الرياضيات الأساسية

للصف الثاني الثانوي

الصناعي والفندقي

2015 / 2014

المستوى الثاني

وحدة

الاقترانات كثيرات الحدود والاقترانات النسبية

- شرح وأمثلة
- تمارين
- جميع أسئلة الوزارة (٢٠٠٨ - ٢٠١٥)

المعلم : عبدالقادر الحسنات

078 531 88 77

اسم الطالب :

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (77 88 531 078)

① الاقترانات كثيرة الحدود

* الاقتران كثير الحدود هو أي اقتران يكون على الصورة:

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{أ}_{\text{ن}}\text{س}^{\text{ن}} + \text{أ}_{\text{ن}-1}\text{س}^{\text{ن}-1} + \dots + \text{أ}_1\text{س} + \text{أ}_0$$

حيث ن عدد صحيح غير سالب.

إذا كانت $\text{أ}_{\text{ن}} \neq 0$ فإن درجة ق(س) = ن

$\text{أ}_{\text{ن}}$ ، $\text{أ}_{\text{ن}-1}$ ، ... ، أ_1 ، أ_0 المعاملات

مجال كثير الحدود: ح

مدى كثير الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح أو مجموعة جزئية منها

* أي أنه حتى يُسمى الاقتران كثير حدود يجب أن

① لا يوجد فيه قوة سالبة لـ س (لا يوجد فيه س في المقام)

② " " " كسرية لـ س (لا يوجد س تحت الجذر)

* الحد في الرياضيات هو أي مقدار جبري لا يحتوي على (+) أو (−) : مثلاً: $\frac{\text{٥س}}{\text{ص}} + \frac{\text{٧}}{\text{ص}}$: حدان

$\text{٦س}^{٣} + \text{٥س}^{٢} - \text{٨س}$: ٣ حدود

* مثال ① $\text{ق}(\text{س}) = \text{٥س}^{٣} - \text{٦س}^{-٢} + ٤$: ليس كثير حدود (قوة سالبة)

② $\text{ق}(\text{س}) = \text{٦س}$: كثير حدود

③ $\text{ق}(\text{س}) = \text{٤س}^{٣} - ٥\sqrt{\text{س}} + ٤$: ليس كثير حدود ($\sqrt{\text{س}}$)

④ $\text{ق}(\text{س}) = |\text{٢س}^{٢} - \text{٦س} + ١|$: ليس كثير حدود (قيمة مطلقة)

⑤ معاملات كثير الحدود $\text{٤س}^{٢} + \text{٥س} - ٢$ هي: ٤ ، ٥ ، −٢

⑥ معاملات $\text{ق}(\text{س}) = \text{٣س}^{٣} - \text{٥س} + ٧$ هي: ٣ ، ٠ ، −٥ ، ٧

وهو من الدرجة الثالثة

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

أسئلة الوزارة من ٢٠٠٨ إلى ٢٠١٥

١) أحد الاقترانات الآتية كثير حدود (٢٠٠٨ ش)

أ) ق(س) = $\frac{٣}{٢}$ س^٢ − ٥   ب) ل(س) = $\frac{٣س}{س^٢ + ١}$

ج) هـ(س) = $\sqrt{٥س^٢ + ٣س}$ د) ل(س) = |س^٢ − ٥|

٢) ق(س) = $\frac{س^٣}{٤}$ + $\sqrt{٧}$ − ١ كثير حدود من الدرجة (٢٠٠٨ ش)

أ) الرابعة ب) الثالثة ج) الأولى د) الثانية

٣) إذا كان ق(س) = س^٢ + ٥ ، هـ(س) = $\frac{١}{٢}$ س^٣ ، ل(س) = س + $\sqrt{٢}$ ، ع(س) = |س| + ٥ . فأي من هذه الاقترانات ليس كثير حدود (٢٠٠٨ ص)

٤) إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س كثير حدود فإن معاملات حدوده هي (٢٠٠٨ ص)

أ) ١ ، ٢   ب) ١ ، ٠ ، ٢   ج) ١ ، ٠ ، ٢ ، ٠   د) ٣ ، ١

٥) إذا كان ق(س) = ٢س^٣ + ٥$\sqrt{س}$ + ١ ، هـ(س) = س(س^٢ − ١) ، ع(س) = $\frac{٣س^٢}{س + ١}$ ، ل(س) = $\sqrt{س^٣ + ٢س + ١}$ فأي هذه الاقترانات اقتران كثير حدود (٢٠١٠ ش)

٦) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س}$ ، ل(س) = $\frac{١}{س}$ ، م(س) = ٥س^٢ ، ع(س) = [س + ٣] فأي من هذه الاقترانات كثير حدود؟ (٢٠١١ ش)

٧) مجال الاقتران كثير الحدود هو مجموعة :

أ) الأعداد الطبيعية ب) الصحيحة ج) النسبية د) الحقيقية (٢٠١١ ص)

٨) أي من الاقترانات التالية كثير حدود؟ ق(س) = [س + ١]

ل(س) = $\sqrt{س}$ ، هـ(س) = $\frac{٢}{س}$ ، ك(س) = $\frac{س}{٣}$ (٢٠١١ ص)

٩) أي من الاقترانات التالية كثير حدود ؟ ق(س) = س^٣ + س$^{-٢}$ + ١

هـ(س) = $\frac{٨}{س}$ ، ل(س) = ٢س + $\sqrt{٣}$ س^٤ ، ط(س) = $\sqrt{س}$ + س^٤ (٢٠١٢ ص)

١٠) أي من الاقترانات الآتية يعتبر كثير حدود (٢٠١٣ ص)

ق(س) = |٢س + ٧| ، هـ(س) = $\frac{١}{٢}$ س^٢ + ١

ل(س) = $\sqrt{س^٣ + ٢س − ٥}$ ، و(س) = $\frac{٧}{س}$ − س^٢ + ٢

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

تمثيل كثيرات الحدود بيانياً .

① كثير الحدود من الدرجة الثانية (التربيعي) دائماً على الصورة :
ق(س) = أ س^2 + ب س + جـ ، أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠ .

② رسمة الاقتران التربيعي دائماً على الصورة :
$\cup$ إذا كان أ موجباً ، $\cap$ إذا كان أ سالباً .

③ هنالك تماثل حول رأس المنحنى :

④ الإحداثي السيني لرأس المنحنى يساوي : $\frac{-ب}{٢أ}$

⑤ أكبر قيمة أو أصغر قيمة للاقتران دائماً : ق($\frac{-ب}{٢أ}$)

مثال ① إذا كان ق(س) = س^2 − ٦س + ٢

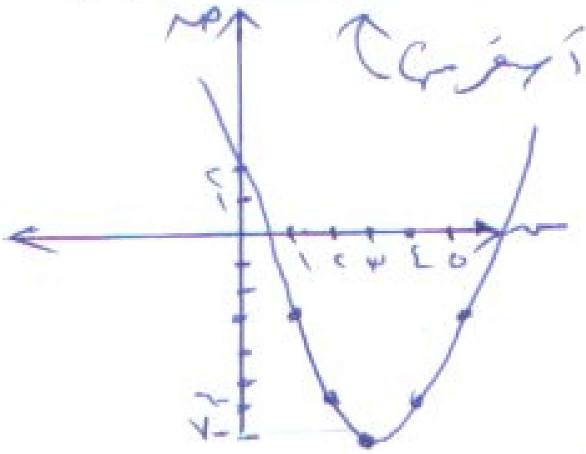
أ) مثّل الاقتران ق بيانياً .

