بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / م٣ — مدة الامتحان : ساعتان
الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٤/١/١٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$ (٣ علامات)

٢) $\lim_{س \to -٢} \frac{٥ - |٣س + ١|}{س^٢ + ٨}$ (٤ علامات)

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(\pi س)}$ (٤ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^٢ + \frac{١}{س} + [\frac{س}{٣}] & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{س^٢ - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) (٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ + ٢س & ، س < ١ \\ ٣س^٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$

هـ(س) = $\begin{cases} س^٢ & ، س < ١ \\ |٢س| & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق + هـ) (س) عندما س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}^{٢}}{١ - \text{س}}$ ، س ≠ ١ ، فجد قَ (-٢) باستخدام تعريف المشتقة (٨ علامات)

ج) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١ ، ق(١))، (٢ ، ٤) يصنع زاوية قياسها ($\frac{\pi ٣}{٤}$) راديان مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد قَ(١) (٣ علامات)

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{م (س)}}{\text{ل(س) (س}^{٢} + ١)}$ ، وكان م(١) = -٢ ، مَ(١) = ل(١) = -١ ، قَ(١) = ٣

فجد لَ(١) (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(٢س-١) = جـا^{٢}($\frac{\pi}{١٨}$ (٤س - ٢)) ، فأثبت أن قَ(٣) = $\frac{\pi}{٣\sqrt{٦}}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \text{أ س}^{٢} + \text{ب س} & \text{، س < ٢} \\ \text{أ س}^{٢} + ٩ \text{ب س} - ١٢ & \text{، س ≥ ٢} \end{cases}$

وكانت قَ(٢) موجودة، فجد قيمة كلا من أ ، ب (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٢ علامة)

أ) ١) إذا كان $\frac{١}{\sqrt{\text{س}}} + \frac{١}{\sqrt{\text{ص}}} = \sqrt{\text{س ص}}$ ، س > ٠ ، ص > ٠ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ (٧ علامات)

٢) إذا كان المستقيم ٢س - ص + جـ = صفر، يمسّ منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{-٢}{\text{س}}$ (٥ علامات)

س ≠ صفر عند النقطة (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) الواقعة على منحناه ، فجد قيم الثابت جـ

ب) إذا كانت ص = أ جـا س - ب جتـا س ، فأثبت أن : (صَ)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} - ص^{٢} (٦ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن المسافة ف بالأمتار تعطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{\text{ن}}{\text{ع (ن)}}$

حيث ع السرعة، ن الزمن بالثواني، فجد تسارع الجسيم عندما ن = (٢) ثانية، علماً بأن

السرعة عندئذٍ تساوي (٣) م / ث (٤ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الخامس : (٢٥ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{س^2 + 2س}$ ، حيث س ∈ ح ، فجد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق وبين نوعها (٧ علامات)

ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)

ج) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين، الجزء الأول: وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته (نق) وارتفاعه (ع) والجزء الثاني: غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة (كما في الشكل المجاور) إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠ π) دسم^3، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يمكن (٩ علامات)

(انتهت الأسئلة)

وزارة التربية والتعليم
الإدارة العامة للاختبارات
الدورة الشتوية/ ٢٠١٤ م

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

المبحث : رياضيات ٣/م
الفرع : العلمي

مدة الامتحان : ٢
التاريخ : ٢٠١٤/١/٨٥

د س

الإجابة النموذجية :

* يؤخذ بعين الاعتبار جميع الحلول البديلة

السؤال الأول :

رقم الصفحة في الكتاب

٣٦

أ) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} - ٢}{س - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{س^{\frac{1}{2}} - ٤^{\frac{1}{2}}}{س - ٤}$ ①

$= \lim_{س \to ٤} \frac{\frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}}}{١}$ ①

$= \frac{\frac{1}{2} \times ٤^{-\frac{1}{2}}}{١} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{٢}}{١} = \frac{١}{٤}$ ①

ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٨}{س^٣ + ٢س^٢ - ٤س - ٨} = \lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س + ٢)(س + ٢)}$ ①

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{(س + ٢)^٢}$ ①

$= \frac{٤ + ٤ + ٤}{(٤)^٢} = \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$ ①

