إدارة المناهج والكتب المدرسية

الرياضيات

الصف الثاني عشر

للفرعين

الأدبي، والفندقي والسياحي

الصف الثاني عشر / الأدبي ز ف 1

(الرياضيات)

إجابات تدريبات وأسئلة

الوحدة الأولى

النهايات والاتصال

الفصل الأول : نهاية الاقتران عند نقطة .

أولاً : مفهوم النهاية

تدريب (١)

١) هـ غير معرف عند س = ٣

٢) $\lim_{س \to 3^-}$ هـ(س) = ٦

٣) $\lim_{س \to 3^+}$ هـ(س) = ٦

٤) $\lim_{س \to 3}$ هـ(س) = ٦

تدريب (٢)

١) $\lim_{س \to -1}$ هـ(س) = ٢

٢) $\lim_{س \to 2}$ هـ(س) غير موجودة

٣) $\lim_{س \to 3}$ هـ(س) = ١

تدريب (٣)

١) $\lim_{س \to 2}$ هـ(س) = ١ ٢) أ = ١،٥ ٣) ب = ٣

الأسئلة

١) أ) هـ غير معرف عند س = ٢ ب) $\lim_{س \to 2}$ هـ(س) = ٤

جـ) هـ(٣) = ٥ د) $\lim_{س \to 3}$ هـ(س) = ٥

٢) أ) $\lim_{س \to 0.5}$ هـ(س) = ١ ب) $\lim_{س \to 2^+}$ هـ(س) = ٣

جـ) $\lim_{س \to -2}$ هـ(س) = ٢ د) $\lim_{س \to 2}$ هـ(س) غير موجودة

٣) أ) $\lim_{س \to 2}$ هـ(س) = ٢ ب) $\lim_{س \to -1}$ هـ(س) = ٢ جـ) أ = -١ د) ب = ٣،٢

ثانياً : نظريات النهايات

تدريب (١)

١) $\lim_{س \to -١} (س^٣ - ٥س^٢ + ٤س + ٩) = ١$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^٤ + ٥س)(س^٢ + س - ١٠) = -٢٠$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^٤ + ٥س)^٢ = -٦٤$

تدريب (٢)

$\lim_{س \to -١} (ا(س) + س^٣ - ٣) = ٥ \longrightarrow \lim_{س \to -١} ا(س) = ٩$

$\lim_{س \to -١} ٣ (ا(س))^٣ = ٣ (\lim_{س \to -١} ا(س))^٣ = ٢٤٣$

تدريب (٣)

١) أ) $ا(٢) = ٥$ ب) $\lim_{س \to ١} ا(س) = ٢$

ج) $\lim_{س \to ٤} ا(س) = ١٤$ د) $\lim_{س \to -٣} ا(س) = ١٠$

$\lim_{س \to ٢^+} ا(س) = ١٠$ إذن $\lim_{س \to ٢} ا(س) = ١٠$

٢) $\lim_{س \to ٣} ا(س) = ١٣$

تدريب (٤)

١) $\lim_{س \to ٣} ا(س) = ١٦ \longrightarrow ٩ب + ٧ = ١٦ \longrightarrow ب = ١$

$\lim_{س \to ١} ا(س)$ موجودة $\longrightarrow \lim_{س \to ١^-} ا(س) = \lim_{س \to ١^+} ا(س)$

$س^٥ - ٩س = ٨$

$\therefore \boxed{ا = -٣}$

٢) $\lim_{س \to -ا} ا(س) = \lim_{س \to ا^+} ا(س)$

$٤٠ = ٣ا^٥ \longrightarrow \boxed{ا = ٢}$

. الأسئلة

١) أ) ٢٨ ب) ١٢ جـ) -١٦

د) ٤٠ هـ) ١٧ جـ) -١٦

و) -٦ ز) ٣٠

٢) أ) ٦٩ ب) ٨ جـ) ١

٣) نهـا م(س) = ١٠ ← نهـا (م(س))^٢ = (١٠)^٣ = ١٠٠٠
س←-٢ س←-٢

٤) ٩م + ١٥ + ١ = ٢٥ ← م = ١

٥) أ) نهـا م(س) = ٤ ب) نهـا م(س) = -٧
س←١ س←-٢

جـ) نهـا م(س) = ١ ، نهـا م(س) = ٥ إذن نهـا م(س) غير موجودة
س←٠ س←٠+ س←٠

٦) أ) ٢٦ ب) ١٠ جـ) ٨

٧) نهـا م(س) = نهـا م(س) ⟸ ٢م + ٣ = ٤ + م ⟸ م = ١٦
س←-٢ س←+٢

٨) أ) ١ ب) غير موجودة جـ) ٢٠ د) ٣٠

٩) نهـا م(س) = نهـا م(س) ⟸ ٦ - م = ١٠ ⟸ م = -٤
س←-٢ س←+٢

ثالثاً : نهاية حاصل ضرب اقترانين

تدريب (١)

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ٢٥}{س + ٥} = \frac{-٢٤}{٦} = -٤$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{س + ٣} = \frac{٠}{٥} =$ صفر

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س + ٣}{س^٢ - ٤}$ غير موجودة

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ١}{س + ٣} = \frac{٨}{٦}$

تدريب (٢)

١) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ + ٣س}{س + ٣} = \lim_{س \to -٣} \frac{س(س+٣)}{س+٣} = -٣$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٢س}{١٠ - ٥س} = \lim_{س \to ٢} \frac{س(س-٢)}{٥(٢-س)} = \frac{٢}{٥}$

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ + ٢٧س}{س + ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{س(س+٣)(س^٢ - ٣س + ٩)}{س+٣} = ٨١$

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٦س + ٩}{٩ - س^٢} = \lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س-٣)}{(٣+س)(٣-س)} =$ صفر

تدريب ٣

١) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ١٥}{٥ - \sqrt{س^٢ + ٢٥}} \times \frac{٥ + \sqrt{س^٢ + ٢٥}}{٥ + \sqrt{س^٢ + ٢٥}}$

$= \lim_{س \to ٥} \frac{٢(س - ٥)(٥ + \sqrt{س^٢ + ٢٥})}{-(س - ٥)}$

$= -٢٠$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{٢ - \sqrt{س^٢ + ٢}} \times \frac{٢ + \sqrt{س^٢ + ٢}}{٢ + \sqrt{س^٢ + ٢}} = \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{(س - ٢)(٢ + \sqrt{س^٢ + ٢})}$

$= \frac{١}{٤}$

تدريب (٤)

$\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س + ١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} = \lim_{س \to ٢} \frac{٣ - س - ١}{٣(س - ٢)(س + ١)} = \frac{-١}{٩}$

أسئلة

١) أ) $\frac{١}{٣}$ ب) غير موجودة

٢) أ) $\frac{١}{٨}$ ب) غير موجودة جـ) $\frac{٥}{٣}$

٣) $\frac{-١}{٥٠}$ هـ) $\frac{١}{٦}$ و)

٤) ٣

٥) -٦

٦) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ - ٩}{س + ٣} = \lim_{س \to -٣} \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س + ٣} = -٦$

٧) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ٣س - ١٠}{س^٢ + ٢س - ٣٥} = \frac{(س - ٥)(س + ٢)}{(س - ٥)(س + ٧)} = -٤$

٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{م(س) - م(٠)}{س - ٠} = \lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{س+٥} - \frac{١}{٥}}{س}$

$= \frac{-١}{(س-٢)^{٢}}$

٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣}+س-٢}{س^{٣}-١} = \lim_{س \to ١} \frac{(س+٢)(س-١)}{(س-١)(س+١)}$

$= \frac{٣}{٢}$

رابعاً : نهاية اقتران الجذر النوني

تدريب (١)

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \sqrt{أ هـ(س) - هـ(٣)} + س هـ(س) = ٢٨$$

تدريب (٢)

١) ٣ ٢) ١ ٣) غير موجودة ٤) صفر

٥) غير موجودة ٦) غير موجودة

الأسئلة

١) أ) ٤- ب) غير موجودة

جـ) ١٧ د) ٤-

٢) أ) صفر ب) ٢٣

جـ) صفر د) غير موجودة

الفصل الثاني : الاتصال

أولاً : الاتصال عند نقطة

تدريب (١)

أ) متصل عند $س = ١$ ب) متصل عند $س = ٠$ جـ) غير متصل عند $س = ٢$

تدريب (٢)

$م(٢) = ٤$

$$\text{نها}_{س \to ٢} م(س) = \text{نها}_{س \to ٢} \frac{س(س-٢)}{س-٢} = ٢$$

إذن $\text{نها}_{س \to ٢} م(س) \neq م(٢)$ $\Leftarrow$ م غير متصل عند $س = ٢$

تدريب (٣)

١) $\text{نها}_{س \to -٢^-} م(س) = \text{نها}_{س \to -٢^+} م(س)$

$$-١٢ = -٢ب + ٦ \Leftarrow \boxed{ب = ٩}$$

٢) $\text{نها}_{س \to -١} م(س) = م(١) \Leftarrow ٣ + ب = ٧ \Leftarrow \boxed{ب = ٤}$

$\text{نها}_{س \to +١} م(س) = ٧ \Leftarrow ا ب = ٧ \Leftarrow \boxed{ا = -٦}$

أ) س = ٣ ، س = ١

٢) غير متصل عند س = ١

٣) غير متصل عند س = ١

٤) أ) متصل عند س = ١ ب) غير متصل عند س = -١

٥) نهـ م(س) = م(٣) ⟵ م = -١
س ← ٣

٦) نهـ هـ(س) = هـ(٢) ⟵ أ = ٦
س ← -٢

نهـ هـ(س) = هـ(٢) ⟵ ب = ١
س ← +٢

٧) أ = ٣ ، ب = -١

٨) بما أن م متصل عند س = ٢ فإن نهـ م(س) = م(٢)
س ← ٢

لكن نهـ [أ م(س) + ب] = ٦ ⟵ نهـ م(س) = ٢
س ← ٢ س ← ٢

إذن م(٢) = ٢

ثانياً : نظريات الاتصال

تدريب (١)