س	٥	٤	٣	٢	١
ق(س)	−٣	−٦	−٧	−٦	−٣

الحل : أ = ١ ، ب = −٦ ، جـ = ٢

رأس = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{--٦}{٢×١}$ = ٣

نأخذ قيمتين أكبر من (٣) وقيمتين أصغر منها



ق(٥) = ٥^2 − ٦×٥ + ٢ = −٣

ق(٤) = ١٦ − ٢٤ + ٢ = −٦

ق(٣) = ٩ − ١٨ + ٢ = −٧

ق(٢) = ٤ − ١٢ + ٢ = −٦

ق(١) = ١ − ٦ + ٢ = −٣

ب) جد أصغر قيمة للاقتران ق

أصغر قيمة = ق(٣) = −٧

جـ) جد المجال : المجال = ح

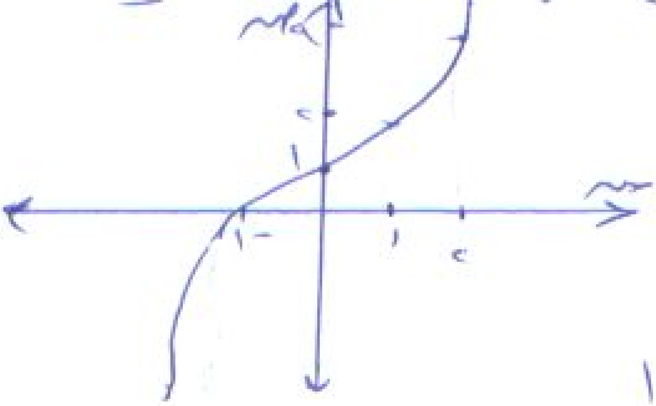
د) جد المدى : المدى : ص ≥ −٧

هـ) جد مقطعه الصادي : نعوض س = ٠ ← ص = ٠ − ٠ + ٢ = ٢

(في كثير الحدود : المقطع الصادي هو الحد الثابت).

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

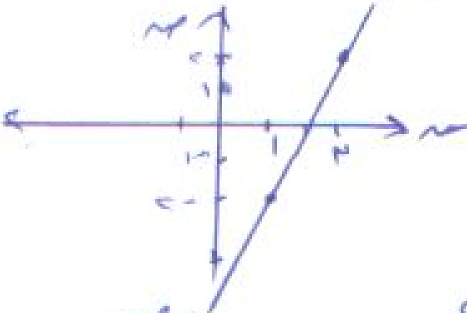
مثال ② إذا كان ق(س) = س^{٣} + ١
أ) مثل ق(س) بيانياً   ب) جد المقطع الصادي .



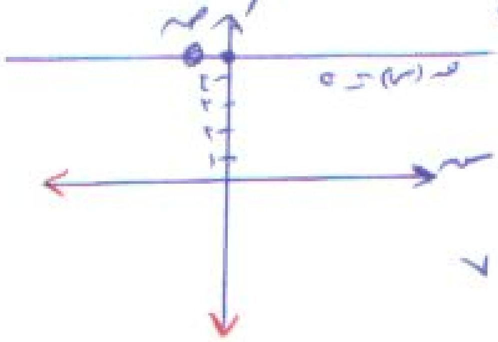
الحل : ق(٢) = ٢^{٣} + ١ = ٨ + ١ = ٩
ق(١) = ١^{٣} + ١ = ١ + ١ = ٢
ق(٠) = ٠ + ١ = ١
ق(-١) = (-١)^{٣} + ١ = ٠
ق(-٢) = -٨ + ١ = -٧

ب) المقطع الصادي : ق(٠) = ١
(٠ ، ١)

مثال ③ مثل منحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤ بيانياً
الحل : نختار أي نقطتين مثل س = ١ ، س = ٣
ق(١) = ٢ - ٤ = -٢
ق(٣) = ٦ - ٤ = ٢



مثال ④ مثل منحنى الاقتران ق(س) = ٥



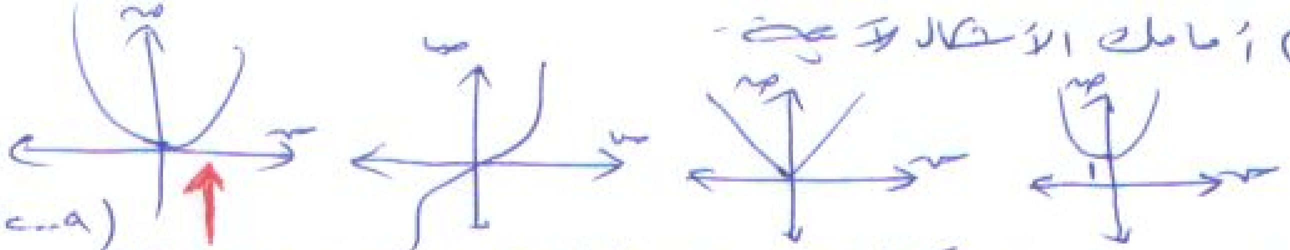
مثال ⑤ إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٤س + ٧
جد أ الصادية للاقتران ق

الحل : $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-٤}{٢×١}$ = -٢ ⟸ أ الصادية = ق(-٢) = ٤ - ٨ + ٧
= ٣

مثال ⑥ جد أ الصادية للاقتران ق(س) = -٢س^{٢} + ٨س + ١
الحل : $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-٨}{٢(-٢)}$ = $\frac{-٨}{-٤}$ = +٢
أ الصادية = ق(٢) = -٢(٢)^{٢} + ٨(٢) + ١
= -٨ + ١٦ + ١
= ٨ + ١
= ٩

١) مقطع منحنى الاقتران ق(س) = ٣س^{٣} + ٧س + ٥ من محور الصادات هو :
أ) ٣   ب) ٧   جـ) ٥   د) ٢   (٢٠٠٨ ش)

٢) أمامك الأشكال الآتية:



(٢٠٠٩ ص)
أي من هذه الأشكال ممكن أن يمثل منحنى ق(س) = س^{٢} ؟

٣) إذا كان ق(س) = ٢س - ٥س^{٢} + ٢ فإن الإحداثي السيني لرأس منحنى الاقتران هو: أ) $\frac{١}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٤}$ جـ) $\frac{-٥}{٤}$ د) $\frac{-١}{٥}$ (٢٠٠٨ ص)

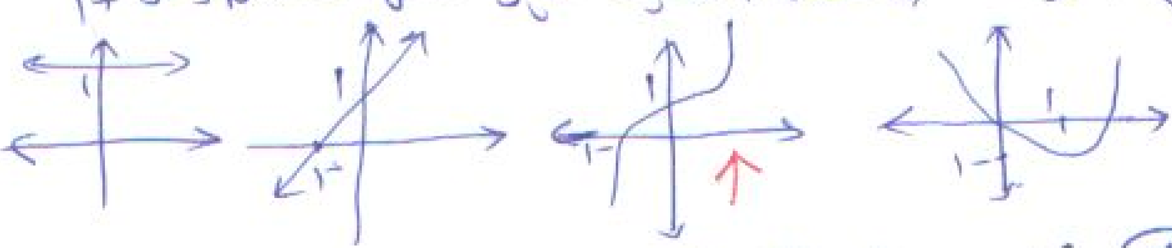
٤) الإحداثي السيني لرأس منحنى الاقتران التربيعي
ق(س) = س^{٢} - ٢س + ٣ هو :
أ) ٢   ب) -٢   جـ) -٦   د) ١

٥) إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٢س + ٥ فإن أصغر قيمة للاقتران هي
أ) ١٣   ب) ٥   جـ) ٤   د) ٨   (٢٠١٠ ص)

٦) معتمداً الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) فإن أصغر قيمة للاقتران هي
أ) ٣   ب) -١   جـ) ١   د) ٤

(٢٠١٠ ص)