٣٧

ج) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٣س + ١}{س^٣ + ٨} = \lim_{س \to ٣} \frac{٥ - (٣ - س)(س - ١)}{(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٥ - ٣س + س^٢ + س}{(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٢س + ٥}{(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)}$ ①

$= \frac{٩ - ٦ + ٥}{(٥)(٧)} = \frac{٨}{٣٥}$ ①

٤٦

د) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(\pi س - ٢\pi)} = \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا\pi(س - ٢)}$ ①

نفرض أن $ص = س - ٢$ ①

عندما $س \to ٢$ فإن $ص \to ٠$

$= \lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{ظا\pi ص} = \lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{\frac{ظا\pi ص}{\pi ص} \times \pi ص}$ ①

$= \frac{١}{\pi}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

٢١

ب) $ق(س) = \begin{cases} [\frac{س}{٣}] + \frac{١}{س} + ٣س^{٢} & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

$= \begin{cases} ٣س^{٢} + \frac{١}{س} & ، ١ \leq س < ٣ \quad ①\\ \frac{٥٨}{٣} & س = ٣ \quad ① \\ \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٣^{-}} ق(س) = ٣(٣)^{٢} + \frac{١}{٣} = ٢٧ + \frac{١}{٣} = ١٨\frac{١}{٣}$ ①

$\lim_{س \to ٣^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ٣^{+}} \frac{س - ٣}{(س - ٣)(س + ٣)} = \lim_{س \to ٣^{+}} \frac{١}{س + ٣} = \frac{١}{٣ + ٣} = \frac{١}{٦}$ ①

$\lim_{س \to ٣^{-}} ق(س) \neq \lim_{س \to ٣^{+}} ق(س)$ ∴

∴ $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ غير موجودة ①

رقم الصفحة في الكتاب

٧٥

السؤال الثاني :

(٨) أ) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢ + ٢س & ، س \leq ١ \\ ٣ - س^{٢} & ، ١ < س < ٢ \\ ٤ - ٣س & ، س \geq ٢ \end{cases}$

$ق(١) = \begin{cases} ٢ + ٢س & ، س \leq ١ \\ ٣ - س^{٢} & ، ١ < س < ٢ \\ ٤ - ٣س & ، س \geq ٢ \end{cases} = ٤$ ①

$\because$ $\lim_{س \to ١} ق(س) = ٤$ غير متصل عند $س = ١$ ، $ق(١) = ٤$ غير متصل عند $س = ١$

$\therefore$ نتيجة التوابل $ق(س) + ق(س)$

$ق(س) + ق(س) = \begin{cases} ٢ + ٢س + ٢ + ٢س & ، س \leq ١ \\ ٣ - س^{٢} + ٣ - س^{٢} & ، ١ < س < ٢ \\ ٤ - ٣س + ٤ - ٣س & ، س \geq ٢ \end{cases}$ ①

$= ٢(١) + ٢ = ٤ + ٢ = ٦$ ①

ب) $\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) + ق(س) = ٣ - (١)^{٢} + ٣ - (١)^{٢} = ٣ - ١ + ٣ - ١ = ٤$ ①

$\lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) + ق(س) = ٤ - ٣(١) + ٤ - ٣(١) = ٤ - ٣ + ٤ - ٣ = ٢$ ①

$\because$ $\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) + ق(س) \neq \lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) + ق(س)$

$\therefore$ $\lim_{س \to ٢} ق(س) + ق(س)$ غير موجودة ①

$\therefore$ $ق(س) + ق(س)$ متصل عندما $س = ١$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

٩٧

ب) $\text{ق}'(-٢) = \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{ق}(-٢+\text{هـ}) - \text{ق}(-٢)}{\text{هـ}}$ ①