م كثير حدود متصل عند س = ٣

م(٣) = ٢ ، $\lim_{س \to 3^+} م(س) = \lim_{س \to 3^-} م(س) = ٢$ ← م متصل عند س = ٣

إذن (م + م)(س) متصل عند س = ٣

تدريب (٢)

م متصل عند س = ١ ، م غير متصل عند س = -١

$$م(س) = (م \cdot م)(س) = \begin{cases} (س^٤ + ٥)(س^٢ + ٦) & ، س \geq -١ \\ (س^٤ + ٥)(س - ٣٥) & ، س < -١ \end{cases}$$

$\lim_{س \to -1^+} م(س) \neq \lim_{س \to -1^-} م(س)$ ؛ إذن م × م غير متصل عند س = -١

تدريب (٣)

أ) لا يوجد نقاط عدم اتصال

ب) س = -٢ ، ٣

ج) س = ١

السؤال

١) ل(س) متصل عند س = ٢

٢) م ، هـ متصلان عند س = ٠ ← ل متصل عند س = ٠

٣) م متصل عند س = ٥ ، هـ غير متصل عند س = ٥

تفاضل نظريات الاتصال

$$(م \times هـ)(س) = \begin{cases} \frac{٣+٧-}{٥+٧} & ، ٧ > ٥ \\ \frac{٢-٧}{٥+٧} & ، ٧ \leq ٥ \end{cases}$$

$$\text{نهـ}_{س \to ٥^-} (م \times هـ)(س) \neq \text{نهـ}_{س \to ٥^+} (م \times هـ)(س)$$

إذن م × هـ غير متصل عند س = ٥

٤) ل ، أمثلة متعددة .

٥) م) لا يوجد ب) ٣ ، ٢ جـ) ٠ ، ١- ، ١ د) ٢

٦) ل غير متصل عند س = ٢

أسئلة الوحدة

١) أ) $م(٢) = -٥$ ب) $\lim_{س \to ١} م(س) = ٢$

ج) $\lim_{س \to ٢} م(س)$ غير موجودة د) $س = ٢$

٢) أ) -٢ ب) -٩ ج) $\frac{٩}{٨}$

٣) $ا = ٥$ ، $ب = -٣$

٤) أ) ٢ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) صفر

د) ٢٧ هـ) $\frac{-١}{٨}$ و) $\frac{٣}{١٤٠}$

٥) ل متصل عند $س = ١$

٦) م غير متصل عند $س = ٣$

٧) $م(٥) = ٧$

٨) $س = ٠ ، ٣$

٩) ١) جـ ٢) ب ٣) جـ

٤) د ٥) أ

الوحدة الثانية

التفاضل

١ متوسط التغير.

تدريب :

١) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣٦) - هـ(١)}{٣٦ - ١} = \frac{\sqrt{٣٦} - \sqrt{١}}{٣٥} = \frac{٦ - ١}{٣٥} = \frac{٥}{٣٥} = \frac{١}{٧}$

٢) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٤ \times ٤ + ٤) - (٥ - ٣^{٤}(٢))}{٢} = \frac{٥٨ - ٣}{٢} = \frac{٥٥}{٢}$

٣) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} =$ ميل $س$

٤) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠} = \frac{(١ + ٣ \times ٢) - ١}{٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$

تدريب ٢ : الميل $= \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{٨(٣)^{٢} - ٠}{٣} = \frac{٧٢}{٣} = ٢٤$.

تدريب ٣ :- $\frac{\Delta ص}{\Delta س}\Big|_{س=١} = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٢ - (-١)} = \frac{٢هـ(٢) + ١٠ - (٢هـ(-١) + ٥)}{٣}$

$= \frac{٢هـ(٢) + ١٠ - ٢هـ(-١) + ٥}{٣}$

$= \frac{٢هـ(٢) - ٢هـ(-١)}{٣} + \frac{١٠ + ٥}{٣}$

$= ٢(-٣) + \frac{١٥}{٣} = -٦ + ٥$

$= -١$

تدريب ٤ : مقدار التغير في الربح $= ٣٤٠٠٠ - ٣٠٠٠٠ = ١٤٠٠٠$

متوسط الربح السنوي $=$ مقدار التغير في الربح / التغير في الزمن $= \frac{١٤٠٠٠}{٣٠١٢ - ٣٠٠٥}$

$= \frac{١٤٠٠٠}{٧} = ٢٠٠٠$ دينار

الأسئلة

س١) أ) $\Delta س = ٤ - ٢ = ٢$

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(٣)(٤) - (٤)^٥ - (٣)(٢) - (٢)^٥}{٢}$

$= \frac{١٢ - ١٦ - (٦ - ٤)}{٢} = \frac{-٤ - ٢}{٢} = \frac{-٦}{٢} = -٣$

س٢) $\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣}$

$= \frac{(٣)(٥) + ١) - (٤ - ٢)}{٢}$

$= \frac{١١ - ٢}{٢} = \frac{٩}{٢} = ٣$

س٣) $\Delta ص = هـ(س + ٢) - هـ(س + ١)$

$= هـ(١) - هـ(٢)$

$= ٣(١)^٣ - ٣(٢)^٣$

$= ٣ - ٢٤ = -٢١$

$\Delta س = س + ٢ - س - ١$

$-١ = س + ٢ - س \Leftarrow س = -١$

س٤) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣}$

$٤ = \frac{٥ب - ٤}{٢} \Leftarrow ١٢ = ٥ب - ٤$

$٥ب = ١٦$

$ب = \frac{١٦}{٥}$

س٥) $\left|\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right|_{٥} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(هـ(٣) - ٣) - (هـ(١) - ١)}{٢}$

$= \frac{هـ(٣) - ٣ - هـ(١) + ١}{٢}$

$= \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٢} + \frac{-٣ + ١}{٢}$

$= ٤ + \frac{-٢}{٢} = ٤ - ١ = ٣$

٦) م = $\frac{\text{ه}(٣) - ٦}{٣ - ٠}$ = $\frac{\text{ه}(٣) - ٦}{٣}$ = -٢ ⇐ ه(٣) - ٦ = -٦ ⇐ ه(٣) = ٦ - ٦ = ٠

ه(٣) = ٠

٧) م = $\frac{\text{ه}(٢) - \text{ه}(٠)}{٢ - ٠}$ = $\frac{٣(٢)^{٢} - ٠}{٢}$ = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦

٨) ح = س^{٣}

ح = ح(٣) - ح(١)

= (٣)^{٣} - (١)^{٣} = ٢٧ - ١ = ٢٦

٩) ع = $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$

= $\frac{\text{ف}(٣) - \text{ف}(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{(١٠(٣) - ٥(٣)^{٢}) - (١٠ - ٥)}{٢}$

= $\frac{٣٠ - ٤٥ - ٥}{٢}$ = $\frac{٣٠ - ٥٠}{٢}$ = $\frac{-٢٠}{٢}$ = -١٠

المسألة الأولى :-

تدريب ١ : $\text{قـ}'(٢) = \lim_{س \to ٢} \frac{\text{قـ}(س) - \text{قـ}(٢)}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣ + ٤س - (٣ + ٨)}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣ + ٤س - ١١}{س - ٢}$ $= \lim_{س \to ٢} \frac{٤س - ٨}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} ٤ \left(\frac{س - ٢}{س - ٢} \right)$ $= ٤$

تدريب ٢ : $\text{قـ}'(٣) = \lim_{س \to ٣} \frac{\text{قـ}(س) - \text{قـ}(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٤س^{٣} - ٣) - (٤ \times ٩ - ٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٤س^{٣} - ٣ - ٣٣}{س - ٣}$ $= \lim_{س \to ٣} \frac{٤س^{٣} - ٣٦}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} ٤ \left(\frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س - ٣} \right)$ $= ٤ \times ٦$

$= ٢٤$

تدريب ٣ : $\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{قـ}(ع) - \text{قـ}(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^{٢} + ع س + س^{٢})}{ع - س}$

$= ٣ س^{٢}$.

تدريب ٤ : $\text{قا}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٢ع} - \sqrt{٢س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س}}{\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{(ع - س)(\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{(ع - س) \times ٢\sqrt{٢س}} = \frac{١}{\sqrt{٢س}}$

$\text{قا}(٨) = \frac{١}{\sqrt{١٦}} = \frac{١}{٤}$

تدريب ٥ :

$\text{قا}(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{١-٣ع} - \frac{١}{١-٣س}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(١-٣س) - (١-٣ع)}{(١-٣ع)(١-٣س)(ع-س)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٣(ع - س)}{(١-٣س)^٢ (ع - س)} = \frac{-٣}{(١-٣س)^٢}$

$\text{قا}\left(\frac{١}{٦}\right) = \frac{-٣}{\left(١ - \frac{٣}{٦}\right)^٢} = \frac{-٣}{\left(\frac{١}{٢}\right)^٢} = \frac{-٣}{\frac{١}{٤}} = -١٢$

الأسئلة :

س١) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^2 - 2(س+هـ)^2}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س^2 - 2س هـ)}{هـ}$

$= س^2$.

س٢) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٤س هـ + ٢هـ^2}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} (٤س + ٢هـ)$ $= ٤س$.

