لا تنتظر وقتاً إضافياً ..... لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد ..... اجعل هدفك ليس النجاح فقط بل التفوق والتميز

إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهما وجعلهما
من أهل الجنة

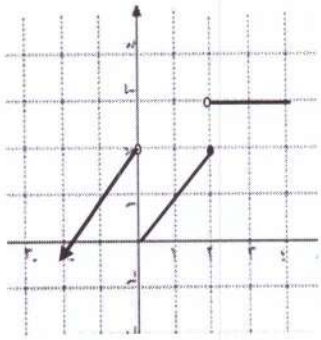
الرياضيات

العلامة الكاملة

المستوى الثالث الفرع الأدبي جيل ٢٠٠١

وحـــدة التفاضل

(الكتاب + أسئلة وزارية + مقترحة)



إعداد الأستاذ

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$$هـ(س) = \begin{cases} أ س^{٢} - ٨س & ، \ س < ٢ \\ ٨ & ، \ س = ٢ \\ ٢س^{٢} - ب س + ٤ & ، \ س > ٢ \end{cases}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢}$$

التـفـاضـــل

قيمة معدل التغير

التغير :

إذا طرأ تغيير على مقدار معين بزيادة أو نقصان أو العكس

فإننا نرمز لهذا التغيير بالرمز Δ ويسمى مقدار التغير

فعندما نقول أن مقدار التغير في س يعني أن

$\Delta س = س_2 - س_1$

$س_2 = \Delta س - س_1$

وان مقدار التغير في ص هو $\Delta ص = ص_2 - ص_1$

وان مقدار التغير في الاقتران ق (س) هو

$\Delta ق(س) = ق(س_2) - ق(س_1)$

اوجد مقدار التغير في س عندما تتغير س من ١ إلى ٣

اوجد مقدار التغير في سعر صرف الدولار عندما يتغير سعر صرفه من $س_1 = ٧١.٦$ إلى $س_2 = ٧١.٩$

اوجد مقدار التغير في س في الفترة [- ٢ ، ١]

جد $\Delta س$ إذا تغيرت س من $س_1 = ٤.٨$ إلى $س_2 = ١.٧$

إذا كانت $\Delta س = ٣٥$ ، $س_1 = ٢٠$ اوجد مقدار $س_2$

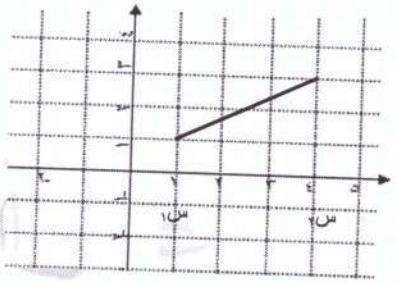
إذا كانت $\Delta ل = ٠.٢$ ، $ل_2 = ٠.٧$ احسب قيمة $ل_1$

اوجد مقدار التغير في ص عندما $ص_1 = ٤$ ، $ص_2 = ٢$

إذا كان ق (س) = ٤ – ٢ س وتغيرت س من $س_1 = ٣$ إلى $س_2 = ٥$ فما مقدار التغير في س

إذا كان ق (س) = ٢ س + ٥ وتغيرت س من $س_1$ = صفر إلى $س_2 = ٣$ فما مقدار التغير في س

بالاعتماد على الشكل المجاور جد قيمة Δ س



اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٥ س + ٢ في الفترة [٤ ، ٦]

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٨ – ٥س في الفترة [-٢ ، ٣]

إذا كان ص = ق (س) = $س^2 - ٣$ وتغيرت س من

$س_1 = ٣$ إلى $س_2 = ٢$ فجد

١) مقدار التغير في س

٢) مقدار التغير في قيمة الاقتران ق (س)

٣) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

اوجد مقدار التغير في ص = ق (س) = ٣ س - س^{٢} عندما
س$_{١}$ =٣ ، س$_{٢}$ = ٢

اوجد مقدار التغير في ق(س) =٢– س^{٢} في الفترة [-٢ ، ١]

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٢ س^{٢} بحيث Δ س = ١
، س$_{٢}$ = ٣

اوجد مقدار التغير في ق (س) = $\sqrt{\text{س- ١}}$ بحيث
Δ س = ١٦ ، س$_{١}$ = ١٠

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٣ س^{٢}- ١بحيث
Δ س = ١ ، س$_{٢}$ = ٣

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ س + ٤ & ، \quad س \geq ٢ \\ \sqrt{٢س - ١} & ، \quad س < ٢ \end{cases}$

إذا تغيرت س من س$_{١}$ = ١ إلى س$_{٢}$ = ٥ أوجد مقدار التغير في الاقتران

قيمة معدل التغير

قيمة معدل التغير :

المقصود ب قيمة معدل التغير للاقتران أي النسبة بين مقدار التغير في الاقتران إلى مقدار التغير في س وتكتب كعلاقة رياضية كما يلي :

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س + \Delta س) - ق(س)}{\Delta س} \qquad \Delta س \neq ٠$$

