إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

الرياضيات

(الإضافية للصناعي والفندقي)

الصف الثاني الثانوي

2014 / 2015

المستوى الرابع

وحدة الإحصاء و الاحتمالات

- شرح وأمثلة
- تمارين
- جميع أسئلة الوزارة(٢٠٠٨-٢٠١٥)

المعلم : عبدالقادر الحسنات

078 531 88 77

اسم الطالب :

قاعدة (١): إذا أمكن إجراء عملية على مراحل متتابعة فإن
عدد الطرق الممكنة = عدد طرق المرحلة الأولى × عدد طرق المرحلة الثانية × عدد طرق المرحلة الثالثة × ٠٠٠

قاعدة (٢): عدد طرق ترتيب ن من الأشياء في ن من الأماكن = ن× (ن-١)×(ن- ٢)× (ن-٣) ×٠٠٠ ×٣×٢× ١

قاعدة (٣): مضروب العدد الصحيح غي السالب ن = ن! = ن× (ن-١)×(ن- ٢)× (ن-٣) ×٠٠٠ ×٣×٢× ١

مثلاً : ٤ ! = ٤× ٣ ×٢ × ١
١! = ١
٠! = ١
ملاحظة : ن ! = ن× (ن-١) !
= ن× (ن-١)×(ن- ٢)× (ن-٣) !
مثلاً : ٥ ! =٥×٤!
= ٥×٤×٣!
= ٥×٤ ×٣×٢× ١= ١٢٠

مثال١) بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية مؤلفة من رئيس ونائب وعضو من بين (١٠) مرشحين ؟
الحل: عدد الطرق = عدد طرق اختيار الرئيس × عدد طرق اختيار النائب× عدد طرق اختيار العضو
= ١٠ × ٩ × ٨ = ٧٢٠ (لاحظ أنه بعد اختيار الرئيس يبقى ٩ مرشحين للنائب وبعد ذلك يبقى ٨ مرشحين للعضو)

مثال٢) بكم طريقة يمكن ترتيب (٥) كتب على رف مكتبة في صف واحد ؟
الحل: عدد الطرق = ٥! = ٥×٤ ×٣×٢× ١= ١٢٠

مثال٣) إذا كان ٤ (ن !) = ٢٤ ، فما قيمة ن ؟
الحل: بقسمة الطرفين على ٤ ينتج أن : ن ! = ٦ ⇐ ن ! = ٣ × ٢ × ١ ⇐ ن = ٣

تمارين

١) يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من (٨) أعضاء ، بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب له؟ الجواب = ٥٦

٢) بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل باستخدام الأرقام {٢، ٣، ٤، ٥ ،٦}، إذا لم يسمح بالتكرار ؟ الجواب = ٦٠

٣) ما عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها (٤) أشخاص على (٤) مقاعد موضوعة في صف واحد ؟ الجواب = ٢٤

٤) جد قيمة أ) ٤ ! + ٢! = ب) ٥! – ٠! = ج) $\frac{٧!}{٤!}$ =

٥) جد قيمة ن فيما يلي :

أ) ٣ ×(ن)! =٣٦٠ ب) (ن -١)! =٧٢٠ ج) (٢ ن)! =٢٤

د) (٢ ن + ١)! =٦ هـ) ن! =١ و) ٣(ن)! - ٤ ! =٣٨٤

التباديل

حفظ

قاعدة: عدد تباديل مجموعة عدد عناصرها (ن) مأخوذة (ر) في كل مرة يساوي ل(ن، ر) = $\frac{\text{ن!}}{\text{(ن − ر)!}}$

حيث ٠ ≤ ر ≤ ن ، ر ، ن عددان طبيعيان

أو

ل(ن، ر)= ن× (ن-١)×(ن- ٢)× ٠٠٠ ×(ن-(ر-١)) أي حاصل ضرب الأعداد المتتالية من (ن) تناقصياً (واحد في كل مرة) إلى أن نصل إلى العدد (ن – ر +١) أو إلى أن يكون عدد الحدود يساوي (ر)

ملاحظة: ١) دائماً إذا كان الترتيب مهماً نستخدم التباديل

٢) **الترتيب مهم يعني** : تبديل أماكن عناصر المجموعة يؤدي إلى تغيير القيمة أو المسمى

مثلاً : إذا كان (محمد ، عمر) يدل على رئيس ونائبه فإن (عمر ، محمد) يعني أن عمر هو الرئيس ومحمد هو النائب، كذلك ٣٥ تختلف عن ٥٣

مثال١) جد عدد تباديل مجموعة من خمسة عناصر مأخوذة ثلاثة في كل مرة

الحل: ن = ٥ ، ر =٣

ل(٥، ٣)= $\frac{\text{١٥!}}{\text{(٣ − ٥)!}}$ = $\frac{\text{١٢!}}{\text{١٥!}}$ = $\frac{\text{١٢!}\times ٣\times ٤\times ٥}{\text{١٢!}}$ = ٦٠

أو حسب مبدأ العد (في الدرس السابق)

عدد التباديل= عدد طرق اختيار العنصر الأول× عدد طرق اختيار العنصر الثاني× عدد طرق اختيار الثالث=٥×٤×٣=٦٠

مثال٢) بكم طريقة يمكن اختيار مدير ونائب له من بين (٦) مرشحين ؟

الحل: الترتيب مهم إذاً تباديل ، ن = ٦ ، ر =٢

ل(٥، ٢)= $\frac{\text{١٦!}}{\text{(٦ − ٢)!}}$ = $\frac{\text{٤!}\times ٥\times ٦}{\text{٤!}}$ = ٣٠ طريقة

أو حسب مبدأ العد : عدد الطرق= عدد طرق اختيار الرئيس× عدد طرق اختيار النائب=٦×٥=٣٠

حسنات 078 531 88 77

مثال٣) إذا كان ٢ ل(٦، ر)= ٢٤٠ فجد قيمة ر

الحل: ل(٦، ر)=١٢٠ : نضرب العدد ٦ في الأعداد الصحيحة الأصغر منه إلى أن يصبح الناتج ١٢٠ : ٦×٥=٣٠ ، ٣٠×٤=١٢٠

هناك ٣ أعداد وهي ٦ ، ٥ ، ٤

إذاً ر =٣

تمارين

١) كم عدد تباديل مجموعة من ستة عناصر مأخوذة أربعة في كل مرة ؟ الجواب = ٣٦٠

٢) كم عدداً مكوناً من ٣ منازل يمكن تكوينه باستخدام الأرقام {٢، ٤، ٦ ،٨}، إذا لم يسمح بالتكرار ؟ الجواب = ٢٤

٣) بكم طريقة يمكن أن تجلس ثلاث طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد ؟

٤) جد قيمة أ) ل(٨، ٥) ب) $\frac{\text{ل(٩، ٤)}}{\text{٤!}}$ ج) ل(٥، ٥)

٥) إذا كان ٣ ل(٦، ر) = ٩٠ ، فجد قيمة ر

٦) جد قيمة ن في الحالات الآتية:

أ) ٢ ل(ن، ٢) = ١٤٤ ب) ل(ن، ٣) =٢١٠ ج) ل(ن، ٢) = ٢٠ د) ل(ن، ن) = ٢٤

٧) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة ل(ن،٥) = ٣ ل(ن،٤)

٨) جد قيمة ن إذا علمت أن : (ن-١) ! = ل(٥ ، ٢) + $\binom{٤}{١}$

التوافيق

قاعدة(١): التوافيق هي المجموعات الجزئية المأخوذة من مجموعة ما
فإذا كان عدد عناصر المجموعة = ن وعدد عناصر كل مجموعة جزئية منها = ر فإن عدد التوافيق (المجموعات الجزئية)=

$$(\text{ن}\atop\text{ر}) = \frac{\text{ل}(\text{ن}،\text{و})}{\text{ر}!} = \frac{\text{ن}!}{\text{ر}!(\text{ن}-\text{ر})!}$$

حفظ

وتستخدم قاعدة التوافيق عندما يكون الترتيب غير مهم

مثلاً: بكم طريقة يمكن تشكيل لجنة ثلاثية لتمثيل المدرسة من بين ٩ مرشحين؟
الحل : نلاحظ أن الترتيب غير مهم فكلهم أعضاء ⇐ نستخدم قاعدة التوافيق

عدد الطرق = $(\text{٩}\atop\text{٣})$ = $\frac{!٩}{!٦(٣-٩)!٣}$ = $\frac{٩\times٨\times٧\times٦}{٣\times٢\times١\times٦}$ = ٨٤ طريقة

ملاحظة : الفرق بين التباديل والتوافيق : نفرض أن لدينا المجموعة { عمر، ماجد ، علي | ونريد تشكيل لجنة ثنائية منهم :

في التباديل الترتيب مهم (رئيس ونائبه) فـ(علي ، عمر) يختلف عن (عمر ، علي) لأنه في اللجنة الأولى علي هو الرئيس وعمر النائب
ولكن في اللجنة الثانية يصبح عمر الرئيس وعلي هو النائب لذلك ل(٣ ، ٢) =٦ واللجان الممكنة هي :
(علي ، عمر)،(عمر،علي) ، (علي ، ماجد)،(ماجد،علي) ، (ماجد، عمر)،(عمر،ماجد)

بينما في التوافيق الترتيب غير مهم (لجنة ثنائية من عضوين) حيث (ماجد ، عمر) لا يختلف عن (عمر، ماجد) فكلاهما أعضاء
لذلك عدد الطرق = $(\text{٣}\atop\text{٢})$ = ٣ واللجان الممكنة هي : (علي ، عمر)،(علي ، ماجد)، (ماجد، عمر)

قاعدة(٢): $(\text{ن}\atop\text{ر}) = (\text{ن}\atop\text{ن-ر})$ مثلاً: $(\text{س}\atop\text{٢}) = (\text{٨}\atop\text{٢})$ ⇐ س=٢ أو س+ ٢ = ٨ ومنها س=٦

قاعدة(٣): $(\text{ن}\atop\text{ر}_١)=(\text{ن}\atop\text{ر}_٢)$ ⇐ $\text{ر}_١ = \text{ر}_٢$ أو $\text{ر}_١ + \text{ر}_٢ = \text{ن}$ مثلاً : $(\text{س}\atop\text{٣}) = (\text{س}\atop\text{٨})$ ⇐ س = ٣ + ٨ =١١

مثال١) بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين (٨) طلاب لتمثيل المدرسة في مسابقة علمية ؟

الحل : نلاحظ أن الترتيب غير مهم فكلهم أعضاء ⇐ نستخدم قاعدة التوافيق ⇐ عدد الطرق = $(\text{٨}\atop\text{٣})$ =٥٦ طريقة

مثال٢) يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٦ رجال و ٤ سيدات ، يُراد تشكيل لجنة رباعية بحيث تضم رجلين وسيدتين ، جد عدد الطرق الممكنة لتشكيل هذه اللجنة.

الحل : نلاحظ أن الترتيب غير مهم فكلهم أعضاء ⇐ نستخدم قاعدة التوافيق ولكن الاختيار يتم على مرحلتين(لذلك نستخدم مبدأ العد)

عدد الطرق= عدد طرق اختيار الرجلين × عدد طرق اختيار السيدتين= $(\text{٦}\atop\text{٢})$ × $(\text{٤}\atop\text{٢})$ = ١٥×٦=٩٠ طريقة

مثال٣) يتكون امتحان ثقافي من (٨) أسئلة : ٤ في اللغة العربية و ٤ في العلوم . وعلى المتقدم إلى الامتحان اختيار ٥ أسئلة فقط

ا) بكم طريقة يمكن للمتقدم إلى الامتحان الإجابة على ٣ أسئلة في اللغة العربية واثنين في العلوم ؟

الحل : نلاحظ أن الترتيب غير مهم ⇐ نستخدم قاعدة التوافيق ولكن الاختيار يتم على مرحلتين(لذلك نستخدم مبدأ العد)

عدد الطرق= عدد طرق اختيار أسئلة اللغة العربية × عدد طرق اختيار أسئلة العلوم = $(\text{٤}\atop\text{٣})$ × $(\text{٤}\atop\text{٢})$ = ٦×٤=٢٤ طريقة

ب) إذا كان عليه أن يختار ٣ أسئلة في اللغة العربية على الأقل والباقي في العلوم ؟
الحل : على الأقل تعني أقل شيء أي ٣ عربي أو ٤ عربي وبالتالي (٣ عربي + ٢علوم) + (٤ عربي + ١ علوم)

عدد الطرق= $(\text{٤}\atop\text{٣})$ × $(\text{٤}\atop\text{٢})$ + $(\text{٤}\atop\text{٤})$ × $(\text{٤}\atop\text{١})$ = ٢٤ + ٤ =٢٨

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

تمارين

١) إذا كان $\binom{س}{٤} = \binom{س}{٩}$ فجد قيمة س

٢) جد قيمة س التي تحقق المعادلة $\binom{٨}{س} = \binom{٨}{٤}$

٣) إذا علمت أن $\binom{٨}{٢س} = \binom{٨}{١٢}$ فجد قيم س

٤) حل المعادلة الآتية $\binom{٩}{٨} = \binom{٩}{س}$

٥) جد قيمة كل مما يلي : ١) $\binom{٧}{٠} =$ ٢) $\binom{٥}{٥} =$ ٣) $\binom{٤}{١} =$

٦) إذا كان $\binom{ن}{٢} = ١٥$ فجد قيمة ن

٧) إذا كان $\binom{ن}{٤} = ١٥$ فجد قيمة ل(ن ، ٤)