س٣) أ) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٦ - ٦}{ع - س}$ $= صفر$

ب) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(٥ع - ٤) - (٥س - ٤)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٥ع - ٥س}{ع - س}$ $= \lim_{ع \to س} \frac{-٥(ع - س)}{ع - س}$ $= -٥$

ج) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ع^2 - ٢س - (س^2 - ٢س)}{ع - س}$ $= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^2 - س^2)}{ع - س} + \frac{٢س - ٢ع}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ع + س - ٢$

$= ٢س - ٢$

ج) $\text{د}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٤ع+٣} - \sqrt{٤س+٣}}{ع-س} \times \frac{\sqrt{٤ع+٣} + \sqrt{٤س+٣}}{\sqrt{٤ع+٣} + \sqrt{٤س+٣}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع+٣-٤س-٣}{(ع-س)(\sqrt{٤ع+٣} + \sqrt{٤س+٣})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع-س)}{(ع-س)(\sqrt{٤ع+٣} + \sqrt{٤س+٣})} = \frac{٢}{\sqrt{٤س+٣}}$

هـ) $\text{د}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{-(\frac{١}{ع^٢} - \frac{١}{س^٢})}{ع-س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-(س^٢ - ع^٢)}{ع^٢ س^٢ (ع-س)}$ $= \lim_{ع \to س} \frac{-(س+ع)(س-ع)}{ع^٢ س^٢ (ع-س)}$

$= \frac{١}{س^٤}$

و) $\frac{ص}{س} = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢}{ع^٢+٣} - \frac{٢}{س^٢+٣}}{ع-س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢س^٢+٦-٢ع^٢-٦}{(ع^٢+٣)(س^٢+٣)(ع-س)}$ $= \lim_{ع \to س} \frac{-٢(س+ع)(س-ع)}{(ع^٢+٣)(س^٢+٣)(ع-س)}$

$= \frac{-٤س}{(س^٢+٣)^٢}$

هـ) $\text{ق}'(-2) = \lim_{س \to -2} \frac{\text{ق}(س) - \text{ق}(-2)}{س + 2}$

$= \lim_{س \to -2} \frac{3س + 6 - (0)}{س + 2} = 3$

ز) $\text{ق}'(4) = \lim_{س \to 4} \frac{\text{ق}(س) - \text{ق}(4)}{س - 4}$

$= \lim_{س \to 4} \frac{1 - س^2 - (1 - 16)}{س - 4}$

$= \lim_{س \to 4} \frac{16 - س^2}{س - 4} = \lim_{س \to 4} \frac{(4 - س)(4 + س)}{س - 4} = -8$

ح) $\text{ق}'(0) = \lim_{س \to 0} \frac{2س^3 - 5س + 4}{س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{س(2س^2 - 5)}{س} = -5$

ى) $\text{ق}'(-2) = \lim_{س \to -2} \frac{\sqrt{2 - 3س} - \sqrt{8}}{س + 2} \times \frac{\sqrt{2 - 3س} + \sqrt{8}}{\sqrt{2 - 3س} + \sqrt{8}}$

$= \lim_{س \to -2} \frac{2 - 3س - 8}{(س + 2)(\sqrt{2 - 3س} + \sqrt{8})} = \lim_{س \to -2} \frac{-3س - 6}{(س + 2)(\sqrt{2 - 3س} + \sqrt{8})}$

$= \lim_{س \to -2} \frac{-3(س + 2)}{(س + 2)(\sqrt{2 - 3س} + \sqrt{8})} = \frac{-3}{\sqrt{16}} = \frac{-3}{4}$

ك) $\text{ق}'(4) = \lim_{س \to 4} \frac{\frac{2}{س - 1} - \frac{2}{3}}{س - 4} = \lim_{س \to 4} \frac{6 - 2س + 2}{3(س - 1)(س - 4)}$

$= \lim_{س \to 4} \frac{8 - 2س}{3(س - 1)(س - 4)} = \lim_{س \to 4} \frac{-2(4 - س)}{3(س - 1)(س - 4)} = \frac{-2}{9}$

ب) $\text{ق}'(1) = \lim_{س \to 1} \frac{\frac{5}{س^3+4} - \frac{5}{7}}{س - 1}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{35 - 20 - 15س}{(س^3+4)(7)(س-1)}$ $= \lim_{س \to 1} \frac{15 - 15س}{(س^3+4)(7)(س-1)}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{15(1-س)}{(س^3+4)(7)(س-1)}$

$= \frac{-15}{49}$

قواعد الاشتقاق :-

تدريب ١ :

١) $ق'(س) = -\frac{٢}{٣} س^{-\frac{٥}{٣}}$

٢) $ص = س^{-\frac{١}{٤}}$

$\frac{د ص}{د س} = -\frac{١}{٤} س^{-\frac{٥}{٤}}$

٣) $\frac{د ص}{د س} = -\frac{٣٠}{٣} س^{-٧}$

٤) $\frac{د ص}{د س} = ١$

تدريب ٢ :

١) $\frac{د ص}{د س} = ٢ + \frac{٢}{س^{٤}}$

٢) $ق'(س) = ١٢ س^{٤} - \frac{١}{س^{٤}}$

تدريب ٣ :

١) $هـ' = (٣س^{٤} + ٧) \times (-٥ س^{-٦}) + (س^{٥} + ٣)(٦ س^{٢})$

٢) $ق'(س) = (٥ - ٣س)(١٢ س^{٤}) + (٤ س^{٣} + ١) \times -٣$

$ق'(١) = (٥ - ٣) \times ١٢ + (٤ + ١) \times -٣$

$= ٤٨ + ٥ \times -٣ = ٤٨ - ١٥$

$= ٩$

٣) $\frac{د ص}{د س} = (٣ س^{٤} - ٤) \times ٣ س^{٢} + (س^{٤} - ١) \times ٦ س$.

تدريب :-

١) $\frac{ص}{س} = \frac{(-١)(٥+\sqrt{٢}) - ٢س(٣-س)}{(٣-س)^{٢}}$

$= \frac{٦-٢س+٥+\sqrt{٢}}{(٣-س)^{٢}} = \frac{١١}{(٣-س)^{٢}}$

٢) $ص = \frac{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}{(س-٢)}$

$\frac{ص}{س} = ٢س+٢$.

٣) $\frac{ص}{س} = \frac{-٢}{٣}$.

٤) $\frac{ص}{س} = \frac{-٣ \times ٣س^{٢}}{(س^{٣}+٦)^{٢}}$

تمارين ومسائل .

س١) أ) $ق(س) = -٦س^{٤}$

ب) $ق(س) = \frac{٣}{س^{٥}}$

ج) $ق(س) = -س^{-\frac{١}{٥}} + \frac{٥}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + ١$

د) $ق'(س) = (س^{٣} - ٢س)(-٢٠س^{٣}) + (٣ - ٥س^{٤})(٣س^{٢} - ٢)$

هـ) $ق'(س) = \frac{(٢س - ٣) \times ٢س^{٥} - (س^{٤} + ١)(٢)}{(٢س - ٣)^{٢}} = \frac{٤س^{٩} - ٦س^{٥} - ٢س^{٤} - ٢}{(٢س - ٣)^{٢}}$

$= \frac{٢س^{٩} - ٦س - ٢}{(٢س - ٣)^{٢}}$

و) $ق'(س) = \frac{(٤ - س^{٢}) \times ٤ - (س) \times ٢س}{(٤ - س^{٢})^{٢}}$

$= \frac{١٦ - ٤س^{٢} + ٢س^{٤}}{(٤ - س^{٢})^{٢}}$

ز) $ق'(س) = (س^{٣} + ٣س)(-٥) + (٢ - ٥س)(٣س^{٢} + ٣)$

س٢) أ) $\frac{ص}{س} = ١٥س^{٢} - ٤س$

$\frac{ص}{س}|_{س=-٣} = ١٥(-٣)^{٢} - ٤ \times -٣$

$= ١٣٥ + ١٢ = ١٤٧$

ب) $\frac{ص}{س} = ٣س^{٢} + \frac{١}{٤}س^{-\frac{١}{٢}} = ٣س^{٢} + \frac{١}{٤\sqrt{س}}$

$\frac{ص}{س}|_{س=١} = ٣ + \frac{١}{٤} = \frac{١٠}{٣}$

هـ) $ص = \frac{-(-٣)\times ١-}{(س-٢)^{٢}} = \frac{٣}{(س-٥)^{٢}}$

$\left.\frac{ص}{س}\right|_{س=-٢} = \frac{٣}{(٤)^{٢}} = \frac{٣}{١٦}$

و) $ق'(س) = \frac{(٥-٤س)\times ٢ - (٢س)(-٤)}{(٥-٤س)^{٢}}$

$ق'(١) = \frac{١\times ٢ - ٢\times -٤}{(٥-٤)^{٢}} = \frac{٢+٨}{١} = ١٠$

هـ) $ق'(س) = ٢\times(٤-٦س) + (٣س+١)\times -١٢ - س$

$ق'(-٢) = ٢\times(٤-٦\times٤) + (٣(-٢)+١)\times -١٢ (-٣)$

$= ٢\times(٤-٢٤) + (-٦+١)\times ٣٦$

$= ٢\times -٢٠ + -٣\times ٣٦$

$= -٤٠ - ١٠٨ = -١١٢$

و) $ق'(س) = ٢س\times -٢ - س + (٣-٤س)\times ٢ - \frac{٢}{س^{٢}}$

$ق'(١) = ٢\times -٢ + -١ + (٣-٤)\times ٢ - ٢$

$= -٤ + -٣ - ٢$

$= -٩$

س٣) $ق'(١) = ؟؟$

$ق(س) = \frac{١}{٦} س^{-\frac{٥}{٦}}$ $= \frac{١}{٦\sqrt[٦]{(س)^{٥}}}$

$ق'(١) = \frac{١}{٦}$

ج٤) أ) $(ق \times هـ)(1) = ق(1) \times هـ(1) + هـ(1) \times ق'(1)$

$= 1 \times 4 + (-2) \times (-2)$

$= 4 + 4 = 8$

ب) $\left(\frac{ق}{هـ}\right)'(1) = \frac{ق(1) \times هـ'(1) - ق'(1) \times هـ(1)}{(هـ(1))^2}$

$= \frac{1 \times 4 - (-2) \times (-2)}{(-2)^2} = \frac{4-4}{4} = صفر$

ج) $\left(\frac{3}{هـ}\right)'(1) = \frac{-3 \times هـ'(1)}{(هـ(1))^2} = \frac{-3 \times 1}{(-2)^2} = -\frac{3}{4}$