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

إذا علمت أن مقدار التغير في س = ٥ ومقدار التغير في ص = ١٥ جد قيمة معدل التغير

إذا كان ق (س) = ٣ س - س^{٢} وتغيرت س من ٢ إلى ٤ فجد معدل التغير في الاقتران ق (س)

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = ٢ س + ٣ عندما س = ٢

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = $\sqrt{\text{س}}$ في الفترة [٨١ ، ٣٦]

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = $\sqrt{\text{س}}$ + ١
إذا كانت س$_{١}$ = ٣ ، ومقدار التغير في السينات يساوي ٥

إذا علمت أن قيمة معدل التغير في الاقتران = ٢٤ في الفترة [٣ ، ٥] وكان ق (٣) = ٨ اوجد ق (٥)

مثال : إذا كان ق(س) = { ٥ س^{٢} - ١ ، س ≤ ١ ; س + ٥ ، س > ١ }

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من -١ إلى ٣

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كان

ق (س) = س^{٢} + ٧س في الفترة [٣ ، ٤]

مثال : إذا كان ق(س) = { ٢ س ، س < ٠ ; ٤ ، س ≤ ٠ }

فجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من -١ إلى س = ٥

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كان

ق (س) = ٣س^{٢} - ٧س - ٢ في الفترة [٢ ، ٤]

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٢} - ٢ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; ٢س + ١ ، ٣ ≤ س ≤ ٧ }

فجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى٥

ما قيمة تغيرا لاقتران ص = ٣س^{٣} عندما تتغير س من س$_{١}$ = ٣ ، Δ س = - ١

إذا علمت أن قيمة معدل التغير في ق (س) = س^{٢} + ٣س يساوي ١٠ وكانت Δ س = ٣ أوجد قيمة س$_{٢}$، س$_{١}$

إذا كان ق(س) = { س^{٣} - ٥ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; ٦س + ٤ ، ٣ ≤ س ≤ ٧ }

جد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٤

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - س & ، \ ١ \leq س \leq ٤ \\ ٥ س - ٨ & ، \ ٤ \leq س \leq ٦ \end{cases}$

جد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٥

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \ ١ \leq س \leq ٣ \\ أ س & ، \ ٣ < س \leq ٥ \end{cases}$

وكان معدل تغير الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٥

يساوي = ٤ فجد قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٣} - ٣ & ، \ ١ \leq س \leq ٤ \\ ٦س + ٢ & ، \ ٤ \leq س \leq ٨ \end{cases}$

جد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كانت س$_{١}$ =٣، Δس= ٢

إذا كان معدل التغير للاقتران ق في الفترة [١ ،٣]

يساوي ٤ وكان الاقتران هـ (س) = ق (س) – س جد

معدل التغير في الاقتران هـ (س) في الفترة [١، ٣]

إذا كان معدل التغير في ق(س) على [-١ ، ٢]

يساوي -٤ وكان هـ (س) = ٢ ق (س) + ٥ س جد

معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [-١ ، ٢]

مثال : إذا كان قيمة معدل التغير للاقتران في الفترة

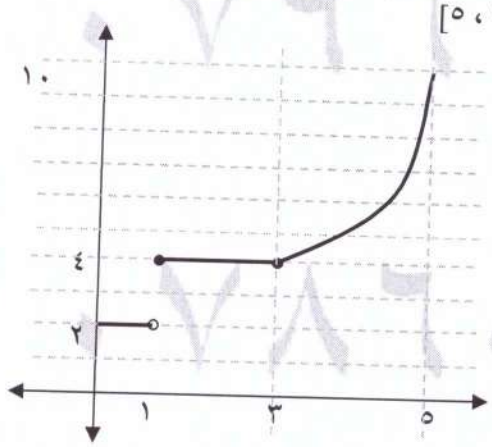
[– ٣ ، ١] يساوي ٢ وكان الاقتران

هـ (س) = ق (س) – س^{٢} جد قيمة معدل تغير

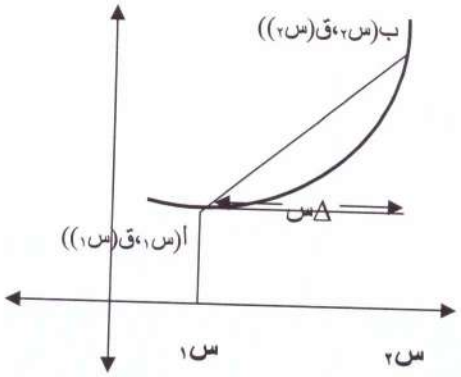
الاقتران هـ (س) في الفترة [– ٣ ، ١]

بالاعتماد على الشكل المجاور جد قيمة معدل التغير في الفترة

[٣ ، ٥]



التفسير الهندسي ل قيمة معدل التغير



ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(س١،ص١)، ب (س٢ ، ص٢)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

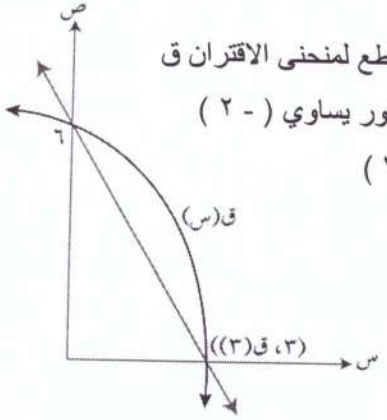
مثال :إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطتين أ (- ١ ، ٣) ، ب (٢ ، ١٨) فجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب

مثال :إذا كان ق (س) = س^٢ أوجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (- ٢ ، ٤) ، ب (١ ، ١)

مثال :إذا كان ق (س) = ٨ س^٢ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق (٠)) ، (٣ ، ق (٣))

إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطتين أ (٣،٧)،(- ١، ل) وكان ميل القاطع أ ب يساوي (- ٣) فجد قيمة الثابت ل

مثال :إذا كان ق (س) = ٣ - س^٢ أوجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (١ ، ٢) ، ب (-٣ ، -٦)



إذا كان ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق في الشكل المجاور يساوي (- ٢) فجد قيمة ق (٣)

مثال :إذا كان ق (س) = ٣ س^٢ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (٠ ، ق (٠)) ، ب (٢ ، ق (٢))

مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه من (١) إلى (٣) سم جد مقدار التغير في حجم المكعب

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

التفسير الفيزيائي لمعدل التغير

السرعة المتوسطة = $\overline{ع} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) =٢ ن^2 + ٦ احسب السرعة المتوسطة في [٣ ، ٥]

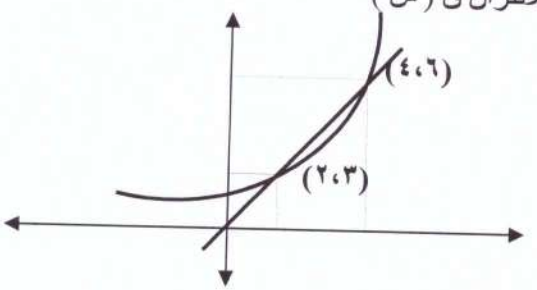
يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ن^2 + ٣ حيث ن الزمن بالثواني ، ف (ن)
المسافة بالأمتار احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة
الزمنية [١ ، ٢] ثانية

مثال : إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم أثناء سقوطه رأسيا
إلى أسفل تعطى بالعلاقة ف(ن) = ١٠ ن– ٥ن^2 حيث ف
المسافة المقطوعة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني فاحسب
السرعة المتوسطة في [١ ، ٣]

مثال : يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ٣ ن^2 ، ن الزمن بالثواني ، ف المسافة بالأمتار ،
احسب السرعة المتوسطة في [١ ، ٤]

مثال : يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ن^2 + ٣ ، ن الزمن بالثواني ، ف المسافة
بالأمتار ، احسب السرعة المتوسطة في [١ ، ٣]

مثال : اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد قيمة معدل التغير
للاقتران ق (س)



المشتقة الأولى

يرمز لها قَ(س) المماس ،الميل السرعة ، $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ ، $\frac{\text{د ـــ}}{\text{دس}}$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــــا}_{\Delta \text{س} \leftarrow 0} \frac{\text{ق}(\text{س} + \Delta\text{س}) - \text{ق}(\text{س})}{\Delta \text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــــا}_{\text{هـ} \leftarrow 0} \frac{\text{ق}(\text{س} + \text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــــا}_{\text{ع} \leftarrow \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٢ س + ١ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٣ س + ٦ باستخدام التعريف عند س = - ٢

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ – ٥ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٣ + ٤ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = $\text{س}^{٢}$ فجد قَ (س) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٢ $\text{س}^{٢}$ + ٦ س فجد قَ (س) باستخدام التعريف عند س = ٤

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} - ٢ س فجد قَ (س) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٤س^{٢} – ٣ س - ٥ فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٤ س^{٢} – ٣ فجد قَ (٣) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} – س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٢ - س^{٢}

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{٣}{س}$ باستخدام التعريف ثم جد قَ (٣)

مثال : إذا كان ق (س) = ٢ س^{٢} - ٥ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{٣}{س - ١}$ باستخدام التعريف عند س = ٤

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{-٢}{س}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = س^{٣} - ٨ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{٢ س}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٤س^{٣} – ٢٧ باستخدام التعريف

عبد الغفار الشيخ

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{٥س + ٢}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران
ق (س) = ٢ س^{٣} – ٥ س + ٤ باستخدام التعريف

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{١ - ٣ س}$ باستخدام التعريف ثم جد قَ ($\frac{١}{٢}$)

مثال : إذا كان ق (س) = $\sqrt{س}$ فجد قَ (٤) باستخدام تعريف المشتقة

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٢ س}$
باستخدام التعريف ثم جد قَ (٨)

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في حساب مشتقة ق
(س) = ١ – $س^{٢}$ ، عند س = ٤

مثال : إذا كان ق (س) = $\sqrt{س - ٣}$ فجد قَ (٤)
باستخدام تعريف المشتقة

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في حساب مشتقة ق
(س) = ٣ + ٦ س ، عند س = - ٢