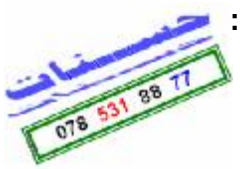
٨) إذا كان $\binom{ن}{ر} = ١٠$ ، ل(ن، ر)= ٦٠ فجد قيمة ن ، ر

الجواب : ن= ٥ ، ر=٣

٩)بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في إحدى المدارس من بين(٦) معلمين ، (٩) طلاب؟

١٠) مجموعة مكونة من (٦) معلمين و(٣) إداريين ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل

١١) يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٦ رجال و ٥ سيدات ، جد عدد طرق تشكيل لجنة ثلاثية منهم بحيث:
١ - تتكون اللجنة من رجلين وسيدة ٢ - تتكون اللجنة من رجلين على الأقل



٣- تتكون اللجنة من رجلين على الأكثر ٤ - رئيس اللجنة من الرجال والباقي من السيدات

١٢) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة $(٢ن+٤)\,! = ٢ \times \binom{١٠}{٢} + ل(٦،٢)$

جميع أسئلة الوزارة على (مبدأ العد ، التباديل والتوافيق) من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار لجنة مكونة من مدير ونائب له وأمين سر من بين (٥) مرشحين ؟ (٢٠٠٨ شتوية)

٢) كم عدداً مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {١،٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ |علماً أن التكرار غير مسموح به؟ (٢٠٠٩ شتوية)

٣) في إحدى الكليات الجامعية (٣١) مدرساً ،أرادت الإدارة أن تختار منهم عميداً للكلية ونائباً للعميد فإن عدد الطرق الممكنة لذلك هو: (٢٠٠٩ صيفية)

٤) في أحد الأسواق يباع (٤) أنواع من الخضار هي { بندورة، خس ، ملفوف، فاصوليا |و(٣) أنواع من اللحوم هي { لحم خروف، سمك ، دجاج |. أراد أحمد أن يشتري نوعاً واحداً من الخضار ونوعاً واحداً من اللحم ، فإن عدد الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك هي : (٢٠١٠ شتوية)

٥) بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة طلاب من بين (١٠) طلاب لتشكيل لجنة للمشاركة في إحدى المؤتمرات ؟ (٢٠١٠ صيفية)

٦) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب من بين (٨) موظفين في إحدى الشركات ؟ (٢٠١٠ صيفية)

٧) كم عدداً مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {٠،٤، ٢ |، إذا لم يسمح بتكرار الأرقام ؟ (٢٠١٢ شتوية)

٨) تبيع إحدى المكتبات (٣)أنواع من الأقلام و(٤) أنواع من الدفاتر . بكم طريقة يمكن شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة؟ (٢٠١٢ صيفية)

٩) بكم طريقة يمكن اختيار كتابين من بين سبعة كتب مختلفة ؟ (٢٠١٣ صيفية)

١٠) بكم طريقة يمكن أن تجلس أربع طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد ؟ (٢٠١٤ شتوية)(علامتان)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 531 88 77)

١١- إذا كان ٣ × ن! =٧٢ فإن قيمة (ن) تساوي : (٢٠٠٨ شتوية)

١٢- إذا علمت أن (ن – ١) ! = ٢٤ فإن قيمة ن تساوي : (٢٠١٠ شتوية)

١٣- إذا كان ن ! = ٢٤ ، فإن قيمة ن تساوي : (٢٠١٢ شتوية)

١٤- قيمة ٢!+ ٣! تساوي : (٢٠١٢ صيفية)

منهاجي

---

١٥) جد قيمة : $\frac{ل(٨،٣)}{!٣}$ (٢٠٠٨ شتوية) (٣علامات)

١٦) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة ل(ن،٣) = ٤ ل(ن،٢) (٢٠٠٨ صيفية) (٣علامات)

١٧) ل(٧، ٢) تساوي : (٢٠٠٩ صيفية)

١٨) عدد التباديل الثلاثية المأخوذة من مجموعة سداسية هو : (٢٠١٠ شتوية)

١٩) إذا علمت أن ل(ن،٣) = ٦ ل (ن،٢)، فما قيمة ن؟ (٢٠١٠ شتوية) (٤علامات)

٢٠) كم عدد تباديل مجموعة من سبعة عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر كل مرة ؟ (٢٠١١ شتوية)

٢١) إذا كان ٢ ل(٦ ،ر) =٦٠ فجد قيمة ر (٢٠١١ شتوية) (٣علامات)

٢٢) ما عدد تباديل مجموعة عدد عناصرها (٥) مأخوذة (٣) من العناصر في كل مرة ؟ (٢٠١٢ شتوية)

٢٣) إذا كان ½ ل(ن،٣) = ٦ ل (ن،٢)، فما قيمة ن؟ (٢٠١٢ صيفية) (٥علامات)

٢٤) جد قيمة ر التي تحقق المعادلة ٣ ل(٦ ، ر) =٣٦٠ (٢٠١٣ شتوية) (٣علامات)

---

٢٥) إذا كان $\binom{ن}{٣} = \binom{ن}{٥}$ فإن قيمة (ن) تساوي: (٢٠٠٨ صيفية)

٢٦) جد قيمة ن إذا علمت أن : ن ! = ل(٥ ، ٢) + $\binom{٤}{١}$ (٢٠٠٩ شتوية) (٤علامات)

٢٧) قيمة $\binom{٧}{١}$ تساوي : (٢٠٠٩ شتوية)

٢٨) جد قيمة س التي تحقق المعادلة $\binom{٨}{س} = \binom{٨}{٦}$ (٢٠٠٩ شتوية) (علامتان)

٢٩) إذا علمت أن $\binom{٨}{٢س}$ - $\binom{٨}{٦}$ فجد قيم س (٢٠٠٩ صيفية) (علامتان)

٣٠) حل المعادلة الآتية $\binom{٩}{٢} = \binom{٩}{س}$ (٢٠١٠ صيفية) (علامتان)

٣١) $\binom{٦}{٢}$ تساوي : (٢٠١١ شتوية)

٣٢) جد قيمة $\binom{٧}{٥}$ × ٣! (٢٠١١ شتوية) (٤علامات)

٣٣) إذا كان $\binom{س}{٤} = \binom{س}{٥}$ فإن قيمة س تساوي : (٢٠١١ صيفية) (علامتان)

٣٤) عدد توافيق (٦) عناصر مأخوذة (٣) عناصر في كل مرة يساوي : (٢٠١٢ صيفية)

٣٥) إذا كان ل(ن،٣) = ٦٠ فإن $\binom{ن}{٣}$ تساوي : (٢٠١٣ شتوية)

٣٦) قيمة س التي تحقق المعادلة $\binom{س}{٣} = \binom{س}{٥}$ هي : (٢٠١٣ شتوية)

٣٧) مجموعة كل قيم س التي تحقق المعادلة $\binom{١٢}{س} = \binom{١٢}{٨}$ هي : (٢٠١٣ صيفية)

٣٨) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة ! ن = ٢ × $\binom{١٠}{٢}$ + ل (٦ ، ٢) (٢٠١٣ صيفية) (٥ علامات)

٣٩) جد قيمة ن التي تحقق المعادلة : ل(ن، ٣) = ٦ × $\binom{ن}{٢}$ (٢٠١٤ شتوية) (٥علامات)

٤٠) ج) إذا كان $\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن،٢)}{!٣}$ ، فما قيمة ن ؟ وزارة ٢٠١٤ ص ٤٠ (٦ علامات)

٤١) إذا كان ن! = ل(٥ ، ٣) + $\frac{٤}{٣}$ × $\binom{١٠}{٢}$ ، فجد قيمة ن. وزارة ٢٠١٤ ص ٤٠ (٥ علامات)

٤٢) إذا كان ل (ن ، ٣) = $\binom{ن}{٤}$ فما قيمة ن ؟ (٢٠١٥ شتوية) (٦علامات)

٤٣) جد قيمة (قيم س) في المعادلة $\binom{٩}{٣س} = \binom{٩}{٦}$ (٢٠١٥ شتوية) (علامتان)

---

٤٤) بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في إحدى المدارس من بين(٥) معلمين ، (٨) طلاب؟
(٢٠٠٨ صيفية) (٦علامات)

٤٥) بكم طريقة يمكن اختيار (٤) طلاب و(٣) طالبات لتشكيل لجنة في إحدى الكليات من بين (١٠) طلاب و(٥) طالبات؟(٢٠١١ صيفية)

٤٦) مجموعة مكونة من (٨) معلمين و(٤) إداريين ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل (٢٠١٢ شتوية) (٦علامات)

٤٧) بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة من بين(٥)معلمين و (٩) طلاب؟(٢٠١٣ شتوية) (٣علامات)

٤٨) مجموعة مكونة من (٦) معلمين و(٨) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية تتكون من معلمين على الأقل
(٢٠١٤ شتوية) (٤ علامات)

٤٩) مجموعة مكونة من (٤) معلمين و(٦) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية مكونة من رئيس ونائب للرئيس من المعلمين وعضوين من الطلاب (٢٠١٤ صيفية) (٤ علامات)

٥٠) مجموعة مكونة من (٤) معلمين و(٧) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية منهم بحث تتكون من معلم واحد على الأقل
(٢٠١٥ شتوية) (٥ علامات)

المتغير العشوائي هو اقتران مجاله الفضاء العيني (Ω) ومداه مجموعة جزئية من ح

الفضاء العيني (Ω) هو مجموعة النتائج الممكنة أو المحتملة لتجربة ما

مثال١) جد الفضاء العيني لرمي قطعة نقد مرتين

الحل: الفضاء العيني = {(صورة ، صورة)، (صورة ، كتابة)،(كتابة ، صورة)،(كتابة ، كتابة)}

وبالرموز Ω= {(ص ، ص)، (ص ، ك)،(ك، ص)،(ك ، ك)}

مثال٢) في المثال السابق ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة ، ما هي قيم س الممكنة؟

الحل: احتمالات س هي : صورة واحدة ، صورتان أو لا صور إذاً س يأخذ مجموعة القيم :{٢ ،١،٠}

ملاحظة : إذا كانت مجموعة قيم س معدودة فإن س يسمى متغيراً منفصلاً

مثال٣) إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عائلة لديها ٣ أطفال وتسجيل النتائج حسب جنس الطفل وتسلسل ولادته (ترتيبه) ، جد الفضاء العيني وقيم س الممكنة

الحل : Ω = { ووو ، ووب ، وب و ، وب ب، ب ب ب ، ب ب و، ب و ب ، ب و و }

مجموعة قيم س :{٣، ٢،١،٠ | أي أن س قد تكون : ولد واحد ، ولدان ، ثلاثة أولاد أو لا أولاد

ويمكن إيجاد احتمال كل قيمة من قيم س حيث ل(ح) = $\frac{\text{عدد عناصر ح}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

مثلاً : احتمال وجود ٣ أطفال ذكور({ ووو|) = ل(س= ٣) = $\frac{١}{٨}$

احتمال وجود ولدين فقط ({ ووب ، وب و ، ب و و |) = ل(س= ٢) = $\frac{٣}{٨}$

احتمال وجود ولدين على الأقل (أقل شيء ولدين) = احتمال ولدين + احتمال ٣ أولاد

= ل(س= ٢) + ل(س=٣)

= $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٨} = \frac{٤}{٨}$

احتمال وجود ولدين على الأكثر(أكثر شيء ولدين) = احتمال ولدين + احتمال ولد واحد + احتمال عدم وجود أولاد ذكور

= ل(س= ٢) + ل(س=١) + ل(س=٠)

= $\frac{٣}{٨} + \frac{٣}{٨} + \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٨}$

أو : حسب القاعدة : مجموع احتمالات المتغير العشوائي س = ١

ل(س= ٠) + ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) = ١

إذاً ل(س= ٠) + ل(س=١) + ل(س=٢) = ١ - ل(س=٣)

= ١ - $\frac{١}{٨}$

= $\frac{٧}{٨}$

مثال٤) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة :{(١ ، ٠,١) ، (٢، ٠,٥) ،(٣ ، م)|فما قيمة م

الحل : ب = ١ – (٠,٥ +٠,١)

= ١- ٠,٦ = ٠,٣

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

توزيع ذي الحدين (مهم جداً)

الفضاء العيني لتوزيع ذي الحدين يتكون من نتيجتين منفصلتين وهما { نجاح ، فشل }

مثلاً : عند إلقاء حجر النرد ٤ مرات والحادث هو ظهور العدد ٢ فإن Ω = { ظهور العدد ٢ ، عدم ظهور العدد ٢ }

ن : عدد مرات إجراء التجربة أ : احتمال النجاح في كل مرة ، ن ، أ معاملا متغير ذي الحدين

حيث يأخذ متغير ذي الحدين القيم : ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن

قاعدة : احتمال النجاح في (ر) من المرات = ل(س= ر) = $(\text{ن}_{\text{ر}})(\text{أ})^{\text{ر}}(\text{١}-\text{أ})^{\text{ن}-\text{ر}}$ ، ر ∈ { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ن |

مثال٥) أطلق صياد ٤ طلقات على هدف ما ، إذا كان احتمال أن يصيب الهدف في كل مرة هو(٠,٦) فما احتمال :

أ) إصابة الهدف ٣ مرات ب) إصابة الهدف ٣ مرات على الأقل ج) إصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر

الحل: ن = ٤ ، أ = ٠,٦ ، ١ – ٠,٦ = ٠,٤

أ) ل(س= ٣) = $(\text{٤}_{\text{٣}})$ (٠,٦)$^{\text{٣}}$ (٠,٤)$^{\text{١}}$ = ٤ × $\frac{\text{٢١٦}}{\text{١٠٠٠}}$ = $\frac{\text{٤٣٢}}{\text{١٢٥٠}}$ = ٠,٣٤٦٥

ب) على الأقل ٣ مرات (تعني أقل شيء ٣ مرات) أي (٣ مرات + ٤ مرات)

= ل(س= ٣) + ل(س= ٤)

= $(\text{٤}_{\text{٣}})$ (٠,٦)$^{\text{٣}}$ (٠,٤)$^{\text{١}}$ + $(\text{٤}_{\text{٤}})$ (٠,٦)$^{\text{٤}}$(٠,٤)$^{\text{٠}}$ = ٠,٤٧٦١

ج) مرة واحدة على الأكثر تعني أكثر شيء مرة واحدة أي (مرة + ولا مرة)

= ل(س= ١) + ل(س= ٠)

= $(\text{٤}_{\text{١}})$ (٠,٦)$^{\text{١}}$ (٠,٤)$^{\text{٣}}$ + $(\text{٤}_{\text{٠}})$ (٠,٦)$^{\text{٠}}$(٠,٤)$^{\text{٤}}$

= ٠,١٥٣٦ + ٠,٠٢٥٦ = ٠,١٧٩٢

مثال٦) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين حيث ن = ٣ وكان ل(س ⩽ ١) = $\frac{\text{١١٧}}{\text{١٢٥}}$ فجد قيمة أ

الحل: لاحظ أن ل(س ⩽ ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣) = ١ – ل(٠)

ومنها ١ – ل(٠) = ١ – (١ – أ)$^{\text{٣}}$ = $\frac{\text{١١٧}}{\text{١٢٥}}$

(١ – أ)$^{\text{٣}}$ = ١ – $\frac{\text{١١٧}}{\text{١٢٥}}$

(١ – أ)$^{\text{٣}}$ = $\frac{\text{١٢٥}}{\text{١٢٥}}$ – $\frac{\text{١١٧}}{\text{١٢٥}}$ = $\frac{\text{٨}}{\text{١٢٥}}$ ⇐ ١ – أ = $\frac{\text{٢}}{\text{٥}}$ ⇐ أ = $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

ل(٠) = $(\text{٣}_{\text{٠}})$ (أ)$^{\text{٠}}$ (١ – أ)$^{\text{٣}}$

= (١ – أ)$^{\text{٣}}$

مثال٧) يحتوي صندوق على ٣ كرات بيضاء و كرتين حمراوين ، سحبت من الصندوق ٣ كرات على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل : احتمال النجاح هو ظهور(سحب) كرة بيضاء واحتمالها = عدد الكرات البيضاء ÷ عدد الكرات في الصندوق = $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

إذاً ن = ٣ ، أ = $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$ ، وقيم س الممكنة هي : ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

ل(٠) = $(\text{٣}_{\text{٠}})$ $(\frac{\text{٣}}{\text{٥}})^{\text{٠}}$ $(\frac{\text{٢}}{\text{٥}})^{\text{٣}}$ = $\frac{\text{٨}}{\text{١٢٥}}$

ل(١) = $(\text{٣}_{\text{١}})$ $(\frac{\text{٣}}{\text{٥}})^{\text{١}}$ $(\frac{\text{٢}}{\text{٥}})^{\text{٢}}$ × ٣ = $\frac{\text{٤}}{\text{٢٥}}$ × $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$ × ٣ = $\frac{\text{٣٦}}{\text{١٢٥}}$

ل(٢) = $(\text{٣}_{\text{٢}})$ $(\frac{\text{٣}}{\text{٥}})^{\text{٢}}$ $(\frac{\text{٢}}{\text{٥}})^{\text{١}}$ = $\frac{\text{٥٤}}{\text{١٢٥}}$

ل(٣) = $(\text{٣}_{\text{٣}})$ $(\frac{\text{٣}}{\text{٥}})^{\text{٣}}$ $(\frac{\text{٢}}{\text{٥}})^{\text{٠}}$ = ١ × $\frac{\text{٢٧}}{\text{١٢٥}}$ × ١ = $\frac{\text{٢٧}}{\text{١٢٥}}$

إذاً جدول التوزيع الاحتمالي هو :

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{\text{٨}}{\text{١٢٥}}$	$\frac{\text{٣٦}}{\text{١٢٥}}$	$\frac{\text{٥٤}}{\text{١٢٥}}$	$\frac{\text{٢٧}}{\text{١٢٥}}$

تمارين

١) إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأطفال الإناث (البنات)في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة ، وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادته أنثى ، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س

٢)إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س يساوي :{(٠ ، ٠,٣)، (١ ، ٠,١)،(٢ ، م)}فما قيمة م ؟

٣) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل س معطى بالجدول التالي فجد قيمة م

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	م	$\frac{١}{٨}$

٤) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٢ أ =٧, ٠ فجد
١- قيم س ٢- جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

٥) إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج مصنع ما هي ١٠ ٪ وأخذنا (٥) قطع من إنتاج المصنع عشوائياً ، فجد :
١- احتمال وجود ٣ قطع معيبة منها ٢- احتمال وجود قطعة معيبة واحدة على الأكثر ٣- احتمال عدم وجود أي قطعة معيبة

٦)إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين حيث ن = ٢ وكان ل(س ⩽ ١) = $\frac{١٦}{٢٥}$ فجد قيمة أ

٧) صندوق يحتوي على (٤)كرات بيضاء و (٦) حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

جميع أسئلة الوزارة على (المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين) من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

السؤال الأول : اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١)إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) معطى بالجدول التالي:
فإن قيمة (جـ) تساوي : (٢٠٠٨ شتوية)

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	٠,٢	جـ	٠,٣	٠,١

٢)إذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في منطقة جرش(٠,٨)، زرع شخص ٣ شجرات تفاح في حديقة بيته،ما احتمال نجاح زراعتها جميعاً؟ (٢٠٠٨ صيفية)

٣) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة فإن القيم الممكنة للمتغير (س) هي : (٢٠١٠ صيفية)

٤) إذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن = ٤ ، أ =٣, ٠ أوجد كلاً مما يلي:(٢٠٠٨ شتوية) ،(٨ علامات))
١- ل(س=٢) = ٢- ل(س⩽ ١) =

٥) سجلت إحدى القابلات في أحد المستشفيات ولادة ثلاثة أطفال في نفس اليوم حسب الجنس وتسلسل الولادة، فإذا علمت أن الأطفال ولدوا من ثلاث أمهات وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادته أنثى

١- إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأطفال الذكور المسجلين في ذلك اليوم في المستشفى فاكتب قيم س الممكنة
٢- ما احتمال أن يكون جميع المواليد من الإناث ؟ (٢٠٠٨ شتوية ،(٤ علامات))

٦) إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع ٥ ٪ ،أخذت (٤) قطع من إنتاج المصنع بطريقة عشوائية ، ما احتمال أن يكون عدد القطع المعيبة ثلاث قطع على الأقل ؟ (٢٠٠٨ صيفية ،(٦ علامات))

٧) أجريت ثلاث عمليات جراحية في أحد المستشفيات الأردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة يساوي ٨٠ ٪
١- إذا دل المتغير العشوائي س على عدد العمليات الجراحية الناجحة فاكتب قيم س الممكنة (٤ علامات)
٢- ما احتمال نجاح عملية واحدة فقط ؟ (علامتان) (٢٠٠٩ شتوية ،(٦ علامات))

٨) إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث ن =٣ ، ل(س ⩽ ١)= $\frac{٧}{٨}$ ، فجد قيمة أ
(٢٠٠٩ شتوية ،(٥ علامات))

٩) إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع ١٠ ٪ فإذا أخذت (٤) قطع عشوائياً من إنتاج المصنع ،
فما احتمال أن تكون بينها قطعة واحدة على الأكثر معيبة؟ (٢٠٠٩ صيفية ،(٤ علامات))

١٠) يحتوي صندوق على (٤) حمراء و(٣) بيضاء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ،
إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)
(٢٠٠٩ صيفية ،(٦ علامات))

١١) في تجربة رمي قطعة نقد مرتين إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة :
١- اكتب الفضاء العيني لهذه للتجربة (علامتان)
٢- اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) (علامتان) (٢٠١٠ شتوية)

١٢) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن=٣ ، أ = ٣, ٠ فجد ل(س > ٢) (٢٠١٠ شتوية،(٥ علامات))

١٣) إذا كان احتمال أن يصيب شخص ما هدفاً في طلقة يطلقها على الهدف يساوي (٦, ٠) ،
فإذا أطلق (٤) طلقات على الهدف ، فما احتمال أن يصيب الهدف مرة واحدة على الأقل ؟ (٢٠١٠ صيفية،(٥ علامات))

١٤) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن=٢ ، أ = ١, ٠ اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س
(٢٠١١ شتوية ،(٦ علامات))

١٥) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة : {(١ ، ٠,٢)، (٢ ، ٠,١)،(٣ ، ٠,٤) ، (٤ ، ك) |،
فإن قيمة ك تساوي: (٢٠١١ صيفية)

١٦) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن = ٣ ، أ =٦, ٠ فجد ل(س⩽ ٢) (٢٠١١ صيفية،(٥ علامات))

١٧) في تجربة رمي قطعة نقد (٣) مرات متتالية ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الكتابة ، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س
(٢٠١٢ شتوية ،(٥ علامات))

١٨) صندوق يحتوي على (٣)كرات بيضاء و (٧) حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س (٢٠١٢ صيفية ،(٦ علامات))

١٩) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة :{(١ ، ٠,٤) ، (٢، ٠,٥) ،(٣ ، ب)|فما قيمة ب
(٢٠١٣ شتوية ،(علامتان))

٢٠) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٢ أ =٣, ٠ فجد
١- قيم س ٢- جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س (٢٠١٣ شتوية) (٥ علامات)

٢١) زرع شخص شجرتين في حديقة منزله ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأشجار الناجحة وكان احتمال نجاح زراعة الشجرة الواحدة (٠,٨) فأجب عما يأتي
١- اكتب قيم س ٢- اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س (٢٠١٣ صيفية ،(٥ علامات))

٢٢) إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة ، وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادته أنثى ، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س
(٢٠١٤ شتوية ،(٥ علامات))

٢٣) إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين معاملاه ن = ٤ ، أ ، وكان ل(س⩽ ١) = $\frac{١٥}{١٦}$ فجد:
١) قيمة أ ٢) ل (س=٣) (٢٠١٤ صيفية،(٦علامات))

٢٤) قررت إحدى شركات الاستيراد رفض مستورداتها من الشركة المصنعة إذا وجدت وحدتان معينتان أو أكثر في عينة عشوائية مكونة من ٦ وحدات ، فإذا كانت نسبة المعيب في إنتاج الشركة المصنعة ١٠٪ فما احتمال قبول الشركة المستوردة للشحنة؟
(٢٠١٥ شتوية ،(٦ علامات))

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)
الصف الثاني الثانوي الصناعي والفندقي / م٤ : العلامة المعيارية

العلامة المعيارية لقيمة ما هي ربط القيمة الخام المجردة (الأصلية) بباقي القيم أو المشاهدات عن طريق الوسط الحسابي $\overline{س}$ والانحراف المعياري (ع)

مثلاً : حصل طالب على (٧٠) في الرياضيات وعلى(٩٠) في العلوم : قد يبدو للوهلة الأولى أن علامة العلوم أفضل من علامة الرياضيات ولكن إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الرياضيات (٦٠) وذلك يعني أن معظم الطلاب حصلوا على علامات قريبة من (٦٠) والوسط الحسابي لعلامات العلوم(٨٥) ومعنى ذلك أن علامات معظم الطلاب مرتفعة ، لذلك فأن علامة الرياضيات أفضل

قاعدة : العلامة المعيارية = $زس = \frac{س - \overline{س}}{ع}$ ، $ع \neq ٠$

س :العلامة الخام

$\overline{س}$: الوسط الحسابي

ع:الانحراف المعياري

ملاحظة(١) : هذا القانون يحتوي (٤) قيم وهناك ٤ احتمالات للأسئلة بأن تعطى ٣ قيم منها ويطلب إيجاد الرابعة

ملاحظة(٢) : إذا كانت العلامة الخام أكبر من الوسط الحسابي (فوق) فالعلامة المعيارية ستكون موجبة وإذا كانت أصغر فهي سالبة

مثال١) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٦٠) والانحراف المعياري لها (٥) فجد العلامة المعيارية للعلامة (٥٠)

الحل: العلامة المعيارية = $زس = \frac{س - \overline{س}}{ع} = \frac{٥٠ - ٦٠}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$

مثال٢) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٧٠) والانحراف المعياري لها (٤) فجد القيمة التي تنحرف(٣) انحرافات معيارية فوق الوسط الحسابي

ملاحظة : يمكن حل هذا السؤال ذهنياً عن طريق إضافة ٣ انحرافات معيارية أي ٣ أربعات إلى الوسط الحسابي : ٧٠ + ٤+٤+٤ = ٨٢