د) $(ق + هـ)'(1) = ق'(1) + هـ'(1)$

$= -2 + 1 = -1$

هـ) $(3ق - 2هـ)'(1) = 3ق'(1) - 2هـ'(1)$

$= 3 \times -2 - 2 \times 1 = -6 - 2 = -8$

قاعدة السلسلة :

تدريب : $\frac{dص}{dع} = ٢ع^{٢} + ٣$ ـــــ $\frac{dع}{dس} = -٤س$

$\frac{dص}{dس} = \frac{dص}{dع} \times \frac{dع}{dس}$

$= -٤س (٢ع^{٢} + ٣)$ $\qquad$ $س = ١ ، ع = ١$

$\frac{dص}{dس} = -٤ (٢ + ٣) = -٤ \times ٥ = -٢٠$

تدريب ٢ : $\frac{dص}{dس} = -٢ (س^{٢} + ٤س + ٥)^{-٣} (٢س + ٤)$

تدريب ٣ : ① $\frac{dص}{dس} = \frac{٢س - ١}{٣ \sqrt{س^{٢} - س + ٣}}$

② $ص = (٢ - س)^{\frac{١}{٣}}$

$\frac{dص}{dس} = \frac{١}{٣} (-١) (٢ - س)^{-\frac{٢}{٣}} = \frac{-١}{٣ \sqrt{(٢ - س)^{٢}}}$

تدريب ٤ : $ق'(س) = -٥ (٣س^{٤} + ٥)^{-٦} \times ٦س$

$= \frac{-٣٠ س}{(٣س^{٤} + ٥)^{٦}}$

سـ) أ) $\frac{ص}{ع} = \frac{1}{\sqrt{ع+1}^{3}}$ $\frac{ع}{س} = ١٢ س^{٢}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= \frac{1}{\sqrt{ع+1}^{3}} \times ٢ س^{٢} = \frac{٦ س^{٢}}{\sqrt{٢ س^{٣} - ٨}}$

ب) $\frac{ص}{ل} = ٣ل^{٢}$ $\frac{ل}{س} = ٨$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ل} \times \frac{ل}{س}$

$= ٣ل^{٢} \times ٨ = ٢٤ ل^{٢}$ $س = -٢$

$= ٢٤ (-١٦)^{٢}$ $ل = -١٦$

$= ٢٤ (٢٥٦)$

$= ٦١٤٤$

جـ) أ) $\frac{ص}{س} = \frac{٤ س}{\sqrt{٢ س^{٢} + ١}^{3}} = \frac{٢ س}{\sqrt{٢ س^{٢} + ١}}$

ب) $ق(س) = -٣ (٣ + س^{٢})^{-٤} \times ٢ س = \frac{-٦ س}{(٣ + س^{٢})^{٤}}$

د) $م(س) = ٣ (٤ س + ١)^{٢} \times ٤ = ١٢ (٤ س + ١)^{٢}$

هـ) $ق(س) = ٤ س^{٣} \times ٣ (٥ - ٥ س^{٣}) \times -١٥ س^{٢} + (٥ - ٥ س^{٣})^{٢} \times -٤ س^{٥}$

و) $ص = (س + ٨ س^{-٢}) \times ٥ + (٩ - ٥ س) (١ - ١٤ س^{-٣})$

مسئلة الاقترانات المثلثية

تدريب ١) $\frac{ص}{س} = \frac{-٢ \times -حاس}{حتا^٢ س} + قا^٢ س + ٢ = \frac{٢حاس}{حتا^٢ س} + قا^٢ س + ٢$

٢) $\frac{ص}{س} = حتاس \times قا^٢ س + ظاس \times -حاس$

٣) $\frac{ص}{س} = حاس \times -حاس + حتاس \times حتاس$
$= -حا^٢ س + حتا^٢ س$.

٤) $\frac{ص}{س} = س^٢ \times قا^٢ س + ظاس \times ٢س$

تدريب ٢ : ١) $\frac{ص}{س} = ٣ ظا^٢ س \ قا^٢ س$.

٢) $\frac{ص}{س} = -٨ حا٤ س + ٢حاس حتاس - ٥ قا^٢(٥س + ١)$

تدريب ٣ : $هـ(س) = قا^٢(س^٢ + ٥) \times ٢س$

ب) $\frac{ص}{س} = \frac{(\text{جتا س}+1) \times \text{جتا س} - \text{جا س} \times -\text{جا س}}{(\text{جتا س}+1)^2}$

$= \frac{\text{جتا}^2 س + \text{جتا س} + \text{جا}^2 س}{(\text{جتا س}+1)^2} = \frac{\text{جتا س}+1}{(\text{جتا س}+1)^2} = \frac{1}{\text{جتا س}+1}$

ج) $\frac{ص}{س} = ٥س^4 \times -\text{جا س} + \text{جتا س} \times ١٠س - \text{قا}^2 س$

د) $\frac{ص}{س} = س \text{ قا}^2 س + \text{ظا س} + ٢(س^2+1) \times ٤س$

هـ) $هـ'(س) = ٢ \text{ ظا}^3 س \text{ قا}^2 س \times ٣ - \text{جا س}$

و) $ص' = ٦(\text{جتا ٤س})^5 \times -\text{جا ٤س} \times ٤$

ز) $ص' = ٣\text{جتا}^2 (٣س+٥)$

ح) $ص' = ١٢ \text{ جتا}^3 س + ٣\text{جتا}^2 س \text{ جا س} - \text{قا}^2 س^4 \times ٤س$

ط) $\frac{ص}{س} = -٣٠(\text{جا س} - \text{جتا س})^{-٣}(\text{جتا س} + \text{جا س})$

ى) $ص' = \text{جا}^2 س \times \text{جا س} + (١-\text{جتا س})٢(\text{جا س})\text{جتا س}$

ك) $\frac{ص}{س} = (س \text{ جا س})^3 \times \text{قا}^2 س + \text{ظا س} \times ٣(س \text{ جا س})^2 (س \text{ جتا س} + \text{جا س})$

المستقات العليا :

تدريب : ١) $ص = ٢س - جتا س$

$ص' = ٢ - جتا س$

٢) $ص = ١$

$ص' = صفر$

٣) $ص = \frac{٥}{س^{٣}}$

$ص' = \frac{٥ \times ٤ س}{س^{٤}} = \frac{١٠}{س^{٣}}$

$ص'|_{س=-٥} = \frac{١٠}{-١٢٥}$

تدريب : $ق(س) = ٣ أ^{٢} س^{٢} - ٢٤ س$

$ق'(س) = ٦ أ^{٢} س - ٢٤$

$ق'(١) = ٦ أ^{٢} - ٢٤ = صفر$

$٦ أ^{٢} = ٢٤ \Leftarrow أ^{٢} = ٤$

$أ = \pm ٢$

ج) $ق'(س) = \frac{-٢ \times -٤}{(١-٤س)^{٢}} = \frac{٨}{(١-٤س)^{٢}}$

$ق''(س) = \frac{-٨ \times ٢(١-٤س) \times -٤}{(١-٤س)^{٤}} = \frac{٦٤}{(١-٤س)^{٣}}$

$ق''(٠) = ٦٤$

د) $ق(س) = جتا(س^{٢} - س)(٣س - ١)$

$= (٣س - ١)\ جتا(س^{٢} - س)$

$ق'(س) = (٣س-١) \times -جا(س^{٢}-س)(٢س-١) + جتا(س^{٢}-س) \times ٣$

$= -(٢س-١)^{٢} جا(س^{٢}-س) + ٣ جتا(س^{٢}-س)$

س٣) $ق(س) = ٩ب س^{٢} - ٢ن$

$ق'(٠) = ٤ \Leftarrow -٢ن = ٤ \Leftarrow ن = -٢$

$ق(س) = ١٨ب س$

$ق'(١) = ٣٦ \Leftarrow ١٨ب = ٣٦ \Leftarrow ب = ٢$

س٤) $ق(س) = ٣ب س^{٢} - ٢ن س$

$ق'(١) = (٣ب - ٢ن) \times -٢١ = ١٠٢$

$ق(س) = ٦ب س - ٢ن$

$ق'(٢) = ٦ب(٢) - ٢ن$

$١٠٢ = ١٢ب - ٢ن$

$-٣ب + ٢ن = -٢١$

$١٢ب - ٢ن = ١٠٢$

$٩ب = ٨١ \Leftarrow (ب = ٩)$

$ن = ٣ \Leftarrow ٢ن = ٢١ - ٤٢$

$ن = ٢١ - ٩ \times ٣ = ٢١ - ٢٧$

٤) $ق'(س) = -٢جا٢س$

$ق''(س) = -٤$ جتا $س$

$ق''(س) + ٦ ق(س) = -٤$ جتا $س + ٦$ جتا $س$

$= ٢$ جتا $س$

٥) $ق(ص) = س^{٤}$ جتا $س + ٤س$ جا $س$

$ق'(س) = س^{٤} \times -$ جا $س + ٤س^{٣} \times$ جتا $س + ٤$ جا $س + ٤س \times$ جتا $س$

$= -س^{٤}$ جا $س + ٤س^{٣}$ جتا $س + ٤$ جا $س$

أسئلة الوحدة :-

س١) أ) $\Delta ص = ه(٣) - ه(١)$

$= \frac{١}{٤} - ١ = \frac{-٣}{٤}$

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-\frac{٣}{٤}}{٤ - ١} = \frac{-٣}{٤}$

س٢) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(٣) - ه(٠)}{٣}$

$\Leftarrow \frac{-٢م٥}{١٠} = \frac{م}{٥} - \frac{م}{٢} = -١$

$-٣م = -٣$

$م = ١٠$

س٣) $ع = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٥) - ف(١)}{٤}$

$= \frac{٢٥ + ٢٠ - (٥)}{٤} = \frac{٤٠}{٤} = ١٠ م/ث$

س٤) $ه'(س) = \lim_{\Delta س \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$ه'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(س+هـ)^٤ + ٨(س+هـ) - (٥س^٤ + ٨س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٥س^٤ + ٨س هـ)}{هـ}$