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٤ س + ٣}$
باستخدام التعريف

إذا كان ص = ق (س) وكان معدل تغير الاقتران ق (س)
هو $س^{٢}$ هـ - ٢ س $هـ^{٢}$ فجد قَ (س)

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٢ - ٣ س}$
باستخدام التعريف عند س = - ٢

إذا كان ص = ق (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران
ق عندما تتغير س من $س_{١}$ إلى $س_{١}$ + هـ هو
Δ ص = ٤ س هـ + ٢ $هـ^{٢}$ فجد قَ (س)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

قواعد الاشتقاق (١)

بعد التعرف على طريقة إيجاد المشتقات عن طريق التعريف سنقوم بالتعرف على قواعد الاشتقاق والتي من خلالها نتمكن من إيجاد المشتقة للاقتران بسهولة وسرعة اكبر وهي :

١. **إذا كان ق (س) = جـ حيث جـ عدد ثابت فان**
قَ (س) = صفر مشتقة الثابت تساوي الصفر

مثال :إذا كان ق (س) = - ٣ اوجد قَ (س)

٢. **إذا كان ق (س) = س فان قَ (س) = ١**

مثال :إذا كان ق (س) = س + ٣ اوجد قَ (س)

٣. **إذا كان ق (س) = س^{ن} فان ق (س) = ن س$^{ن-١}$**

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٣} اوجد قَ (٢)

٤. **إذا كان ق (س) = جـ م (س)**
فإن قَ (س) = جـ مَ (س)

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ س^{٣} اوجد قَ (٢)

٥. **اذا كان ق (س) = م (س) + هـ (س) فان**
فإن قَ (س) =مَ (س) + هَ (س)

ملاحظات :

$(س^{ن})^{م} = س^{ن \times م}$ ، $\frac{س^{ن}}{س^{م}} = س^{ن-م}$ ، $\sqrt[ن]{س^{م}} = س^{م/ن}$

مثال : باستخدام قواعد الاشتقاق جد المشتقة الأولى :

ص = س^{٧}

ص = ٢ س$^{-٥}$

ق (س) = ك^{٢} س

ص = ١٥

جد المشتقة الأولى في كل مما يأتي :

ص = $\frac{١}{س^{٣}}$

ص = س$^{\frac{٢}{٣}}$

ص = س$^{\frac{٣}{٣}}$

ص = $\sqrt[٥]{س^{٣}}$

ص = ٦ س$^{-٢}$

ص = $\frac{١}{\sqrt{س}}$

ص = $\frac{٥}{٣}$ س$^{-٦}$

ص = ٦ س^{٣} + ٥ س^{٢} - $\frac{١}{س^{٢}}$ + ٤ س - ٦

ق (س) = س^{٤} + ٢ س^{٢} ـ ٥ س + ٦ عند س = ١

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد المشتقة الأولى في كل مما يأتي :

أ) ق (س) = ٥ س^{٤} - ٢ س^{٣} – س + ٢

ب) ص = س$^{-٣}$ - ٢ س

جـ) هـ (س) = $\sqrt{س}$ + س^{٢}

د) ص = ٢ س - $\frac{٢}{س}$

هـ) ص = ٤ س^{٣} - ٥ + $\frac{١}{س}$

و) ق (س) = ٦ – ٢ س^{٣}

ز) ق (س) = ٥ س^{٣} - ٤ س^{٢} - ١ عند س = - ٢

ح) هـ (س) = ٢ س$^{-٠.٥}$ + $\sqrt[٣]{س^{٥}}$ + س

إذا كان ق(س) = (٢س^{٢} +٤س$^{-٥}$ + ٦س)^{٠} اوجد قَ(١)

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها :

ق (س) = ٥ س^{٤} – ٢ س^{٣} – س^{٢} – س + ٥ عند س = ١

ق (س) = ٢ س^{٣} - ٣ س^{٢} + ١ عند س = ١

ص = س$^{-٢}$ - ٣س + ٩ عند س = ٢

ص = س^{٣} - $\sqrt{٢س}$ + ٤

ق (س) = ٥ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ١ عند س = - ٣

ق (س) = س^{٣} + $\sqrt[٣]{س}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = ٢ س^{٢} + ٤ س اوجد

نهـــا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ هـ ← ٠

إذا كان ق (س) = $\sqrt[٦]{س}$ اوجد

نهـــا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ هـ ← ٠

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

قواعد الاشتقاق (٢)

مشتقة حاصل ضرب إقترانين :

إذا كانت ص = ق (س) × هـ (س) فإن

$\frac{دص}{دس}$ = قَ (س) × هـ (س) + ق (س) × هَ (س)

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = $س^{٢}$ (٢ س – ٣)

ص = (٥س + ٤) (٢$س^{٢}$ + ٨) عند س = ١

ص = ٥$س^{٢}$ (٢ $س^{٣}$ - ٦ س -٢)

ص = (٣س+١) (٢$س^{٢}$ - ٥س -٤) عند س = ١

ص = (٢ س – ٣) ($س^{٣}$ - ٥)

ق (س) = (٥ – ٣ س) (٤ $س^{٣}$ + ١) عند س = ١

ق (س) = (٤ - ٦ $س^{٢}$) (٢ س+ ١) عند س = - ٢

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = ($س^{٣}$ - ٢ س) × (٣ – ٥ $س^{٤}$)