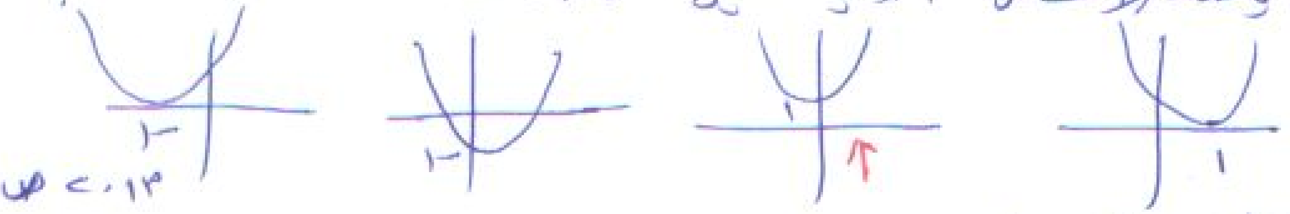
٧) أي من الأشكال الآتية يمثل منحنى ق(س) = س^{٣} + ١
(٢٠١١ ص)



٨) أي من الأشكال الآتية يمثل منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ١ ؟
(٢٠١٢ ش)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

٩) أي من الأشكال الآتية يمثل منحنى الاقتران ق(س) = ٢س^٢ + ١ ؟



ص ٢٠١٣

١٠) مقطع منحنى الاقتران ق(س) = س^٢ + ٣س − ٢ مع محور الصادات هو ،

أ) ٢ ب) −٢ ج) ١ د) ٣ (٢٠١٣ ش)

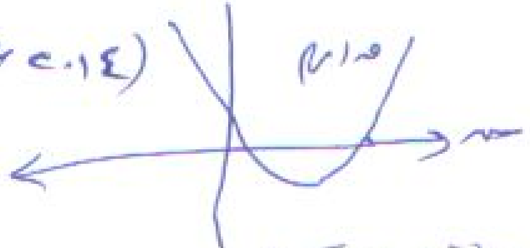
١١) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) = س^٢ − ٤س + ١

أجب عما يأتي : ١) جد أصغر قيمة للاقتران ق −٣

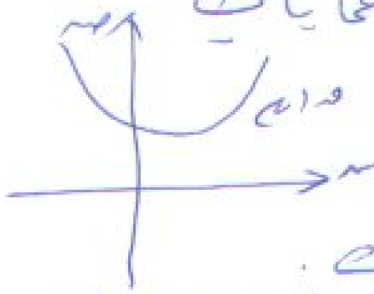
٢) جد مقطع منحنى الاقتران ق مع محور الصادات

(٠ ، ١)

(ص ٢٠١٤)



١٢) مستعيناً بالشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = س^٢ − ٢س + ٣ ، أجب عما يأتي



١) ما مجال الاقتران ق ؟ ح

٢) جد أصغر قيمة للاقتران ق ؟ ق(١) = ٢

٣) جد مقطع الاقتران ق مع محور الصادات .

(٠ ، ٣)

(ص ٢٠١٥)

٤ علامات .

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود

١) عند الجمع أو الطرح : نجمع أو نطرح معاملات الحدود المتشابهة (أي التي لها نفس القوة).

مثلاً : $٥س^{٢} + ٢س^{٢} = ٧س^{٢}$ (لا نجمع الأسس)

$٧س^{٣} - ٢س^{٣} = ٥س^{٣}$

ولكن $٣س^{٢} + ٤س$: لا يمكن جمعها لأنها غير متشابهين

٢) عند الضرب : نضرب معاملات الحدود ونجمع الأسس وليس شرطاً تشابه الحدود.

مثلاً : $٥س^{٢} \times ٤س^{٣} = (٥ \times ٤)س^{٢+٣} = ٢٠س^{٥}$

$٣س \times ٥س^{٢} = ١٥س^{٣}$

٣) في حالة ضرب كثيري حدود ، نضرب كل حد في كثير الحدود الأول في جميع حدود كثير الحدود الثاني ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة

درجة الناتج = مجموع درجتي المضروبين

مثال ١) إذا كان $ق(س) = ٢س + ٥$ ، $هـ(س) = ٣س^{٢} + ٤س - ٩$ ، $م(س) = ٤س - ١$

جد أ) $(ق + م)(س)$ ،

$$\begin{array}{r} ٢س + ٥ \\ + \quad ٤س - ١ \\ \hline ٦س + ٤ \end{array}$$

ب) $(ق - هـ)(س)$: نحول الطرح إلى جمع ونعكس إشارات المطروح

$$\begin{array}{r} ٢س + ٥ \\ \mp ٣س^{٢} \mp ٤س \pm ٩ \\ \hline -٣س^{٢} - ٢س + ١٤ \end{array}$$

ج) $(م \times ق)(س) = (٤س - ١) \times (٢س + ٥)$

$= ٨س^{٢} + ٢٠س - ٢س - ٥ = ٨س^{٢} + ١٨س - ٥$

مثال ٢) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة ، هـ(س) كثير حدود من الدرجة الثانية . جد درجة $(ق \times هـ)(س)$

الحل : درجة $(ق \times هـ)(س) = ٣ + ٢ = ٥$ (لاحظ).

قسمة كثيرات الحدود ⑧

المقسوم عليه	الناتج
	المقسوم
	الباقي

① في حالة القسمة نطرح الأسس ونقسم المعاملات.

مثلاً: $٢٠ س^{٦} \div ٤ س^{٢} = \frac{٢٠}{٤} س^{٦-٢} = ٥ س^{٤}$

② خطوات إجراء عملية القسمة الخوارزمية

أ) نقسم الحد الأول (الأكبر قوة) في المقسوم على الحد الأول (الأكبر قوة) في المقسوم عليه. ونكتب الناتج في الأعلى

ب) نضرب الناتج في جميع حدود المقسوم عليه ونكتبه تحت المقسوم

جـ) نعكس جميع إشاراته ثم نجمع ونجد انه يختفي الحد الأول في المقسوم.

د) نكرر العملية السابقة إلى أن تصبح درجة ناتج الجمع (في الأسفل) أصغر من درجة المقسوم عليه

هـ) للتأكد: المقسوم = المقسوم عليه × الناتج + الباقي

مثال ①

$س - ٢ \overline{) س^{٣} + ٥س^{٢} - ٤س + ٦}$ ، الناتج: $س^{٢} + ٧س + ١٠$

$\cancel{-س^{٣}} \pm ٢س^{٢}$

$\cancel{٧س^{٢}} - ٤س + ٦$

$\cancel{-٧س^{٢}} \pm ١٤س$

$\cancel{١٠س} + ٦$

$\cancel{-١٠س} \pm ٢٠$

٢٦

②

$س^{٢} - ٢س \overline{) س^{٤} - ٩س^{٢} + ٨س + ١}$ ، الناتج: $س^{٢} + ٢س - ٥$

$\cancel{-س^{٤}} \pm ٢س^{٣}$

$\cancel{٢س^{٣}} - ٩س^{٢} + ٨س + ١$

$\cancel{-٢س^{٣}} \pm ٤س^{٢}$

$\cancel{-٥س^{٢}} + ٨س + ١$

$\cancel{\pm ٥س^{٢}} \mp ١٠س$

$-٢س + ١$

نتوقف لأن درجة $(-٢س + ١)$ أصغر من درجة $(س^{٢} - ٢س)$

مثال ② إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الخامسة، هـ(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة. جد درجة $(\frac{ق}{هـ})(س)$

الحل: درجة خارج القسمة $= ٥ - ٣ = ٢$ (ثنائية)

مثال ③ إذا كان $ق(س) = س^{٢} + ٥س - ٤$ ، $هـ(س) = س^{٣} ق(س)$ جد درجة هـ(س)