$ه'(س) = ٥س^٤$

$ه'(٢) = ٢٠$

س٥) أ) $س = صفر$

ب) $\frac{Δص}{Δس} = \frac{د(٤) - د(٢)}{٤ - ٢}$

$= \frac{٠ - ٠}{٢} = صفر$

س٦) أ) $قَ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{٣ - ٥ع - ٣ + ٥س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٥(ع - س)}{ع - س} = -٥$

ب) $هـَ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^٢ + ١ - ٢س^٢ - ١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ٢\left(\frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}\right)$

$= ٢(٢س) = ٤س$

جـ) $لَ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{ع+٢} - \frac{١}{س+٢}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{س + ٢ - ع - ٢}{(ع+٢)(ع - س)(س+٢)} = \frac{-١}{(س+٢)^٢}$

د) $مَ(س) = \frac{٢}{٢\sqrt{٢س+٤}} = \frac{١}{\sqrt{٢س+٤}}$

هـ) $قَ(س) = ٢س - ٤$

$قَ(٣) = ٦ - ٤ = ٢$

و) $\text{مَدَ}(س) = \frac{٣}{٢\sqrt{٣-س٢}} = \frac{١}{\sqrt{٣-س٢}}$

$\text{مَدَ}(٣) = \frac{١}{\sqrt{٣-(٣)٢}} = ١$

ز) م) $\frac{ص}{س} = \frac{٣س^{٤}+١٥س}{٢\sqrt{س^{٣}+٥س^{٤}}}$

ن) $\frac{ص}{ع} = \frac{١}{\sqrt{٤+١}٢}$ ، $\frac{ع}{س} = -٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= \frac{١}{\sqrt{٤+١}٢} \times -٢ = \frac{-١}{\sqrt{١-٢س+١}} = \frac{-١}{\sqrt{٢-٢س}}$

ص) $\frac{ص}{س} = س^{٢} \times ٣ \text{جتا}٣س + ٢س \text{ حا}٣س$

ك) $\frac{ص}{س} = \frac{-٨ \times ٢}{(٣-٢س)^{٢}} - ٥ \text{ حا}^{٤}٢س \times \text{جتا}٢س \times ٢$

$= \frac{-١٦}{(٣-٢س)^{٢}} - ١٠ \text{ حا}^{٤}٢س \text{ جتا}٢س$

ه) $\frac{ص}{م} = ٦م^{٢} - ٢$ $\frac{م}{س} = ٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{م} \times \frac{م}{س}$ $س = ٠$ ، $م = ٣$

$= (٦م^{٢}-٢) \times ٢$

$\frac{ص}{س} = (٦ \times ٣^{٢}-٢) \times ٢ = (١٨-٢) \times ٢ = ١٦ \times ٢ = ٣٢$

و) $\frac{ص ص}{ص س} = \frac{٣ - ٢ حا ص}{(٤ + ٣ جتا ص)^{٢}}$

ك) ١) $ق'(س) = (س^{٤} + ٢) \times ٤ - ٤ (٣ - ٤ س) \times س$

$= -٤ س^{٤} - ٨ + ٦ س - ٨ س^{٤}$

$= -١٢ س^{٤} + ٦ س - ٨$

$ق'(س) = -٤٢ س + ٦$

ب) $ق'(س) = ٥ (٤ س - ١)^{٤} \times ٤$

$= ١٠ (٤ س - ١)^{٤}$

$ق''(س) = ٤٠ (٤ س - ١)^{٣} \times ٢ = ٨٠ (٤ س - ١)^{٣}$

ح) $ق'(س) = س^{٢} \times -حا س + جتا س \times ٢ س + ٣ س^{-٤}$

$ق''(س) = س^{٢} \times -جتا س + -حا س \times ٢ س + جتا س \times ٢ + ٣ \times -٤ س^{-٥} - حا س = -١٢ س^{-٥}$

$= -س^{٢} جتا س - ٢ س حا س + ٢ جتا س - ٢ س حا س - \frac{١٢}{س^{٥}}$

$= -س^{٢} جتا س - ٤ س حا س + ٢ جتا س - \frac{١٢}{س^{٥}}$

ط) $ق'(١) \Rightarrow ق'(س) = ٥ (٣ س - ١)^{٤} \times ٣$

$ق'(١) = ٥ (٤)^{٤} \times ٣ = ٥ \times ١٦ \times ٣ = ٢٤٠$

س١٠) $ق(س) = ٤س^{٣} - ٢م س + ١$

$ق'(س) = ١٢ س^{٢} - ٢م$

$ق'(-١) = ٠ \Leftarrow ١٢ - ٢م = ٠$

$م = ٦$

س١١) $ق(س) = ٤(م س - ١)^{٣} \times م$

$ق'(س) = ٤م (م س - ١)^{٣}$

$ق''(س) = ١٢ م (م س - ١)^{٢} \times م$

$= ١٢ م^{٢} (م س - ١)^{٢}$

$ق''(٠) = ٤٨ \Leftarrow ٤٨ = ١٢ م^{٢} \Leftarrow م^{٢} = ٤$

$م = \pm ٢$

س١٢) $ق(س) = \frac{٣(٢س - ١)^{٣} \times ٢}{٦(٢س - ١)^{٢}}$

$ق(س) =$ .....

$ق'(س) = ٢٤ (٢س - ١)^{٢} \times ٢$

$ق'(س) = ٤٨ (٢س - ١)$

$\frac{ق}{ع} = ٤٨ (٢ع - ١)$

$١ = ٦ (١٢ع - ١) \Leftarrow \frac{١}{٦} = ١٢ع - ١ \Leftarrow \frac{٦}{٧} = ١٢س - ١$

$١٢ س = ٧$

$س = \frac{٧}{١٢}$

س١٣) أ) $ق'(س) = \sqrt{٦+٢س} \times ق(س) + ه(س) \times \frac{١}{\sqrt{٦+٢س}}$

$ق'(-٣) = \sqrt{٤} \times ق(-٣) + ه(-٣) \times \frac{١}{\sqrt{٤}}$

$= ٢ \times ٢ + ١ \times \frac{١}{٤} = ٤ + \frac{١}{٤} = \frac{١٧}{٤}$

ب) $ق'(س) = هـ(س) - \left(\frac{س \times هـ(س) - ه(س) \times ١}{س^{٢}} \right)$

$ق'(-٢) = هـ(-٢) - \left(\frac{-٢ \times هـ(-٢) - ه(-٢)}{٤} \right)$

$= ٢ - \left(\frac{-٢ \times ٣ - ١}{٤} \right) = ٢ - \left(\frac{-٧}{٤} \right)$

$= ٢ - \frac{٥}{٤} = \frac{٣}{٤}$

س٤) أ) هـ (٣)　　ب) ك (١٣)

ج) ن (٣ جتا٣س)　　د) ن $\left(\frac{-١}{٣} \right)$

هـ) ك (١٣)　　و) هـ ($ص^{٤}$)

ز) ن (٣)　　ح) ك (-٤)

ط) ك (٨١)

الفصل الاول: التعبير الهندسي والفيزياء للسنة

اولاً: التعبير الهندسي:

تدريب (١)

$ف(س) = س^٢ - ٣س$

$ف'(س) = ٢س - ٣$

$ف'(٣) = ٢(٣) - ٣ = ١$ ميل المماس

تدريب (٢)

$ف(س) = (س^٢ + ١)^٢$

$ف'(س) = ٢(س^٢ + ١) \times ٢س$

$ف'(١) = ٢(٢) \times ٢ = ٨$ ميل المماس

نقطة التماس $(١، ف(١)) \leftarrow ف(١) = (١+١)^٢ = ٤$

$(١، ٤)$ نقطة التماس

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٤ = ٨(س - ١)$

الأسئلة:

١) أ) $ف(س) = ٣س + ٥$

$ف'(س) = ٣ \leftarrow ف'(٢) = ٣$ (ميل المماس)

$(٢، ف(٢))$ نقطة التماس $(٢، ١١)$

$ص - ١١ = ٣(س - ٢)$

ب) $ف(س) = س^٢ + ٢س - ١$ $\quad س = ١$

$ف'(س) = ٢س + ٢$

$ف'(١) = ٥$ ميل المماس

نقطة التماس $(١، ف(١)) \leftarrow (١، ٣)$

$ص - ٣ = ٥(س - ١)$

ح) $ق(س) = (٢س - ٤)(س^٤ + ١)$ عند $س = ٠$

$ق'(س) = (٢)(س^٤ + ١) + (٤س^٣)(٢س - ٤)$

$ق'(٠) = ٢ \times ١ + ٠ \times -٤ = ٢$ ميل المماس

نقطة التماس $(٠ ، ق(٠)) = (٠ ، -٤)$

$ص + ٤ = ٢(س - ٠)$

$ص + ٤ = ٢س$

٢) $ق(س) = \frac{٢س + ٢}{س^٢ + ١}$ عند $س = ١$

$ق'(س) = \frac{(س^٢ + ١)(٢) - (٢س + ٢)(٢س)}{(س^٢ + ١)^٢}$

$ق'(١) = \frac{٢ \times ٢ - ٤ \times ٢}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