ص = $س^{-٣}$ ($س^{٣}$ - ٥)

ص = (٣ $س^{٢}$ + ٧) ($س^{-٥}$ + ٣)

ص = (٣ $س^{٢}$ - ٤) ($س^{٢}$ - ١)

ق (س) = ($س^{٣}$ + ٣ س) × (٢ – ٥ س)

إذا كان ق (١) = ٢ ، هـ (١) = ٣ ، قَ (١) = - ٢ ،

هَ (١) = ١ جد (ق × هـ)َ (١)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مشتقة خارج قسمة إقترانين :

إذا كانت ص = $\frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$ بحيث هـ(س) ≠ صفر فإن

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{قَ (س)} \times \text{هـ (س)} - \text{ق (س)} \times \text{هـَ (س)}}{(\text{هـ (س)})^{٢}}$$

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ص = $\frac{(٢\text{س} + ٥)}{(٣ - \text{س})}$ عند س = ١

ص = $\frac{(٣\text{س}^{٢} - ٥)}{(\text{س} + ٣)}$

ص = $\frac{(٣\text{س}^{٢} + ٧)}{٢}$

ص = $\frac{(١ - ٣\text{س})}{٢}$

ص = $\frac{(\text{س}^{٣} - ٨)}{(\text{س} - ٢)}$

ص = $\frac{(\text{س}^{٣} - ١)}{(\text{س}^{٢} + ٥)}$ عند س = ٠

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = $\frac{(\text{س}^{٢} + ١)}{(\text{س} - ١)}$

ق (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ١}{٢\text{س} - ٣}$

ص = $\frac{(٣\text{س} - ٥)}{(٨\text{س} - ٣)}$ عند س = ١

ق (س) = $\frac{\text{س}}{٤ - \text{س}^{٢}}$

ق (س) = $\frac{\text{س}^{٣} + ٤\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٤} - ٥\text{س}}$

ق (س) = $\frac{\text{م (س)}}{\text{س}^{٢} + ٤}$ فاوجد قَ (٢)

علما بان مَ (٢) = ٢ ، م (٢) = ٤

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

نتيجة : إذا كانت ص = $\frac{\text{جـ}}{\text{هـ}(\text{س})}$ هـ(س) ≠ صفر فإن

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{-\text{جـ} \times \text{هـ}'(\text{س})}{(\text{هـ}(\text{س}))^{٢}}$

ق (س) = $\frac{٢\text{س}}{٥ - ٤\text{س}}$ عند س = ١

ص = $\frac{٤}{\text{س}^{٢} + ١}$ عند س = ٢

ق (س) = ٢ س (٣ - س^{٢}) + $\frac{٢}{\text{س}}$ عند س = ١

ص = $\frac{٣}{\text{س}}$

إذا كان ق (١) = ٤ ، قَ (١) = - ٢ ، هـ (١) = - ٢ ،

ص = $\frac{٣}{\text{س}^{٣} + ٦}$

هـَ (١) = ١ فجد

(ق × هـ)َ (١)

ص = $\frac{٣}{(٢\text{س} + ١)}$

((ق × هـ) (١))َ

$\left[\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}\right]$َ

ص = $\frac{٣}{(١ - ٥\text{س})}$

$\left[\frac{٣}{\text{هـ}}\right]$َ (١)

ص = $\frac{-٥}{(٢\text{س} + ٣)}$

(ق + هـ)َ (١)

ص = $\frac{-٣}{٢ - \text{س}}$ عند س = - ٢

(٣ ق - ٣ هـ)َ (١)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

قـاعـــدة الســـلســـلـــة

تتعامل هذه القاعدة مع الاقتران المركب ويكون بها متغيران

إذا كانت ص = ق (ع) وكان ع = هـ (س) وكلا قابلان

للاشتقاق فإن $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

إذا كانت ص = ٢ع^{٢} + ٣ ، ع = س^{٣} − ١ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = ٥ع^{٢} + ٣ ، ع = س^{٣} + ٤ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = ع^{٢} - ٦ ع ، ع = $\sqrt{٢ س + ١}$

ص = ع^{٢} + ١ ، ع = ٣ س - ٢ اوجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١}$

إذا كان ص = ع^{٢} + ٣ع ، ع = ٣ − ٢ س^{٢}

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

مثال : ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٣ س - ١ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

إذا كان ص = م^{٣} + ٣م^{٢} − ٥ ، م = ٣ س + ٧

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

مثال : ص = ع^{٣} + ٣ع^{٢} − ٢ع + ٥ ، ع = ٢س + ٣

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢

إذا كانت ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٥ س- ٢ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

مثال : ص = ع^{٢} + ٨ ، ع = ١ − ٢ س اوجد $\frac{د ص}{د س}$

عند س = ١

إذا كانت ص = ع^{٢} + ٣ ع ، ع = ٣ - ٢س^{٢} اوجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١}$

مثال : ص = ل^{٣} ، ل = ٨ س اوجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س = -٢}$