الحل: $ز = \frac{س - \overline{س}}{ع}$

$٣ = \frac{س - ٧٠}{٤}$ ⇐ س= ١٢ + ٧٠ = ٨٢

مثال٣) إذا كان الوسط الحسابي لأوزان مجموعة من الطلاب يساوي (٤٨) وكان وزن أحد الطلاب هو(٥٨) والعلامة المعيارية المقابلة لهذا الوزن هي(٢,٥) فجد الانحراف المعياري للأوزان

الحل:

$ز = ٢,٥ = \frac{٥٨ - ٤٨}{ع}$ ⇐ ٢,٥ × ع = ١٠ ⇐ ع = ٤

مثال٤) في أحد الامتحانات حصل طالبان على العلامتين ٨٠ ، ٦٠ وكانت علامتيهما المعياريتين هما ٣ ، - ١ فجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات الصف

الحل:

$٣ = \frac{٨٠ - \overline{س}}{ع}$ ، $-١ = \frac{٦٠ - \overline{س}}{ع}$

٣ ع = ٨٠ – $\overline{س}$ ، – ع = ٦٠ – $\overline{س}$ بالحذف والتعويض ينتج أن : ع = ٥ ، $\overline{س}$ = ٦٥

مثال٥) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في الرياضيات يساوي(٦٠) والانحراف المعياري لها (٦) ، والوسط الحسابي لعلامات نفس الصف في اللغة العربية (٧٠) والانحراف المعياري لها (٥) ، وكانت علامة سالم في الرياضيات (٧٢) وعلامته في اللغة العربية (٨٠) ، فأي العلامتين أفضل؟

الحل : نجد العلامة المعيارية لعلامتي سالم في المادتين :

$ز(الرياضيات) = \frac{٧٢ - ٦٠}{٤} = ٣$

إذاً علامته في الرياضيات أفضل لأن ٣ > ٢

$ز(اللغة العربية) = \frac{٨٠ - ٧٠}{٥} = ٢$

تمارين

السؤال الأول : أكمل الفراغ فيما يلي :

١) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٥٥) والانحراف المعياري لها (٦) فإن القيمة التي تنحرف انحرافين معيارية تحت الوسط الحسابي تساوي : .....

٢) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الرياضيات يساوي(٥٢) والانحراف المعياري لها (٥) ، فإن العلامة المعيارية للعلامة (٦٧) هي :

٣) في توزيع تكراري ، إذا كانت العلامة الخام (٧٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٨) فإن الانحراف المعياري =

٤) في توزيع تكراري، إذا كانت العلامة الخام (٨٠) تقابل العلامة المعيارية (٥ ,٢) وكان الانحراف المعياري(٤) فإن الوسط الحسابي =

السؤال الثاني:

أ) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(١٥) والانحراف المعياري لها (٤) فجد القيمة التي تنحرف انحرافين معيارية فوق الوسط الحسابي

ب) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات مجموعة من الطلاب يساوي(٥٩) وحصل طالب على العلامة (٨٠)وكانت علامته المعيارية (٣) فجد الانحراف المعياري لهذه العلامات

ج) في توزيع تكراري، كان الانحراف المعياري(٨) وحصل طالب على العلامة (٨٥)وكانت علامته المعيارية (٥ ,٣) ،جد الوسط الحسابي للتوزيع

د) إذا كان الوسط الحسابي لرواتب مجموعة من الموظفين في مؤسسة ما يساوي(٢٢٠دينار) والانحراف المعياري لها (١٥) فجد

القيمة الراتب الأصلي للعلامة المعيارية (- ٢)

هـ) تقدم أسامة وأحمد لامتحان ما وكانت علامة أسامة (٩٠) وعلامته المعيارية (٤) بينما حصل أحمد على(٨٢) وعلامته المعيارية(١) جد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات كل من تقدم للامتحان

و) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٧٠) والانحراف المعياري لها (١٠) فجد :
١- العلامة (س) التي قيمتها المعيارية (١,٥)
٢- القيمة المعيارية للعلامة (٥٥)
٣- العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين
٤- العلامة التي تنحرف تحت الوسط انحرافاً معيارياً واحداً

ز) إذا كانت علامات الطلاب (محمد) و(ماجد) و(علي) في امتحان الفيزياء هي : ٨٠ ، ٧٠ ، س على الترتيب وعلاماتهم المعيارية هي: ٣، ٢، -١ . فما علامة الطالب (علي) الفعلية ؟

ح) إذا كانت العلامات المعيارية للطلاب (أحمد) و(سالم) و(عليان) هي : (١,٥)، -١ ، -٢ على الترتيب وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف (٧٠) والفرق بين علامتي (أحمد) و(سالم) يساوي (١٠) فجد العلامات الفعلية للطلاب الثلاثة

١) في توزيع تكراري، إذا كانت العلامة الخام (٦٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٤) فإن الانحراف المعياري = (٢٠٠٨ شتوية)

٢) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) فإن القيمة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي تساوي : (٢٠٠٨ صيفية)

٣)إذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية(٦٠) والانحراف المعياري لها (٥) فإن العلامة المعيارية للعلامة (٥٨) تساوي : (٢٠٠٩ شتوية)

٤)إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة أحد الصفوف في مبحث الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري (٥) فإن العلامة المعيارية للعلامة (٦٠) هي : (٢٠١٠ صيفية)

٥) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥) والانحراف المعياري (٦) فجد العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحسابي انحرافين معياريين (٢٠١١ شتوية) (٥ علامات)

٦) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) وكانت العلامة المعيارية لعلامة الطالب أحمد تساوي (- ٣) فجد علامته الفعلية التي حصل عليها (٢٠١١ صيفية) (٥ علامات)

٧) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٦٠) والانحراف المعياري لها (٣) فجد العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين (٢٠١٢ شتوية) (٣ علامات)

٨) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية(٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) فإن العلامة المعيارية للعلامة (٥٦) هي : (٢٠١٢ صيفية)

٩) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص ٤٢ سنة والانحراف المعياري لها (٤) فإن العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي هو : (٢٠١٣ شتوية)

١٠) في توزيع تكراري، إذا كانت العلامة الخام(٧٨) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٦٠) فإن الانحراف المعياري = (٢٠١٣ صيفية)

١١) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة في أحد الصفوف في مادة العلوم(٦٠) والانحراف المعياري لها (٦)
أجب عما يأتي (٢٠١٤ شتوية)(٤علامات)
أ) جد العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي

ب)إذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه في مادة العلوم ٩، فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين

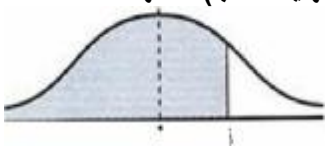
إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)
الصف الثاني الثانوي الصناعي والفندقي / م٤ :التوزيع الطبيعي

١) في توزيع ذي الحدين كان المتغير العشوائي منفصلاً لأن قيمه معدودة (مثل عدد الأطفال ، عدد الصور ، عدد الكرات ...)
أما إذا كانت القيم غير معدودة (مثل كمية الأمطار ، الزمن...) فإن هذه المتغيرات تسمى متصلة ومنها التوزيع الطبيعي المعياري

٢)التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي وسطه الحسابي (صفر) وانحرافه المعياري (١) ومتغيره العشوائي العلامة المعيارية (ز)

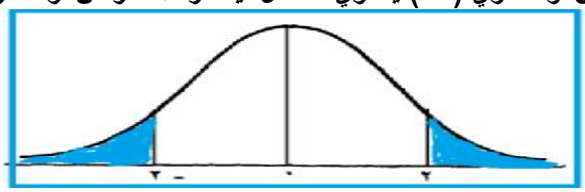
٣) هناك ملاحظات يجب مراعاتها عند التعامل مع التوزيع الطبيعي المعياري والجدول الخاص به (في نهاية الكتاب) ، منها :

أ – احتمال التوزيع كاملاً يساوي(١)



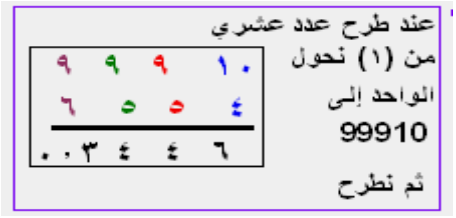
ب- الجدول يعطي احتمال قيم (ز) الأصغر من أ (على يسار العلامة المعيارية أ أو ل (ز ⩽ أ)

ج- هناك تماثل حول قيم (ز) السالبة والموجبة
(مثلاً :احتمال قيمة ز الأكبر من أو تساوي (٢) يساوي احتمال قيمة ز الأصغر من أو تساوي(- ٢)



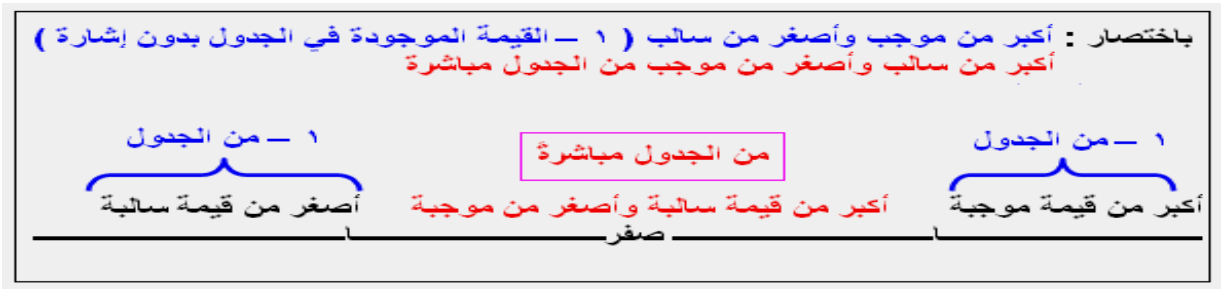
ولكن الجدول لا يعطي إلا الاحتمال على يسار القيم الموجبة لذلك إذا طلب احتمال قيمة سالبة نحولها إلى موجبة ونطرح الناتج من (١)
أي أن ل (ز ⩾ – ٠,٤) = ل (ز ⩽ ٠,٤) وهذه غير موجودة في الجدول لذلك نجد ل (ز ⩾ ٠,٤) ثم نطرحها من ١

ل (ز ⩾ – ٠,٤) = ١ - ٠,٦٥٥٤ = ٠,٣٤٤٦



كذلك : ل (ز ⩽ السالب) = ل (ز ⩾ الموجب)

، ل (ز ⩽ الموجب) = ١ - ل (ز ⩾ الموجب)



مثال : إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، فجد قيمة كلاً مما يأتي :

١) ل (ز ⩾ ١,٢٣) = ٠,٨٩٠٧ (أصغر من قيمة موجبة ⇐ من الجدول مباشرةً)

٢) ل (ز ⩽ ٣) = ١ - ل (ز ⩾ ٣) (أكبر من قيمة موجبة ⇐ ١ - أصغر من نفس القيمة الموجبة)
= ١ - ٠,٩٩٨٧ = ٠,٠٠١٣

٣) ل (ز ⩾ – ٢,٤) = ١ - ل (ز ⩾ ٢,٤) (أصغر من قيمة سالبة ⇐ أكبر من نفس القيمة الموجبة)
= ١ - ٠,٩٩١٨ = ٠,٠٠٨٢

٤) ل (ز ⩽ – ٢) = ٠,٩٧٧٢ (أكبر من قيمة سالبة ⇐ أصغر من نفس القيمة الموجبة)

٥) ل (- ١ ⩾ ز ⩾ ١) = ل (ز ⩾ ١) – ل (ز ⩾ – ١) = ٠,٨٤١٣ – (١ – ٠,٨٤١٣) = ٠,٦٨٢٦

عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

تمارين

السؤال الأول :أكمل الفراغ فيما يأتي :

١) الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري يساوي : .....

٢) الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي يساوي : .....

٣) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، وكان ل (ز ⩾ م) = ٠,٧ فإن ل (ز ⩽ − م) يساوي : .....

٤) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، وكان ل (ز ⩾ م) = ٠,٦٧ فإن ل (ز ⩽ م) يساوي : .....