نقطة التماس $\leftarrow (١ ، ق(١)) \leftarrow (١ ، ٢)$

$ص - ٢ = -١(س - ١)$

٣) $ق(س) = ٣س^٤ + ٤س - ٣$

$ق'(س) = ٢ \times ٣س + ٤$

$ق'(٣) = ٦ \times ٣ + ٤ = ٢٢$

$٦م = ١٨ \longleftarrow م = ٣$

٤) $ق(س) = س^٥ + ٤س^٤$

$ق'(س) = ٥س^٤ + ٨س^٣$

$ق'(١) = ٥ + ٨ = ١٣$ = ميل المماس عند $س = ١$

٥) $ق(س) = (٣س^٤ - ٢)^٤$ $(-١ ، ق(-١))$

$ق'(س) = ٤(٣س^٤ - ٢)^٣ \times ٦س$

$ق'(-١) = ٤(٣ - ٢)^٣ \times -٦ = -٢٤$ ميل المماس

$ق(-١) = (٣ - ٢)^٤ = ١ \longleftarrow (-١ ، ١)$ نقطة التماس

$ص - ١ = -٢٤(س + ١)$

ثانياً : التفسير الفيزيائي

تدريب (١)

$ف(ن) = ٣ن^{٣} - ٣ن + ٢$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن - ٣$

$ع(٢) = ٦(٢) - ٣ = ٩$ م/ث

تدريب (٢) $ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٤ن^{٢} + ٦$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^{٢} + ٨ن$

$ت(ن) = ع'(ن) = ١٢ن + ٨$

$ت(٢) = ١٢(٢) + ٨ = ٤٨ + ٨ = ٣٢$ م/ث^{٢}

تدريب (٣)

$ف(ن) = ٢ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ٢$

$ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^{٢} - ٦ن$

$ت(ن) = ع'(ن) = ١٢ن - ٦$

$ت(ن) = ٠$

$١٢ن - ٦ = ٠$

$ن = \frac{١}{٢}$

$ع(\frac{١}{٢}) = ٦(\frac{١}{٢})^{٢} - ٦(\frac{١}{٢})$

$\frac{٣}{٢} - \frac{٦}{٤} \times ٦ - ٦(\frac{١}{٢})^{٢}$ ← $-\frac{٣}{٢}$ م/ث

المسألة :

١) $ف(ن) = ن^{٣} + ٣ن^{٢}$

ب) $ع(ن) = ٣ن^{٢} + ٦ن$

$ع(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٦(٢) = ٢٤$ م/ث

ج) $ت(ن) = ٦ن + ٦$

$ع(ن) = ٩$ ← $٣ن^{٢} + ٦ن = ٩$

$ن^{٢} + ٢ن - ٣ = ٠$

$(ن + ٣)(ن - ١) = ٠$

$ن = ١$ ، $ن = -٣$ مرفوض

$ت(١) = ٦(١) + ٦ = ١٢$ م/ث^{٢}

٢) $ف(س) = ٢س^{٢}$

$ع(س) = ٤ن$

$ع(٣) = ٤(٣) = ١٢$ أ/ث السرعة اللحظية

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(ج) - ف(١٢)}{ج - ١٢}$

$١٢ = \frac{ف(م) - ف(١٠)}{م - ١٠}$

$١٢ = \frac{٢م^{٢}}{م} \leftarrow \frac{٢م^{٢} - ٢٠٠}{م - ١٠}$

$٢م(م - ١٠) = ٢م^{٢} - ٢٠٠$

$٢م^{٢} - ٢٠م = ٢م^{٢} - ٢٠٠$

$-٢٠م = -٢٠٠$

$م = ١٠$ تقبل

٣) $ف(س) = (٢ن - ٢)^{٣} + ٤$

$ع(س) = ٣(٢ن - ٢)^{٢} \times ٢$

$ع(٤) = ٣(٢(٤) - ٢)^{٢} \times ٢ = ٣ \times ٣٦ \times ٢ = ٢١٦$ أ/ث

٤) $ف(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥$

$ع(س) = ٣س^{٢} - ٦ن$

$ت(س) = ٦ن - ٢$

$٦ن - ٢ = ٤$

$ن = ١$ مماسية

$ع(١) = ٣(١)^{٢} - ٦(١) = -٣$ أ/ث

٥) $ف(س) = س^{٢} + ٤$

$ع(س) = ٢ن$

$ع(٤) = ٢ \times ٤ = ٨$ أ/ث

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(س) - ف(١٠)}{س - ١٠}$

$٨ = \frac{س^{٢} + ٤ - ٤}{س}$

$٨س = س^{٢}$

$س^{٢} - ٨ن = ٠$

$ن(س - ٨) = ٠$

$س = ٠$ مرفوض $ن = ٨$ ثوانٍ

٦٠) ف(ن) = ٣٠ن^{٢} - ٤٠ن + ٦

ع(ن) = ٦٠ن - ٤

ع(٤) = ٦٠×٤ - ٤

= ٢٤٠ - ٤ = ٢٣٦ م/ث

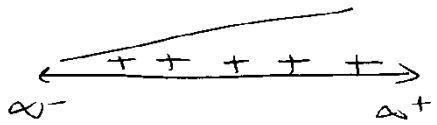
الفصل الثاني: تطبيقات الاشتقاق

أولاً: التزايد والتناقص

تدريب (١)

أ) $هـ(س) = ٧ + س$

$هـ'(س) = ١$



متزايد $(-\infty, \infty)$

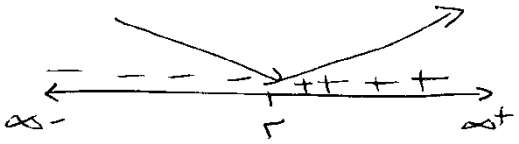
ب) $ق(س) = (٢\sqrt{٢} - ٤)^{٢}$

$ق'(س) = ٢(٢\sqrt{٢} - ٤) \times ٢$

$٤(٢\sqrt{٢} - ٤) = ٠$ ∴

$٢س = ٤$

$س = ٢$

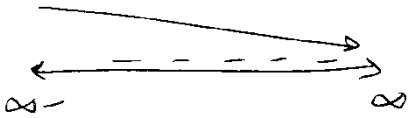


متناقص $(-\infty, ٢]$ متزايد $[٢, \infty)$

الأسئلة:

١) أ - $ق(س) = ٣ - ٤س$

$ق'(س) = -٤$



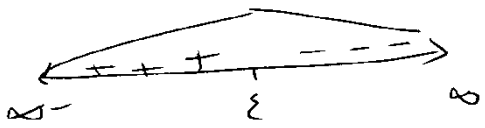
متناقص $(-\infty, \infty)$

ب - $ق(س) = ٨س - س^{٢}$

$ق'(س) = ٨ - ٢س$

$٨ - ٢س = ٠$ ∴

$س = ٤$



متزايد $(-\infty, ٤]$ متناقص $[٤, \infty)$

ج - $ق(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢$

$ق'(س) = ١٢س^{٢} - ١٢س = ٠$ ∴

$١٢س(س - ١) = ٠$ ∴

$س = ٠$ ∴ $س = ١$

متزايد $(-\infty, ٠]$ ، $[١, \infty)$

متناقص $[٠, ١]$

د) $ق(س) = (2س + 3)(س + 2)$

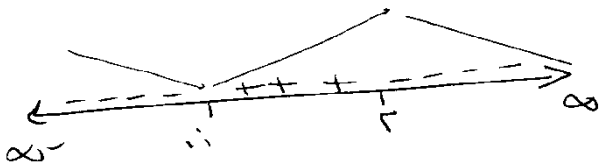
$ق'(س) = (2س + 3) \times 1 + (س + 2) \times 2 = 0$

$2س + 5 = 0$

$س = -\frac{5}{2}$

متناقص $(-\infty, -\frac{5}{2}]$ ، متزايد $[-\frac{5}{2}, \infty)$

س٢



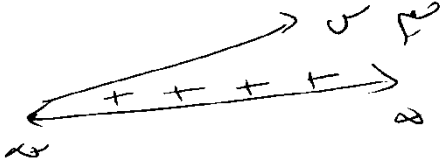
متناقص $(-\infty, \frac{1}{2}]$ ، $[2, \infty)$

متزايد $[\frac{1}{2}, 2]$

س٣ $ق(س) = س^3 + 2س + 5$

$ق'(س) = 3س^2 + 2$

$3س^2 + 2 > 0$ لجميع قيم س



متزايد $(-\infty, \infty)$

س٤ $ق'(س) = و'(س) \leftarrow ق'(س) - و'(س) = صفر$

$(ق(س) - و(س))' = صفر$

$ق(س) - و(س) = ثابت$

$ق(س) - و(س) = جـ$

$ق(س) = و(س) + جـ$

حل آخر: نفرض $ق(س) = و(س) + ل(س)$

$ق(س) - و(س) = ل(س)$

$ق'(س) - و'(س) = ل'(س)$

لكن $ق'(س) = و'(س) \leftarrow ل'(س) = 0$

$ل(س) = ثابت = جـ$

$ق(س) = و(س) + جـ$

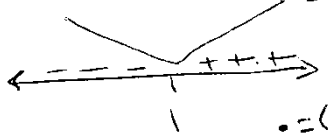
ثانياً : القيم القصوى

تدريب (١)

$ق(س) = س^2 - 2س + 1$

$ق'(س) = 2س - 2 = 0$ ∴

$س = 1$ يوجد قيمة حرجة عند $س = 1$



النقطة الحرجة $(1، ق(1)) = (1، 0)$ ∴

عند $س = 1$ يوجد قيمة صغرى محلية $= ق(1) = 0$

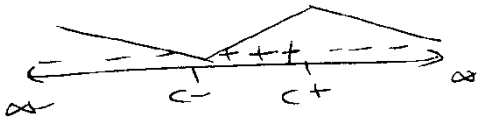
تدريب (٢)

$ق(س) = 2س(12 - س^2)$

$ق(س) = 24س - 2س^3$

$ق'(س) = 24 - 6س^2 = 0$ ∴

$س = \pm 2$



١) متناقص $(-\infty، -2]$ ، $[2، \infty)$

متزايد $[-2، 2]$

٢) قيم $س$ الحرجة عند $س = \{-2، 2\}$

٣) $(-2، ق(-2)) \leftarrow (-2، -32)$ نقطة صغرى محلية

$(2، ق(2)) \leftarrow (2، 32)$ نقطة عظمى محلية

تدريب (٣)