أ) $= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \left(\frac{(-٢+\text{هـ})^{٢} - ١}{(-٢+\text{هـ}) - (-١)} - \frac{(-٢)^{٢} - ١}{(-٢) - (-١)} \right) \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{هـ}^{٢} - ٤\text{هـ} + ٤ - ٣}{-\text{هـ} + ١} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{هـ}^{٢} - ٤\text{هـ} + ١}{-\text{هـ} + ١} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{هـ}^{٢} - ٤\text{هـ} + ٣}{(-\text{هـ} + ١)} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{(\text{هـ} - ٣)(\text{هـ} - ١)}{(-\text{هـ} + ١)} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{(\text{هـ} - ٣)(\text{هـ} - ١)}{-(\text{هـ} - ١)} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{هـ} - ٣}{-١} \times \frac{١}{\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{\text{هـ} - ٣}{-\text{هـ}}$ ①

$= \lim_{\text{هـ} \to ٠} \frac{-٣}{-١} = ٣$ ①

ج) ميل المماس $= \text{ق}'(١)$ ①

$\text{ق}'(١) = \frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(١)}{٤ - ١}$ ①

$\text{ق}(٤) - \text{ق}(١) = -١$ ①

$\text{ق}(١) = ٤ + ١ = ٥$ ①

١٧

الإدارة العامة للمناهج التعليمية والاختبارات
الإدارة العامة للاختبارات والامتحانات
٢٠١٦م

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث:

١٢٠

أ) ① ① ①

$$هـ'(س) = \frac{ق'(س)(ع+١)(ل(س)) - (ع س ل'(س) + ل(س)(ع+١))ق(س)}{((ع+١)(ل(س)))^{٢}}$$

$$هـ'(-١) = \frac{(-١)(٥)(-١) - (٢(-١) + ل'(٤)(٢))(-٢)}{(٢)^{٢}(-١)^{٢}}$$

$$١٢ = ٢ + (-٤ + ٤ ل'(١))$$

$$١٠ = -٤ + ٤ ل'(١)$$

$$٤ ل'(١) = ١٤$$

$$ل'(١) = \frac{١٤}{٤} = ٣,٥$$

ب) $٢ هـ'(٢س - ١) = ٢ جا \frac{\pi}{١٨} (٤س - ٢) جتا(٢٠ - ٢) \times \frac{\pi ٤}{١٨}$

$٢س - ١ = ٣ \leftarrow س = ٢$

$هـ'(٣) = ٢ جا \frac{\pi}{٣} جتا \frac{\pi}{٣} \times \frac{\pi ٢}{٩}$

$$= \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{\pi ٢}{٩}$$

$$= \frac{\pi ٢ \sqrt{٣}}{٣٦} = \frac{\pi}{١٨ \sqrt{٣}}$$

إدارة المناهج والتعليم
الإدارة العامة للاختبارات
٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب

١٥٠

ج) بما أن $\lim_{س \to ٤} ق(س)$ موجودة عند $س = ٤$

∴ $ق(س)$ متصلة عندما $س = ٤$

$\lim_{س \to ٤^+} ق(س) = \lim_{س \to ٤^-} ق(س)$

$٨ب + ٤ج = ١٨ب + ٤ج$ ①

$١٢ب - ٤ج = ١٢$

$ب - ج = ٣$ ① ⋆

$ق(س)$ قابلة للاشتقاق عند $س = ٤$ ⇐ $ق'(س)$ متصلة عند $س = ٤$

$\lim_{س \to ٤^+} ق'(س) = \lim_{س \to ٤^-} ق'(س)$

$٣ج + ب = ٩ج + ٢ب$ ①

$ب = ٦ج$

$٩ج + ٢ج = ٦ج + ٣ج$

$٨ج = ١٢ب$ ⇐ $ب = ج$ ①

بالتعويض $ج - ج = ٣$

$ج = ٣$

$ب = ١$ ①

$ا = -١$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع :

١٥١

(P)

(١) $\frac{1}{\text{ا}س} + \frac{1}{\text{ا}ص} = \frac{1}{\text{ا}س ص}$ بالضرب بـ $(\text{ا}س\ \text{ا}ص)$