السؤال الثاني : إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، فجد قيمة كلاً مما يأتي :

١) ل (ز ⩽ ١) =

٢) ل (ز ⩾ ١,٤٥) =

٣) ل (ز ⩾ − ١,٧٢) =

٤) ل (ز ⩽ − ٢,٤) =

٥) ل (− ٢ ⩽ ز ⩽ − ١,٦) =

٦) ل (٠,٤ ⩽ ز ⩽ ١,٧) =

٧) ل (− ٠,٨ ⩽ ز ⩽ ١,٢) =

٨) ل (− ١,٢ ⩽ ز ⩽ صفر)=

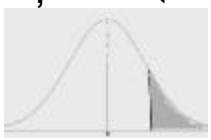
إذا كان الاحتمال معطى والمطلوب قيمة (ز) :هناك عدة حالات

١) ل (ز ⩾ أ) = ٠,٩٨٤٦ ، جد قيمة أ (من الجدول مباشرةً : نلاحظ أن ٠,٩٨٤٦ تقابل ٢,١٦ إذاً ز = ٢,١٦)

٢) ل (ز ⩽ أ) = ٠,٣٥ ، جد قيمة أ

(لا يوجد في الجدول قيم أصغر من (٠,٥) لذلك نطرحها من ١ :

١ - ٠,٣٥ = ٠,٦٥ نبحث في الجدول عن ٠,٦٥ أو أقرب قيمة إليها فنجد ٠,٦٥١٧ تقابل ٠,٣٩ ⇐ أ = ٠,٣٩)



٣) ل (ز ⩽ أ) = ٠,٧٤٨٦ ، جد قيمة أ

(احتمال التوزيع كاملاً = ١ ⇐ احتمال نصفه = ½ وبما أن ٠,٧٤٨٦ أكبر من ½ إذاً أ يجب أن تكون سالبة

(أكبر من قيمة سالبة ⇐ أصغر من نفس القيمة الموجبة) ومن الجدول ٠,٧٤٨٦ تقابل ٠,٦٧ ⇐ أ = - ٠,٦٧)

٤) ل (ز ⩾ أ) = ٠,٢٣

(لا يوجد في الجدول قيم أصغر من (٠,٥) لذلك نطرحها من ١ : ١ - ٠,٢٣ = ٠,٦٧ نبحث في الجدول عن ٠,٦٧ فنجدها تقابل ٠,٤٤ ولكن لأن (ز ⩾ أ) إذاً يجب أن تكون أ سالبة ⇐ أ = - ٠,٤٤)

تمارين

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، فجد قيمة أ في الحالات الآتية:

١) ل (ز ⩾ أ) = ٠,٨٦٨٦

٢) ل (ز ⩽ أ) = ٠,٩٩٦١

٣) ل (ز ⩾ أ) = ٠,٠٣٣٦

٤) ل (ز ⩽ أ) = ٠,١٤٦٩

حسنات
078 531 88 77

تطبيقات عملية على التوزيع الطبيعي

ملاحظة : في التطبيقات دائماً نحول القيم المعطاة إلى علامات معيارية ...(مهم جداً)

قاعدة : العدد = الاحتمال × العدد الكلي

لإيجاد عدد الطلبة أو أي عدد = الاحتمال × العدد الكلي

لإيجاد النسبة المئوية = الاحتمال ×١٠٠

لإيجاد الاحتمال بمعلومية النسبة المئوية = النسبة المئوية ÷ ١٠٠

مثال ١ : إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (٧٠) وانحرافه المعياري (٥) فجد :

أ) ل (س ⩾ ٨٢)

الحل: نحول (٨٢) إلى علامة معيارية : ز= $\frac{٨٢ - ٧٠}{٥} = \frac{١٢}{٥}$ = ٢,٤ ⇐ ل(ز ⩾ ٢,٤)= ٠,٩٩١٨

ب) ل (س ⩽ ٧٢)

الحل: نحول (٧٢) إلى علامة معيارية باستخدام القانون : ز= $\frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٧٢ - ٧٠}{٥} = \frac{٢}{٥}$ = ٠,٤

ل(ز ⩽ ٠,٤) = ١ - ل(ز ⩾ ٠,٤) = ١- ٠,٦٥٥٤ = ٠,٣٤٤٦

عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

ج) القيمة المعيارية المقابلة للعلامة(٧٨)

الحل: نستخدم القانون : ز= $\frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٧٨ - ٧٠}{٥} = \frac{٨}{٥}$ = ١,٦

د) قيمة س التي تقابل العلامة المعيارية (- ٢)

الحل: نستخدم القانون : ز= $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ ⇐ - ٢ = $\frac{س - ٧٠}{٥}$ ⇐ س = - ١٠ + ٧٠ = ٦٠

مثال ٢ : إذا كانت أوزان (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٥) وانحراف معياري (٤) فجد :

أ) عدد الطلاب الذين تزيد أوزانهم عن (٦٥) كغم

الحل: نحول (٦٥) إلى علامة معيارية باستخدام القانون : ز= $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ ⇐ ز = ٢,٥

ل(ز ⩽ ٢,٥) = ١- ل (ز ⩾ ٢,٥) = ١ – ٠,٩٩٣٨ = ٠,٠٠٦٢

عدد الطلاب الذين تزيد أوزانهم عن (٦٥) كغم = العدد الكلي × الاحتمال = ١٠٠٠ × ٠,٠٠٦٢ =٦,٢ ≈ ٦ طلاب

ب) إذا اختير طالب عشوائيا ، ما احتمال أن يقل وزنه عن (٥٠) كغم

الحل: نحول (٥٠) إلى علامة معيارية باستخدام القانون : ز= $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ ⇐ ز = - $\frac{٥}{٤}$ = - ١,٢٥

ل(ز ⩾ - ١,٢٥) = ١ - ل(ز ⩾ ١,٢٥)= ١ - ٠,٨٩٤٤ = ٠,١٠٥٦

مثال ٣ : تقدم (١٠٠٠٠) شاب للتوظيف في إحدى المؤسسات، فإذا كانت أطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (١٧٠سم) وانحراف معياري قدرة (٨ سم) فأوجد:

أ) عدد الشباب الذين أطوالهم أقل من ١٦٠ سم

الحل: ل(ز< ((١٦٠ – ١٧٠) ÷ ٨)) = ل(ز< – ١,٢٥)=١- ل(ز ⩾ ١,٢٥)= ١- ٠,٨٩٤٤ = ٠,١٠٥٦

عدد الشباب الذين تقل أطوالهم عن ١٦٠ سم = الاحتمال × العدد الكلي لهم = ٠,١٠٥٦ × ١٠٠٠٠ = ١٠٥٦ شاب

ب- إذا كان الحد الأدنى للطول هو (١٧٨ سم) كشرط للتوظيف ، فجد عدد الشباب المقبولين ؟

الحل: ل (الطول > ١٧٨) = ل (ز> ١) = ١- ل(ز ⩽ ١) = ١- ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧

العدد = ١٠٠٠٠ ×٠,١٥٨٧ = ١٥٨٧ شاب

مثال ٤ : إذا كان س متغير عشوائي يمثل توزيع أوزان قطيع من الخراف وسطه الحسابي = ٢٧ كغم وانحرافه المعياري ٥ كغم فإذا علمت أنه لا يسمح بذبح أي من هذه الخراف إلا بعد أن تبلغ وزن معين . فجد هذا الوزن إذا علم أن ٢ , ٢٤% من هذه الخراف غير مسموح بذبحها؟؟؟

الحل: نفرض أن س متغير عشوائي يمثل وزن الخراف

ل(ز ⩾ $\frac{\text{س} - ٢٧}{٥}$) = ٠,٢٤٢ أو ل (ز ⩾ أ) = ٠,٢٤٢ (لا يوجد في الجدول قيم أصغر من (٠,٥) لذلك

نطرحها من ١ : ١ - ٠,٢٤٢ = ٠,٧٥٨ نبحث في الجدول عن ٠,٧٥٨ فنجدها تقابل ٠,٧ ولكن لأن(ز ⩾ أ) إذاً يجب أن تكون أ سالبة ⇐ أ = -٠,٧)

نستخدم القانون : ز= $\frac{\text{س} - \overline{\text{س}}}{\text{ع}}$ لإيجاد قيمة س ⇐ -٠,٧ = $\frac{\text{س} - ٢٧}{٥}$ ⇐ س = ٢٧ - ٣,٥ = ٢٣,٥

أقل وزن لذبح الخروف هو ٢٣,٥ كغم

مثال ٥ : إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٥) وانحراف معياري (١٠) وكان عدد الناجحين (٥٩١) جد علامة النجاح

الحل: نسبة النجاح = عدد الناجحين ÷ العدد الكلي = ٥٩١ ÷ ١٠٠٠ = ٠,٥٩١

ل(ز ⩽ أ) = ٠,٥٩١ (من الجدول نجدها تقابل ٠,٢٣ لكن: ٠,٥٩١ أكبر من النصف إذاً أ سالبة أ = - ٠,٢٣)

ز= $\frac{\text{س} - \overline{\text{س}}}{\text{ع}}$ ⇐ -٠,٢٣ = $\frac{\text{س} - ٥٥}{١٠}$ ⇐ س = ٥٥ - ٢,٣ = ٥٢,٧

مثال ٦ : وجد أن أطوال نوع معين من النبات تكون موزعة توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٦٠ سم وانحراف معياري ع فإذا علم أن أطوال٢٢,١% من هذا النبات أقل من ٥١ سم , أوجد الانحراف المعياري لتوزيع أطوال هذا النبات؟؟؟

الحل: ل (الطول < ٥١) = ٠,٠١٢٢

ل (ز < أ) = ٠,٠١٢٢ (لا يوجد في الجدول قيم أصغر من (٠,٥) لذلك نطرحها من ١ : ١ - ٠,٠١٢٢ = ٠,٩٨٧٨

نبحث في الجدول عن ٠,٩٨٧٨ فنجدها تقابل ٢,٢٥ ولكن لأن(ز ⩽ أ) إذاً يجب أن تكون أ سالبة ⇐ أ = -٢,٢٥)

إذاً ٥١ - ٦٠ = -٢,٢٥ × ع ⇐ ع = -٩ ÷ -٢,٢٥ ⇐ ع = ٤

تمارين

١) إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (٧٠) وانحرافه المعياري (٤) فجد :

أ) ل (س ⩾ ٦٠) ب) ل (س ⩽ ٧٥)

ج) القيمة المعيارية المقابلة للعلامة(٧٦) د) قيمة س التي تقابل العلامة المعيارية (٢,٥)

٢) تتخذ أعمار (٥٠٠) موظف شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٠) وانحراف معياري (٥) إذا اختير أحد الموظفين عشوائياً :

أ) ما احتمال أن يكون عمره أكبر من (٦٠) سنة ؟ (الجواب : ٠,٠٢٢٨)

ب) ما احتمال أن يكون عمره أصغر من (٤٦) سنة ؟ (الجواب : ٠,٢١١٩)

ج) ما عدد الموظفين الذين تنحصر أعمارهم بين ٥٢ سنة و ٤٥ سنة ؟ (الجواب :≈٢٤٨موظفاً)

٣) إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٦٢) والانحراف المعياري (١٠) وكان عدد الطلبة الناجحين (٥٣٩٧) طالباً، فما علامة النجاح ؟

ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول التالي :

ز	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥
ل (ز)	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٥٥٤	٠,٦٩١٥

عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

٤) إذا كان الوسط الحسابي لوزن البطيخ في كومة فيها وزن البطيخ يتوزع طبيعيا هو ٤,٨كغم. والانحراف المعياري هو ٢,٥كغم. وتم اختيار بطيخة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون وزنها :

١) أكبر من (٥) كغم ٢) أقل من (٢) كغم ٣) بين (١,٦) كغم و(٢,٨) كغم

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

جميع أسئلة الوزارة على (التوزيع الطبيعي) من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

١) إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي يساوي(٤٥) وانحرافه المعياري (٤) ، اختير أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين (٤٣) كغم ، (٤٩) كغم ؟ (٢٠٠٨ شتوية ،(٦علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

٢) تقدم (٥٠٠٠) طالب لامتحان ما ، وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٧٠)وانحراف معياري (٥) ، وكانت علامة النجاح (٦٠) . اختير طالب عشوائياً : (٢٠٠٨ صيفية،(٧علامات))

١) ما احتمال أن يكون الطالب من بين الناجحين ؟ (٥ علامات) ٢) ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان ؟ (علامتان)

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

٣) إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي يساوي(٣,٢)كغم وانحرافه المعياري (٠,٤)، اختير أحد الأطفال عشوائياً عند الولادة ما احتمال أن يكون وزنه أكثر من (٤) كغم ؟ (٢٠٠٩ شتوية (٥علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

٤) تقدم لامتحان عام (٥٠٠٠) طالب ، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٤١) وانحراف معياري (٦) ، جد عدد الطبلة الناجحين في الامتحان علماً بأن علامة النجاح (٥٠). (٢٠٠٩ صيفية،(٧علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

٥) تقدم لامتحان الثانوية العامة في إحدى السنوات (٢٠٠٠) طالب من طلبة أحد الفروع المهنية ، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٥٧)وانحراف معياري (١٦) ، إذا علمت أنه لا يسمح للطالب الذي معدله أقل من (٦٥) بتقديم طلبات للجامعات الحكومية ، جد عدد طبلة ذلك الفرع الذين يحق لهم تقديم تلك الطلبات . (٢٠١٠ شتوية ،(٧علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

٦) إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٥) والانحراف المعياري (١٠) وكان عدد الناجحين (٥٣٩٨) طالباً، فما علامة النجاح ؟ (٢٠١٠ صيفية ،(٧علامات))

ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول التالي :

ز	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥
ل (ز)	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٥٥٤	٠,٦٩١٥

٧) تتخذ أعمار (١٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٢) وانحراف معياري (٨) سنوات ، ما عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن ٦٠ سنة ؟ (٢٠١١ شتوية ،(٥ علامات))

(ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	٠,٨	٠,٩	١,٠	١,١	١,٢	١,٣
ل (ز)	٠,٧٨٨١	٠,٨١٥٩	٠,٨٤١٣	٠,٨٦٤٣	٠,٨٨٤٩	٠,٩٠٣٢

٨)من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن وسطه الحسابي يساوي : (وزارة ٢٠١١شتوية)

أ) ١ ب) صفر ج) - ١ د) $\frac{١}{٢}$

٩) إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي يساوي(٣,٥)كغم وانحرافه المعياري (٠,٥)، إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة ، فما احتمال أن يكون وزنه أكبر من (٣) كغم ؟(٢٠١١ صيفية (٦علامات))

ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول الآتي :

ز	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	١
ل (ز)	٠,٦٩١٥	٠,٧٢٥٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٨٨١	٠,٨١٥٩	٠,٨٤١٣

