦

$\frac{٢١\text{أ}}{٢١} = \frac{١٨}{٢١}$ ⟸ $\boxed{\text{أ} = \frac{٦}{٧}}$

بالتعويض في ①

٩أ + ب = ٦

٩ × $\frac{٦}{٧}$ + ب = ٦

$\frac{٥٤}{٧}$ + ب = ٦ ⟸ ب = ٦ − $\frac{٥٤}{٧}$

ب = $\frac{٤٢ - ٥٤}{٧}$

$\boxed{\text{ب} = \frac{-١٢}{٧}}$

تدريب ٥:

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & ، س < ١ \\ ٣س^٤ & ، س \geq ١ \end{cases}$

$ع(س) = \begin{cases} س^٢ & ، س < ١ \\ |س| & ، س \geq ١ \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} س^٢ & ، س < ١ \\ س & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال (ق×ع) عند س = ١ بالطريقتين

الحل: الطريقة الأولى

١) ق(١) = ٣

٢) $\lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٣$ ، $\lim_{س \to ١^+} ق(س) = ٣$ $\Leftarrow \lim_{س \to ١} ق(س) = ٣$

٣) $\lim_{س \to ١} ق(س) = ق(١)$ ∴ ق متصل عند س = ١

---

١) ع(١) = ١

٢) $\lim_{س \to ١^+} ع(س) = ١$ ، $\lim_{س \to ١^-} ع(س) = ١$ $\Leftarrow \lim_{س \to ١} ع(س) = ١$

٣) $\lim_{س \to ١} ع(س) = ع(١)$ ∴ ع متصل عند س = ١

(ق×ع) متصل عند س = ١

الطريقة الثانية: نجد قاعدة الاقتران ق×ع

$ق×ع = \begin{cases} (١+٢س) × س^٢ & ، س < ١ \\ ٣س^٣ & ، س \geq ١ \end{cases}$

١) (ق×ع)(١) = ٣

٢) $\lim_{س \to ١^+} (ق×ع) = ٣$ ، $\lim_{س \to ١^-} (ق×ع) = ٣$ $\Leftarrow \lim_{س \to ١} (ق×ع) = ٣$

٣) $\lim_{س \to ١} (ق×ع)(س) = (ق×ع)(١)$

∴ (ق×ع)(س) متصل عند س = ١

تدريب ٦: إذا كان $ق(س) = (س - ٥)^٣$ ، $هـ(س) = [س + ٣]$ فابحث في اتصال الاقتران (ق×هـ) عند كل من س = −٣ ، س = ٥ .

الحل: عند س = −٣

$هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$

$(ق×هـ)(س) = \begin{cases} -(س-٥)^٣ & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$

١) (ق×هـ)(−٣) = ٠

٢) $\lim_{س \to -٣^+} (ق×هـ)(س) = ٠$

$\lim_{س \to -٣^-} (ق×هـ)(س) = -(-٧)^٣ = ٣٤٣$

$\Leftarrow \lim_{س \to -٣} (ق×هـ)(س)$ غير موجودة . ∴ ق×هـ غير متصل عند س = −٣

عند س = ٥

$هـ(س) = \begin{cases} ٦ & ، ٤ \leq س < ٥ \\ ٧ & ، ٥ \leq س < ٦ \end{cases}$

$(ق×هـ)(س) = \begin{cases} ٦(س-٥)^٣ & ، ٤ \leq س < ٥ \\ ٧(س-٥)^٣ & ، ٥ \leq س < ٦ \end{cases}$

١) (ق×هـ)(٥) = صفر

٢) $\lim_{س \to ٥^-} (ق×هـ) = $ صفر ، $\lim_{س \to ٥^+} (ق×هـ) = $ صفر $\Leftarrow \lim_{س \to ٥} (ق×هـ) = $ صفر

٣) $(ق×هـ)(٥) = \lim_{س \to ٥} (ق×هـ) = $ صفر $\Leftarrow$ (ق×هـ) متصل عند س = ٥ .

تدريب (١):

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} \text{ ، } ٣ \le \text{س} < ٥ \\ \text{س} + ٢٠ \text{ ، } ٥ \le \text{س} < ٧ \\ ٩ \text{ ، } \text{س} = ٧ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٣، ٧] والفترة [٣، ٧).