الحل: درجة هـ(س) = درجة $(س^{٣})$ + درجة ق(س) $= ٣ + ٢ = ٥$

١) إذا كان ق(س) = $٣س^{٢}$ + ٥س + ٤ ، هـ(س) = $س^{٣}$ − $٢س^{٢}$ + ١ ، ل(س) = س − ٣
جد ١) (ق + هـ)(س) ٢) (ق × ل)(س) ٣) ($\frac{هـ}{ل}$)(س) (٢٠٠٨ شتوي ٩ علامات)

٢) إذا كان ق(س) = $س^{٣}$ − ٢س + ١ ، هـ(س) = س − ١ ، ل(س) = $س^{٣}$ + ٢س + ٢
جد ما يأتي ١) (ق − ل)(س)
٢) خارج قسمة ق على هـ
٣) (هـ × ل)(٢) (٢٠٠٨ صيفي) (١٠ علامات)

٣) إذا كان ق(س) = $٢س^{٣}$ + ٤س − ٦ ، هـ(س) = س − ١
ل(س) = $س^{٣}$ − ٢س فجد (٢٠٠٩ شتوي)
١) (ق + ل)(١) ٢) خارج قسمة ق على هـ ٣) (هـ × ل)(س) (١١ علامة)

٤) إذا كان ق كثير حدود حيث ق(س) = س ($س^{٢}$ + $٧س^{٣}$ − ٥)
فإن درجة ق هي أ) ٢ ب) ١ جـ) ٤ د) ٧ (٢٠٠٩ صيفي علامتان)

٥) إذا كان ق(س) = $٢س^{٣}$ + ٥ ، هـ(س) = س − ٢ ، ل(س) = $س^{٢}$ − ٤
جد ١) (ق − ل)(س)
٢) خارج قسمة ق على هـ ٣) (ق × هـ)(١) (٢٠٠٩ صيفي) (١٠ علامات)

٦) إذا كان ق(س) = $٤س^{٣}$ + س + ١ ، هـ(س) = س + ٢ ، ل(س) = $س^{٣}$ − س + ٥
جد ١) (ق − ل)(٢) ٢) خارج قسمة ل على هـ ٣) (ق × هـ)(س) (٢٠١٠ ش ١١ علامة)

٧) إذا كان ق(س) = $س^{٣}$ ، ل(س) = $س^{٢}$ + ٣س ، م(س) = $س^{٢}$ − ٢س + ١
جد ١) (ل + م)(س) ٢) (ق × ل)(س) (٢٠١٠ صيفي ٥ علامات)

٨) إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية (٢٠١١ ش)
ل(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة فإن درجة
الاقتران (ق × ل)(س) هي أ) سادسة ب) خامسة جـ) الأولى د) الثالثة

٩) إذا كان ق(س) = س − ٥ ، هـ(س) = ٢س + ٤ جد
١) (ق − هـ)(س) ٢) (ق × هـ)(س) (٢٠١١ ص ٨ علامات)

١٠) استخدم خوارزمية القسمة لإيجاد خارج وباقي قسمة (٢٠١١ ش
ق(س) = $س^{٢}$ + ٥س + ٦ على ل(س) = س + ١ ثم تحقق من صحة الحل ٤ علامات)

١١) استخدم خوارزمية القسمة لإيجاد خارج وباقي قسمة (٢٠١١ ص
ق(س) = $٢س^{٤}$ + $س^{٣}$ + س + ١ على هـ(س) = $س^{٢}$ + ١ ٤ علامات)

١٢) إذا كان ق(س) = ٦س^3 − ٤س^2 ، هـ(س) = ٢س + ١ فجد (هـ × ق)(س) . (٢٠١١ صيفي ٥ علامات)

١٣) درجة كثير الحدود ق(س) = (−٣س^4 − س^2 + ٥) − (٦س − ٤س − ٣س^4) هي
أ) ٦ ب) ٨ ج) ٢ د) ٤ (٢٠١٢ شتوي علامتان)

١٤) إذا كان ق(س) = س^2 + ٣ ، هـ(س) = ٢ − س^2 فجد (ق × هـ)(س) . (٢٠١٢ شتوي ٥ علامات)

١٥) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثانية فإن درجة اقتران ل(س) = س^2 ق(س) تساوي :
أ) ٣ ب) ٤ ج) ١ د) ٢ (٢٠١٢ صيفي علامتان)

١٦) استخدم خوارزمية القسمة لإيجاد خارج وباقي قسمة
ق(س) = س^4 − ٣س^2 + ١ على ع(س) = س^2 + ٢ (٢٠١٢ صيفي ٦ علامات)

١٧) إذا كان ق(س) = ٧س^2 + ٤س^3 ، هـ(س) = س^2 ق(س) فإن درجة هـ(س) هي
أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥ (٢٠١٣ شتوي علامتان)

١٨) إذا كان ق(س) = س^3 − ٤س^2 + ٩ ، هـ(س) = س − ٣ فجد
١) (ق + هـ)(−١) ٢) خارج قسمة ق(س) على هـ(س) (٢٠١٣ شتوي ٨ علامات)

١٩) إذا كان ق(س) = ٣س^5 + ١ ، هـ(س) = ٢س^3 + س − ٣س^5
فإن درجة الاقتران (ق × هـ)(س) تساوي :
أ) ٥ ب) ٢ ج) ٣ د) ٨ (٢٠١٣ صيفي علامتان)

٢٠) إذا كان ق(س) = ٢س^3 + ٦س − ٨ ، هـ(س) = س − ١
ل(س) = س^2 − ٥س . فجد ١) (ق − ل)(١)
٢) خارج قسمة ق على هـ
٣) (ل × هـ)(س) (٢٠١٣ صيفي ٩ علامات)

٢١) إذا كان ق(س) = ٢س^3 − ٦س − ٤ ، هـ(س) = س + ١ فجد
١) (ق + هـ)(٢) ٢) خارج قسمة ق(س) على هـ(س) (٢٠١٤ شتوي ٦ علامات)

٢٢) إذا كان ل(س) = س^3 − ٥س ، هـ(س) = س − ٢ فجد
١) باقي قسمة ل(س) على هـ(س) باستخدام نظرية الباقي = ل(٢) = ٨ − ١٠ = −٢
٢) (ل × هـ)(س) (٢٠١٤ شتوي ٨ علامات)
٣) ل(س) − س^2 × هـ(س)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

٢٣) إذا كان ق(س) = ٤س³ − ٤س + ٢ ، هـ(س) = س² + س
جد ١) (ق + هـ)(س)
٢) ناتج وباقي قسمة ق(س) على هـ(س)
٣) (ق − هـ)(١) (٢٠١٤ ص ٨ علامات)

٢٤) إذا كان ك(س) = ٢س³ − ٦س ، ل(س) = س + ٢
جد : ١) باستخدام نظرية الباقي جد باقي قسمة ك(س) على ل(س)
= ك(−٢) = −٤
٢) (ك × ل)(س)
٣) س² ك(س) − ل(س) (٢٠١٤ ش ٧ علامات)

٢٥) إذا كان ق(س) = ٦س³ − ٢س² + ١ ، هـ(س) = س² − س جد
١) (ق − هـ)(س)
٢) ناتج وباقي قسمة ق(س) على هـ(س)
٣) (ق + هـ)(١) (٢٠١٥ ص ٧ علامات)
= ٥

٢٦) إذا كان ق(س) = س³ − ٤س ، ك(س) = س − ٢ جد
١) ق(س) × ك(س)
٢) س³ × ك(س) + ق(س) (٢٠١٥ ش ٤ علامات)

نظريتا الباقي والعوامل (١٣)

① نظرية الباقي : إذا كان ق(س) أي كثير حدود وكان هـ(س) = أس + ب فإن باقي قسمة ق على هـ = ق(−ب/أ)

② نقول أن (٢) عامل (قاسم) للعدد (١٠) لأن ١٠ ÷ ٢ = ٥ والباقي (صفر)
لكن (٤) ليس عاملاً لـ (١٠) لأن ١٠ ÷ ٤ = ٢ والباقي (٢)

③ (س + ٢) عامل من عوامل (س² + ٥س + ٦) لأن
(س² + ٥س + ٦) ÷ (س + ٢) = س + ٣ والباقي صفراً

④ نظرية العوامل : يكون هـ(س) = أس + ب عاملاً من عوامل كثير الحدود ق(س) إذا كان باقي قسمة ق على هـ يساوي صفراً . أي (ق(−ب/أ) = صفراً) .