١٠) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، وكان ل (ز ≥ أ) = ٠,٦ ، فإن قيمة ل (ز ≤ – أ) تساوي :
أ) – ٠,٦ ب) ٠,٤ ج) – ٠,٤ د) ٠,٦ (٢٠١٢ شتوية)

١١) إذا كانت أوزان (١٠٠٠٠) طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤٥) كغم وانحراف معياري (٤) كغم ،
ما عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن (٥٠) كغم؟ (٢٠١٢ شتوية ،(٧ علامات))

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي :

ز	٠,٢٥	٢,٥	١,٢	١,٢٥	١,٥٢	٠,٨
ل(ز)	٠,٥٩٨٧	٠,٩٩٣٨	٠,٨٨٤٩	٠,٨٩٤٤	٠,٩٣٥٧	٠,٧٨٨١

١٢) إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف في إحدى الوزارات تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٣٠٠) دينار شهرياً وانحراف معياري (١٠) دنانير ، فما عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٢٨٠ دينار و ٣٢٠ دينار ؟(٢٠١٢ صيفية ،(٩ علامات))

ز	٣	٢,٥	٢	١,٥	٠,٢
ل (ز)	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٣٨	٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٥٧٩٣

١١) تقدم (١٠٠٠٠) طالب لامتحان عام وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٤)وانحراف معياري (٨) ،
جد عدد الطبلة الناجحين في الامتحان إذا كانت علامة النجاح (٥٠). (٢٠١٣ شتوية ،(٦علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

١٢) الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري هو: أ) ١ ب) صفر ج) - ١ د) $\frac{1}{2}$ (٢٠١٣صيفية)

١٣) تتخذ أوزان (٢٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٧٥) كغم وانحراف معياري (٥) كغم ، جد عدد الأشخاص
الذين تقل أوزانهم عن (٧٢) كغم؟ (٢٠١٣ صيفية ،(٦علامات))

ز	٠	٠,٦	١,٦	٢	٢,٦	٣
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٧٢٥٧	٠,٩٤٥٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٨٧

١٤) إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٦٢) والانحراف المعياري (١٠)
وكان عدد الطلبة الناجحين (٥٧٩٣) طالباً، فما علامة النجاح ؟ (٢٠١٤ شتوية ،(٧علامات))

ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول التالي :

ز	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥
ل (ز)	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٥٥٤	٠,٦٩١٥

١٥) إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لرواتبهم (٣٥٠) ديناراً ، والانحراف
المعياري لها (٢٥) ديناراً ، فما عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٣٢٥ ديناراً و ٤٠٠ ديناراً ؟(٢٠١٤ صيفية ،(٧ علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

١٦) تقدم (١٥٠٠٠) طالب لامتحان ما وكانت نتائجهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لعلاماتهم(٦٥)والانحراف
المعياري (٥) ، وعلامة النجاح (٦٠).جد عدد الطبلة الناجحين في الامتحان (٢٠١٥ شتوية ،(٧علامات))

(ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي)

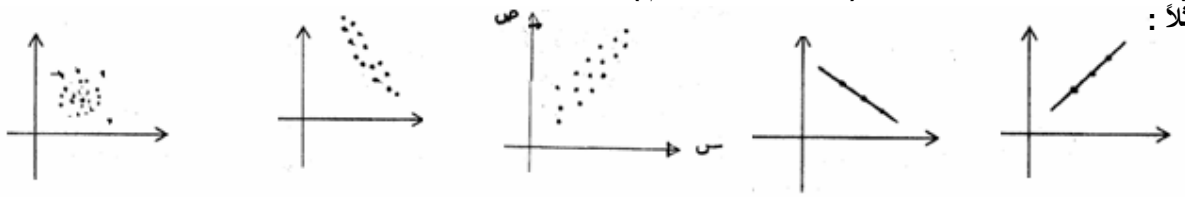
ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل (ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

الصف الثاني الثانوي الصناعي والفندقي / م٤ :الارتباط ومعامل ارتباط بيرسون (ر)

١) الارتباط هو علاقة بين متغيرين (مجموعتين من القيم) وقد تكون هذه العلاقة قوية أو ضعيفة ، عكسية أو طردية

مثلاً :



ارتباط خطي طردي	ارتباط خطي عكسي	ارتباط طردي قوي	ارتباط عكسي قوي	لا يوجد ارتباط
ر = ١	= -١	≈ ٠,٨	≈ -٠,٨	

معامل ارتباط بيرسون الخطي : $ر = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢ \times \sum_{ر=١}^{ن} (ص_ر - \overline{ص})^٢}}$ (دائماً -١ ≤ ر ≤ ١)

مثال ١ : جد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص حيث :

س	٥	٨	٧	٧	٥	٤
ص	٧	١٠	٩	٨	٨	٦

الحل :

أولاً نجد الوسط الحسابي لكل من (س) و(ص) وذلك بجمع القيم والقسمة على عددها

$\overline{س}$ = (٥+ ٨+٧+٧+٥+٤) ÷ ٦ = ٣٦ ÷ ٦ = ٦

$\overline{ص}$ = (٧+ ١٠+٩+٨+٨+٦) ÷ ٦ = ٤٨ ÷ ٦ = ٨

ثانياً نكون جدولاً حسب ما هو مطلوب في القانون

حيث نطرح الوسط الحسابي لـ (س) من كل قيمة من قيم س ويجب أن يكون مجموع النواتج صفراً (وكذلك بالنسبة لـ ص)

س	ص	س- $\overline{س}$	ص- $\overline{ص}$	(س- $\overline{س}$)(ص- $\overline{ص}$)	(س- $\overline{س}$)^٢	(ص- $\overline{ص}$)^٢
٥	٧	-١	-١	١	١	١
٨	١٠	٢	٢	٤	٤	٤
٧	٩	١	١	١	١	١
٧	٨	١	٠	٠	١	٠
٥	٨	-١	٠	٠	١	٠
٤	٦	-٢	-٢	٤	٤	٤
		صفر	صفر	١٠	١٢	١٠

$ر = \frac{١٠}{\sqrt{١٢ \times ١٠}}$

$ر = \frac{١٠}{\sqrt{١٢٠}}$

ر ≈ ٠,٩١

مثال ٢ : إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - \overline{س})^٢ = ٤٠$ $\sum_{ر=١}^{١٠} (ص_ر - \overline{ص})^٢ = ٢٠٠$ $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص}) = ٧٠$ **فاحسب معامل ارتباط بيرسون**

الحل: $ر = \frac{٧٠}{\sqrt{٢٠٠ \times ٤٠}}$ ⇐ $ر = \frac{٧}{\sqrt{٢٠}٢}$

ملاحظات : ١) معامل ارتباط بيرسون دائماً اكبر من أو يساوي(– ١) وأصغر من أو يساوي (١)

٢) إذا كان هناك ارتباط طردي فإن ر موجبة وإذا كان الارتباط عكسياً فإن ر سالبة

٣) إذا كان الارتباط خطياً طردياً (تام) فإن ر= ١ وإذا كان الارتباط خطياً عكسياً فإن ر= - ١

٤) إذا تم تعديل البيانات حسب العلاقة : س* = أ س + ب ، ص* = جـ ص + د فإن الارتباط الجديد س* ، ص* يساوي :

ر إذا كانت أ ، جـ لهما نفس الإشارة

- ر إذا كانت إشارة جـ تختلف عن إشارة أ

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

مثال ٣ : إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص يساوي (٠,٨) جد معامل الارتباط الجديد بين س* ، ص* في الحالات الآتية :

أ) س* = ٢ س – ٥ ، ص* = ٤ ص + ٧ : معاملا (س) و (ص) لهما نفس الإشارة ⇐ ر = ٠,٨

ب) س* = ٤ س + ٩ ، ص* = -٣ ص + ١ : معامل (س)موجب ومعامل (ص) سالب ⇐ ر = - ٠,٨

ج) س* = -٣ س -٢ ، ص* = -٥ ص + ٤ ⇐ ر = ٠,٨

تمارين

١) يبين الجدول التالي علامات ٤ طلاب في مبحثي الرياضيات والعلوم ،أكمل الجدول ثم جد معامل ارتباط بيرسون بين س،ص

الرياضيات (س)	العلوم (ص)	س – $\overline{س}$	ص – $\overline{ص}$	(س – $\overline{س}$)(ص – $\overline{ص}$)	(س – $\overline{س}$)^{٢}	(ص – $\overline{ص}$)^{٢}
٧	٨					
٨	٧					
٥	٨					
٨	٩					

الحل: $\overline{س}$ = $\overline{ص}$ = ر=

٢) جد معامل ارتباط بيرسون بين س،ص الممثلين في الجدول التالي:

س	٦	٧	٥	٣	٤
ص	٢	٢	٥	٦	٥

الحل : $\overline{س}$ = ٥ ، $\overline{ص}$ = ٤

٣) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٦) وكان

$\sum_{ر=١}^{٦}$ (س - $\overline{س}$)^{٢} = ١٠٠ ، $\sum_{ر=١}^{٦}$ (ص - $\overline{ص}$)^{٢} = ٦٤ ، $\sum_{ر=١}^{٦}$ (س - $\overline{س}$)(ص - $\overline{ص}$) = ٦٠ فجد معامل ارتباط بيرسون

٤) أكمل الجدول الآتي ثم جد معامل ارتباط بيرسون بين س،ص

(س)	(ص)	س – $\overline{س}$	ص – $\overline{ص}$	(س – $\overline{س}$)(ص – $\overline{ص}$)	(س – $\overline{س}$)^{٢}	(ص – $\overline{ص}$)^{٢}
١٨	١١					
١٧	١٣					
١٥	١٧					
٢٠	١٥					
١٠	١٩					

جميع أسئلة الوزارة على (الارتباط ومعامل الارتباط) من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

١) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٨) وكان

$\sum_{ر=١}^{٨}$ (س$_{ر}$ – $\overline{س}$)^{٢} = ٢٠٠ ، $\sum_{ر=١}^{٨}$ (ص$_{ر}$ – $\overline{ص}$)^{٢} = ١٢٨ ، $\sum_{ر=١}^{٨}$ (س$_{ر}$ – $\overline{س}$) (ص$_{ر}$ – $\overline{ص}$) = ١٢٠ ،

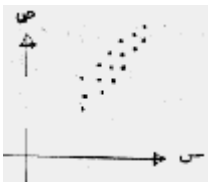
أوجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص . (٤ علامات) (٢٠٠٨ شتوية)

٢) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص يساوي (٠,٨) ،عُدلت قيم كل من س ، ص حسب العلاقة س* = ٢ س – ١ ، ص* = ١ - ٤ ص فإن معامل ارتباط بيرسون بين س* ، ص* يساوي : (٢٠٠٨ صيفية) (الجواب : د)

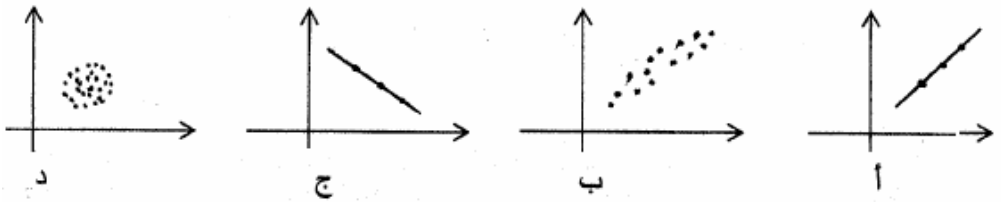
أ) - ٠,٢ ب) ٠,٢ ج) ٠,٨ د) – ٠,٨

٣) يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص ما هي أقرب قيمة لمعامل ارتباط بيرسون بين س،ص؟

أ) ١ ب) - ١ ج) -٠,٧ د) ٠,٧ (٢٠٠٨ صيفية)



٤) الشكل الممثل للارتباط الخطي العكسي بين المتغيرين س ، ص هو شكل :



(٢٠٠٩ شتوية)
الجواب : ج

٥) ج) يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) في امتحان قصير نهايته العظمى (١٠). (٢٠٠٩ شتوية)

س	ص	(س − س̄)	(ص − ص̄)	(س − س̄) (ص − ص̄)	(س − س̄)٢	(ص − ص̄)٢
٦	٥					
٧	٦					
٥	٤					
٣	١					
٤	٤					

١) انقل الجدول إلى دفتر إجابتك ثم املأ الأعمدة الواردة فيه.

٢) معتمداً على الجدول احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص . (١٠علامات)

٦) في محاضرة ألقاها خبير زراعي أوضح أنه في معظم الأحيان كلما ترتفع أجور عمال الزراعة (س) فإن ذلك يؤدب إلى ارتفاع أسعار البندورة (ص) فأي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين س ، ص حسب قول الخبير ؟ (٢٠٠٩ صيفية) (الجواب :د)

أ) – ٠,٩٨ ب) ١,٢ ج) ٠,١٣ د)٠,٧٢

٧) ج) معتمداً المعلومات الواردة في الجدول الآتي جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص .

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)٢	(ص − ص̄)٢
٣	١٠	٢−	٢	٤−	٤	٤
٤	٩	١−	١	١−	١	١
٥	٧	٠	١−	٠	٠	١
٦	٨	١	٠	٠	١	٠
٧	٦	٢	٢−	٤−	٤	٤

(٢٠٠٩صيفية ،(٦علامات))

يت (س) فإن ذلك يؤدي إلى انخفاض السعر لذلك النوع (ص)،فأي مما يلي يمثل معامل ارتباط بين المتغيرين س،ص حسب رأي مندوب المبيعات ؟(وزارة ٢٠١٠ شتوية)

أ) – ٠,٨ ب) - ٠,١٧ ج) ٠,٨ د)٠,١٧ (الجواب :أ)

٩) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان

$\sum_{س=1}^{10} (س - \bar{س})^2 = 81$ ، $\sum_{ص=1}^{10} (ص - \bar{ص})^2 = 400$ ، $\sum_{س=1}^{10} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = 135$

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ،ص (٢٠١٠ شتوية،(٤علامات))

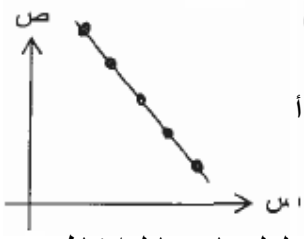
إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

١٠) يبين الجدول الآتي علامات(٥) طلاب في مبحثي الفيزياء والجغرافيا في امتحان قصير النهاية العظمى له (١٠) ، احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س،ص (٢٠١٠ صيفية ،(١٠علامات))

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الفيزياء (س)	٢	٥	٣	٦	٤
الجغرافيا (ص)	٥	٦	٣	٧	٩

ملاحظة : $ر = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2 \times \sum_{ر=1}^{ن} (ص_ر - \overline{ص})^2}}$

١١) معتمداً شكل الانتشار المجاور والذي يبين العلاقة بين المتغير (س) والمتغير (ص)، ما قيمة معامل الارتباط (ر) بينهما ؟

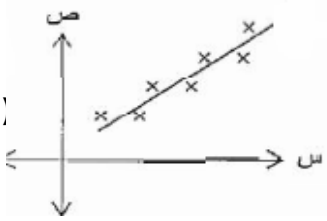


أ) -١ ب) ٠,١ ج) ١ د) -٠,١ (٢٠١١ شتوية) الجواب : أ

١٢) يبين الجدول الآتي علامات ثلاثة طلاب في مبحثي الرياضيات والعلوم في اختبار قصير ،أكمل الجدول لحساب معامل ارتباط بيرسون (ر) الخطي بين س،ص (٢٠١١ شتوية ،(٥علامات))

علامة الرياضيات (س)	علامة العلوم (ص)	$س - \overline{س}$	$ص - \overline{ص}$			
٢	٤	٠	١			
١	٢	١-	١-			
٣	٣	١	٠			
٦	٩	٠	٠			

١٣) معتمداً الشكل المجاور والذي يمثل العلاقة بين المتغيرين س ، ص ؛ ما القيمة التقديرية لمعامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص ؟



أ) -٠,٨٥ ب) -٠,١٥ ج) ٠,١٥ د) ٠,٨٥ (٢٠١١ صيفية)

الجواب : د

١٤) يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات(س) والتاريخ (ص) في امتحان قصير النهاية العظمى له (١٠) ،احسب معامل ارتباط بيرسون بين س،ص (٢٠١١ صيفية ،(٩علامات))

الرياضيات (س)	٨	٦	٤	٦	٦
التاريخ (ص)	٤	٥	٥	٧	٤

ملاحظة : $ر = \frac{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \overline{س})(ص_ي - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \overline{س})^2 \times \sum_{ي=1}^{ن} (ص_ي - \overline{ص})^2}}$

١٥) إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠,٩٤ ، فإن الارتباط بين س ، ص هو:

أ) طردي تام ب) عكسي ج) طردي د) عكسي تام

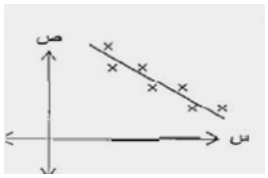
(٢٠١٢ شتوية)
الجواب : ج

١٦) أكمل الجدول الآتي لحساب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س،ص (٢٠١٢ شتوية ،(٧علامات))

س	ص	$س - \overline{س}$	$ص - \overline{ص}$			
٣	٦	٢-	١-			
٥	٥	٠	٢-			
٦	٩	١	٢			
٧	٨	٢	١			
٤	٧	١-	٠			

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

١٧) يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع ما بين المتغيرين س ، ص
يمكن تقدير معامل الارتباط بيرسون بين س،ص بـ ؟ (٢٠١٢ صيفية)

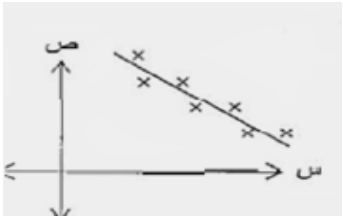


أ) ١ ب) - ١ ج) -٠,٨ د) ٠,٨

١٨) أكمل الجدول المجاور لحساب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س،ص (٢٠١٢ صيفية ،(٧علامات))

س	ص	س − س̄	ص − ص̄			
٨	٦	١	٠			
٧	٥	٠	-١			
٦	٧	-١	١			
٩	٨	٢	٢			
٥	٤	-٢	-٢			

١٩)يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع بين متغيرين س ، ص يمكن الحكم على العلاقة بين المتغيرين س ، ص بأنها :
أ) تامة ب) عكسية ج) طردية د) لا يوجد علاقة (٢٠١٣ شتوية)



٢٠) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو (٠,٦) ، فإن معامل ارتباط بيرسون بين
س* ، ص* حيث س* = ٥ – س ، ص* = ص+٨ يساوي : (٢٠١٣ شتوية)
أ) - ٠,٤ ب) ٠,٤ ج) ٠,٦ د) – ٠,٦

٢١) جد معامل ارتباط بيرسون(ر) بين المتغيرين س،ص في الجدول التالي: (٢٠١٣ شتوية ،(٨علامات))

س	٧	٦	٩	١٠	٨
ص	٨	٧	١٠	٨	١٢

٢٢) إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي (٠,٩) ، فإن الارتباط بين س ، ص: (٢٠١٣ صيفية)
أ) طردي تام ب) عكسي تام ج) طردي قوي د) عكسي قوي

٢٣) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو (٠,٧) ، فإن معامل ارتباط بيرسون بين س* ، ص*
حيث س* = ١٢ – ٣س ، ص* = – ٤ص هو: (٢٠١٣ صيفية)
أ) - ٠,٣ ب) ٠,٣ ج) ٠,٧ د) – ٠,٧

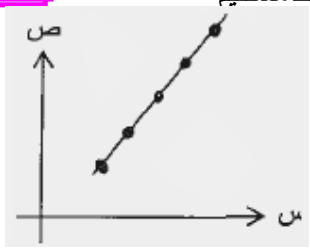
٢٤) يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات والعلوم حيث النهاية العظمى للعلامة (٢٠) ،احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين علامات الطلبة في المبحثين (٢٠١٣ صيفية ،(٨علامات))

علامة الرياضيات (س)	١٠	١٦	١٢	١٤	٨
علامة العلوم (ص)	١٢	١٤	١٦	١٨	١٠

علماً بأن $ر = \frac{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \bar{س})(ص_ي - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ي=1}^{ن} (س_ي - \bar{س})^2 \sum_{ي=1}^{ن} (ص_ي - \bar{ص})^2}}$

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

٢٥)إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س،ص في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت جميع النقاط على خط مستقيم
اكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص (٢٠١٤ شتوية) (علامتان)



منهاجي

٢٦) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) ، وكان $\sum_{ر=1}^{10} (س_ر - \bar{س})^2 = ٦٤$

$\sum_{ر=1}^{10} (ص_ر - \bar{ص})^2 = ١٠٠$ ، $\sum_{ر=1}^{10} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = -٤٨$

جد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س،ص (٢٠١٤ شتوية ،(٤ علامات))

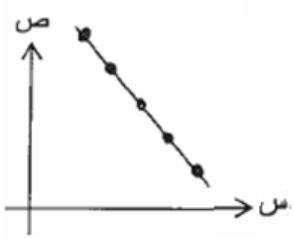
---

٢٧) يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات(س) والعلوم(ص) في امتحان قصير نهايته العظمى (٢٠) ،جد معامل ارتباط بيرسون الخطي(ر) بين المتغيرين س ، ص (٢٠١٤صيفية ،(٨علامات))

الرياضيات (س)	٦	١٥	٩	١٨	١٢
العلوم (ص)	١٢	١٤	٨	١٧	١٩

منهاجي

٢٨) إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س،ص في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت النقاط جميعها على خط مستقيم
اكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص (٢٠١٥ شتوية) (علامتان)



٢٩) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٥) وكان

$\sum_{ر=1}^{15} (س_ر - \bar{س})^2 = ٤٠$ ، $\sum_{ر=1}^{15} (ص_ر - \bar{ص})^2 = ٩٠$ ، $\sum_{ر=1}^{15} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ٢٤$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ،ص (٢٠١٥ شتوية،(٤ علامات))

عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 531 88 77)
الصف الثاني الثانوي الصناعي والفندقي / م٤ :الانحدار

(*): معادلة الانحدار معادلة خطية صورتها : ص = أ س + ب وتستخدم للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س والخطأ في التنبؤ هو مقدار بعد القيمة المعطاة عن خط المعادلة سلباً (تقع أسفل الخط) أو إيجاباً (تقع أعلى الخط)

فإذا رُمز للقيمة الحقيقية بالرمز ص ر وللقيمة المتنبأ بها بالرمز $\hat{ص}_ر$ فإن :

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية – القيمة المتنبأ بها = ص ر – $\hat{ص}_ر$

حيث : $\hat{ص}_ر$ = أ س + ب ، $أ = \frac{\sum (س_ي - \bar{س})(ص_ي - \bar{ص})}{\sum (س_ي - \bar{س})^2}$ ، ب = $\bar{ص}$ – أ $\bar{س}$

مثال ١) يبين الجدول التالي معدلات (٥) طلاب في أحد الصفوف (ص) وعدد الساعات التي يقضيها كل طالب في الدراسة يومياً (س)

المعدل (ص)	٧٢	٦٧	٨٢	٩٧	٩٢
عدد الساعات(س)	٣	٢	٥	٨	٧

أ) جد معادلة خط الانحدار

الحل: أولاً نجد $\bar{س}$ ، $\bar{ص}$ ثم نكون جدولاً لإيجاد قيمة أ

$\bar{س}$ = (٣+٢+٥+٨+ ٧) ÷ ٥ = ٢٥ ÷ ٥ = ٥ ، $\bar{ص}$ = (٦٥+٧٠+٨٨+٩٤+٩٣) ÷ ٥ = ٤١٠ ÷ ٥ = ٨٢

س	ص	س- $\bar{س}$	ص- $\bar{ص}$	(س- س)(ص- $\bar{ص}$)	(س- $\bar{س}$)^2
٣	٧٢	ـ ٢	ـ ١٠	٢٠	٤
٢	٦٧	ـ ٣	ـ ١٥	٤٥	٩
٥	٨٢	٠	٠	٠	٠
٨	٩٧	٣	١٥	٤٥	٩
٧	٩٢	٢	١٠	٢٠	٤
		صفر	صفر	١٣٠	٢٦

أ = $\frac{١٣٠}{٢٦}$ = ٥ ، ب = $\bar{ص}$ – أ $\bar{س}$ = ٨٢ – ٥ × ٥ = ٥٧ ⇐ المعادلة هي : $\hat{ص}$ = ٥س + ٥٧

ب) قدّر معدل طالب درس ٤ ساعات

الحل: نعوض (٤) في المعادلة (بدلاً من س): المعدل (ص) = ٥×٤+٥٧ = ٢٠ + ٥٧ = ٧٧

ج) درس طالب (٧) ساعات وحصل على معدل (٩٠) احسب الخطأ في التنبؤ

الحل: المعدل الحقيقي = ٩٠

المعدل المتنبأ به (المتوقع حسب المعادلة) = ٥×٧ + ٥٧ = ٣٥+ ٥٧ = ٩٢

الخطأ في التنبؤ = الحقيقي – المتوقع = ٩٠ – ٩٢ = ـ ٢

مثال ٢) إذا كان $\bar{س}$ = ٧ ، $\bar{ص}$ = ٩ ، $\sum (س_ي - \bar{س})^2$ = ٧٠ ، $\sum (س_ي - \bar{س})(ص_ي - \bar{ص})$ = ١٤٠

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

الحل : أ = ١٤٠ ÷ ٧٠ = ٢ ، ب = $\bar{ص}$ – أ $\bar{س}$ = ٩ – ٢×٧ = ٩ ـ ١٤ = ـ ٥ ، $\hat{ص}$ = ٢ س – ٥

ب) قدّر قيمة ص إذا كانت س= ٦

الحل: $\hat{ص}$ = ٢×٦ – ٥ = ١٢ – ٥ = ٧

مثال ٣) إذا كانت $\hat{ص}$ = ١٠+ ٤ س ، فجد قيم أ ، ب ثم قدّر قيمة ص عندما س= ٢

الحل: أ = معامل س = ٤ ، ب = الحد الثابت = ١٠

عندما س =٢ فإن $\hat{ص}$ = ٤×٢+ ١٠ = ١٨

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

تمارين

١) يبين الجدول التالي علامات (٥) طلاب في امتحاني التاريخ (س) والرياضيات (ص) ، جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم س إذا علمت قيم ص

التاريخ(ص)	١٥	١٤	١١	١٣	١٢
الرياضيات(س)	١٩	١٥	١١	١٧	١٣

---

٢) يبين الجدول التالي عدد الأخطاء في الطباعة التي ارتكبها موظفو مؤسسة ما مقارنة بعدد الصفحات التي يطبعها الموظف يومياً

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم س إذا علمت قيم ص
ب) قدّر عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف طبع ١٢ صفحة

الصفحات(س)	٨	١٠	١١	١٥	١٥	١٩
الأخطاء(ص)	٧	١١	١٠	١٦	١٨	٢٢

---

٣) يبين الجدول التالي قيم المتغيرين س ، ص ، جد
أ) معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص
ب) معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم س إذا علمت قيم ص

س	٧	٢	٦	١
ص	٥	٨	٩	١٠

---

٤) إذا كان $\overline{س}$ = ١٠ ، $\overline{ص}$ = ١٢ Σ (س$_ي$ − $\overline{س}$)^2 = ١٠٠٠ ، Σ (س$_ي$ − $\overline{س}$) (ص$_ي$ − $\overline{ص}$) = ٨٠

جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

جميع أسئلة الوزارة على (الانحدار) من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

١) توصل باحث تربوي إلى معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل في الثانوية العامة (ص) فكانت : $\hat{ص}$ = ٣ س + ٦٥

(٢٠٠٨ شتوية (٤ علامات))

١) ما قيمة كل من أ ، ب

٢) درست طالبة (٨) ساعات يومياً وحصلت على (٨٦) احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبة ومعتمداً على معادلة خط الانحدار المعطاة

---

٢) إذا كان س ، ص يمثلان متغيرين عدد قيم كل منهما (٥) وكان : $\overline{س}$ = ٥ ، $\overline{ص}$ = ٧٥ ، أ = ٣

١) جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا عُلمت س . (٤ علامات)

٢) جد الخطأ في التنبؤ إذا كانت س = ٨ ، وقيمة ص الحقيقية المناظرة لها (٨٢) . (علامتان)

(٢٠٠٨ صيفية (٦ علامات))

---

٣) يبيّن الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص). جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س).