الحل: س^٢ كثير حدود متصل على (٣، ٥)

س + ٢٠ كثير حدود متصل على (٥، ٧)

نبحث الاتصال عند الأطراف س = ٣ ، ٧

عند نقاط التحول س = ٥

$\boxed{\text{عند س = ٣}}$

١) ق(٣) = ٩

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ٣^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = ٩

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ٣^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = ق(٣)

∴ ق متصل عند س = ٣

$\boxed{\text{عند س = ٥}}$

١) ق(٥) = ٥ + ٢٠ = ٢٥

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ٥^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = ٢٥

$\underset{\text{س} \leftarrow ٥^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) = ٥^٢ = ٢٥

⇐ $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}$ ق(س) = ٢٥

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}$ ق(س) = ق(٥) ∴ ق متصل عند س = ٥

$\boxed{\text{عند س = ٧}}$

١) ق(٧) = ٩

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ٧^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) = ٢٧

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ٧^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) ≠ ق(٧) ∴ ق غير متصل عند س = ٧

ق متصل على الفترة [٣، ٧)

تدريب ٢:

إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥} \text{ ، } \text{س} \ne ٥ \\ ٥ + \text{س} \text{ ، } \text{س} = ٥ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله

الحل: $\dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥}$ نسبي متصل على مجاله (لأنه صفر المقام لا ينتمي للمجال)

عند س = ٥

١) ل(٥) = ٥ + ٥ = ١٠

٢) $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}$ ل(س) = $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥}$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ٥)}(\text{س} + ٥)}{\cancel{\text{س} - ٥}}$ = ٥ + ٥ = ١٠

٣) $\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نها}}$ ل(س) = ل(٥)

ل(س) متصل عند س = ٥

∴ ل(س) متصل على ح.

تدريب ٣: اذا كان ق(س) = |١٠ − س| فابحث في اتصال ق على الفترة [٠٫١ ، ٩٠]

الحل: ١٠ − س = صفر ⟸ س = ١٠

+ | −
٠٫١ ، ١٠ ، ٩٠

ق(س) = { س − ١٠ ، ١٠ < س ≤ ٩٠
      { ١٠ − س ، ٠٫١ ≤ س ≤ ١٠

س − ١٠ كثير حدود متصل لجميع قيم س > ١٠

١٠ − س كثير حدود متصل لجميع قيم س < ١٠

$\boxed{\text{عند س = ١٠}}$

١) ق(١٠) = صفر

٢) نها ق(س) (س ← ١٠⁺) = صفر
   نها ق(س) (س ← ١٠⁻) = صفر } ⟸ نها ق(س) (س ← ١٠) = صفر

∴ ق متصل عند س = ١٠

$\boxed{\text{عند س = ٠٫١}}$

١) ق(٠٫١) = ١٠ − ٠٫١ = ٩٫٩

٢) نها ق(س) (س ← ٠٫١⁺) = ٩٫٩

٣) نها ق(س) (س ← ٠٫١⁺) = ق(٠٫١) ∴ ق متصل عند س = ٠٫١

$\boxed{\text{عند س = ٩٠}}$

١) ق(٩٠) = ٩٠ − ١٠ = ٨٠

٢) نها ق(س) (س ← ٩٠⁻) = ٨٠

٣) نها ق(س) (س ← ٩٠⁻) = ق(٩٠) ∴ ق متصل عند س = ٩٠

ق(س) متصل على [٠٫١ ، ٩٠].

تدريب ٤: اذا كان ع(س) = { جا أس / ٥س ، −π ≤ س < ٠
                  { ٢ ، س = ٠
                  { ب(٢+س) ، ٠ < س ≤ π

متصلاً على الفترة [−π ، π] فجد قيمة كل من أ، ب ؟

الحل: نها ع(س) (س ← ٠⁺) = نها ع(س) (س ← ٠⁻) = ع(٠)

ع(٠) = نها ع(س) (س ← ٠⁻)

٢ = نها جا أس / ٥س (س ← ٠⁻)

٢ = أ/٥ ⟸ $\boxed{\text{أ = ١٠}}$

ع(٠) = نها ع(س) (س ← ٠⁺)

٢ = ب(٢+٠)

٢/٢ = ٢ب/٢

$\boxed{\text{ب = ١}}$