مثال ① إذا كان ق(س) = ٣س² + ٥س − ١ ، هـ(س) = س − ٢
جد باقي قسمة ق على هـ بدون إجراء عملية القسمة
الحل : الباقي = ق(٢) = ٣(٢)² + ٥(٢) − ١
= ١٢ + ١٠ − ١ = ٢١

مثال ② هل هـ(س) = س + ٣ عامل من عوامل ق(س) = س³ + ٥س + ٨
الحل : نجد الباقي : هـ(س) = س + ٣ = ٠
س = −٣
ق(−٣) = (−٣)³ + ٥(−٣) + ٨
= −٢٧ − ١٥ + ٨ = −٢٧ − ٧ = −٣٤ ≠ ٠
⟸ هـ ليس عاملاً لـ ق .

مثال ③ إذا كان هـ(س) = ٢س − ٦ عاملاً من عوامل
ق(س) = س⁴ + ٢س² + أس − ٩ جد قيمة أ

٢س − ٦ = ٠
٢س = ٦
س = ٣

الحل : عامل ⟸ ق(الجذر) = صفر
ق(٣) = ٣⁴ + ٢(٣)² + أ(٣) − ٩ = صفر
٨١ + ١٨ + ٣أ − ٩ = ٠
٩٩ − ٩ + ٣أ = ٠
٣أ = −٩٠
أ = −٣٠

١) باقي قسمة ل(س) = س^٤ − ٨س + ٧ على هـ(س) = س − ٢ يساوي

أ) ٧   ب) ٣   جـ) صفر   د) ٢٣   (٢٠٠٨ ش علامتان)

٢) إذا كان ق(س) = س^٣ − ٢س^٢ + ٥ ، هـ(س) = س + ٢ فإن باقي قسمة ق على هـ يساوي

أ) ٣   ب) −١١   جـ) ١٧   د) ٣   (٢٠٠٨ ص)

٣) إذا كان ق(س) = ٤س^٣ − ٥س + ٨ ، هـ(س) = ٣س − ٥ فإن باقي قسمة ق على هـ تساوي

أ) ق($\frac{٣}{٥}$)   ب) ق($\frac{-٣}{٥}$)   جـ) ق($\frac{-٥}{٣}$)   د) ق($\frac{٥}{٣}$)

(٢٠٠٩ ش)

٤) إذا كان الاقتران هـ(س) = س − ١ عاملاً من عوامل الاقتران ق(س) = أس^٢ − ٥س فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) $\frac{-٥}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ جـ) ٥   د) −٥   (٢٠٠٩ ص)

٥) إذا كان ق(س) = ٥س^٣ − ٤س^٢ + ١ ، هـ(س) = ٢س − ٣ فإن باقي قسمة ق على هـ =

أ) ق($\frac{٣}{٢}$)   ب) ق($\frac{-٣}{٢}$)   جـ) ق($\frac{٢}{٣}$)   د) ق($\frac{-٢}{٣}$)

(٢٠١٠ ش)

٦) باقي قسمة ق(س) = س^٢ − ٣ على هـ(س) = س − ١ هو

أ) −٤   ب) ٢   جـ) ٤   د) −٢   (٢٠١٠ ص)

٧) باستخدام نظرية الباقي جد باقي قسمة ق(س) = س^٣ + ٣ على هـ(س) = س − ١   (٢٠١١ ش)   (٣ علامات)   = ٤

٨) إذا كان ق(س) = س^٢ − ٩ ، ل(س) = س − ١ فإن باقي قسمة ق(س) على ل(س) يساوي

أ) −٨   ب) −١   جـ) ١   د) ٨   (٢٠١١ ص)

٩) باقي قسمة ق(س) = س^٣ − ٤س + ٢ على هـ(س) = س − ١ يساوي

أ) ١٤   ب) −٢   جـ) ٥   د) −١   (٢٠١٢ ش)

١٠) إذا كان ق(س) = أس^٢ − ٤س − ٤ يقبل القسمة على هـ(س) = س − ٢ فإن قيمة الثابت أ تساوي

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ جـ) ٣   د) $\frac{-٢}{٣}$ (٢٠١٢ ش)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

١١) باقي قسمة ق(س) على هـ(س) = ٣س + ٤ هو ؟

أ) ق(−٤) ب) ق(٤) ج) ق$(-\frac{٤}{٣})$ د) ق$(\frac{٤}{٣})$ (٢٠١٢ ص)

١٢) إذا كان هـ(س) = س + ١ عاملاً من عوامل كثير الحدود ق(س) = ٢س^{٣} + م س فإن قيمة الثابت م تساوي

أ) −٢ ب) ٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$ (٢٠١٢ ص)

١٣) باقي قسمة ق(س) = س^{٥} + ٢س + ٣ على هـ(س) = س + ٢ هو

أ) ق(٢) ب) ق(−٢) ج) ق$(\frac{١}{٢})$ د) ق$(-\frac{١}{٢})$ (٢٠١٣ ش)

١٤) إذا كان هـ(س) = س − ١ عاملاً من عوامل كثير الحدود هـ(س) = ٤س^{٣} + ك س فإن قيمة الثابت ك تساوي

أ) −٤ ب) ٤ ج) ١ د) −١ (٢٠١٣ ش)

١٥) إذا كان هـ(س) = س + ٥ عاملاً من عوامل كثير الحدود ق(س) فإن ق(−٥) يساوي ؟

أ) صفر ب) −٥ ج) ٥ د) ١٠ (٢٠١٣ ص)

١٦) إذا كان ل(س) = س^{٣} − ٥س ، هـ(س) = س − ٢ ، جد باقي قسمة ل(س) على هـ(س) باستخدام نظرية الباقي (٢٠١٤ ش)

ل(٢) = ٢^{٣} − ٥×٢ = ٨ − ١٠ = −٢

١٧) إذا كان ل(س) = ٢س^{٣} − ٦س ، ك(س) = س + ٢ فأجب عما يأتي:

باستخدام نظرية الباقي جد باقي قسمة ل(س) على ك(س)

(٢٠١٤ ص)

ل(−٢) = ٢(−٢)^{٣} − ٦(−٢)

= −١٦ + ١٢ = −٤

١٨) إذا كان هـ(س) = س − ١ عاملاً من عوامل كثير الحدود ق(س) = س^{٣} − ٥س^{٢} + أس + ٢ ، أ ثابت . جد قيمة أ

(٢٠١٥ ش)(٣ علامات)

عامل ⟸ ق(١) = صفر

١ − ٥ + أ + ٢ = ٠

−٤ + أ + ٢ = ٠

−٢ + أ = ٠

أ = ٢

١) كثير الحدود الأولي (أو العامل الأولي) هو اقتران لا يمكن تحليله (أو كتابته على شكل حاصل ضرب) إلى اقترانات أقل منه درجة.