مشتقة الاقتران المركب :

إذا كانت ص = (ق (س))^{ن} حيث ن عدد حقيقي فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = ن (ق (س))$^{ن-١}$ × قَ (س)

ق (س) = (٢س – ٧)^{٣} عند س = - ١

ق (س) = (٢ س + ١)^{٣} عند س = ٢

ص = (٥ - س^{٢})^{٣} جد قَ (س)

ق (س) = س$^{-٤}$ (٥ – ٥ س^{٣})^{٢}

ق (س) = (س^{٢} + ٤س + ٦)^{٤} فجد قَ (س)

ق (س) = (٣ س^{٢} – ٢)^{٤} عند س = ١

ص = (٤ س + ١)^{٣} اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = (٣ + س^{٢})$^{-٣}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = (س^{٢} + ٤ س + ٥)$^{-٢}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ق (س) = (س + ٧ س$^{-٢}$)^{٢} (٩ – ٥ س)

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ق (س) = $\sqrt{س^{٣} + ١}$ ، س > - ١

مثال : إذا كان ق (س) = س (٥ س – ١)^{٣} فجد

نهـــــــا $\frac{ق (١ + هـ) - ق (١)}{هـ}$

هـ ← ٠

ق (س) = $\sqrt[٣]{س^{٢} + ٣}$

إذا كان ق (س) = (٢س – ١)^{٢} وكان قَ (س$_{١}$) = ٤ جد قيمة س$_{١}$

ق (س) = $\left(\frac{٣ س + ٤ س^{٢}}{س + ٥} \right)^{٣}$

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ق (س) = $\frac{٨}{(٥ س + ٢)^{٣}}$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مشتقة اقتران الجذر التربيعي

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ق (س)}}$ ق (س) > صفر فإن

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{قَ (س)}}{2\times\sqrt{\text{ق (س)}}}$ (مشتقة ما داخل الجذر / ٢ × الجذر نفسه)

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

إذا كان ق (س) = $\sqrt{\text{س}^2 + 3\text{س}}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = $\sqrt{3 - \text{س}^2}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt{\text{س}^2 - \text{س} + 3}$

إذا كان ق (س) = ٣ س^2 + $\sqrt{2\text{س}}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = ٢ س^2 + ٥ س + $\sqrt{3\text{س}^2 + 6}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt[3]{2 - \text{س}}$

$\text{ق (س)} = \sqrt[5]{\text{س}^2} + \sqrt[6]{\text{س}^5} + \sqrt[5]{\text{س}^5} + \sqrt{\text{س}^2} + 5$

جد قَ (س)

إذا كان ق (س) = $\sqrt{2\text{س}^2 + 1}$

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ع} + 1}$ ، ع = ١ − ٢ س

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ع}^2 + \text{ع}}$ ، ع = ٢ س + ٤

ص = $\sqrt{\text{ع} + 1}$ ، ع = ٤ س^3 − ٩

جد صَ في لكل مما يأتي عند قيمة س المبينة إزاء كل منها

أ) ص = $\sqrt{5 + 3\text{س}^2}$ ، س = ٠

ب) ص = − ٥ (١ − ٣ س^3)$^{-2}$ ، س = ١

جـ) ص = (س^2 − ٣) $\sqrt{2 - 4\text{س}^3}$ ، س = − ١

د) م^2 + ٣م − ٢ ، م = ٤ س^2 ، س = ٢

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مشتقات الاقترانات المثلثية

قاعدة (١)

إذا كان ق (س) =	فإن قَ (س) =
جـا س	جتـا س
جتـا س	- جـا س
ظـا س	قـا^{٢}س

قـا س = $\frac{١}{\text{جتـا س}}$ ، ظـا س = $\frac{\text{جـا س}}{\text{جتـا س}}$

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

ص = ٢ ظـا س - جتـا س

ص = جتـا س - ٥ جـا س + ظـا س

ص = ٤ س^{٢} - ٥ ظـا س + ٢جتـا س - جـا س

ص = ٢ س + $\frac{\text{ظـا س}}{٢}$ - ٤ جـا س

ص = ٣ جـا س + ٥ جتـا س - ٢ ظـا س

ق (س) = $\frac{٢}{\text{جتـا س}}$ + ظـا س + ٢ س

ص = ٣س^{٢} جتـا س

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

ص = س^{٢} ظـا س

ق (س) = جـا س جتـا س

ق (س) = جتـا س ظـا س

ق (س) = ٢ س جـا س

ص= س^{٢} جتـا س + ٣ظـا س

ق (س) = س ظـا س + ٢ س^{٣}

ص = س^{٢} ظـا ٢ س + $\frac{١}{\text{س}}$

ص = $\frac{\text{حـا س}}{\text{س + جتـا س}}$

ص = $\sqrt{\text{ع - ١}}$ ، ع = ٦ ظـا س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

قاعدة (٢) :

إذا كانت ص = جـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = هـَ (س) × جتـا هـ (س)

إذا كانت ص = جتـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = - هـَ (س) × جـا هـ (س)

إذا كانت ص = ظـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = هـَ (س) × قـا^{٢} هـ (س)