(٧) $\text{ا}ص + \text{ا}س = س ص$ ①

$\frac{1}{\text{ا}ص}$ ① $ص + \frac{1}{\text{ا}س} ص = ص + ص$ ①

$\frac{ص}{\text{ا}ص} - ص = ص - \frac{1}{\text{ا}س}$ ①

$ص(\frac{1}{\text{ا}ص} - س) = ص - \frac{1}{\text{ا}س}$ ①

$ص' = \frac{ص - \frac{1}{\text{ا}س}}{\frac{1}{\text{ا}ص} - س}$ ①

١٥٩

(٢) ميل المستقيم = ميل المماس ①

(٥) $ص' = \frac{ص}{س} \Leftarrow ص = ٢س$ ①

$س = ١ \Leftarrow س = ١$ ①

اذا كان $س = -١$ ، $ص = ٢$

$ص = ٢(-١) - ٢ + ج$ ①

$ج = ٢ + ٢ + ج = ٠ \Leftarrow$ $\boxed{ج = ٤}$ الحالة الاولى

اذا كانت $س = ١$ ، $ص = -٢$

$ج = ٤ \Leftarrow ٤ + ج = ٠ \Leftarrow -٢ = ٢ + ج = ٠$

$\boxed{ج = -٤}$ ① الحالة الثانية

رقم الصفحة في الكتاب

١٤٦

ب) $ص = ٢ جا س - ب جتا س$ ←

$ص' = ٢ جتا س + ب جا س$ ①

$(ص')^٢ = ٤ جتا^٢ س + ٤ ب جا س جتا س + ب^٢ جا^٢ س$ ①

$ص^٢ = ٤ جتا^٢ س - ٤ ب جا س جتا س + ب^٢ جا^٢ س$ ①

$ص^٢ + (ص')^٢ = ٤ جتا^٢ س + ب^٢ جا^٢ س + ٤ جا^٢ س + ب^٢ جتا^٢ س$

$= ٤ (جتا^٢ س + جا^٢ س) + ب^٢ (جا^٢ س + جتا^٢ س)$

$= ٤ (١)^٢ + ب^٢ (١)$ ①

$= ٤ + ب^٢$

$\therefore (ص')^٢ = ٤ + ب^٢ - ص^٢$ ①

جـ) $ق'(س) = \frac{١ \times ٤ (س)^{\frac{١}{٤}} - (س)^{\frac{٥}{٤}} \times ١}{(٤ (س)^{\frac{١}{٤}})^٢}$ ①

د) $ع(س) = \frac{ع'(س) - ت'(س) \times ١}{(ع'(س))^٢}$ ①

$ع'(س) = ع(س) - ت(س)$

$ع'(٣) = ع(٣) - ت(٣) \times (-٢)$

$(٣)^٣ = ٣ - ٣ \times (-٢)$ ①

$ت(٣) = ٣ - ٧ = -٤$

$ت(٣) = \frac{-٤}{٣}$

$ت'(٣) = -١٢ م/ث^٢$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس :

١٨٩ (أ) $\sqrt[3]{(س^2+4)} = (س^2+4)^{\frac{1}{3}}$

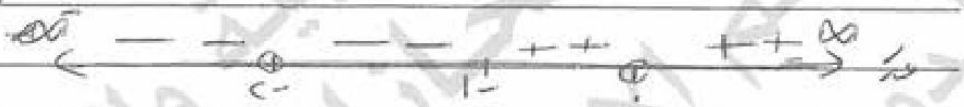
$\therefore$ د(س) $= \frac{1}{3}(س^2+4)^{-\frac{2}{3}} \times 2س$

$= \frac{2س}{3\sqrt[3]{(س^2+4)^2}}$

$= \frac{2س}{3\sqrt[3]{س^4+8س^2+16}}$

بالتبسيط $\Leftarrow$ $2س = 0 \Leftarrow س = 0$

من الشكل $\Leftarrow$ $س^2+4 = 0 \Leftarrow س = -2$ ، $س = 2$



د تغير إشارتها من (+) إلى (-) عند $س = 2$

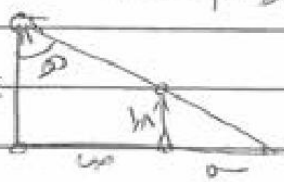
$\therefore$ يوجد نهاية عظمى عند $س = 2$