مثلاً: ١) $\text{س}^{٢} + ٩$ أولي

٢) $\text{س}^{٢} - ٢٥$ غير أولي لأن $\text{س}^{٢} - ٢٥ = (\text{س} - ٥)(\text{س} + ٥)$

٢) جميع كثيرات الحدود من الدرجة الأولى أولية:

مثل: $٢\text{س} + ٥$ ، $٦\text{س} - ٤$ ، ٧س

٣) كثيرات الحدود من الدرجة الثانية $(\text{أ}\text{س}^{٢} + \text{ب}\text{س} + \text{جـ})$ التي مميزها سالب أولية (حيث $\Delta = \text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ}$)

مثلاً: $\text{س}^{٢} + ١$ أولي

$\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٩$: أولي لأن: $\text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ} = ١٦ - ٣٦ = -٢٠$

مثال: حلل الاقترانات الآتية إلى عواملها الأولية:

١) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ٩\text{س} + ٢٠ = (\text{س} + ٥)(\text{س} + ٤)$

عددان حاصل ضربهما (٢٠) ومجموعهما (٩) وهما: ٥ ، ٤

٢) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٢ = (\text{س} - ٤)(\text{س} - ٣)$

مجموعهما (−٧) وحاصل ضربهما (١٢)

٣) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ١٢ = (\text{س} - ٦)(\text{س} + ٢)$

حاصل ضربهما (−١٢) ومجموعهما (−٤)

٤) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥ = (\text{س} + ٥)(\text{س} - ٣)$

٥) $\text{ق}(\text{س}) = ٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٥ = (٢\text{س} + ٥)(\text{س} - ١)$ مجموعها ٣س

٦) $٩\text{س}^{٢} - ١٦ = (٣\text{س} - ٤)(٣\text{س} + ٤)$

٧) $٨\text{س}^{٣} - ١٢٥ = (٢\text{س} - ٥)(٤\text{س}^{٢} + ١٠\text{س} + ٢٥)$

$(٢\text{س})^{٣}$ $(٥)^{٣}$

٨) $\text{س}^{٣} + ٢٧ = (\text{س} + ٣)(\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩)$

④ لتحليل كثير حدود من الدرجة الثالثة نبحث عن عامل له (أو عدد يجعل الاقتران صفراً) ثم نقسم الاقتران على (س − ذلك العدد)

مثلاً : $ق(س) = س^{٣} - ٤س^{٢} - س + ٤$

عوامل العدد ٤ هي : $\pm ١ ، ٢ ، ٤$

$ق(١) = ١ - ٤ - ١ + ٤ =$ صفر $\Leftarrow$ $س - ١$ عامل لـ $ق(س)$

نقسم ق(س) على $(س - ١)$

$$\begin{array}{r|l} & س^{٢} - ٣س - ٤ \\ \hline س - ١ & س^{٣} - ٤س^{٢} - س + ٤ \\ & \cancel{-س^{٣}} \pm س^{٢} \\ \hline & -٣س^{٢} - س + ٤ \\ & \cancel{\mp ٣س^{٢}} \pm ٣س \\ \hline & -٤س + ٤ \\ & \mp ٤س \pm ٤ \\ \hline & \text{صفر} \end{array}$$

$ق(س) = \underbrace{(س - ١)}_{\text{أولي}}\underline{(س^{٢} - ٣س - ٤)}$

المميز $= ب^{٢} - ٤أجـ$

$= ٩ - ٤ \times ١ \times -٤$

$= ٩ + ١٦ = ٢٥$

غير أولي $\Leftarrow$ يحلل

$\Leftarrow$ $س^{٢} - ٣س - ٤ = (س - ٤)(س + ١)$

$ق(س) = (س - ١)(س - ٤)(س + ١)$

أسئلة الوزارة :

① حلل الاقتران $ق(س) = س^{٣} + ٢س - ٤$ إلى عوامله الأولية (٢٠١٠ ص ٦ علامات)

② حلل الاقتران $ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} - ١٠س$ إلى عوامله الأولية (٢٠١١ ص) (٤ علامات)

③ إذا كان $(س - ١)$ ، $(س + ٣)$ عاملين لاقتران كثير الحدود من الدرجة الثانية فجد ما يأتي :

١) قاعدة الاقتران ق(س) .

٢) مقطع الاقتران ق(س) مع محور الصادات (٢٠١٤ ص ٤ علامات)

الحل : $ق(س) = (س - ١)(س + ٣)$

$= س^{٢} + ٣س - س - ٣$

$= س^{٢} + ٢س - ٣$

٢) المقطع الصادي : $س = ٠ \leftarrow$ $\Leftarrow -٣$

① الاقتران النسبي : هو اقتران يتكون من بسط ومقام بحيث أن كل منهما كثير حدود ، بشرط أن مقام $\neq$ صفر .

$ق(س) = \frac{هـ(س)}{ع(س)}$ ، $ع(س) \neq 0$. نسبي إذا كان هـ ، ع كثيرا حدود

② يكون ق(س) بأبسط صورة إذا لم يوجد عوامل مشتركة بين هـ(س) ، ع(س) .

③ كتابة صيغة مكافئة للاقتران النسبي تعني تحليل كلاً من البسط والمقام ثم اختصار (شطب) العوامل المشتركة

مثال ①

أ) $ق(س) = \frac{3س^2 - 5س + 1}{2س - 10}$: نسبي

ب) $ق(س) = \frac{5س^3 - س^{-2}}{4س - 6}$: ليس نسبياً (البسط ليس كثير حدود)

جـ) $ق(س) = \frac{4س + 5}{7\sqrt{س} - 2}$: ليس نسبياً (المقام ليس كثير حدود)

مثال ② اكتب صيغة مكافئة لكل من الاقترانات النسبية الآتية بأبسط صورة

أ) $ق(س) = \frac{س^2 + 2س - 3}{س^2 - 9}$

الحل : $= \frac{(س+3)(س-1)}{(س+3)(س-3)} = \frac{س - 1}{س - 3}$

ب) $ق(س) = \frac{2س^3 - س^2 - 7س + 6}{س^2 + س - 2}$

الحل : $ق(س) = \frac{(2س^2 + س - 6)\cancel{(س-1)}}{(س+2)\cancel{(س-1)}} = \frac{(2س-3)\cancel{(س+2)}}{\cancel{(س+2)}}$

$= 2س - 3$ ، $س \neq 1$ ، $س \neq -2$

جـ) $ق(س) = \frac{س^2 + 9}{س + 6}$

الحل : هو في أبسط صورة لأن $س^2 + 9$ لا يحلل (أولي)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078) أسئلة الوزارة

١) أي من الاقترانات التالية اقتراناً نسبياً

أ) $ق(س) = \frac{س^٢+١}{٥س}$ ب) $هـ(س) = \frac{س^٢+٤}{٢س}$ (٢٠٠٨ ش)

جـ) $ل(س) = \frac{|س|}{٣س+١}$ د) $ع(س) = \frac{لو(س+١)}{٣س}$

٢) اكتب صيغة مكافئة للاقتران النسبي التالي في أبسط صورة

$ق(س) = \frac{س^٣ - ٢س^٢ - ٣س}{س^٣ - ٢٧}$ (٢٠٠٨ ش) (٧ علامات)

٣) اكتب صيغة مكافئة للاقتران النسبي التالي في أبسط صورة ممكنة

$ق(س) = \frac{س^٣ - ٣س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٤}$ (٢٠٠٨ ص) (٦ علامات)

٤) إذا كان $ق(س) = \frac{|س|+٢}{س+٣}$ ، $هـ(س) = \frac{\sqrt{س}+٥}{س^٢+١}$ ، $ل(س) = \frac{هـ^س}{\sqrt{٤}+١}$

$ع(س) = \frac{٣}{س^٢+٢}$ ، فأي هذه الاقترانات نسبي ؟ (٢٠٠٩ ص).