العلوم س	٦	٩	٤	٨	٧	٢	٣
الرياضيات ص	٩	٨	٨	١٠	٨	٥	٢

(٢٠٠٩ صيفية (١٠ علامات))

٤) معتمدا الجدول التالي حيث (س) عدد ساعات الدراسة اليومية لخمسة طلاب، (ص) علامة كل منهم في امتحان ما

اكتب معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) إذا علمت قيم (س).

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
عدد ساعات الدراسة (س)	٣	٤	٧	٥	١
العلامة (ص)	١٤	١٦	٢٠	١١	٩

٢٨

(٢٠١٠ شتوية (١١

٥) ب) في دراسة أجراها أحد طلبة الدراسات العليا توصل إلى معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) لطلبة إحدى الجامعات فكانت : $\hat{ص}$ = ٥٣ + ٥ س ، معتمداً معادلة خط الانحدار أجب عن الأسئلة الآتية : **(س٥ : ب وزارة ٢٠١٠ صيفية (٦ علامات))**

١) جد قيم أ ، ب . (علامتان)

٢) قدّر معدل طالب إذا كانت ساعات الدراسة اليومية له (٥) ساعات. (علامة)

٣) إذا كان معدل طالب درس (٨) ساعات يومياً هو (٩٥) ، جد الخطأ في التنبؤ. (٣ علامات)

٦) ب) إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الأخطاء (ص) التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد هي : $\hat{ص}$ = ٠,٦ س + ١ معتمداً تلك المعادلة أجب عما يأتي :

١) تنبأ بعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات في اليوم. (علامتان)

٢) إذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل (١٥) ساعة في اليوم هي (٦) أخطاء، فجد الخطأ في التنبؤ. (٣ علامات)

(٢٠١١ شتوية (٥ علامات))

٧) ب) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٥)، وكان $\sum_{ي=١}^{٥}$ (سي − $\overline{س}$) (صي − $\overline{ص}$) = ٨٠

$\sum_{ي=١}^{٥}$ (سي − $\overline{س}$)^{٢} = ٤٠ ، $\overline{س}$ = ٦ ، $\overline{ص}$ = ١٣ ، فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س . (٦ علامات)

(٢٠١١ صيفية(٦ علامات))

٨) ج) استخدم المعلومات في الجدول الآتي لإيجاد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط بين المتغيرين س ، ص (٦ علامات)

س	ص	س − $\overline{س}$	ص − $\overline{ص}$	(س − $\overline{س}$) (ص − $\overline{ص}$)	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٥	٦	−٣	−٢	٦	٩
٦	٧	−٢	−١	٢	٤
٧	٨	−١	٠	٠	١
٨	٩	٠	١	٠	٠
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦
المجموع	٤٠	٤٠	٠	٠	٢٠	٥٠

(٢٠١٢ شتوية(٦ علامات))

٩) إذا كان س ، ص يُمثّلان علامات ستة طلاب في مبحثي العلوم والرياضيات وكان $\overline{س}$ = ٧ ، $\overline{ص}$ = ٩ ، $\sum_{ر=١}^{٦}$(سر − $\overline{س}$)(صر − $\overline{ص}$) = ١٦ ، $\sum_{ر=١}^{٦}$(سر − $\overline{س}$)^{٢} = ٢٨ ، فجد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س . (٧ علامات)

(٢٠١٢ صيفية (٧ ع

٢٩

١٠) إذا علمت أن معادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين رأس المال (س) والأرباح السنوية (ص) مقدرة بآلاف الدنانير لمجموعة شركات هي : $\hat{ص}$ = ٠,٣ س + ١٠ ، معتمداً على هذه المعادلة جد الخطأ في التنبؤ لأرباح شركة رأس مالها (٦٠) ألف دينار وأرباحها السنوية (٢٧,٤) ألف دينار. (٥ علامات)

(٢٠١٣ شتوية (٥ علامات))

١١) إذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٢)، وكان $\sum_{ي=١}^{١٢}$ (س$_ي$ − $\overline{س}$) (ص$_ي$ − $\overline{ص}$) = ١٦

$\sum_{ي=١}^{١٢}$ (س$_ي$ − $\overline{س}$)^٢ = ٢٠ ، $\overline{س}$ = ١٠ ، $\overline{ص}$ = ١٥ ، فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س .

(٢٠١٣ صيفية (٥ علامات))

١٢) يبين الجدول الآتي عدد سنوات الخبرة (س) والأجر اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في إحدى الشركات الصناعية
جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س (٢٠١٤ شتوية (٩ علامات))

عدد سنوات الخبرة(س)	٥	٦	٩	٢	٣
الأجر اليومي بالدينار (ص)	١٦	١٨	٢٢	١٣	١١

١٣) إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة اليومية (س) والمعدل التحصيلي (ص) لطلبة إحدى الجامعات هي $\hat{ص}$ = ٤س+٥٢ . معتمداً على هذه المعادلة جد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه طالب درس (٦)ساعات يومياً وحصل على معدل (٧٨)
(٢٠١٤صيفية (٤ علامات))

١٤) يبين الجدول الآتي علامات(٥) طلاب في مبحثي الرياضيات(س) واللغة العربية (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة(١٠) ، جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س (٢٠١٥ شتوية ٨علامات)

الرياضيات (س)	٦	٩	٧	٨	١٠
اللغة العربية (ص)	٨	١٠	٩	١٠	٨

ملاحظة : جميع الأسئلة التي لم تحدد علاماتها هي في الأصل أسئلة موضوعية (دوائر) ولكل منها علامتان

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح
المعلم : عبدالقادر الحسنات
(٠٧٨٥٣١٨٨٧٧)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

امتحان شامل على وحدة الإحصاء والاحتمالات

السؤال الأول : أكمل الفراغ فيما يلي :

١) إذا كان (٢ن – ٨)! =٢٤ فإن ن = _____

٢) ل(٨، ٢)= _____

٣) عدد طرق اختيار عريف ونائب له من بين (٦) مرشحين = _____

٤) عدد طرق اصطفاف ٣ سيارات في ٣ مواقف مختلفة = _____

٥) عدد طرق اختيار لجنة ثلاثية من بين (٤) مرشحين = _____

٦) عدد طرق اختيار لجنة رباعية مكونة من رجلين وسيدتين من بين (٥) رجال و(٣) سيدات =_____

٧) قيمة المقدار $(\begin{smallmatrix}٥\\٣\end{smallmatrix})$ = _____

٨)إذا كان $(\begin{smallmatrix}س\\٥\end{smallmatrix}) = (\begin{smallmatrix}س\\٢\end{smallmatrix})$ فإن قيمة س تساوي : _____

٩) إذا كان $(س+١)^{٨} - (\begin{smallmatrix}٨\\٢\end{smallmatrix})$ فإن قيمة س تساوي : _____

١٠) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س يساوي :{(٠ ، ٠,٤)، (١ ، ٠,٣)،(٢ ، م)|فإن قيمة م = _____

١١)إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور العدد (٢) في تجربة رمي حجر نرد (٣) مرات فإن قيم س الممكنة هي_____

١٢) إذا كان احتمال اصطياد عصفور أنثى هو ٦٠ ٪ ، واصطاد ماجد (٨) عصافير، فإن احتمال أن يكون ثلاثة منهم ذكور هو _____

١٣) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي(٦٥) والانحراف المعياري لها (٤) فإن القيمة التي تنحرف أربعة انحرافات معيارية تحت الوسط الحسابي تساوي : _____

١٤) إذا كان الوسط الحسابي (١٦) وكانت العلامة المعيارية للعلامة الخام (١٢) تساوي (-٢) فإن الانحراف المعياري = _____

١٥) الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري يساوي : _____والانحراف المعياري له يساوي : _____

١٦) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، وكان ل (ز ≤ ٠,٥) = ٠,٦٩١٥ فإن ل (ز ≤ – ٠,٥) يساوي : _____

١٧) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص يساوي (- ١) فإن الارتباط بين س ، ص هو _____

١٨) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص يساوي (٠,٨٥) ،عُدلت قيم كل من س ، ص حسب العلاقة س* = ٣- ٢ س ، ص* = ٦ - ٤ ص فإن معامل ارتباط بيرسون بين س* ، ص* يساوي : _____

١٩) إذا كانت $\hat{ص}$ =١٠+ ٢س ، معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س وكانت إحدى قيم س (٦) وقيمة ص المقابلة لها (٢٠) فإن الخطأ في التنبؤ = _____

٢٠) إذا كانت $\hat{ص}$ =١١+ ٥س ، معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س فإن أ = _____ ب = _____

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

السؤال الثاني: أ) إذا كان احتمال نجاح العملية عند جراح ما هو ٨٠ ٪ وأجرى هذا الجراح ٤ عمليات جراحية
جد احتمال نجاح ٣ منها على الأقل

ب) إذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٤) وانحراف معياري (٤) وكان عدد الناجحين (٧٢٥٧) طالباً ، وتم اختيار طالب عشوائياً ، فما احتمال أن تكون علامته أقل من (٤٨) ؟ وما علامة النجاح ؟

ز	٠,٥	٠,٦	١	١,٥	١,٦
ل(ز)	٠,٩٦١٥	٠,٧٢٥٧	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٤٥٢

ج) يبين الجدول التالي علامات ٥ طلاب في مبحثي العلوم (س) و الرياضيات (ص) ،جد معامل ارتباط بيرسون بين س،ص

س	٤	٣	٥	٦	٧
ص	٥	٦	٤	٤	١

د) يبين الجدول التالي عدد المخالفات (ص) التي ارتكبها (٥) سائقين في سنة ما وعدد سنوات الخبرة (س) لكل منهم

١- جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س
٢- توقع عدد المخالفات لسائق خبرته ٧ سنوات
٣- جد الخطأ في التنبؤ لسائق خبرته ٦ سنوات

عدد سنوات الخبرة (س)	٩	٦	٨	٣	٤
عدد المخالفات(ص)	١	٤	٢	٧	٦

هـ) إذا كان س ، ص يمثلان علامات (٤) طلاب في امتحاني اللغة العربية (س) والرياضيات (ص) ،وكان $\overline{س} = ٨$ ، $\overline{ص} = ٦$ ،

$\sum (س_ي - \overline{س})^2 = ٢٠$ ، $\sum (س_ي - \overline{س})(ص_ي - \overline{ص}) = ٦٠$

فجد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

علمتني الرياضيات
أن السالب بعد السالب يعني موجب ... فلا تيأس ... فالمصيبة بعد المصيبة تعني الفرج

علمتني الرياضيات
أنه يمكننا الوصول لنتيجة صحيحة بأكثر من طريقة ... فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وأن كل من خالفك مخطئ

علمتني الرياضيات
أن هناك شيء اسمه (مالا نهاية) فلا تكن محدود الفكر و الطموح

علمتني الرياضيات
أن لكل مجهول قيمة، فلا تحتقر أحداً لا تعرفه

علمتني الرياضيات
أن العدد السالب كلما كبرت أرقامه صغرت قيمته، كالمتعالين على الناس: كلما ازدادوا تعالياً كلما صغروا في عيوننا

علمتني الرياضيات
أن لكل متغير قيمة تؤدي إلى نتيجة فاختر متغيراتك جيداً لتصل إلى نتيجةٍ ترضيك

$\frac{٨٠}{٨٠}$

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح
المعلم : عبدالقادر الحسنات (٠٧٨٥٣١٨٨٧٧)