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = جـا (س^{٢} – ٣س)

ق (س) = ظـا (س^{٢} + ٥ س + ١)

ص = (جـا ٣س)^{٥}

ص = جتـا^{٤} س

ق (س) = ظـا^{٣} س

ص = ظـا^{٢} (٣ س^{٢} + ٥ س)

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ص = جتـا^{٤} ٢ س

ص = ٢ جتـا ٤ س + جـا^{٢} س – ظـا (٥ س + ١)

ق (س) = ٦ ظا س - جتـا ٤ س

ق (س) = ظا^{٢} (٤ س^{٢} + س) + جتـا (٢ س + ٥)

ص = س^{٢} ظـــا (س^{٢} + ١)

ص = س^{٢} جـــا (٣ - س^{٢})

ص = ظـا^{٣} (٥ + س^{٢})

مثال : إذا كان ق (س) = جـا ٣ س جد

نهـــــــا $\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ}$

هـ ← ٠

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

أ) ص = $س^{٢}$ جـــا س

ب) ص = $\frac{جـــا س}{جتـــاس + ١}$

جـ) ص = ٥ $س^{٢}$ جتـــا س - ظـــا س

د) ص = س ظـــا س + $(س^{٢} + ١)^{٢}$

هـ) هـ (س) = $ظا^{٢}$ ٣ س + جتـــا س

و) ص = $(جتـــا ٢س)^{٦}$

ز) ص = جـــا (٣ س + ٥)

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ح) ص = ٣ جـــا ٤ س - $جتـــا^{٣}$ س - ظـــا ٢ $س^{٢}$

ط) ص = $(جـــا س - جتـــا س)^{-٢}$

ي) ص = $جـــا^{٢}$ س (١ - جتـــا س)

ك) ص = $(س جـــا س)^{٣}$ ظـــا س

ل) ق (س) = $(ظا ٥ س)^{٣} + س^{٢}$ جـــا (٢ س + ٣)

م) كان ق (س) = $\frac{٨}{٢ س - ٣}$ - $جـــا^{٥}$ ٢ س

ن) ق (س) = س + $(ظا ٤ س)^{٢}$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

إذا كان ق (س) = ٣ أ^{٢} س^{٤} – ٨ س^{٣} ما قيمة (قيم) الثابت أ

التي تجعل قَ (١) = - ١٢

إذا كان ق (س) = س^{٤} - أ س^{٢} + س

جد قيمة الثابت أ التي تجعل المشتقة الثانية قَ (س) = ٠

إذا كان ق (س) = أ^{٢} س^{٣} - ١٢ س^{٢}

جد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل قَ (١) = ٠

إذا كان ق (س) = أ س^{٢} - ب س^{٣} + ٣

وكان قَ (١) = ٧ ، قَ (٠) = ١ فجد قيمة الثابتين أ ، ب

إذا كان ق (س) = ٣ أ^{٢} س^{٣} - ٢ ب س + ١

وكان قَ (٠) = ٤ ، قَ (١) = ٣٦ فجد قيمة الثابتين أ ، ب

إذا كان ق (س) = أ س^{٣} - ب س^{٢} - ٣ وكان

قَ (١) = ٢١ ، قَ (٢) = ١٠٢ فجد قيم الثابتين أ ، ب

أسئلة الوحدة

١) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، وتغيرت س من س$_{١}$ = ١

إلى س$_{٢}$ = ٢ فجد

أ) مقدار التغير في الاقتران ق

ب) معدل التغير في الاقتران ق

٢) إذا كان ق (س) = $\frac{أ}{س + ٢}$ ، وكان معدل تغير

الاقتران يساوي (- ١) عندما تتغير س من صفر إلى ٣ ،

فجد قيمة الثابت أ

٣) يتحرك جسيم حسب العلاقة

ف (ن) = ن^{٢} + ٤ ن احسب السرعة المتوسطة للجسيم في

الفترة الزمنية [١ ، ٥] ثانية

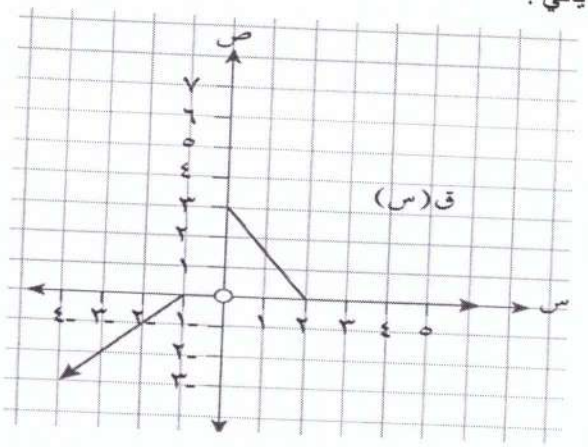
٤) إذا كان ص = ق (س) وكان مقدار التغير في قيمة

الاقتران ق عندما تتغير س من (س) إلى (س + هـ) هو

Δ ص = ٥ س^{٢} هـ + ٨ س هـ^{٢} فجد قَ (٢)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

٥) اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد كلا مما يأتي :