* اكتب صيغة مكافئة لكل من الاقترانات الآتية:

٥) $ق(س) = \frac{س^٣ - ٤س^٢ + ٣س}{س^٢ - ٩}$ (٢٠٠٩ ش) (٥ علامات)

٦) $ق(س) = \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - س - ٦}$ (٢٠٠٩ ص) (٦ علامات)

٧) $ق(س) = \frac{س^٣ - ٥س^٢ + ٦س}{س^٢ - ٤}$ (٢٠١٠ ش) (٦ علامات)

٨) $ق(س) = \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - س - ٦}$ (٢٠١٠ ص) (٥ علامات).

٩) $ق(س) = \frac{س^٣ + ٨}{س^٢ - ٤}$ (٢٠١١ ش) (٥ علامات)

١٠) $ل(س) = \frac{س^٣ + ٢٧}{س^٢ - س - ١٢}$ (٢٠١١ ص) (٥ علامات)

١١) $ق(س) = \frac{س^٤ - ٨س}{س(س^٢ - ٣س + ٢)}$ (٢٠١٢ ش) (٥ علامات).

١٢) أي من الاقترانات الآتية $ق(س) = \frac{\sqrt{س}}{س+١}$ ، $ل(س) = س^{\frac{٢}{٣}}$

$م(س) = \frac{س^٤+١}{س+١}$ ، $هـ(س) = \frac{س-١}{س+٣}$ هو اقتراناً نسبياً (٢٠١٢ ص)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

* اكتب صيغة مكافئة لكل من الاقترانات النسبية الآتية

١٣) $ل(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ٢س + ١}$ (ص ٢٠١٢) (٥ علامات)

١٤) $هـ(س) = \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ - ٢س}$ (ش ٢٠١٣) (٥ علامات)

١٥) $ق(س) = \frac{س^٣ + ١٢٥}{س^٢ + ٤س - ٥}$ ، (ص ٢٠١٣) (٥ علامات)

١٦) $ق(س) = \frac{٢س^٣ - ٨س}{س^٢ - س - ٦}$ ، (ش ٢٠١٤) (٥ علامات)

١٧) $ق(س) = \frac{٢س^٣ + ٥٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، (ص ٢٠١٤) (٥ علامات)

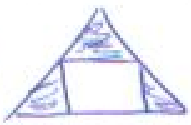
١٨) $ق(س) = \frac{س^٣ - ٦٤}{٢س^٢ - ٨س}$ ، (ش ٢٠١٥) (٤ علامات)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

مسائل عملية على كثيرات الحدود :

* في هذا النوع من مسائل نحتاج إلى عدة قوانين منها :

١) مساحة مربع = الضلع × نفسه
٢) محيط " = ٤ × طول الضلع
٣) مساحة المستطيل = الطول × العرض
٤) محيط " = ٢ × الطول + ٢ × العرض
٥) مساحة الدائرة = نق² π
٦) محيط " = ٢ نق π
٧) مساحة مثلث = ½ × طول × الارتفاع
٨) حجم متوازي مستطيلات = مساحة قاعدة × الارتفاع
= الطول × العرض × الارتفاع
٩) الربح = الإيراد − التكاليف
١٠) مساحة منطقة المحصورة بين شكلين = مساحة الشكل الخارجي − مساحة الشكل الداخلي

مثلاً :  : مساحة المظللة = مساحة مثلث − مساحة المستطيل

١١) دائماً نفرض أحد المجاهيل (س) ونجد قيمة الآخر بدلالته حسب معلومة معطاة .

مثلاً : عددان يزيد الأول عن الثاني بمقدار ٦
نفرض الأول س ، أو الأول س + ٦
⟸ الثاني = س − ٦ ، والثاني : س

أيضاً : مستطيل طوله يزيد عن مثلي عرضه بمقدار ٣
نفرض أن العرض = س
⟸ الطول = ٢س + ٣

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77) أسئلة الوزارة

١) عددان موجبان الفرق بينهما (٤) وحاصل طرح الأصغر من مربع الأكبر يساوي (٣٤)
أ) اكتب الاقتران الذي يدل على حاصل ضرب أحد العددين في مكعب الآخر (٨٠٠٠ ش) (٨ علامات)
ب) جد العددين

٢) قطعة أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها عن عرضها بمقدار (٤) م ومساحتها (٦٠) م²
أ) اكتب الاقتران الذي يدل على حاصل ضرب مربع طول قطعة الأرض في عرضها
ب) جد كلاً من طول وعرض قطعة الأرض. (٨٠٠٠ ص) (٨ علامات)

٣) بركة ماء مستطيلة الشكل طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها ومحيطها (١٤٠) م
أ) اكتب الاقتران الذي يدل على حاصل ضرب طول البركة في مربع عرضها
ب) جد كلاً من طول وعرض بركة الماء. (٩٠٠٠ ش) (٩ علامات)

٤) قطعة أرض مربعة الشكل طول ضلعها (٣٠ م). بُني عليها بيت طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه
أ) اكتب الاقتران الذي يدل على مساحة الأرض المتبقية (٩٠٠٠ م)
ب) إذا كانت مساحة البيت (١٤٧) م²، جد طول وعرض البيت (٧ علامات)

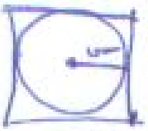
٥) بركة ماء مستطيلة الشكل مساحتها (١٧٠ م²) يقل عرضها عن طولها بمقدار (٧ م) ويحيط بها ممر عرضه ١ م
أ) اكتب الاقتران الذي يدل على مساحة الممر (١٠٠٠ ص) (٨ علامات)
ب) جد كلاً من طول وعرض بركة الماء.

٦) وجد مصنع ثلاجات أن التكلفة الكلية للإنتاج الأسبوعي للثلاجات عددها (س) تقدر بالاقتران ك(س) = س³ − ٤س² − ٣س + ٥٠٠
إذا بيعت الثلاجة الواحدة بمبلغ (٦٠٠) دينار
جد الاقتران الذي يمثل الربح لبيع (س) من الثلاجات أسبوعياً (١٠٠٠ ص) (٤ علامات)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

٧) قدّرت أحد مصانع التكلفة الكلية لإنتاج س من القطع شهرياً بالاقتران ك(س) = − س² + ١٠٠س + ٥٠٠
إذا علمت أن اقتران الربح معطى بالعلاقة ر(س) = س² + ٥٠٠
جد الإيراد الكلي الناتج عن بيع ٣ قطع
علماً بأن الإيراد الكلي = الربح + التكلفة (٢٠١١ ش) (٤ علامات)

٨) رُسمت دائرة داخل مربع بحيث تمس أضلاعه الأربعة



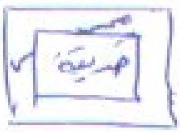
كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن نصف قطر الدائرة يساوي س وحدة. اكتب الاقتران الذي يدل على المساحة المحصورة بين الدائرة والمربع (٢٠١١ ص) (٤ علامات)

٩) وجد محل لبيع قطع الحاسوب أن اقتران الربح اليومي ر(س) = س² − ٥س + ٣٤. فإذا كان ربح المحل في أحد الأيام (٢٠) ديناراً. جد عدد القطع التي باعها المحل في ذلك اليوم. (٢٠١٢ ش) (٧ علامات).