$ق(س) = س^3 - 3س + 2$

$ق'(س) = 3س^2 - 3 = 0$ ∴

$س = \pm 1$

$ق''(س) = 6س$

$ق''(1) = 6 > 0$ ∴ عند $س = 1$ صغرى محلية وصغرى $ق(1) = 0$ ∴

$(1، 0)$ صغرى محلية

$ق''(-1) = -6 < 0$ ∴ عند $س = -1$ عظمى محلية وعظمى $ق(-1) = 4$

$(-1، 4)$ عظمى محلية

الإجابة :

١) م - ق(س) = س^{٣} - ٣س + ١

ق$'$(س) = ٣س^{٢} - ٣ = ٠

س = ± ١

(-١، ق(-١)) عظمى محلية ⟸ (-١، ٣)

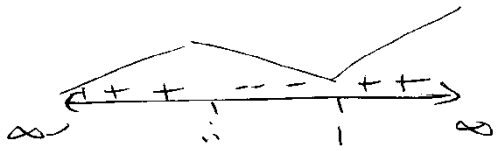
(١، ق(١)) صغرى محلية ⟸ (١، -١)

ب - ل(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢

ل$'$(س) = ١٢س^{٢} - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

س = ٠ ، س = ١



(٠، ق(٠)) عظمى محلية ← (٠، ٢)

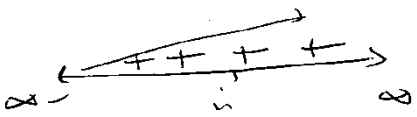
(١، ق(١)) صغرى محلية ← (١، ٠)

ح - و(س) = س^{٣} + ٤

و$'$(س) = ٣س^{٢} = ٠

س = ٠

لا توجد قيم قصوى



د - ك(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} - ٤√٢ + ٨

ك$'$(س) = ٣س^{٢} - ٤س - ٤ = ٠

(٣س + ٢)(س - ٢) = ٠

س = -٢/٣ ، س = ٢

(-٢/٣ ، ق(-٢/٣)) عظمى محلية ← (-٢/٣ ، ٢٥٦/٢٧)

(٢ ، ق(٢)) صغرى محلية ← (٢، ٠)

٢) ب - ق(س) = ٨ - س٢

ق'(س) = -٢س = ٠ ∴

س = ٠

ق''(س) = -٢

ق''(٠) = -٢ < ٠ ∴ عند س = ٠ عظمى وقيمتها ق(٠) = ٨

ب - ق(س) = س٢ + ٤

ق'(س) = ٢س = ٠

س = ٠

ق''(س) = ٢

ق''(٠) = ٢ > ٠ ∴ عند س = ٠ صغرى وقيمتها ق(٠) = ٤

ح - ق(س) = ٢س٣ - ٦س

ق'(س) = ٦س٢ - ٦ = ٠ ∴

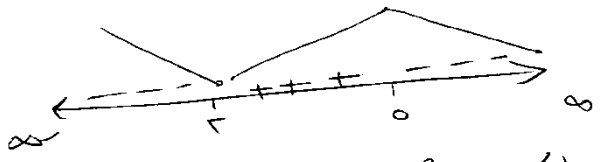
س = ± ١

ق''(س) = ١٢س

ق''(١) = ١٢ > ٠ ∴ عند س = ١ صغرى وقيمتها ق(١) = -٤

ق''(-١) = -١٢ < ٠ ∴ عند س = -١ عظمى وقيمتها ق(-١) = ٤

٣)



أ) قيم س الحرجة {٢، ٥}

ب) متناقص (-∞، ٢]، [٥، ∞)

متزايد [٢، ٥]

ح) (٢، ق(٢)) نقطة صغرى محلية

(٥، ق(٥)) نقطة عظمى محلية

٤) ق(س) = ٢س٣ - ٩س٢ + ٤

ق'(س) = ٦س - ٩

ق'(٢) = ١٢ - ٩ = ٠ ∴

٩ = ١٢

الفصل الثالث : تطبيقات

أولاً : تطبيقات على القيم القصوى

تدريب (١)

العدد الأول = س

العدد الثاني = ص

$س + ص = ٢٠$

$ص = ٢٠ - س$

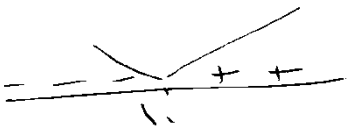
$م = س^{٢} + ص^{٢}$

$م = س^{٢} + (٢٠ - س)^{٢}$

$م' = ٢س + ٢(٢٠ - س)(-١)$ ∴

$٤س = ٤٠$

$س = ١٠$



عند س = ١٠ أقل مجموع ممكن

العدد الثاني ص = ٢٠ - س

ص = ١٠

العدد ① ١٠ العدد ② ١٠

تدريب (٢)

المحيط = $٢س + ص = ٣٠٠$

م = س × ص

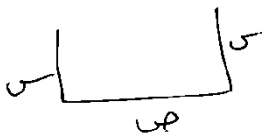
لكن $ص = ٣٠٠ - ٢س$

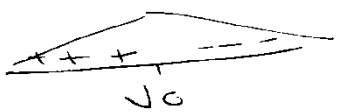
$م = س (٣٠٠ - ٢س)$

$م = ٣٠٠س - ٢س^{٢}$

$م' = ٣٠٠ - ٤س$ ∴

$س = ٧٥$





عند س = ٧٥ م أكبر مساحة ممكنة

$ص = ٣٠٠ - ٢س = ٣٠٠ - ١٥٠ = ١٥٠$ م

الأبعاد (٧٥ م، ١٥٠ م)

الاسئلة :

١) العدد ① = س العدد ② = ص

س + ص = ٦٠

ص = ٦٠ - ص

م = س × ص٢

م = (٦٠ - ص)(ص٢)

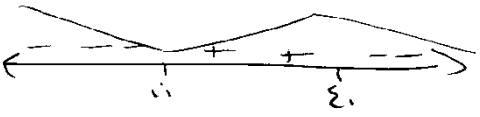
م = ٦٠ ص٢ - ص٣

م' = ١٢٠ ص - ٣ ص٢ = ٠

٣ ص (٤٠ - ص) = ٠

ص = ٠ ص = ٤٠

توفض



عند ص = ٤٠ اكبر ما يمكن

العدد ① س = ٦٠ - ص

س = ٢٠

العددان س = ٢٠ ص = ٤٠

٢) س × ص = ٣٢

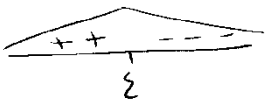
ص = ٣٢ / س

م = (س - ١)(ص - ٢)

م = (س - ١) × (٣٢/س - ٢)

م' = -٣٢/س٢ + ٢ = ٠ ← س٢ = ١٦

س = ٤ ، -٤ توفض



عند س = ٤ اكبر مساحة ممكنة

ص = ٣٢/س = ٣٢/٤ = ٨

٣) المحيط = ٢س + ٢ص = ٦

ص = ٣ - س

كمية الصنوبر = المساحة

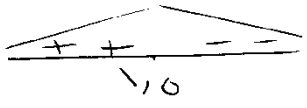
م = س × ص

م = س × (٣ - س)

م = ٣س - س٢

م' = ٣ - ٢س = ٠ ∴

س = ١,٥



عند س = ١,٥ م اكبر كمية ممكنة من الصنوبر

ص = ٣ - س = ١,٥ م

ابعاد القاعدة (١,٥ م، ١,٥ م)

٤) حجم متوازي المستطيلات = ح

ح = س × (١٢ - ٢س) (١٢ - ٢س)

ح = س٢ (١٢ - ٢س)

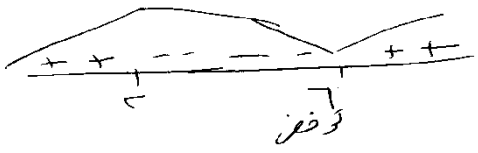
ح' = (١٢ - ٢س)٢ + س × ٢(١٢ - ٢س) × -٢ = ٠

(١٢ - ٢س) (١٢ - ٦س) = ٠

س = ٦ مرفوض

س = ٢

عند س = ٢ سم اكبر حجم ممكن



٥) م = ١/٢ × القاعدة × الارتفاع

م = ١/٢ × ص × س

س + ص = ٤٠

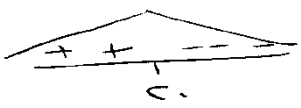
ص = ٤٠ - س

م = ١/٢ × س (٤٠ - س)

م = ٢٠ س - ١/٢ س٢

م' = ٢٠ - س = ٠ ∴

س = ٢٠ سم



عند س = ٢٠ سم اكبر مساحة ممكنة

ص = ٤٠ - س ص = ٢٠ سم

٦) $س \times ص = ٣٦$

$ص = \frac{٣٦}{س}$

$م = (س + ٤)(ص + ٤)$

$م = (س + ٤)(\frac{٣٦}{س} + ٤)$

$م' = (س + ٤)(\frac{-٣٦}{س^٢}) + (\frac{٣٦}{س} + ٤) \times ١$

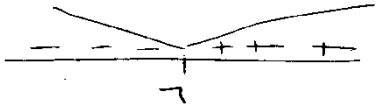
$صفر = -\frac{٣٦}{س} - \frac{١٤٤}{س^٢} + \frac{٣٦}{س} + ٤$

$٤ = \frac{١٤٤}{س^٢}$

$س^٢ = ٣٦ \leftarrow ٤ = \frac{٣٦}{س^٢}$

$س = -٦, ٦$

مرفوض



عند $س = ٦$ أقل مساحة ممكنة

$ص = \frac{٣٦}{٦} = ٦$ م

ثانياً : تطبيقات اقتصادية على التفاضل

تدريب (١)