د(2) $= \sqrt[3]{(2)^2+4} = \sqrt[3]{8} = 2$

إدارة الاختبارات العامة
الدورة الشتوية / ٢٠١٤ م

رقم الصفحة في الكتاب ١٧٥

(ب) ① المسألة



(٩) ص : بعد الحامل عن أسفل العمود

س : طول ظل الحامل

$\frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}} = \text{ع م/ث}$

من التشابه $\frac{١٫٨}{\text{س}} = \frac{٠٫٤}{\text{س + ص}}$ ①

$١٫٨\text{س} + ١٫٨\text{ص} = ٠٫٤\text{س}$

$٣٫٦\text{س} = ١٫٨\text{ص}$

$\text{س} = \frac{\text{ص}}{٢}$ ①

$\text{ظا هـ} = \frac{\text{س + ص}}{٠٫٤} = \frac{\frac{\text{ص}}{٢} + \text{ص}}{٠٫٤} = \frac{\frac{٣}{٢}\text{ص}}{١٫٨}$ ①

$\text{ق}(\text{هـ}) = \frac{\text{ف}(\text{هـ})}{\text{ف}(\text{س})} = \frac{٣\ \text{ع ص}}{١٠٫٨} = \frac{\text{ع ص}}{٣٫٦}$ ①

$\text{ص} = ١٫٨ \Leftarrow \text{س} = ٩٠$

$\text{ظا هـ} = \frac{١٫٨ + ٩٠}{٠٫٤} = \frac{١}{٢}$ ①

$\text{ق}(\text{هـ}) = ١ + \text{ظا}^٢\text{هـ} = ١ + (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٥}{٤}$ ①

$\frac{٥}{٤}\ \frac{\text{ع هـ}}{\text{ع س}} = \frac{-٢}{٣٫٨}$ ①

$\frac{\text{ع هـ}}{\text{ع س}} = \frac{-٨}{١٨} = -\frac{٤}{٩}$ راد/ث

رقم الصفحة في الكتاب

ج)

ص ٩٠ (١) حجم المحافظة = حجم الاسطوانة + حجم نصف الكرة

(٩) $\pi ٣٦ = \pi ٨ نق ع + \frac{٢}{٣} \pi ٨ نق^{٣}$

$\pi ٨ نق ع = \pi ٢٤٠ - \frac{٤}{٣} \pi ٨ نق^{٣}$

(١) $ع = \frac{٣٦}{٨ نق} - \frac{٢}{٣} نق$

مساحة سطح المحافظة = مساحة القاعدة + مساحة سطح الاسطوانة + مساحة سطح نصف الكرة (١)

$م = \pi ٨ نق + ٢ \pi ٨ نق ع + ٢ \pi ٨ نق^{٢}$

$م = \pi ٨ نق + ٢ \pi ٨ نق \left(\frac{٣٦}{٨ نق} - \frac{٢}{٣} نق \right) + ٢ \pi ٨ نق^{٢}$

$م = \pi ٨ نق + \pi ٣٦ - \frac{٤}{٣} \pi ٨ نق^{٢} + ٢ \pi ٨ نق^{٢}$

$م = \frac{٥}{٣} \pi ٨ نق^{٢} + \frac{\pi ٧٢٠}{٨ نق} + \pi ٣٦$ (١)

$م' (نق) = \frac{\pi ١٤٤٠}{٨ نق^{٢}} - \frac{١٠}{٣} \pi ٨ نق$ (١)

$\frac{\pi ١٤٤٠}{٨ نق^{٢}} - \frac{١٠}{٣} \pi ٨ نق = صفر$ (١)

$\frac{١٠}{٣} \pi ٨ نق = \frac{\pi ٧٢٠}{٨ نق^{٢}} \Leftarrow نق^{٣} = ٢١٦$

$نق = ٦$ سم (١)

$م'$	−	صفر	+
$م$	↓	نهاية صغرى	↑

(١) ∴ م أقل ما يمكن عندما نق = ٦ سم

$ع = \frac{٣٦٠}{٨ (٦)} - \frac{٢}{٣} (٦) = \frac{٣٦٠}{٣٦} - ٤$

$ع = ١٠ - ٤ = ٦$ سم (١)