أ) قيم س التي تجعل الاقتران غير متصل

ب) معدل التغير للاقتران ق في الفترة [٢ ، ٤]

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي باستخدام تعريف المشتقة

د) م (س) = $\sqrt{٢ س + ٤}$ ، حيث س $\leq$ ٢

هـ) ق (س) = $س^{٢} - ٤ س$ ، عندما س = ٣

٦) جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي باستخدام تعريف المشتقة

أ) ق (س) = ٣ – ٥ س

و) ق (س) = $\sqrt{٢ س - ٣}$ ، حيث س $\leq \frac{٣}{٢}$ عندما س = ٢

ب) هـ (س) = $٢ س^{٢} + ١$

جـ) ل (س) = $\frac{١}{س + ٢}$ ، حيث س $\neq$ - ٢

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

أ) $ص = \sqrt{س^{٣} + ٥ س^{٢}}$

ب) $ص = \sqrt{ع + ١}$ ، $ع = ١ - ٢ س$ ، $ع \leq -١$

جـ) $ص = س^{٢}$ جـا ٣ س

د) $ص = \frac{٨}{٢ س - ٣} -$ جـا^{٥} ٢ س

هـ) $ص = ٣ م^{٣} - ٢ م + ١$ ، $م = ٢ س + ٣$ عند $س = ٠$

و) $ص = \sqrt{٤ + ٣ \text{ جتا } س}$

٩) إذا كان ق (س) = (٥ س – ١)^{٣} فجد

$$\text{نهـــــا} \frac{ق (س + ١) - ق (١)}{هـ}$$
$$هـ \leftarrow ٠$$

١٠) إذا كان ق (س) = $س^{٤} - أ س^{٢} + س$

فجد قيمة الثابت أ التي تجعل قّ (- ١) = صفر

١١) إذا كان ق (س) = (أ س - ١)^{٤}

فجد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل قّ (٠) = ٤٨

١٢) إذا كان ق (س) = (٢ س - ١)^{٣}

وكان قّ ($س_{١}$) = ٤ ، فجد قيمة $س_{١}$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

١٣) إذا كان هـ اقترانا قابلا للاشتقاق عندما س = - ٢ ،
هـ (- ٢) = ١ ، هَ (- ٢) = ٢ فجد قَ (- ٢) فيما يأتي

أ) ق (س) = $\sqrt{س + ٦}$ × هـ (س)

ب) ق (س) = هـ (س) - $\frac{هـ (س)}{س}$

١٤) يتكون هذا السؤال من تسع فقرات من نوع الاختيار من متعدد لكل فقرة أربعة بدائل ، واحدة منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح :

(١) إذا علمت أن ق (س) = ٤ – ٣ س وتغيرت قيمة س من ٣ إلى ٥ فإن Δ س هي :

أ) - ٦ ب) – ٢ جـ) ٢ د) ٣

(٢) إذا كان ص = ق (س) = $س^{٢}$ وتغيرت قيمة س من $س_{١}$ = ٢ إلى $س_{٢}$ = ٤ فإن مقدار التغير في ص يساوي :

أ) - ١٢ ب) ٢ جـ) ٦ د) ١٢

(٣) إذا كان ق (س) = جـا ٣ س ، فإن
نهـــــا $\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ}$ تساوي :
هـ ← ٠

أ) - جتـــا ٣س ب) ٣جتـــا ٣ س
جـ) ٣جـــا ٣ س د) جتـــا ٣ س

(٤) إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س}$ ، فإن قَ (٣) تساوي

أ) - ١ ب) $\frac{-١}{٣}$ جـ) $\frac{-١}{٩}$ د) ١

(٥) إذا كان ق (س) = $س^{٣}$ + ٨ ، فإن
نهـــــا $\frac{ق (٢ + هـ) - ق (٢)}{هـ}$ تساوي :
هـ ← ٠

أ) ١٢ ب) ٨ جـ) ١٦ د) ٢٠

(٦) إذا كان ق (س) = $جـ^{٢}$ س وكان جـ عدداً ثابتاً ، فإن قَ (س) تساوي :

أ) ٢ جـ س ب) ٢ جـ جـ) $جـ^{٢}$ د) ٢ س

(٧) إذا كان ق (س) = ٣ $س^{٢}$ فإن ميل القاطع المار بالنقطتين (- ١ ، ٣) ، (٢ ، ١٢) يساوي :

أ) $\frac{-١}{٣}$ ب) ٣ جـ) - ٣ د) $\frac{١}{٣}$

(٨) إذا كان ق (١) = ٢ ، هـ (١) = ٣ ،
قَ (١) = - ٢ ، هَ (١) = ١ فإن (ق × هـ)َ (١) يساوي

أ) ٨ ب) ٤ جـ) - ٨ د) – ٤

(٩) إذا كان هـ (س) = $س^{٢}$ × ق (س) ، ق (٣) = ٦
قَ (٣) = ٥ فإن هَ (٣) تساوي

أ) ٨١ ب) ١١ جـ) ٤٥ د) ٣٦

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق
عبد الغفار الشيخ