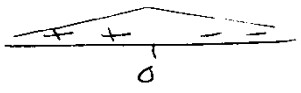
الربح = الايراد − التكاليف

$ر(س) = (٥٠س + ٣س^٢) - (٣٠٠س + ٤س^٢ + ٢٠٠)$

$ر'(س) = (٥٠ + ٤س) - (٣٠٠ + ٨س)$

$٢٥٠ - ٤س = ٠$

$س = ٥$



اكبر ربح ممكن

تدريب (٢)

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

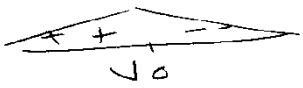
$ر(س) = (٢٠٠ - ٠٫٥س) \times س - (٣٠٠ + ٠٫٥س)$

$(٢٠٠س - ٠٫٥س^٢) - (٣٠٠ + ٠٫٥س)$

$ر'(س) = ٢٠٠ - س - ٠٫٥ = ٠$

$١٥٠ - س = ٠$

$س = ١٥٠$



اكبر ربح ممكن عندما تباع ١٥٠ قطعة

الاسئلة :

١) الربح = $د(س) - ك(س) = (٨٠س + س^٢) - (٤٠ + ١٦٠س)$

$ر'(س) = (٨٠ + ٢س) - ١٦٠$

$ر'(س) = ٢س - ٨٠$

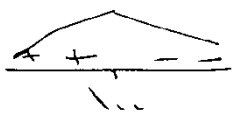
٢) $ر(س) = د(س) - ك(س)$

$ر(س) = (٢٠٠س - ٠٫٥س^٢) - (٣٠٠٠ + ٥٠س + س^٢)$

$ر'(س) = ٢٠٠ - س - ٥٠ - ٢س = ٠$

$١٥٠ - ٣س = ٠$

$س = ٥٠$



اكبر ربح ممكن عند س = ٥٠

٣) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٠,٦س^٣ - س^٢) - (٥٠ + ٨س)$

$د'(س) = ٠,٦ \times ٣س^٢ - ٢س - ٨$

$د'(س) = ١,٨س^٢ - ٢س - ٨$

٤) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٠,٦س^٣ - س^٢ - ٢٠) - (١٥ + ٨س - ٤س^٢)$

$د'(س) = (١,٨س^٢ - ٢س - ٨) - (٨س - ٤)$

$١,٨س^٢ - ٢س - ٨ - ٨س + ٤ = ٠$

$١,٨س^٢ - ١٠س - ٤ = ٠$

$٩س^٢ - ٥٠س - ٢٠ = ٠$

$س = ٦$

$د''(س) = ٣,٦س - ١٠$

$د''(٦) = ٣,٦ \times ٦ - ١٠ > ٠$ عند $س = ٦$ قيمة صغرى اكبر ربح ممكن

٥) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٣٦٠٠ + ٤٠س + س^٢) - ٥٠٠س$

$د'(س) = ٢س + ٤٠ - ٥٠٠$

$٢س - ٤٦٠ = ٠$

$س = ٢٣٠$

$د''(س) = ٢ > ٠$

$د''(٢٣٠) = ٢ > ٠$

عند $س = ٢٣٠$ اقل ربح ممكن

٦) $د(س) = ح(س) - ك(س)$

$د(س) = (٠,٢س^٣ + ٧٠س + ١٠٠) - ٩٠س$

$د'(س) = ٠,٦س^٢ + ٧٠ - ٩٠$

$د'(س) = ٠,٦س^٢ - ٢٠$

١ . أسئلة الوحدة

١) ف(ن) = ٢ن^{٣} − ١٢ن + ٣

ع(ن) = ٦ن^{٢} − ١٢ = ٤٢

٦ن^{٢} = ٥٤

ن^{٢} = ٩ ⇐ ن = ٣

ت(ن) = ١٢ن

ت(٣) = ٣٦ أ^{٢}ث^{٢}

٢) ف(ن) = م(ن − ١)^{٢}

ع(ن) = ٢م(ن − ١)

ع(٤) = ٢م(٤ − ١)

١٢ = ٦م ← م = ٢

٣) التكلفة = ٢س^{٢} + ٣٢ص^{٢} + ٨س ص

ل = ٦س + ٤ص

لكن م = س ص

ص × س = ٣٧٥٠

س = ٣٧٥٠ / ص

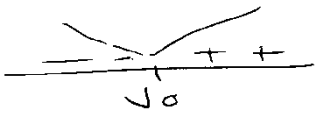
ل = ٦ × ٣٧٥٠ / ص + ٤ص

ل = ٢٢٥٠٠ / ص + ٤ص

ل′ = − ٢٢٥٠٠ / ص^{٢} + ٤ = ٠

ص^{٢} = ٥٦٢٥

ص = ٧٥ م



اقل تكلفة عندما يكون ص = ٧٥

س = ٣٧٥٠ / ٧٥ = ٥٠ م

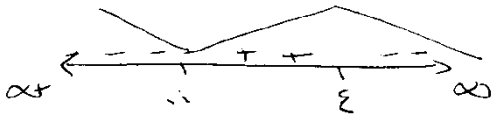
ابعاد الارض ٧٥ م ، ٥٠ م

٤) $ق(س) = ٦س^{٢} - س^{٣}$

$ق'(س) = ١٢س - ٣س^{٢} = ٠$

$٣س(٤ - س) = ٠$

$س = ٠$ $\quad$ $س = ٤$



م) متناقص $(-\infty, ٠]$ ، $[٤, \infty)$

متزايد $[٠, ٤]$

ب) $(٠, ق(٠))$ صغرى محلية $\Leftarrow$ $(٠, ٠)$ صغرى محلية

$(٤, ق(٤))$ عظمى محلية $\Leftarrow$ $(٤, ٣٢)$ عظمى محلية

٥) $ر(س) = ك(س) - ل(س)$

$ر(س) = ١٠٠س - (٣س^{٣} + ٤٠س + ٥٠٠)$

$ر'(س) = ١٠٠ - ٩س^{٢} - ٤٠$

$ر'(س) = ٦٠ - ٩س^{٢}$

٦) م) $ق(س) = ٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ١٢س + ٥$

$ق'(س) = ٦س^{٢} - ٦س - ١٢ = ٠$

$س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢$ $\quad$ $س = -١$

$ق''(س) = ١٢س - ٦$

$ق''(٢) = ١٨ > ٠$ عند $س = ٢$ صغرى وصغرى $ق(٢) = -١٥$

$(٢, -١٥)$

$ق''(-١) = -١٨ < ٠$ عند $س = -١$ عظمى وصغرى $ق(-١) = ١٢$

$(-١, ١٢)$

٦)

ب- $ق(س) = س^٣ - ٣س + ٧$

$ق'(س) = ٣س^٢ - ٣ = ٠$

$س = \pm ١$

$ق''(س) = ٦س$

$ق''(١) = ٦ > ٠$ ∴ عند $س = ١$ صغرى وقيمتها $ق(١) = ٥$

$ق''(-١) = -٦ < ٠$ ∴ عند $س = -١$ عظمى وقيمتها $ق(-١) = ٩$

٧) $ص(س) = س(٣س - ١)^٢$

$ص'(س) = س \times ٢(٣س - ١) \times ٣ + (٣س - ١)^٢$

$(٣س - ١)(٦س + ٣س - ١)$

$ص'(١) = ٢ \times ٨ = ١٦$ ميل المماس

نقطة التماس $(١، ص(١)) \leftarrow (١، ٤)$

معادلة المماس $ص - ٤ = ١٦(س - ١)$

٨) العدد الأول $= س$ العدد الثاني $= ص$

$س + ص = ٥٠$

$ص = ٥٠ - س$

$ع = س \times ص$

$ع = س(٥٠ - س)$

$ع = ٥٠س - س^٢$

$ع' = ٥٠ - ٢س = ٠ \leftarrow س = ٢٥$

$ع'' = -٢$

$ع''(٢٥) = -٢ < ٠$ ∴ عند $س = ٢٥$ اكبر ما يمكن

العدد الثاني $ص = ٥٠ - س = ٢٥$

9) $ل(س) = ٤٠ + ٣س^{٢}$

$ل'(س) = ٦س$

$ل'(٢٠) = ٦ \times ٢٠ = ١٢٠$

10) $ق(س) = (٣س - ٤)^{٣}$

$ق'(س) = ٣(٣س - ٤)^{٢} \times ٣$

$= ٩(٣س - ٤)^{٢}$

$٣٦ = ٩(٣س - ٤)^{٢}$

$(٣س - ٤)^{٢} = ٤$

$٣س - ٤ = ٢$ او $٣س - ٤ = -٢$

$٣س = ٦$ او $٣س = ٢$

$س = ٢$ $س = \frac{٢}{٣}$

11) ١- $ق'(س) = ٣أ س^{٢} - ١٢$

$ق'(٢) = ٦أ - ١٢ = ٠$

$٦أ = ١٢$

$أ = ٢$

الجواب [أ]

٢- $ص' = ٤(٢ - س)^{٣}(-١) = ٤$

$(٢ - س)^{٣} = -١ \leftarrow ٢ - س = -١$

$س = ٣$

الجواب [د]

٣- $ق'(س) = ٢س - ٤ = ٠$

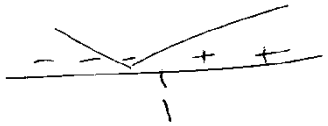
$س = ٢$

الجواب [ب]

٤- $ق'(س) = ٢س - ٢ = ٠$

$س = ١$

متزايد $]-\infty, ١]$



الجواب [ج]

٥- $ف(س) = ٦س^{٢} - س^{٣}$

$ع(س) = ١٢س - ٣س^{٢}$

$ت(س) = ١٢ - ٦س = ٠$

$س = ٢$

$ف(٢) = ٢٤ - ٨ = ١٦$

الجواب [ب]

٦- $ف'(س) = ٣م س^{٢} - ٦س$

$ف'(١) = ٣م - ٦ = ٠$

$م = ٢$

الجواب [م]