١٠) وجد مصنع لإنتاج الدراجات الهوائية أن اقتران الربح الكلي لبيع س دراجة يومياً هو ر(س) = − س² + ١٤س
جد قيم س التي تجعل الربح الكلي ٤٨ ديناراً. (٢٠١٢ ص) (٥ علامات)

١١) وجد مصنع ألعاب أطفال أن التكلفة الكلية للإنتاج الأسبوعي للعب عددها س تقدر بالاقتران ك(س) = ٤٠س − س² + ١٠٠، فإذا بيعت اللعبة الواحدة بمبلغ (٤ دنانير). جد اقتران الربح ر(س) لبيع س من اللعب أسبوعياً. (٢٠١٣ ش) (٥ علامات)

١٢) في الشكل المجاور حديقة مربعة الشكل طول ضلعها (س) م يحيط بها ممر عرضه متر واحد. أجب عما يأتي:



أ) اكتب الاقتران الذي يمثل مساحة الممر بدلالة س وفي أبسط صورة
ب) إذا كان محيط الحديقة (٨٠ م) جد مساحة الممر
(٢٠١٣ ص) (٧ علامات)

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (077 88 531 078)

١٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها (٤س−١) وارتفاعه (٣س) ، أجب عما يأتي:

أ) اكتب الاقتران الذي يدل على حجم الصندوق

ب) جد حجم الصندوق إذا كان ارتفاعه ٢٤ سم. (٢٠١٢ ش، ٥ علامات)

١٤) قدّر مصنع لإنتاج غسالات تكلفة الكلية لإنتاج س غسالات أسبوعياً بالاقتران
ك(س) = −س² + ١٠٠س + ٢٠٠ ، إذا كان اقتران الإيراد يعطى بالعلاقة ر(س) = س³ + ١٠٠س ، جد:

أ) اقتران الإيراد الكلي للمصنع والناتج عن بيع س من الغسالات

ب) الإيراد الناتج عن بيع ٥ غسالات (٢٠١٤ ص) (٦ علامات)

١٥) بركة ماء مستطيلة الشكل، يزيد طولها عن عرضها بمقدار (٦م). يحيط بها ممر عرضه (١م). أجب عما يأتي:

أ) اكتب الاقتران الذي يدل على مساحة الممر.

ب) إذا كانت مساحة قطعة الأرض (؟؟؟) ١٦٠م² جد كلاً من طولها وعرضها. (٢٠١٥ ص) (٧ علامات)

الحل: أ) مساحة الممر = (س+٦+٢)(س+٢) − (س)(س+٦)

= (س+٨)(س+٢) − س² − ٦س

= س² + ٢س + ٨س + ١٦ − س² − ٦س

= ٤س + ١٦

ب) هناك غموض في صيغة السؤال: مساحة ١٦٠م² للبركة أم البركة مع الممر

١) إذا كانت مساحة البركة ١٦٠م²

س(س+٦) = ١٦٠

س² + ٦س = ١٦٠

س² + ٦س − ١٦٠ = ٠

(س+١٦)(س−١٠) = ٠

س = ١٠ ، س = −١٦ يهمل

العرض = ١٠ والطول ١٦

٢) إذا كانت مساحة البركة مع الممر = ١٦٠

(س+٢)(س+٨) = ١٦٠

س² + ١٠س − ١٤٤ = ٠

(س+١٨)(س−٨) = ٠

س = ٨ العرض

س = −١٨ تهمل

الطول = ١٤

إعداد المعلم : عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

حل متباينات غير الخطية بمتغير واحد

① المتباينة هي معادلة تم استبدال إشارة الـ (=) بأحد الرموز (> ، ≥ ، < أو ≤) .

② لإيجاد إشارة مقدار مثل (س − ٥) : نرسم خط أعداد ونضع عليه العدد (+٥) ونختار أعداداً أكبر من (٥) وأصغر من (٥) . ثم نعوضها في المقدار ونلاحظ إشارته : + ، −

− − − − + + + +

٤ $\boxed{٥}$ ٦

٤ − ٥ = −١ ، ٦ − ٥ = ١

③ كذلك : س² − ٢س − ١٥

أولاً نحللها إلى عواملها الأولية : (س − ٥) (س + ٣)

+ + + − − − − + + + +

−٤ $\boxed{−٣}$ ١ $\boxed{٥}$ ٦

(−٤ − ٥)(−٤ + ٣) = −٩ × −١ = +٩

(١ − ٥)(١ + ٣) = −٤ × ٤ = −١٦

(٦ − ٥)(٦ + ٣) = ١ × ٩ = +٩

* إذا كانت المتباينة : س² − ٢س − ١٥ ≤ ٠ .
نأخذ الفترة التي إشارتها سالبة : [−٣ ، ٥]
(يجب كتابة العدد الأصغر أولاً)

* إذا كان هناك ≥ أو ≤ نكتب الفترة مغلقة [ ]
" " " > ، < " " " مفتوحة

* إذا كانت س² − ٢س − ١٥ > ٠ ، نأخذ إشارة الفترات الموجبة فتكون مجموعة الحل : (−∞ ، −٣) ∪ (٥ ، ∞)

④ في حالة الاقتران التربيعي الذي مميزه سالب (له جذران)

* إشارة ما بداخل الجذرين عكس إشارة معامل س² والخارج عكسها .

مثلاً : س² − ٥س + ٦ = (س − ٣) (س − ٢)

+ + + − − − − + + +

$\boxed{٢}$ $\boxed{٣}$

معامل س² موجب ← ما بداخل الجذرين سالب

* حل المتباينات الآتية ومثل مجموعة حلها على خط الأعداد:

١) $س^2 - ٧س < -١٢$ (ش ٢٠٠٨) (٦ علامات)

٢) $س^3 - ١ < ٧$ (ص ٢٠٠٨) (٧ علامات)

٣) $س^2 + س - ٢ \geq ٠$ (ص ٢٠١٠) (٦ علامات)

٤) $س(س+١) \leq ٠$ (ش ٢٠١١) (٥ علامات)

٥) $(س-٢)(س+٣) \geq ٠$ (ص ٢٠١١) (٤ علامات)

٦) $(س-٥)(س+٢) \leq ٠$ (ش ٢٠١٢) (٦ علامات)

٧) $(س-٣)(س+٢) \leq ٠$ (ص ٢٠١٢) (٦ علامات)

٨) $س^2 + ٢س - ٣ > ٠$ (ش ٢٠١٣) (٥ علامات)

٩) $(س+٥)(س-٢) \leq ٠$ (ص ٢٠١٣) (٥ علامات)

١٠) $س^2 - ٤س > ٠$ (ش ٢٠١٤) (٥ علامات)

١١) $س^2 - ٥س < -٤$ (ص ٢٠١٤) (٥ علامات)

١٢) $س^2 - س \leq ٦$ (ش ٢٠١٥) (٥ علامات)

١٣) إذا كان الشكل المجاور يمثل إشارة الاقتران $ق(س) = س^2 - ٤س + ٣$

اعتماداً على ذلك، أوجد حل المتباينة: (ش ٢٠٠٩) (٣ علامات)

$س^2 + ٣ \geq ٤س$

+++ ١ − − − ٣ +++

١٤) معتمداً على الشكل الآتي الذي يبين إشارة كل من الاقترانين $ق(س)$، $هـ(س)$، جد مجموعة حل المتباينة $ق(س) \times هـ(س) > صفر$

إشارة $ق(س)$: $-\infty$ +++ −٢ − − − − ٢ +++ ∞

إشارة $هـ(س)$: $-\infty$ ++++++ ١ − − − − − ∞

(ص ٢٠٠٩) (٤ علامات)

١٥) معتمداً على الشكل الآتي الذي يبين إشارة كل من الاقترانين $ق(س)$، $هـ(س)$، جد مجموعة حل المتباينة: $ق(س) \times هـ(س) \geq ٠$.

إشارة $ق(س)$: $-\infty$ − − − ١ +++++ ∞

إشارة $هـ(س)$: − − − −٢ ++++++++ ∞

(ش ٢٠١٠) (٤ علامات).